

Forecasting the Colombian Exchange Market Index (IGBC) using Neural Networks

A. Arango and J. D. Velásquez, *Senior Member, IEEE*

Abstract— In this article, the daily Colombian exchange market index (IGBC) is forecasted using linear models, artificial neural networks and adaptive neuro-fuzzy inference systems with the aim of evaluate the accuracy of the forecasts when nonlinear models are used. In addition, we evaluate the explanatory power of other international market indexes, oil prices and exchange rates. Our findings are the following: first, an autoregressive neural network better captures the behavior of the IGBC in comparison with linear and adaptive neuro-fuzzy models; second, the preferred explanatory variables are able to explain complex properties as heteroskedasticity and non-normality of the residuals. And third, it is necessary consider as inputs not only the explanatory variables alone but also their interactions.

Keywords— ANFIS, HyFIS, linear regression, financial prediction, nonlinear models.

I. INTRODUCCIÓN

LA PREPARACIÓN de pronósticos de la evolución de los precios de las acciones y de los índices bursátiles es una de las principales tareas del analista financiero [1] en su búsqueda de estrategias exitosas de inversión [2], pero la preparación de los modelos de pronóstico, los pronósticos mismos y la formulación de estrategias de inversión son en sí mismas tareas bastante difíciles debido a la complejidad propia de los mercados de valores [3].

En la literatura se han presentado diferentes aproximaciones al problema de predicción de índices de mercados que pueden clasificarse de acuerdo con la variable pronosticada (el nivel de los precios [4], los rendimientos de los precios [2], el signo de los rendimientos [5][6] o su volatilidad [7]), la metodología empleada (modelos econométricos y estadísticos [8], redes neuronales artificiales [9][10][11], sistemas de inferencia borrosa [12][13], series de tiempo difusas [14][15][16][17][18], sistemas adaptativos neuro-difusos [6][19][20][21][22][23] y técnicas híbridas [24][25]), y las variables explicativas consideradas, entre las que se incluyen, entre otras, el precio del petróleo, la tasa de cambio respecto al dólar americano o la evolución de otros índices de mercado. El uso de técnicas de inteligencia computacional está fundamentado en las evidencias empíricas que muestran que dichas técnicas pueden producir predicciones más precisas que las metodologías convencionales [9][10][11]. Una revisión de literatura reciente es presentada en [26] y [27].

Diferentes índices de mercados financieros, como por

ejemplo NASDAQ [15][25], S&P500 [23], NYSE [22], FTSE100 [6], KOSPI [28], NIKKEI [24], TEPIX [29] y TAIEIX [30][31] entre otros, han sido tomados como casos de aplicación en diversos estudios, donde además de pronosticar la evolución del índice accionario, se analiza el beneficio de la aplicación del modelo propuesto en términos financieros.

Respecto al caso Colombiano existen, comparativamente con otros mercados internacionales, pocos trabajos sobre el tema. En [32] se estudia el comportamiento de los retornos del IBB, IBOMED y el Índice General de la Bolsa de Colombia (IGBC) usando un modelo STAR-GARCH y se concluye que el mercado no es eficiente en información. En [33] se concluye que el pronóstico del IGBC usando redes neuronales es más preciso que el obtenido utilizando modelos de tendencia o crecimiento. En [34] se estudia la dinámica del IGBC usando un modelo EGARCH. Finalmente, en [35], se utiliza un modelo TGARCH para pronosticar los rendimientos del IGBC usando datos de alta frecuencia y teniendo en cuenta el patrón del día de la semana y el comportamiento asimétrico de la varianza.

En las referencias analizadas sobre el caso Colombiano, se encontraron evidencias de un solo caso en el que se usan redes neuronales artificiales [33], pero ninguno en que se evalué el uso de sistemas adaptativos neuro-difusos. El primer objetivo de este trabajo es investigar si los sistemas neuro-difusos podrían ser más precisos que las redes neuronales artificiales en el pronóstico de los rendimientos diarios del IGBC.

Por otra parte, diferentes estudios han reportado que los principales índices bursátiles y el precio del petróleo pueden tener una influencia importante sobre los mercados emergentes [18][24][25]. Adicionalmente en [36] se reporta la influencia de la Tasa Representativa del Mercado (TRM) del peso colombiano respecto al dólar americano sobre el IGBC. En consecuencia, el segundo objetivo de este trabajo es determinar si los índices bursátiles S&P500 y NASDAQ, el precio del petróleo WTI, y la TRM tienen influencia sobre la evolución del IGBC y pueden ser usados como variables explicativas de su comportamiento.

El resto de este artículo está organizado así: En la Sección II se describen la información utilizada, mientras que en la Sección III se discuten las metodologías consideradas. En la Sección IV se discuten los resultados obtenidos. Finalmente, se concluye en la Sección V.

II. INFORMACIÓN UTILIZADA

Para realizar este estudio se utilizaron los retornos (rendimientos logarítmicos) diarios de: el Índice General de la Bolsa de Colombia (IGBC), la Tasa Representativa del Mercado (TRM), los índices bursátiles NASDAQ y S&P500,

A. Arango, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, Colombia, adrianaarangel@gmail.com

J. D. Velásquez, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, Colombia, jdvelasq@unal.edu.co

y el precio del petróleo WTI. Dichos retornos fueron calculados como:

$$r_t = \log z_t - \log z_{t-1} \quad (1)$$

En la Fig. 1 se presenta la evolución en el tiempo de los retornos (r_t) de cada una de las series consideradas. Nótese que en la ecuación anterior, la función $\log(\cdot)$ representa el logaritmo natural; z_t y z_{t-1} son los valores de la serie de tiempo en los periodos t y $t-1$ respectivamente.

