

دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

پروژه کنترل خطی

باربد طاهرخانی ۴۰۱۲۰۴۹۳

فهرست مطالب

| | | |
|-------|------------------------------|----|
| ۱ | سوال اول | ۲ |
| ۱.۱ | رسم نمودار بودی | ۲ |
| ۲ | سوال دوم | ۳ |
| ۱.۲ | نوع سیستم | ۳ |
| ۲.۲ | مرتبه سیستم | ۴ |
| ۳.۲ | میزان تاخیر سیستم | ۵ |
| ۴.۲ | کمینه فاز بودن سیستم | ۵ |
| ۳ | سوال سوم | ۶ |
| ۱.۳ | روش تحلیلی | ۶ |
| ۲.۳ | بخش امتیازی | ۹ |
| ۱.۲.۳ | استفاده از <i>GUI</i> | ۱۰ |
| ۴ | سوال چهارم | ۱۲ |
| ۱.۴ | بهره مجاز | ۱۲ |
| ۵ | سوال پنجم | ۱۳ |
| ۱.۵ | پاسخ پله | ۱۴ |
| ۲.۵ | طراحی <i>PI</i> یا <i>PD</i> | ۱۴ |
| ۱.۲.۵ | طراحی دستی | ۱۴ |
| ۲.۲.۵ | طراحی با متلب | ۱۵ |
| ۶ | سوال ششم | ۱۷ |
| ۱.۶ | کنترلر نهایی | ۲۱ |
| ۲.۶ | طراحی با متلب | ۲۲ |
| ۷ | سوال هفتم | ۲۳ |
| ۱.۷ | بخش اول | ۲۳ |
| ۲.۷ | بخش دوم | ۲۶ |
| ۱.۲.۷ | تابع متمم حساسیت | ۲۶ |
| ۲.۲.۷ | کنترلر حساسیت | ۲۶ |
| ۳.۲.۷ | پاسخ پله | ۲۸ |
| ۴.۲.۷ | <i>control effort</i> | ۲۸ |

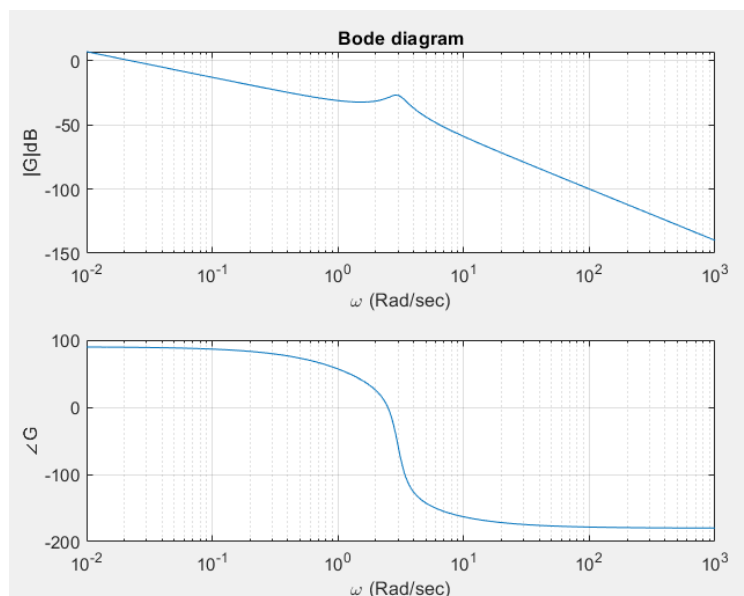
۱ سوال اول

داده های استخراج شده را با استفاده از دستور *semilog* رسم می کنیم فقط قبلش داده های اندازه را تبدیل به دسی بل می کنیم.

```
1 subplot(2,1,1);
2 db=20*log10(Data.magnitude);
3 semilogx(Data.omega,db);
4 title('Bode diagram')
5 xlabel('\omega (Rad/sec)');
6 ylabel('|G|dB');
7 grid on;
8 subplot(2,1,2);
9 semilogx(Data.omega,Data.phase);
10 xlabel('\omega (Rad/sec)');
11 ylabel('\angle G');
12 grid on;
```

Code 1: Bode Data

۱.۱ رسم نمودار بودی

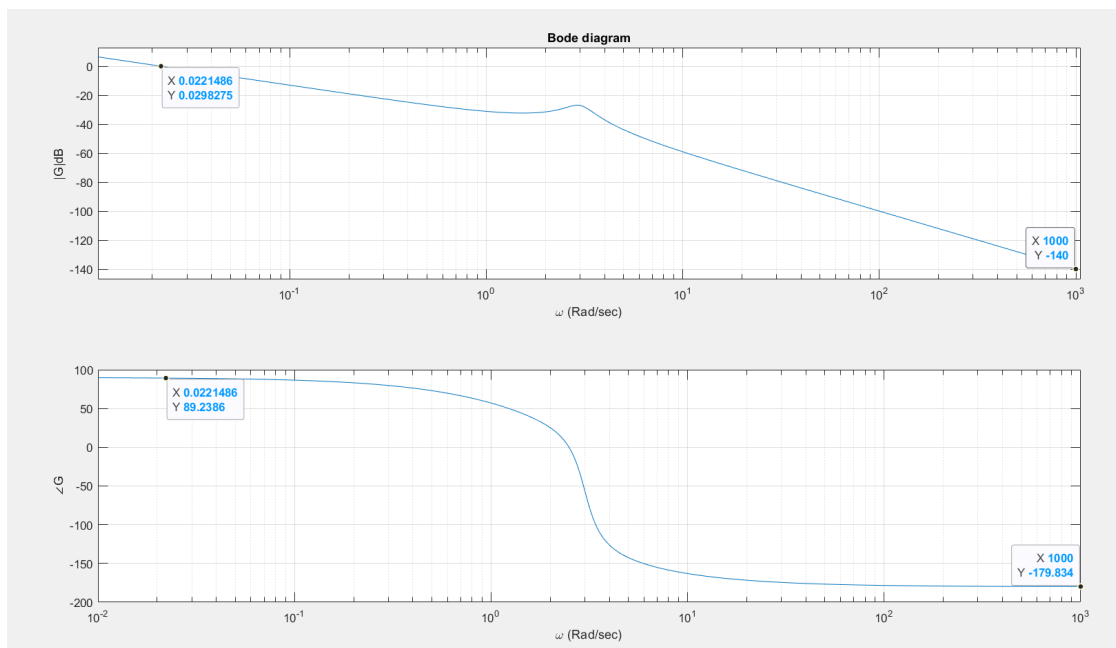


شکل ۱: نمودار بودی دیتا

۲ سوال دوم

۱.۲ نوع سیستم

روی نمودار سیستم فرکانس گذر بهره و فاز را پیدا می کنیم تا حاشیه فاز و بهره را مشخص کنیم.



