Le TP décrit la résolution d'un challenge RootMe. Bien que soit fourni avec ce TP un jeu d'input, libre à vous d'utiliser votre propre input afin d'obtenir le flag.

1 – Dans un premier temps, implémenter l'algorithme d'Euclide étendu décrit ci-dessous:

function extended_gcd(a, b)

$$\begin{aligned} &(r',r) := (a,b) \\ &(u,s) := (1,0) \\ &(v,t) := (0,1) \\ & \textbf{while } r \neq 0, \textbf{ do} \\ &q := r'/r \\ &(r',r) := (r,r'-q \times r) \\ &(u,s) := (s,u-q \times s) \\ &(v,t) := (t,v-q \times t) \end{aligned}$$

$$\textbf{return } (u,v)$$

Le contexte de l'attaque est le suivant : vous venez d'intercepter trois messages c_1, c_2, c_3 chiffrés avec le cryptosystème RSA dont les clés publiques utilisées pour les chiffrer sont respectivement $(N_1, e), (N_2, e), (N_3, e)$.

2 – Réécrire l'énoncé comme un système de la forme :

$$\begin{cases} \alpha \equiv \beta_1 \mod \gamma_1 \\ \alpha \equiv \beta_2 \mod \gamma_2 \\ \alpha \equiv \beta_3 \mod \gamma_3 \end{cases}$$
 (1)

On va à présent utiliser le Théorème des Restes Chinois pour calculer α à partir du système d'équations.

Pour convertir les fichiers .pem en integer, vous pouvez utiliser la libraire Crypto.PublicKey.

- 3 On définit $\hat{\gamma_i} = \frac{\gamma_1 \times \gamma_2 \times \gamma_3}{\gamma_i}$. Utiliser l'algoritme d'Euclide éténdu afin d'obtenir u_i pour $i \in \{1, 2, 3\}$ tels que $u_i \cdot \hat{\gamma_i} + v_i \cdot \gamma_i = 1$.
- 4 Calculer $\sum_{n=1}^{3} \beta_i \cdot u_i \cdot \hat{n}_i$ pour obtenir une solution du système (1).
- 5 En déduire le message envoyé.