El periodo considerado está comprendido desde 29 de agosto de 2009 hasta 27 de agosto de 2012, para un total de 1095 observaciones. No se tuvieron en cuenta los días sábados, domingos y festivos.

Los primeros 1000 datos (29 de agosto de 2009 a 24 de mayo de 2012) son utilizados para estimar los parámetros de los modelos y los 95 datos restantes (25 de mayo de 2012 a 27 de agosto de 2012) se utilizaron para evaluar su capacidad predictiva. Para las muestras de estimación y pronóstico se calcularon el error cuadrático medio (MSE, por su sigla en inglés):

$$\text{MSE} = \frac{1}{T} \sum_{t=P+1}^T (r_t - f_t)^2 \quad (2)$$

y la desviación media absoluta (MAD, por su sigla en inglés):

$$\text{MAD} = \frac{1}{T} \sum_{t=P+1}^T |r_t - f_t| \quad (3)$$

En las ec. (2) y (3), f_t corresponde al pronóstico calculado.

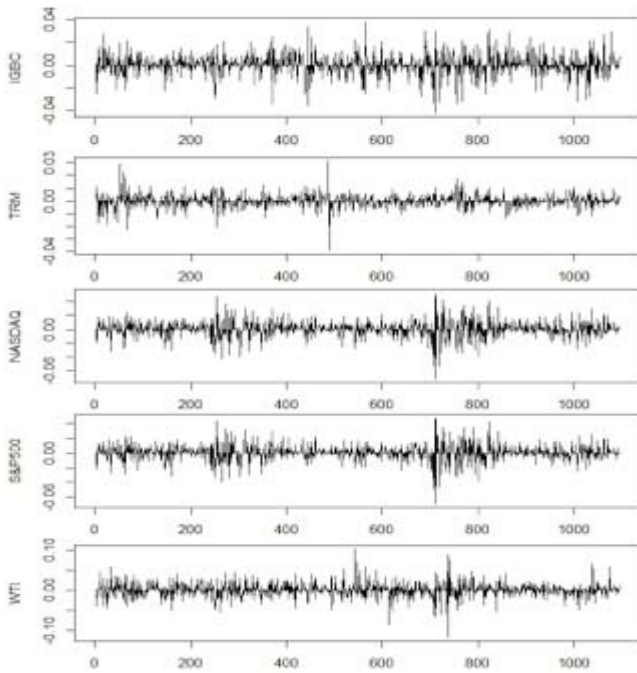


Figura 1. Rendimientos logarítmicos de las series consideradas.

III. METODOLOGÍAS CONSIDERADAS

A. Modelo de regresión lineal múltiple con y sin interacciones

Para esta investigación se considera el modelo clásico de regresión lineal múltiple definido como:

$$f = \eta + \sum_{p=1}^I \varphi_p x_p \quad (4)$$

donde f es la variable de respuesta (los rendimientos diarios del IGBC en nuestro caso particular), x_p representa las variables explicativas consideradas; y η representa el intercepto de la regresión.

El modelo anterior puede ser extendido como se indica a continuación para considerar las interacciones entre las variables explicativas:

$$f = \eta + \sum_{p=1}^I \varphi_p x_p + \sum_{i=1}^{I-1} \sum_{j=i+1}^I \omega_{ij} x_i x_j \quad (5)$$

Nótese que el modelo definido en la ec. (5) es no lineal en variables, pero es lineal en parámetros, por lo que estos últimos, al igual que para el modelo de regresión lineal simple, pueden ser estimados usando mínimos cuadrados ordinarios.

B. Adaptive-network-based fuzzy inference system (ANFIS)

Esta es una red neuronal adaptativa funcionalmente equivalente a un sistema de inferencia difusa con reglas tipo Takagi-Sugeno-Kang [19]. En este sistema, las mismas variables que conforman los antecedentes de las reglas difusas hacen parte de los correspondientes consecuentes; y el dominio de las variables de entrada es dividido en, al menos, dos conjuntos borrosos, haciendo que el espacio de entrada sea particionado en varias regiones multidimensionales que son cubiertas, al menos, por una de las reglas difusas [37].

La arquitectura típica de ANFIS para un sistema con dos entradas y dos reglas difusas es presentada en la Fig. 2. En dicha figura, A_1, A_2, A_3 y A_4 son conjuntos borrosos y f , que es la salida del sistema, es una función de x_1 y x_2 . Cada capa del modelo representa un proceso del cálculo, tal como se describe a continuación para un sistema general.