شکل ۲: حاشیه فاز و بهره

فرکانس گذر بهره :

$$|G| = 0 \rightarrow \omega_g = 0.02214$$

فرکانس گذر بهره کوچکی داریم پس سیستم کند است و میتوانیم همین فرکانس را روی نمودار فاز پیدا کنیم تا حاشیه فاز را بدست آوریم :

$$\angle G = 89.23 \rightarrow Pm = 180 + 89.23 = 269.23$$

$$Pm = -90.77$$

فرکانس گذر فاز :

$$\angle G = -180 \rightarrow \omega_p = \infty$$

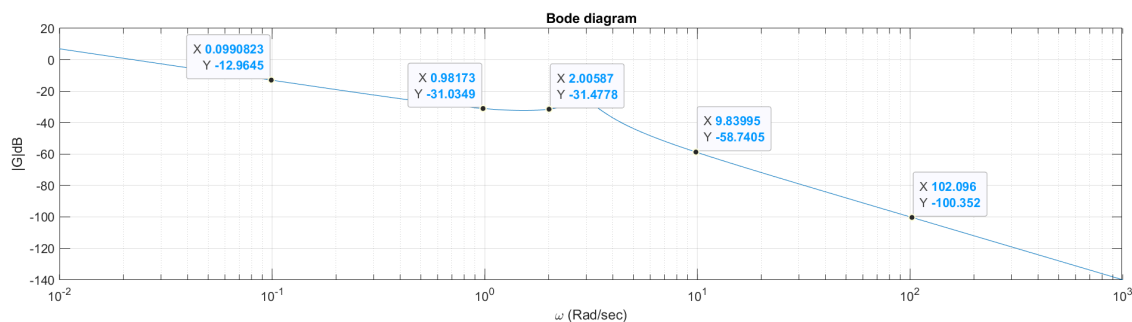
در بی نهایت به فاز منفی 180 می رسیم پس :

$$Gm = \infty$$

با توجه که اینکه حاشیه فاز کوچکتر است از صفر است سیستم ناپایدار است. و بخاطر شیب اولیه منفی بیست تیپ یک است.

۲.۲ مرتبه سیستم

برای پیدا کردن مرتبه سیستم که همان تعداد قطب سیستم است کافی است ببینیم شیب نمودار بهره چگونه تغییر کرده



شکل ۳: شیب در نمودار بهره

$$\omega = 10^{-1} \text{ to } \omega = 10^0$$

شیب نمودار در این بازه:

$$-31.08 + -12 = -20\text{dB/Decade}$$

پس یک قطب در این فرکانس داریم که قطب در مبدا است، سراغ بازه بعدی میرویم:

$$\omega = 10^0 \text{ to } \omega = 2$$

شیب نمودار در این بازه:

$$-31.034 + 31.47 = 0\text{dB/Decade}$$

پس یک صفر وجود دارد که بعلاوه بیست دسی بل شیب صفر میشود. به سراغ بازه بعدی میرویم:

$$\omega = 10^1 \text{ to } \omega = 10^2$$

شیب نمودار در این بازه:

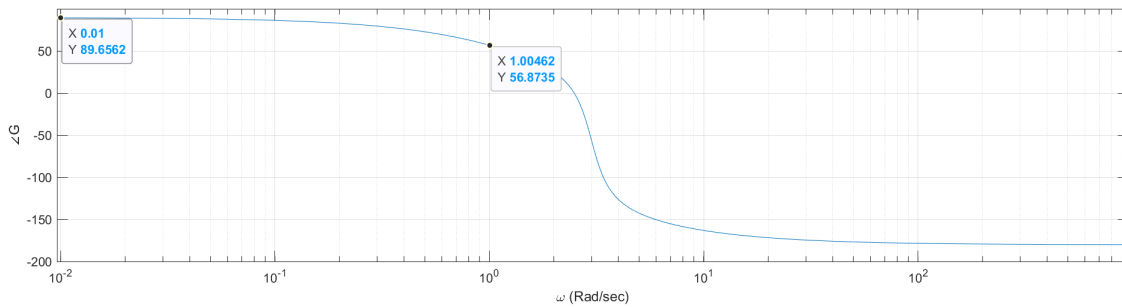
$$-108 + 58 = -40\text{dB/Decade}$$

پس دو قطب دیگر در بین این فرکانس هست و در نهایت همین شیب تا آخر می ماند پس در کل یک صفر و سه قطب داریم پس مرتبه سیستم 3 است.

۳.۲ میزان تاخیر سیستم

میزان تاخیر سیستم در نمودار فاز در واقع باعث کاهش فاز به اندازه $t_d\omega$ می شود پس:

$$t_d = \frac{d\phi}{d\omega}$$



پس برای پیدا کردن تاخیر اختلاف فاز در دو فرکانس مختلف را پیدا می کنیم یک جورایی شیب معادله خط واصل این دو را پیدا می کنیم:

$$\omega = 0 \rightarrow \phi = 90$$

$$\omega = 1 \rightarrow \phi = 56.87$$

حالا باید جفت پارامترها از جنس رادیان باشند پس:

$$t_d = \frac{(90 - 56.87)2\pi/360}{0 - 1} = -0.578 \text{ sec}$$

تقریبا نیم ثانیه تاخیر در این سیستم حاکم است.

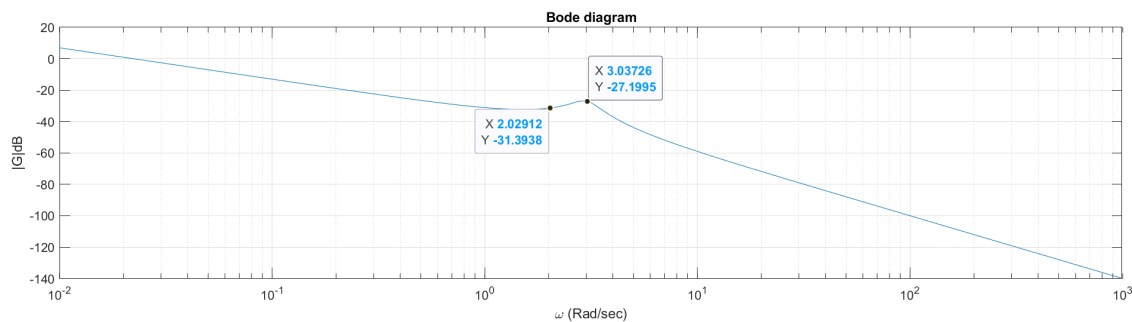
۴.۲ کمینه فاز بودن سیستم

باید ببینیم صفر غیر کمینه فاز داریم یا خیر، دلیل دیگر وجود صفر اختلاف فاز 270 درجه ای فرکانس پایین و بالا است که با سه قطب که یکیش در مبدا است توجیه نمیشود. یک قطب در مبدا در همه جا منفی درجه اختلاف فاز ایجاد میکند البته فاز از مثبت نود شروه شدع که این اختلاف فاز 180 درجه ای حاکم بر سیستم را نشان میدهد. که دو قطب در سیستم تنها -180 درجه اختلاف ایجاد میکند پس نیاز به منفی نود درجه دیگر اختلاف فاز است که این یا با یک قطب پایدار یا با یک صفر غیر کمینه فاز توجیه میشود، وجود قطب رد میشود چون در نمودار بهره شیب فرکانس بالا -40dB است که اگر قطب دیگر داشتیم با وجود چهار قطب شیب فرکانس بالا باید -80dB میشد ولی این صفر است که باعث میشود با وجود سه قطب شیب منفی چهل بشود پس این فاز منفی نود که به ان احتیاج داریم با صفر غیر کمینه فاز توجیه میشود. پس با وجود صفر غیر کمینه فاز سیستم نیز غیر کمینه فاز است.

۳ سوال سوم

۱.۳ روش تحلیلی

از سوال دوم فهمیدیم که سه قطب پایدار و یک صفر غیر کمینه فاز داریم حالا باید نقاط شکست در نمودار بهره را پیدا کنیم:



شکل ۴: نقاط شکست در نمودار بهره

خب در فرکانس های پایین شیب $-20dB$ است این وجود s در مخرج را نشان میدهد بعد یک نقطه شکست در نقطه دو داریم که شیب را صفر می کند که اثبات کردیم از نمودار فاز که منفی نود درجه ایجاد باید بکند این صفر غیر کمینه فاز است پس یک $s-2$ در صورت داریم یک نقطه شکست در فرکانس ۳ داریم بعد شیب بصورت -40 بخاطر وجود اورشوت کوچکی هم که دارد ζ نزدیک به صفر دارد نخست فرض میکنیم $\zeta = 0.5$ بصورت $s^2 + 3s + 9$ در مخرج است پس بطور کلی تابع تبدیل بصورت زیر است.

$$G = \frac{K(s-2)}{s(s^2 + 3s + 9)}$$

حالا به سراغ پیدا کردن k میرویم اگر نمودار بهره را برای $K = 1$ رسم کنیم:
و با نمودار اصلی مقایسه کنیم: در فرکانس صفر نمودار اصلی بهره $6dB$ ولی در $K = 1$ بهره ما در فرکانس صفر $26dB$ است پس گینی مناسب پیدا میکنیم که در فرکانس صفر بهره دلخواه را بدهد:

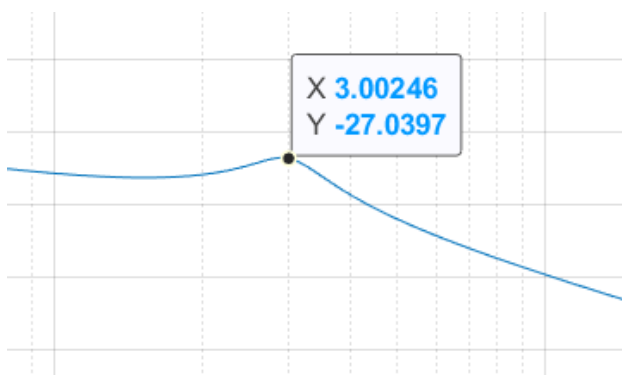
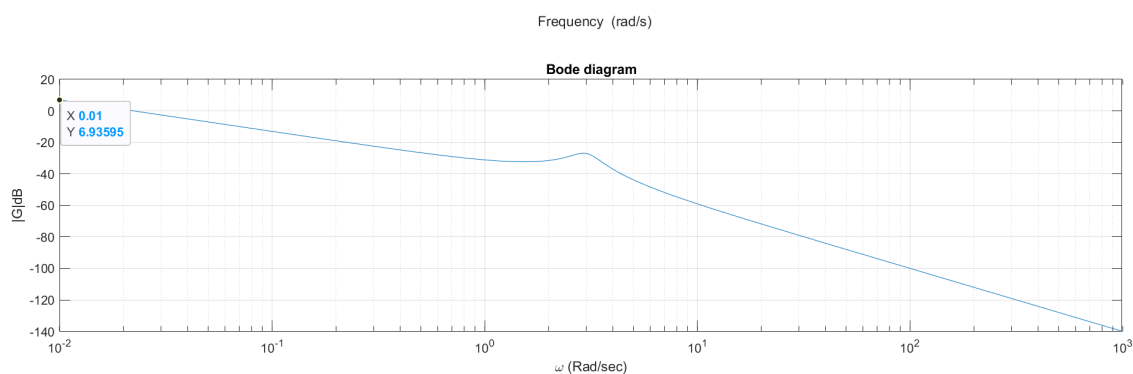
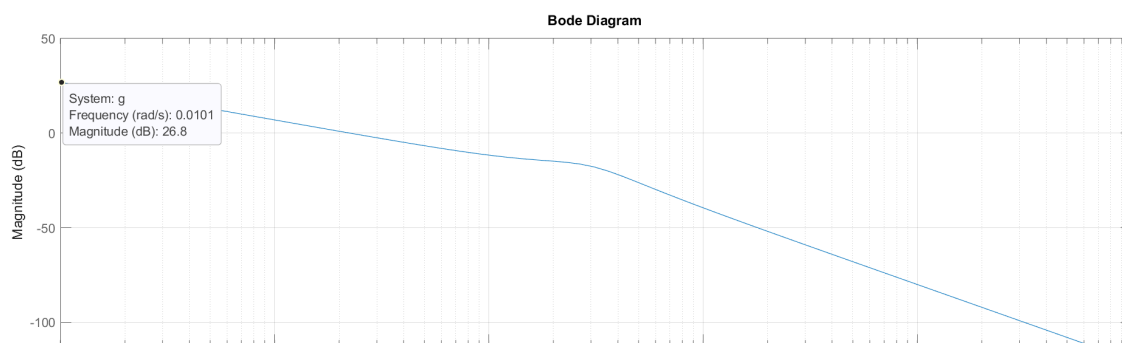
$$6dB = 20 \log(K) + 26dB$$

$$k = 0.1$$

با پیدا کردن گین باید ζ مناسب پیدا کنیم زیرا ان اورشوت لازم را سیستم حدس زده شده ندارد تابع تبدیل را بصورت زیر در نظر بگیرید:

$$G = \frac{0.1(s-2)}{s(s^2 + \alpha s + 9)}$$

حالا بهره را در فرکانس سه در نمودار اصلی پیدا می کنیم:



بهره برابر $-27dB$ است، از این طریق α را پیدا میکنیم:

$$|G(3)|dB = -27 \rightarrow |G(3)| = 0.0446683$$

$$s = j\omega$$

$$\frac{0.1\sqrt{\omega^2 + 4}}{\omega(\sqrt{\alpha^2\omega^2 + (9 - \omega^2)^2})} = 0.04466$$

در ازای $\omega = 3$

$$\alpha = \frac{\sqrt{13}}{0.4466 * 9} = 0.8967$$

الفا تقریبا 0.9 میشود و $\zeta = 0.15$ است.

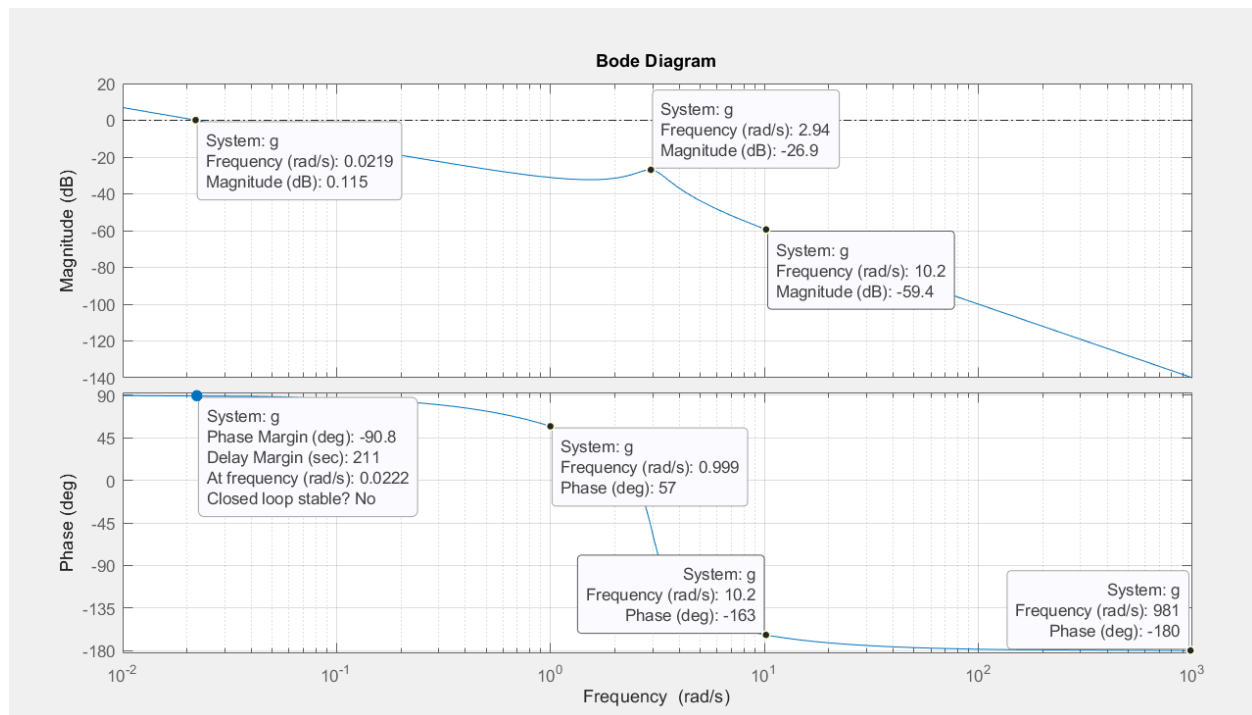
فرم کلی تابع تبدیل

$$G = \frac{0.1(s - 2)}{s(s^2 + 0.9s + 9)}$$

و فرم استاندارد برابر است با (گین منفی که در سوال دوم به ان اشاره شد حالا دیده میشود):