En cada nodo de la Capa 1 se calcula la pertenencia de la entrada x al conjunto borroso A , notada como $y_i^{(1)}$, usando la función de campana generalizada definida por los parámetros a, b y c :

$$y_i^{(1)} = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - c}{a} \right|^{2b}} \quad (6)$$

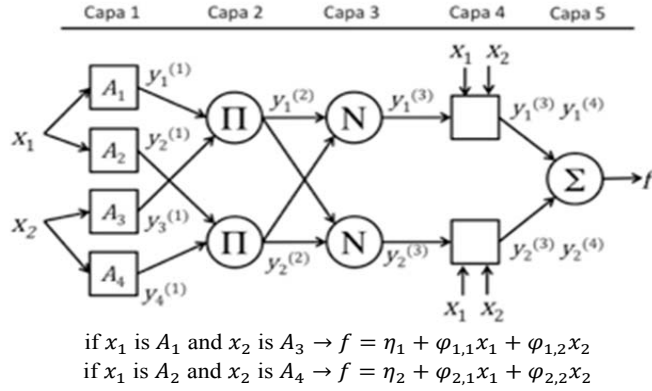


Figura 2. Estructura de ANFIS para un modelo con dos variables y dos reglas.

Cada nodo de la Capa 2 representa el antecedente de cada una de las reglas de inferencia. En ANFIS, el operador lógico AND en el antecedente de cada regla (véase la Fig. 2) es implementado mediante la inferencia tipo producto; de esta forma, la salida para cada uno de los nodos de la Capa 2 – esto es, el resultado de evaluar el antecedente para cada una de las reglas – es calculada como:

$$y_r^{(2)} = \prod_{i \in I_r} y_i^{(1)} \quad (7)$$

donde I_r representa los índices de los nodos que conforman el antecedente de la regla r . Seguidamente se calcula la activación neta de cada regla, la cual es representada como un nodo en la Capa 3:

$$y_r^{(3)} = \frac{y_r^{(2)}}{\sum_j y_j^{(2)}} \quad (8)$$

Cada nodo de la Capa 4 representa el resultado obtenido al evaluar el consecuente de la correspondiente regla difusa. Así, la salida de cada nodo es calculada como:

$$y_r^{(4)} = \eta_r + \sum_{p=1}^I \phi_{r,p} x_p \quad (9)$$

Nótese que la ec. (9) es el mismo modelo de regresión lineal definido en la ec. (2). Finalmente, la salida del sistema es calculada en la Capa 5 como el promedio ponderado de los consecuentes de las reglas:

$$f = \sum_r y_r^{(3)} y_r^{(4)} \quad (10)$$

C. Sistema adaptativo neuro-difuso de Bekiros [6]

La arquitectura de este sistema adaptativo neuro-difuso es idéntica a ANFIS, excepto que las funciones de pertenencia son triangulares y simétricas; para este tipo de sistema, la

pertenencia de la variable x al conjunto difuso A se define como:

$$y_i^{(1)} = \max\left(0, 1 - \frac{|x - a|}{b/2}\right) \quad (11)$$

donde el parámetro a representa el pico del triángulo y parámetro b representa el soporte del conjunto borroso.

D. Hybrid neural Fuzzy Inference System (HyFIS)

Esta es una red neuronal de cinco capas que es funcionalmente equivalente un sistema de inferencia borrosa con reglas de Mandani y factores de certeza [38]. Una representación pictórica para un sistema con dos entradas y dos reglas difusas es presentada en la Fig. 3. La Capa 1 transmite directamente la información de las variables de entrada a la Capa 2. En la Capa 2 se evalúan las funciones de pertenencia, las cuales son modeladas usando una función exponencial de parámetros c y σ , que representan el centro y el ancho respectivamente; así, la salida de cada nodo de esta capa representa la pertenencia de x al conjunto borroso A :

$$y_i^{(2)} = \exp\left[-\frac{(x - c)^2}{\sigma^2}\right] \quad (12)$$

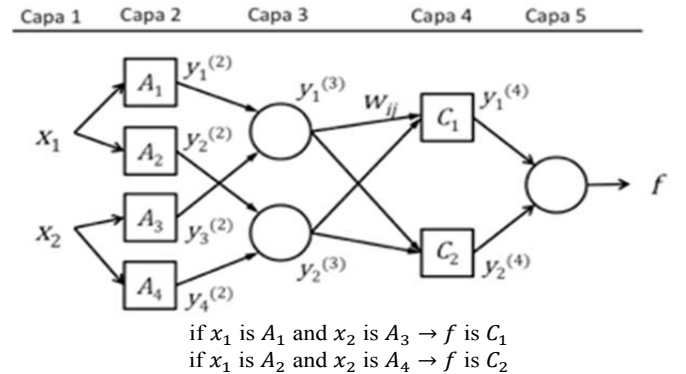


Figura 3. Estructura de HyFIS para un modelo con dos reglas .

Cada nodo de la Capa 3 representa el antecedente de cada una de las reglas del sistema y su salida se calcula como:

$$y_r^{(3)} = \min_{j \in I_r} y_j^{(2)} \quad (13)$$

En la ec. (13), I_r representa los índices de los nodos de la Capa 2 que conforman los antecedentes de la regla r .

La Capa 4 representa los factores de confianza asociados a los consecuentes de las reglas del sistema neuro-difuso. Los nodos de las Capas 3 y 4 están completamente conectados por conexiones cuyos pesos son adaptativos. Así, la salida de cada nodo en la Capa 4 se obtiene como:

$$y_r^{(4)} = \max_{j \in I_r} (w_{rj}^2 y_j^{(3)}) \quad (14)$$

donde I_r representa los índices de los nodos de la Capa 3 que están unidos al nodo r de la Capa 4.

La Capa 5 representa la variable de salida del sistema, cuyo dominio es cubierto por varios conjuntos borrosos. En HyFIS, el nodo de la Capa 5 realiza un proceso de concretación de la salida al calcular el centro del área del conjunto borroso resultante de la siguiente forma:

$$y_l^{(5)} = \frac{\sum_{k \in I_k} y_k^{(4)} \sigma_{lk} c_{lk}}{\sum_{k \in I_k} y_k^{(4)} \sigma_{lk}} \quad (15)$$

E. Red neuronal autorregresiva

Las redes neuronales autorregresivas [39][40][41] (ARNN por su sigla en inglés), se obtienen al considerar la fusión de un modelo de regresión lineal con un perceptrón multicapa. Su arquitectura típica es presentada en la Fig. 4. La salida del sistema puede ser calculada como:

$$f = \eta + \sum_{p=1}^I \varphi_p x_p + \sum_{h=1}^H \beta_h G \left(\omega_h + \sum_{p=1}^I \alpha_{p,h} x_p \right) \quad (16)$$

Los parámetros η , φ_p , β_h , ω_h y $\alpha_{p,h}$, con $p = 1, \dots, I$ y $h = 1, \dots, H$ son estimados minimizando el error de ajuste del pronóstico a la muestra de calibración; H representa la cantidad de neuronas en la capa oculta, I es el número total de variables explicativas y $G(\cdot)$, es la función sigmoidea definida como:

$$G(u) = [1 + \exp(-u)]^{-1} \quad (17)$$

IV. RESULTADOS OBTENIDOS Y DISCUSIÓN

A. Rezagos significativos de las variables consideradas

Como primer paso se realizó un análisis de las dependencias lineales mediante el cálculo de la correlación serial entre los rendimientos de las series (WTI, TRM, NASDAQ y S&P500) y los rendimientos del IGBC. Los resultados obtenidos permiten concluir que para las series WTI, NASDAQ y S&P500 sólo es significativo el rezago de orden cero; y que para la serie TRM sólo es significativo el rezago de orden uno; esta última variable será notada como TRM1. Los rezagos estadísticamente significativos son usados para la especificación inicial de los modelos considerados en esta investigación.

B. Modelos lineales sin y con interacciones

El primer modelo lineal especificado (LM-1) utiliza como variables explicativas los rendimientos actuales del S&P500, el NASDAQ y el precio del petróleo (WTI), y el primer rezago de la TRM (TRM1). Este modelo contiene variables estadísticamente no significativas, pero es la base para la comparación de modelos más complejos.

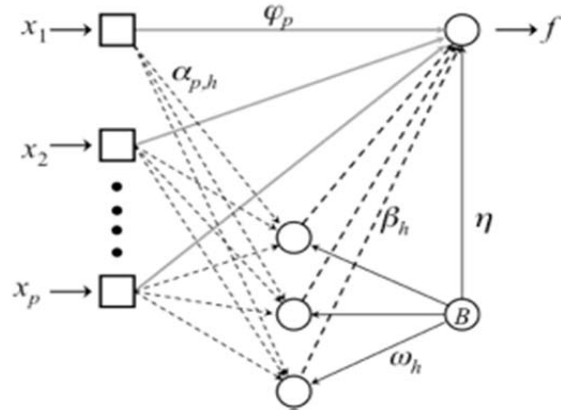


Figura 4. Estructura de una red neuronal autorregresiva.

A partir del modelo LM-1, se procedió a realizar una eliminación backward que tiene como fin descartar una a una las variables que no tienen poder explicativo. El modelo finalmente obtenido es notado como LM-2. Como resultado se eliminó la variable TRM1 y el intercepto del modelo de regresión, y se conservaron las variables S&P500, NASDAQ y WTI. La especificación del modelo y los valores de los parámetros y sus estadísticos son presentados en la Tabla I.

TABLA I. MODELO LINEAL LM-2.

$$f_t = \beta_0 + \beta_1 \text{NASDAQ}_t + \beta_2 \text{S\&P500}_t + \beta_3 \text{WTI}_t$$

PARÁMETRO	VALOR	ERROR ESTÁNDAR	VALOR-t	VALOR-p
β_0	0,0124	0,0224	0,551	0,5815
β_1	0,1293	0,0773	1,672	* 0,0948
β_2	0,3059	0,0844	3,623	***0,0003
β_3	0,0352	0,0130	2,647	***0,0082

* SIGNIFICATIVO AL 10%; ** SIGNIFICATIVO AL 5%; *** SIGNIFICATIVO AL 1%; **** SIGNIFICATIVO AL 0,1%

Las pruebas estadísticas de diagnóstico aplicadas al modelo LM-2 indican que los residuos son incorrelacionados, homocedásticos (tienen varianza constante en el tiempo) y no siguen una distribución normal.

En el tercer modelo lineal considerado (LM-3) se investiga la posibilidad de relaciones no lineales entre las variables explicativas; para ello, se examina si las interacciones entre todas las variables explicativas son significativas. El cuarto modelo lineal (LM-4) se obtiene del modelo LM-3 usando eliminación backward con el fin de que el modelo final solo conserve aquellas variables individuales e interacciones estadísticamente significativas. La estructura del modelo LM-4, los valores de sus parámetros y los correspondientes estadísticos son presentados en la Tabla II. Los estadísticos de ajuste para los modelos lineales considerados son presentados en la Tabla III.