$$G = \frac{\frac{-2}{90}(1 - 0.5s)}{s(\frac{s^2}{9} + 0.1s + 1)}$$

نمودار بودی سیستم حدس زده شده:



۲.۳ بخش امتیازی

حال همین تابع تبدیل را با استفاده از متلب بدست می آوریم : (مرتبه و تعداد صفر سیستم را در سوال دوم ۳ بدست آوردیم).

```

1 % Extract data
2 omega = Data.omega; % Angular frequency (rad/sec)
3 magnitude = Data.magnitude; % Magnitude
4 phase_deg = Data.phase; % Phase in degrees
5
6 % Convert phase from degrees to radians
7 phase_rad = deg2rad(phase_deg);
8
9 % Create a frequency response model using Bode data
10 H = magnitude .* exp(1i * phase_rad); % Frequency response
11
12 % Create a frequency response model in FRD (Frequency Response Data) format
13 sys_frd = idfrd(H, omega, 0);
14
15 % Identify the transfer function from frequency response data
16 den = 3; % Denominator order
17 num = 1; % Numerator order
18 sys_tf = tfest(sys_frd, den, num);
19
20 % Display the estimated transfer function
21 disp('Transfer Function:');
22 sys_tf

```

Code 2: Find transfer function

تابع تبدیل بدست آمده:

$$\text{sys_tf} = \frac{0.1 s - 0.2}{s^3 + 0.9 s^2 + 9 s}$$

شکل ۵: تابع تبدیل متلب

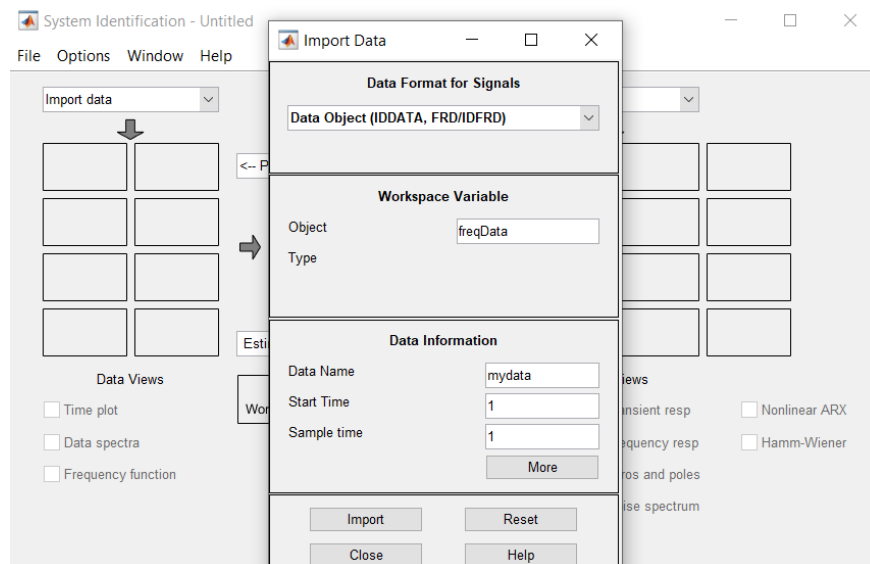
۱.۲.۳ استفاده از GUI

برای استفاده از این روش این کد را می زنیم:

```
1 omega = Data.omega;
2 magnitude = Data.magnitude;
3 phase_deg = Data.phase;
4
5 phase_rad = deg2rad(phase_deg);
6
7 H = magnitude .* exp(1i * phase_rad);%freq response
8 %FRD (Frequency Response Data)
9 freqData=frd(H,omega,0);
```

Code 3: Find transfer function

در گام بعد در کامندویندو *systemIdentification* را تایپ میکنیم این صفحه باز می شود بعد گزینه *Data object* را می زنیم و *freqData* را انتخاب می کنیم. بعد انتخاب روی گزینه *transfer function*



Estimate را می زنیم فقط قبلش تعداد قطب و صفر سیستم که در سوال دو پیدا کردیم را میگذاریم و در نهایت روی سیگنال خروجی کلیک میکنیم تا تابع تبدیل مورد نظر را دریافت کنیم و میتوانیم با *export* آن را در *workspace* داشته باشیم.

Model Structure Estimation Options

Model name

Orders and Domain

Number of poles

Number of zeros

☒ Continuous-time
☐ Discrete-time (0 seconds) ☐ Feedthrough

► Delay

Help Estimate Close

Model name:

Color:

From input "u1" to output "y1":

$$0.1 s - 0.2$$

$$s^3 + 0.9 s^2 + 9 s$$

 Name: tf1
 Continuous-time identified transfer function.
 Parameterization:
 Number of poles: 3 Number of zeros: 1

Diary and Notes

```
% Details about Estimation Data
% Import   freqData

% Transfer function estimation
Options = tfestOptions;
Options.Display = 'on';
Options.InitialCondition = 'zero';

tf1 = tfest(freqData, 3, 1, Options)
```

Show in LTI Viewer

Present Export Delete Close Help

۴ سوال چهارم

برای استفاده از روش راث معادله مشخصه سیستم را بدست می آوریم :

$$Close\ Loop \rightarrow \frac{KL(s)}{1 + KL(s)}$$

$$1 + KL(s) = 1 + \frac{K(0.1s - 0.2)}{s^3 + 0.9s^2 + 9s} \rightarrow \Delta(s) = s^3 + 0.9s^2 + (9 + 0.1K)s - 0.2K$$

جدول راث:

| | | |
|-------|---------------|------------|
| s^3 | 1 | $9 + 0.1K$ |
| s^2 | 0.9 | $-0.2K$ |
| s^1 | $8.1 + 0.29K$ | 0 |
| s^0 | $-0.2K$ | 0 |