TABLA II. MODELO LINEAL LM-4.

$$f_t = \beta_0 + \beta_1 \text{NASDAQ}_t + \beta_2 \text{S\&P500}_t + \beta_3 \text{WTI}_t + \beta_4 \text{NASDAQ}_t \\ * \text{TRM}_t + \beta_5 \text{S\&P500}_t * \text{TRM}_t + \beta_6 \text{WTI}_t * \text{TRM}_t \\ + \beta_7 \text{NASDAQ}_t * \text{WTI}_t + \beta_8 \text{S\&P500}_t * \text{WTI}_t$$

PARÁMETRO	VALOR	ERROR ESTÁNDAR	VALOR-t	VALOR-p
β_0	0,0227	0,0226	1,004	0,3157
β_1	0,1368	0,0770	1,776	* 0,0760
β_2	0,2924	0,0841	3,475	**** 0,0005
β_3	0,0311	0,0134	2,324	** 0,0203
β_4	-0,4570	0,1460	-3,129	*** 0,0018
β_5	0,5493	0,1638	3,353	**** 0,0008
β_6	0,0545	0,0240	2,266	** 0,0237
β_7	-0,0913	0,0376	-2,425	* 0,0154
β_8	-0,0758	0,0421	1,802	* 0,0718

* SIGNIFICATIVO AL 10%; ** SIGNIFICATIVO AL 5%; *** SIGNIFICATIVO AL 1%; **** SIGNIFICATIVO AL 0,1%

TABLA III. ESTADÍSTICOS CALCULADOS.

MODELO	ESTIMACIÓN MSE (MAD)	PREDICCIÓN MSE (MAD)
REGRESIÓN LINEAL LM-1	0,5439 (0,4769)	** 0,6187 (0,5128)
REGRESIÓN LINEAL LM-2	0,5438 (0,4763)	0,6212 (0,5162)
REGRESIÓN LINEAL LM-3	** 0,5264 (0,4736)	0,6312 (0,5231)
REGRESIÓN LINEAL LM-4	0,5280 (0,4726)	0,6430 (0,5241)
ANFIS 2-2-2	** 0,5121 (0,4564)	0,6403 (0,5197)
ANFIS 3-2-2	0,5142 (0,4680)	** 0,6156 (0,5132)
ANFIS 2-3-2	0,5283 (0,4661)	0,6246 (0,5038)
ANFIS 2-2-3	0,5267 (0,4741)	0,6261 (0,5198)
ANFIS 3-3-2	0,5350 (0,4736)	0,6301 (0,5134)
ANFIS 3-2-3	0,5588 (0,4764)	0,6261 (0,5107)
ANFIS 2-3-3	0,5347 (0,4740)	0,6411 (0,5123)
ANFIS 3-3-3	0,5230 (0,4628)	0,6198 (0,4954)
BEKIOS 2-2-2	0,5190 (0,4569)	0,6236 (0,5038)
BEKIOS 3-2-2	** 0,5169 (0,5187)	0,6281 (0,5900)
BEKIOS 2-3-2	0,5323 (0,4702)	0,6244 (0,5161)
BEKIOS 2-2-3	0,5253 (0,4794)	0,6363 (0,5235)
BEKIOS 3-3-2	0,5316 (0,4667)	0,6346 (0,5198)
BEKIOS 3-2-3	0,5362 (0,4713)	** 0,6114 (0,5068)
BEKIOS 2-3-3	0,5469 (0,4826)	0,6120 (0,5126)
BEKIOS 3-3-3	0,5516 (0,4679)	0,6259 (0,5086)
HYFIS 2-2-2	0,5520 (0,4890)	** 0,6167 (0,5075)
HYFIS 3-2-2	0,6723 (0,5056)	0,8516 (0,5696)
HYFIS 2-3-2	0,6596 (0,4977)	0,8580 (0,5643)
HYFIS 2-2-3	0,6264 (0,4898)	0,8492 (0,5725)
HYFIS 3-3-2	** 0,5424 (0,4746)	0,6362 (0,5182)
HYFIS 3-2-3	0,5446 (0,4788)	0,6274 (0,5182)
HYFIS 2-3-3	0,5454 (0,4790)	0,6291 (0,5173)
HYFIS 3-3-3	0,5500 (0,4820)	0,6288 (0,5248)
ARNN-1	0,5273 (0,4722)	0,6249 (0,5137)
ARNN-2	0,5297 (0,4708)	0,6339 (0,5078)
ARNN-3	0,5271 (0,4709)	0,6258 (0,5126)
ARNN-4	0,5131 (0,4566)	0,6518 (0,5113)
ARNN-5	0,5037 (0,4518)	0,6254 (0,4997)
ARNN-6	* 0,4924 (0,4468)	* 0,5953 (0,4980)
ARNN-7	0,4746 (0,4383)	0,6120 (0,5118)

* MSE más bajo por columna considerando simultáneamente todos los modelos. ** MSE más bajo por tipo de modelo.

C. Adaptive-network-based fuzzy inference system (ANFIS)

Se consideraron ocho modelos ANFIS que usan como entradas las mismas variables explicativas del modelo LM-2; esto es, el valor actual de los índices de NASDAQ y S&P500 y el precio actual del petróleo WTI. Los modelos difieren en la cantidad de conjuntos borrosos en que se divide el dominio de cada una de las variables de entrada, la cual varía entre 2 y 3 conjuntos borrosos; en este trabajo se usa la notación ANFIS

x-y-z para indicar la cantidad de conjuntos borrosos en que se dividió el dominio de las variables NASDAQ, S&P500 y WTI respectivamente. Los consecuentes de las reglas tienen la misma estructura matemática del modelo LM-2. Los parámetros del modelo fueron calculados mediante optimización numérica usando un algoritmo de segundo orden.

Los estadísticos de ajuste y pronóstico para los ocho modelos ANFIS estimados son presentados en la Tabla I. Se observa que el modelo ANFIS 2-2-2 presenta el menor MSE para la muestra de estimación, mientras que el modelo ANFIS 3-2-2 presenta el menor MSE para la muestra de predicción. Comparando los resultados del modelo ANFIS 2-2-2 respecto al modelo de regresión lineal LM-4, se observa que se reducen los estadísticos de ajuste y pronóstico en un 3,1% y 0,5% respectivamente.

D. Sistema adaptativo neuro-difuso de Bekiros

Al igual que para ANFIS, este modelo neuro-difuso usa como entradas las mismas variables explicativas del modelo LM-2 y se consideran las mismas cantidades de conjuntos borrosos para dividir el dominio de las variables explicativas. Los consecuentes de las reglas tienen la misma estructura matemática del modelo LM-2. Los parámetros de los modelos fueron calculados mediante optimización numérica usando un algoritmo de segundo orden.

Los estadísticos calculados para las muestras de calibración y pronóstico se reportan en la Tabla III. Se observa que el modelo 3-2-2 presenta una reducción del 2% para la muestra de ajuste y del 3,2% para la muestra de pronóstico, respecto al modelo de regresión LM-4. En comparación con ANFIS 2-2-2, este modelo tiene mejor capacidad predictiva (menor MSE), pero tiene un MSE ligeramente superior para la muestra de calibración.

E. Hybrid neural Fuzzy Inference System (HyFIS)

Se usaron las mismas variables de entrada que para los modelos neuro-difusos anteriores y se consideraron las mismas divisiones del dominio de cada una de las variables explicativas. Similarmente, los parámetros fueron calculados usando un algoritmo de optimización de segundo orden.

En la Tabla III se presentan los estadísticos calculados para las muestras de ajuste y pronóstico. Comparando estos modelos con el modelo de regresión LM-4, se observa que HyFIS no reduce los estadísticos para la muestra de calibración, pero, para la muestra de pronóstico presenta una reducción del 4%.

F. Red neuronal autorregresiva

Se consideraron los siguientes modelos de redes neuronales artificiales: los modelos del primer grupo, notados como ARNN-1, ARNN-2 y ARNN-3, usan las mismas variables explicativas del modelo LM-1 y tienen 1, 2 y 3 neuronas en la capa oculta respectivamente.

Los modelos del segundo grupo, notados como ARNN-4, ARNN-5, ARNN-6 y ARNN-7, usan las mismas variables explicativas del modelo lineal con interacciones (LM-4) y

tienen 1, 2, 3 y 4 neuronas en la capa oculta respectivamente. Nótese que para los modelos del segundo grupo, y a diferencia de la mayoría de casos presentados en la literatura, las entradas de la red neuronal están conformadas tanto por cada una de las variables explicativas consideradas como también por las interacciones entre ellas.

Para obtener los parámetros óptimos de cada modelo se optimizó cada red neuronal 50 veces mediante un algoritmo de gradiente descendente de segundo orden partiendo de pesos iniciales aleatorios en el intervalo $[-1, +1]$ y se seleccionó el modelo ARNN con mejores estadísticos de ajuste a la muestra de calibración de parámetros.

Para cada una de las configuraciones consideradas para la red ARNN se estimaron los estadísticos de ajuste y pronóstico, los cuales son reportados en la Tabla III. De los siete modelos de redes neuronales, el que presenta un mejor desempeño es el modelo ARNN-6, el cual reduce los estadísticos de ajuste y pronóstico en un 7% y 8% respectivamente, sobre el modelo de regresión LM-4. El modelo de inferencia difusa que presenta mejores resultados en pronóstico es el modelo neuro-difuso propuesto por Bekiros 3-2-3; al comparar el modelo ARNN-6 contra dicho modelo neuro-difuso, se observa que el ARNN-6 reduce el error en un 5,4% para la muestra de ajuste y del 4,8% para la muestra de pronóstico. Por lo tanto, el modelo ARNN-6 presenta los mejores resultados de los estadísticos de ajuste y pronóstico y el mejor coeficiente de determinación ajustado R^2 .

V. CONCLUSIONES

El pronóstico de índices bursátiles es un tema de gran importancia práctica que se ve dificultado por la complejidad propia de los mercados de valores. En este artículo se analiza la capacidad predictiva de diferentes modelos lineales y no lineales para la predicción del Índice General de la Bolsa de Colombia cuando se usan los índices de los principales mercados accionarios como variables explicativas.

Las principales conclusiones encontradas en este trabajo son las siguientes: Primero, es posible realizar el pronóstico de los rendimientos diarios del IGBC usando información de otros índices de mercados.

Segundo, la relación entre el IGBC y las variables explicativas consideradas es no lineal. Se encontró que el modelo más preciso es una red neuronal artificial autorregresiva; dicha metodología supera en precisión a los modelos de inferencia neuro-difusa considerados.