همه سطر ها باید مثبت باشند :

$$-0.2K > 0 \rightarrow K < 0$$

$$8.1 + 0.29K \rightarrow K > -27.93$$

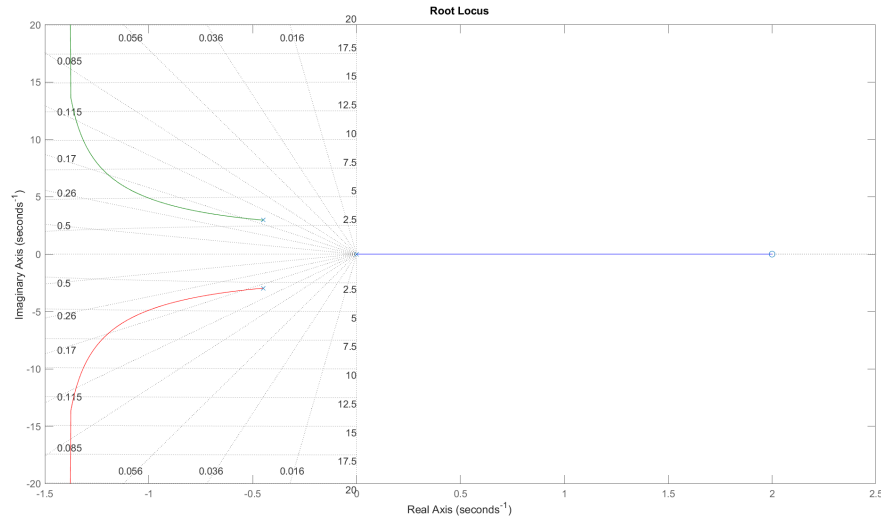
در نتیجه اشتراک این دو :

۱.۴ بهره مجاز

$$-27.93 < K < 0$$

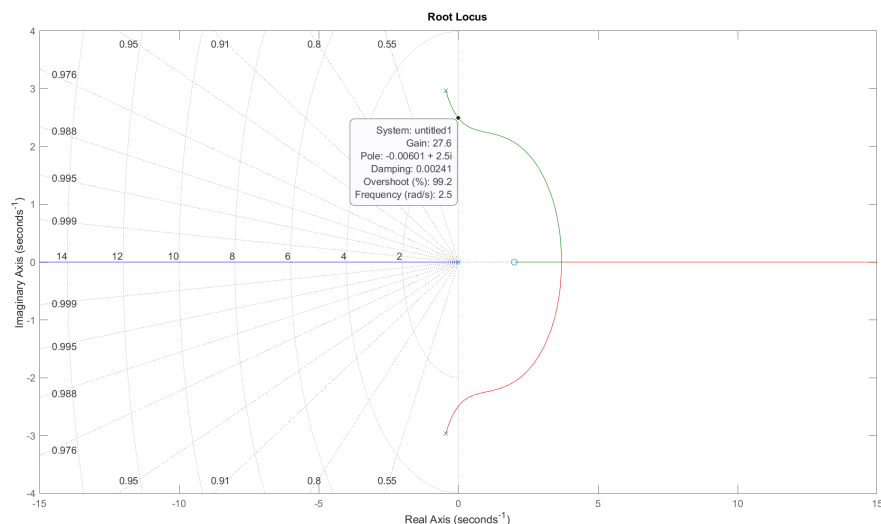
۵ سوال پنجم

مکان هندسی سیستم را به ازای $K > 0$ رسم می کنیم:



شکل ۶: مکان هندسی $K > 0$

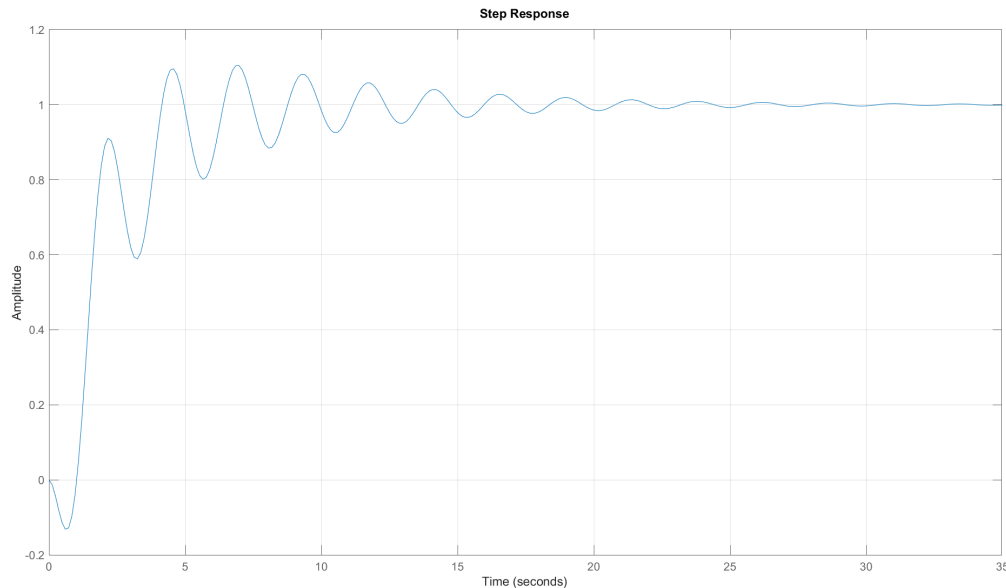
همان جور که مشاهده می کنید به دلیل صفر غیر کمینه فاز، قطب روی مبدا در ازای افزایش بهره به سمت صفر می رود و همیشه این قطب در حالت حلقه بسته ناپایدار و سمت راست محور موهومی است. پس با کنترلر تناسبی یا همان بهره ثابت نمیشود این سیستم را پایدار کرد مگر اینکه بیایم و $K < 0$ بگیریم، مکان هندسی را به ازای K منفی رسم می کنیم:



شکل ۷: مکان هندسی $K < 0$

۱.۵ پاسخ پله

خب همون جور که می بینید در ازای $-27.93 < K < 0$ سیستم پایدار است برای نمونه پاسخ پله به ازای $K = -20$ را رسم میکنیم:



آندرشوت اولیه بخاطر صفر غیر کمینه فاز است و تاخیر سیستم را نشان می دهد.

۲.۵ طراحی PI یا PD

۱.۲.۵ طراحی دستی

با گین مثبت که امکان طراحی وجود ندارد بخاطر صفر غیر کمینه فاز که قطب در مبدا سمتش می رود پس می آییم برای نمونه یک کنترلر PI با گین منفی طراحی میکنیم :

$$k = -14$$

همان جور که می بینید فرکانس گذر بهره:

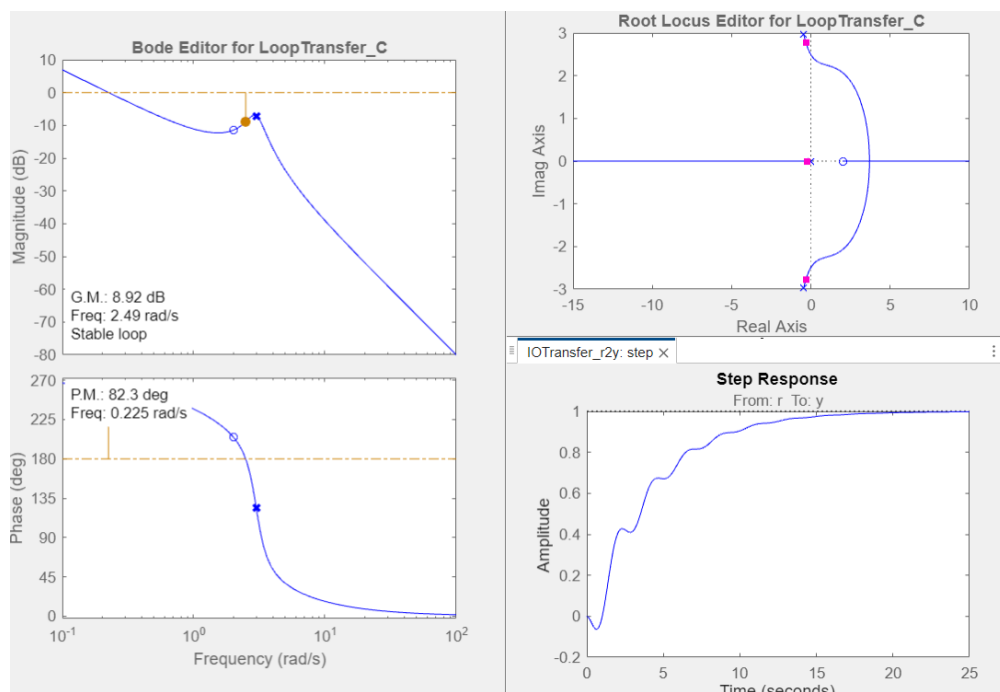
$$\omega_g = 0.225$$

کنترلر PI :