REFERENCIAS

- [1] K. V. Sujatha and S. M. Sundaram, "Stock index prediction using regression and neural network models under non normal conditions", in *International Conference on Emerging Trends in Robotics and Communication Technologies*, INTERACT-2010, pp. 59-63, 2010.
- [2] R. Vashisth and A. Chandra, "Predicting stock returns in Nifty index: An application of artificial neural network", *International Research Journal of Finance and Economics*, vol. 49, pp. 15-24, 2010.
- [3] Q. Wen, Z. Yang, Y. Song and P. Jia, "Automatic stock decision support system based on box theory and SVM algorithm", *Expert Systems with Applications*, vol. 37, no. 2, pp. 1015-1022, 2010.
- [4] E. Hadavandi, H. Shavandi and A. Ghanbari, "Integration of genetic fuzzy systems and artificial neural networks for stock price forecasting", *Knowledge-Based Systems*, vol. 23, pp. 800-808, 2010.
- [5] L. Wang y Q. Wang, "Stock Market Prediction Using Artificial Neural Networks Based on HLP", in *International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics (IHMSC)*, pp. 116-119, 2011.
- [6] S. D. Bekiros, "Sign Prediction and Volatility Dynamics With Hybrid Neurofuzzy Approaches", *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 22, no. 12, pp. 2353-2362, 2011.
- [7] C. H. Cheng, J. W. Liu and T. H. Lin, "Multi-Factor Fuzzy Time Series Model Based on Stock Volatility for Forecasting Taiwan Stock Index", *Advanced Materials Research*, vols. 211-212, pp. 1119-1123, 2011.
- [8] I. Moosa and L. Li, "Technical and Fundamental Trading in the Chinese Stock Market: Evidence Based on Time-Series and Panel Data", *Emerging Markets Finance and Trade*, vol. 47, no. 1, pp. 23-31, 2011.
- [9] Y. Kara, M. AcarBoyacioglu and O. K. Baykan, "Predicting direction of stock price index movement using artificial neural networks and support vector machines: The sample of the Istanbul Stock Exchange", *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 5, pp. 5311-5319, 2011.
- [10] J.-Z. Wang, J.-J. Wang, Z.-G. Zhang and S.-P. Guo, "Forecasting stock indices with back propagation neural network", *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 11, pp. 4346-4355, 2011.
- [11] E. Guresen, G. Kayakutlu and T. U. Daim, "Using artificial neural network models in stock market index prediction", *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 8, pp. 10389-10397, 2011.
- [12] H. Hwang and J. Oh, "Fuzzy models for predicting time series stock price index", *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 8, no. 3, pp. 702-706, 2010.
- [13] A. Parisi, J. Rebolledo and E. Cornejo, "Modelos de lógica y lógica borrosa en la predicción del IPSA", *Revista de Estudios de Administración*, vol. 13, no. 1, pp. 37-66, 2006.
- [14] L. Abdullah y C. Y. Ling, "A fuzzy time series model for Kuala Lumpur Composite Index forecasting", in *4th International Conference on Modeling, Simulation and Applied Optimization (ICMSAO)*, pp. 1-5, 2011.
- [15] H.-H. Chu, T.-L. Chen, C.-H. Cheng and C.-C. Huang, "Fuzzy dual-factor time-series for stock index forecasting", *Expert Systems with Applications*, vol. 36, no. 1, pp. 165-171, 2009.
- [16] H. J. Teoh, C.-H. Cheng, H.-H. Chu and J.-S. Chen, "Fuzzy time series model based on probabilistic approach and rough set rule induction for empirical research in stock markets", *Data & Knowledge Engineering*, vol. 67, no. 1, pp. 103-117, 2008.
- [17] C. Cheng, T. Chen, H. Teoh and C. Chiang, "Fuzzy time-series based on adaptive expectation model for TAIEX forecasting", *Expert Systems with Applications*, vol. 34, no. 2, pp. 1126-1132, 2008.
- [18] S.-M. Chen and C.-D. Chen, "TAIEX Forecasting Based on Fuzzy Time Series and Fuzzy Variation Groups", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 19, no. 1, pp. 1-12, 2011.
- [19] J.-R. Chang, L.-Y. Wei and C.-H. Cheng, "A hybrid ANFIS model based on AR and volatility for TAIEX forecasting", *Applied Soft Computing*, vol. 11, no. 1, pp. 1388-1395, 2011.
- [20] L.-Y. Wei, T.-L. Chen and T.-H. Ho, "A hybrid model based on adaptive-network-based fuzzy inference system to forecast Taiwan stock market", *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 11, 2011.
- [21] M. A. Boyacioglu and D. Avci, "An Adaptive Network-Based Fuzzy Inference System (ANFIS) for the prediction of stock market return: The case of the Istanbul Stock Exchange", *Expert Systems with Applications*, vol. 37, no. 12, pp. 7908-7912, 2010.
- [22] G. S. Atsalakis and K. P. Valavanis, "Forecasting stock market short-term trends using a neuro-fuzzy based methodology", *Expert Systems with Applications*, vol. 36, no. 7, pp. 10696-10707, 2009.
- [23] S. D. Bekiros, "Fuzzy adaptive decision-making for boundedly rational traders in speculative stock markets", *European Journal of Operational Research*, vol. 202, no. 1, pp. 285-293, 2010.
- [24] B. B. Nair, N. M. Dharini and V. P. Mohandas, "A Stock Market Trend Prediction System Using a Hybrid Decision Tree-Neuro-Fuzzy System", in *International Conference on Advances in Recent Technologies in Communication and Computing (ARTCom)*, pp. 381-385, 2010.
- [25] T. Ansari, M. Kumar, A. Shukla, J. Dhar and R. Tiwari, "Sequential combination of statistics, econometrics and Adaptive Neural-Fuzzy Interface for stock market prediction", *Expert Systems with Applications*, vol. 37, no. 7, pp. 5116-5125, 2010.

- [26] G. S. Atsalakis and K. P. Valavanis, "Surveying Stock Market Forecasting Techniques - Part I: Conventional Methods", *Journal of Computational Optimization in Economics and Finance*, vol. 2, no. 1, pp. 45-92, 2010.
- [27] G. S. Atsalakis and K. P. Valavanis, "Surveying stock market forecasting techniques - Part II: Soft computing methods", *Expert Systems with Applications*, vol. 36, no. 3, pp. 5932-5941, 2009.
- [28] S.-H. Lee y J. S. Lim, "Forecasting KOSPI based on a neural network with weighted fuzzy membership functions", *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 4, pp. 4259-4263, 2011.
- [29] A. Esfahanipour y P. Mardani, "An ANFIS model for stock price prediction: The case of Tehran stock exchange", in *International Symposium on Innovations in Intelligent Systems and Applications (INISTA)*, pp. 44-49, 2011.
- [30] T. Yu and K. Huarng, "A bivariate fuzzy time series model to forecast the TAIEX", *Expert Systems with Applications*, vol. 34, no. 4, pp. 2945-2952, 2008.
- [31] I.-H. Kuo, S.-J. Horng, Y.-H. Chen, R.-S. Run, T.-W. Kao, R.-J. Chen, J.-L. Lai y T.-L. Lin, "Forecasting TAIEX based on fuzzy time series and particle swarm optimization", *Expert Systems with Applications*, vol. 37, no. 2, pp. 1494-1502, 2010.
- [32] D.M. Rivera, "Modelación del efecto del día de la semana para los índices accionarios de Colombia mediante un modelo STARGARCH", *Revista de Economía del Rosario*, vol. 12, no. 1, pp. 1-24, 2009.
- [33] E.D. Cruz, J. H. Restrepo y P. Medina, "Pronóstico del Índice General de la Bolsa de Valores de Colombia usando redes neuronales", *Scientia et Technica*, vol. 15, no. 41, pp. 129-134, 2009.
- [34] H. Fernández, "EGARCH: un modelo asimétrico para estimar la volatilidad de series financieras", *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, vol. 9, no. 16, pp. 49-60, 2010.
- [35] J.C. Alonso and J.C. García, "¿Qué tan buenos son los patrones del IGBC para predecir su comportamiento?: una aplicación con datos de alta frecuencia", *Estudios Gerenciales*, vol. 25, no. 112, pp. 13-36, 2009.
- [36] Toro E.M and Molina A, "Pronóstico de la de la bolsa de valores empleando técnicas inteligentes", *Tecnura*, vol. 9, no 18, pp. 57-66, 2006.
- [37] Jang, J.-S.R., "ANFIS: adaptive-network-based fuzzy inference system," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol.23, no.3, pp.665-685, May/Jun 1993
- [38] J. Kim and N. Kasabov, "HyFIS: adaptive neuro-fuzzy inference systems and their application to nonlinear dynamical systems", *Neural Networks*, vol. 12, no. 9, pp. 1301-1319, 1999.
- [39] H. White, "An additional hidden unit test for neglected nonlinearity in multilayer feedforward networks", in *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*, vol 2, pp. 451-455. Washington, DC, IEEE Press, NY., 1989.
- [40] T.-H. Lee, H. White and C.W.J. Granger, "Testing for neglected nonlinearity in time series models", *Journal of Econometrics*, vol. 56, pp. 269-290, 1993.
- [41] T. Teräsvirta, C.-F. Lin, and C.W.J. Granger, "Power of the neural network linearity test", *Journal of Time Series Analysis*, vol. 14, pp. 209-220, 1993.

modeling and forecasting in energy markets; nonlinear time-series analysis and forecasting using statistical and computational intelligence techniques; and optimization using metaheuristics.



Adriana Arango received the Bs. Eng the Engineering degree in Electronic Engineering in 2008, from the Universidad Pontificia Bolivariana, Medellín. She has engineering specialist graduate degree in 2010 and received the M.S. degree in Management Engineering in 2012, both of them from the Universidad Nacional de Colombia, Medellín. Currently, she is an assistant professor in the Strategic Science Department, Universidad Pontificia Bolivariana, Medellín, Colombia. She is a researcher in financial engineering and artificial intelligence.



Juan D. Velásquez received the Bs. Eng the Engineering degree in Civil Engineering in 1994, the MS degree in Systems Engineering in 1997, and the PhD degree in Energy Systems in 2009, all of them from the Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia. From 1994 to 1999, he worked for electricity utilities and consulting companies within the power sector and since 2000 for the Universidad Nacional de Colombia. Currently, he is a Professor in the Computing and Decision Sciences Department, Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia. His research interests include: simulation,