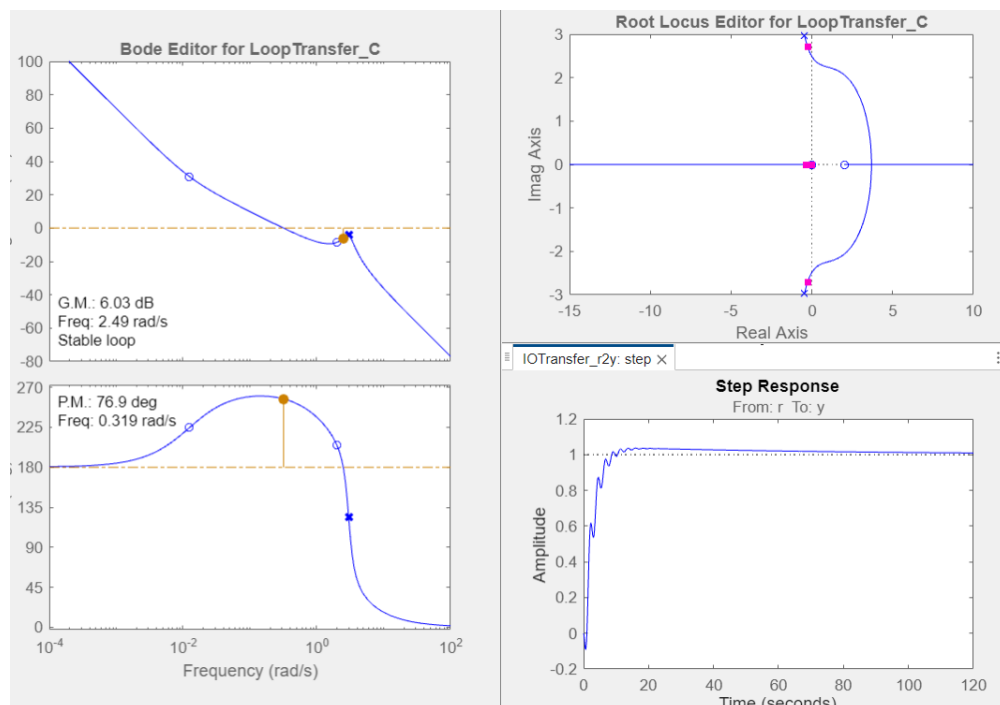
$$C = 1 + \frac{\epsilon\omega}{s}, \epsilon = 0.05$$

$$-14\left(1 + \frac{0.0125}{s}\right)$$

میشود برای سریع کردن هم یک PD گذاشت



شکل ۸: مشخصات سیستم با بهره ثابت



شکل ۹: مشخصات سیستم با کنترلر

۲.۲.۵ طراحی با متلب

با *pdtuning* شرایط دلخواه را می‌گیریم و کنترلر تحویل می‌گیریم:

Compensator

C

=

-0.05639 x

$(1 + 2.1e+02s)$

s

Select Loop to Tune

LoopTransfer_C

+

Specifications

Tuning method

Robust response time

Controller Type:

PID

☐ Design with first order derivative filter

Design mode:

Time

<<

>>

Slower

Response Time

Faster

7.411

↺

Aggressive

Transient Behavior

Robust

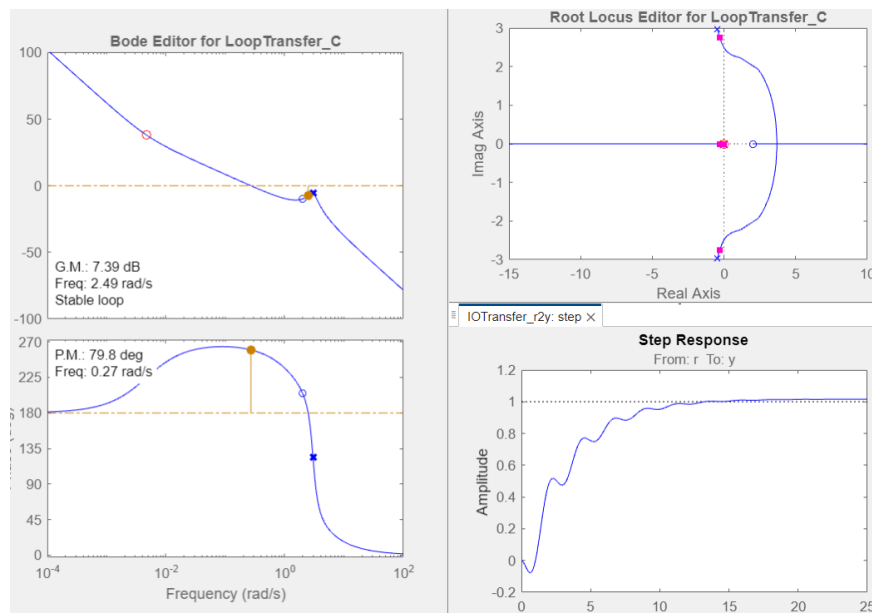
0.8365

Help

Update Compensator

Close

شکل ۱۰: کنترلر دلخواه



شکل ۱۱: مشخصات سیستم

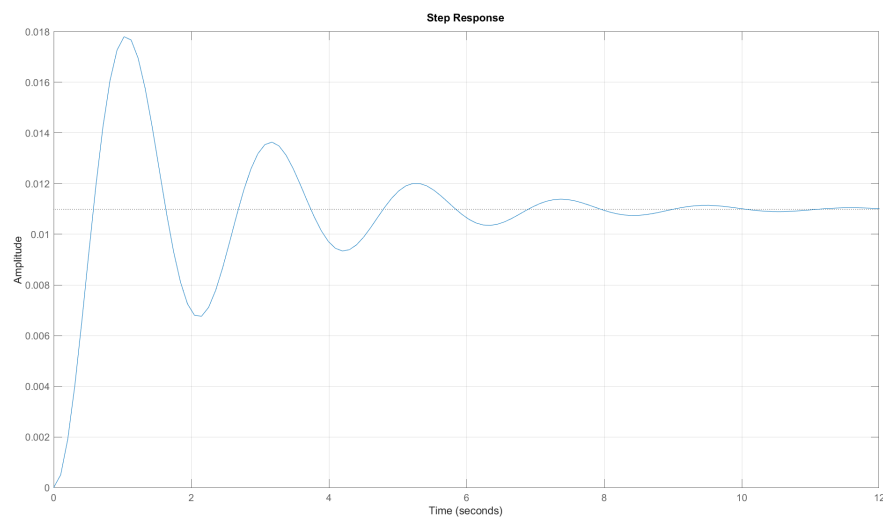
۶ سوال ششم

با حذف کردن این موارد سیستم باقی مانده بصورت زیر می شود:

$$G = \frac{0.1}{s^2 + 0.9s + 9}$$

پاسخ پله

پاسخ پله این سیستم بصورت زیر است:



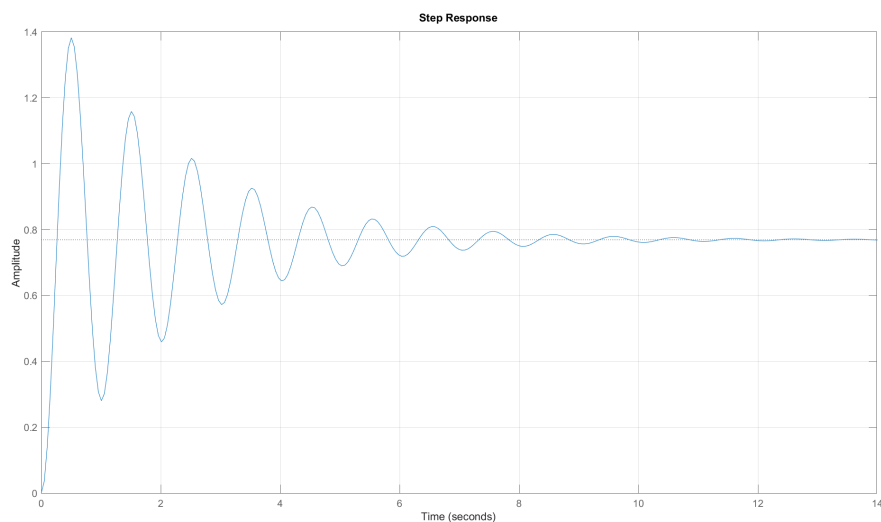
همان جور که میبینید خطای ماندگارش فاجعه است علاوه بر آن نیاز داریم اورشوت بین 10 تا 15

درصد باشد. . زمان نشست ده ثانیه باشد.
اول با یک بهره ثابت سعی میکنیم خطا را بهبود دهیم سعی میکنیم خطای ماندگار را تا 0.7 مقدار یک برسانیم.

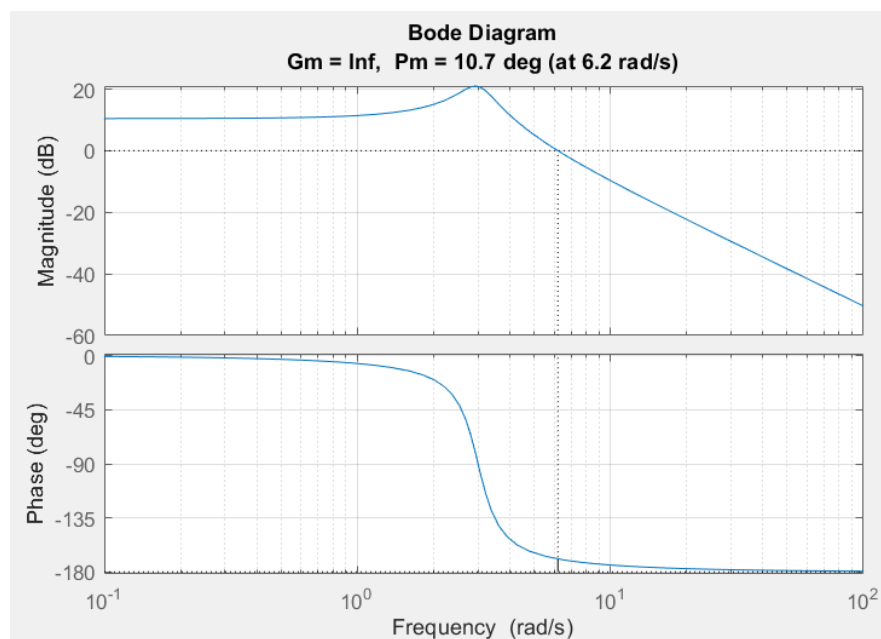
$$\frac{1}{1 + K_p} = \frac{1}{1 + K \frac{0.1}{9}} = 0.3$$

$$K = 300$$

پاسخ پله سیستم با این کنترلر تناسبی:



حالا نوبت تصحیح اورشوت و زمان نشست است، بودی این سیستم جدید را رسم میکنیم :



اورشوت ده درصد باشد یعنی :

$$10 = 100e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$\ln(0.1) = \frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} = -2.30$$

$$5.3 = \frac{\pi^2\zeta^2}{1-\zeta^2}$$

$$\zeta^2 = 0.36 \rightarrow \zeta = 0.6$$

مقدار فازی که باید به سیستم اضافه گردد برابر است با :

$$\phi = 100\zeta = 60$$

$$\phi_m = 60 - 10 + \epsilon = 55$$

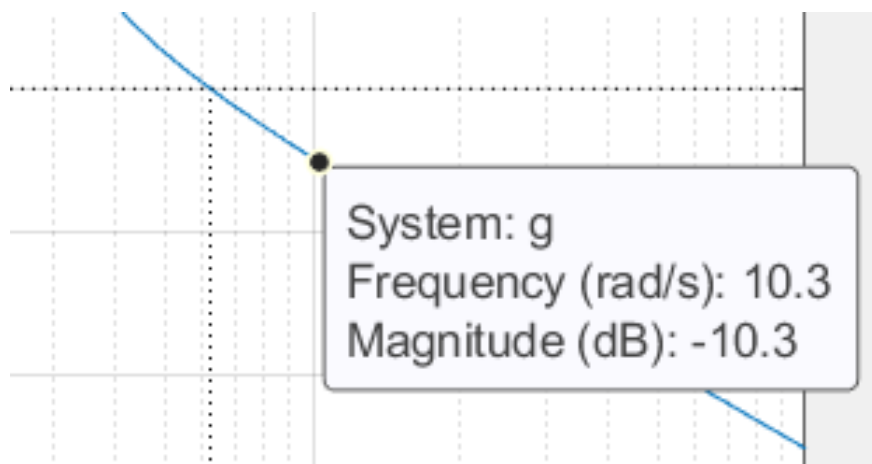
پس اول یک پیش فاز طراحی می کنیم:

$$\alpha = \frac{1 - \sin\phi_m}{1 + \sin\phi_m}$$

$$\phi_m = 55 \rightarrow \alpha = 10$$

فرکانسی را پیدا کنید:

$$20 \log G(\omega) = -10 \log \alpha$$



شکل ۱۲: فرکانس مورد نظر

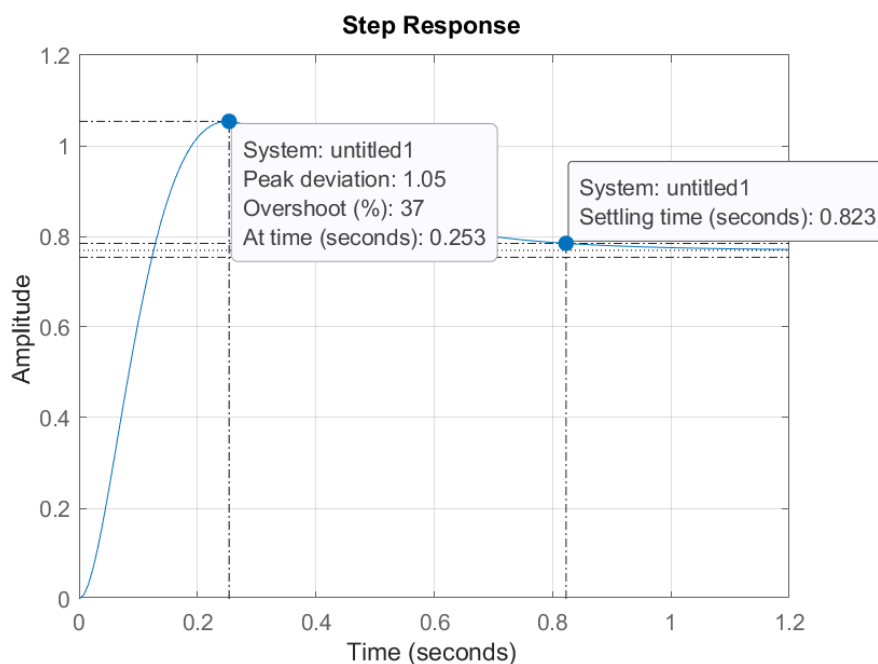
$$T = \frac{1}{\omega\sqrt{\alpha}}$$

$$T = \frac{1}{10 \times 3.1} = 0.035$$

کنترلر برابر است با:

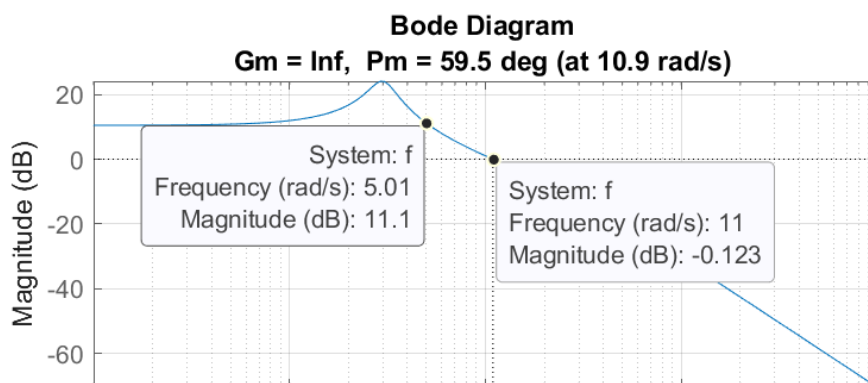
$$\frac{1 + 0.35s}{1 + 0.035s}$$

خروجی :



شکل ۱۳: پاسخ پله با پیش فاز

زمان نشست بسیار خوب است ولی مشکل اورشوت است پس یک پس فاز طراحی می کنیم تا با کم کردن پهنای باند به جواب دلخواه برسیم.



شکل ۱۴: فرکانس گذر بهره

برای کم کردن اورشوت فرکانس گذر بهره را از ده می اوریم روی پنج. پس یک لید طرح می کنیم که :

$$20 \log \alpha + |G(\omega)|_{dB} = 0$$

$$\alpha = 10^{-0.5} = 0.316$$

در ادامه :

$$\frac{1}{\alpha T} = \frac{\omega}{10}$$

$$T = 6.32$$

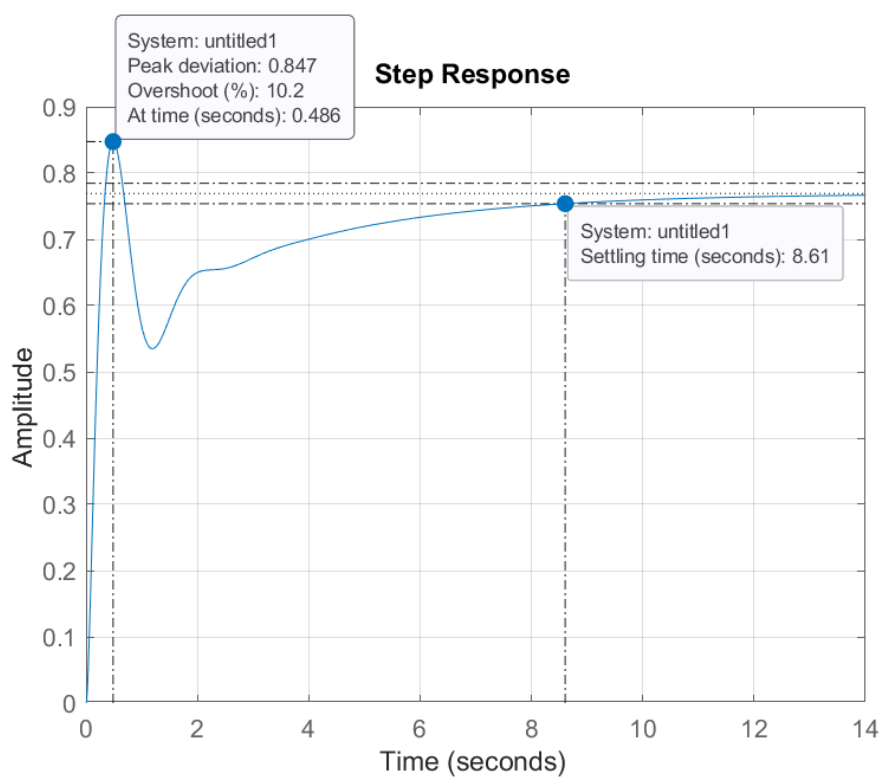
پس فاز برابر میشود:

$$\frac{1 + 2s}{1 + 6.32s}$$

۱.۶ کنترلر نهایی

بصورت لید لگ است :

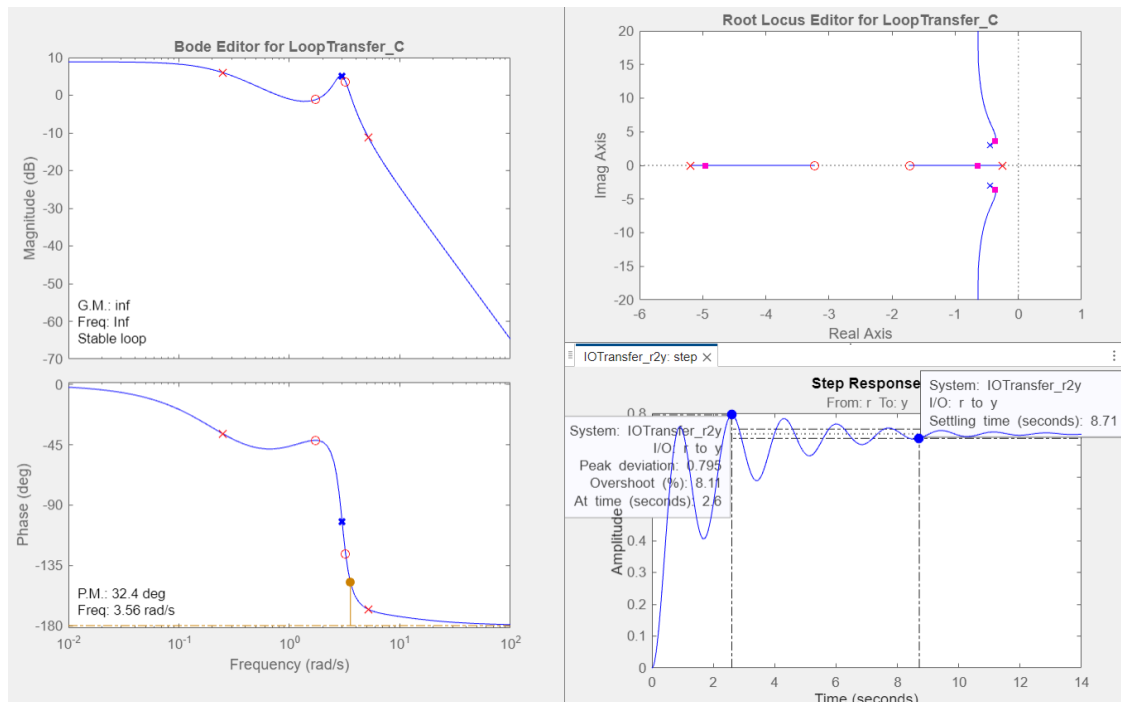
$$300 \frac{1 + 2s}{1 + 6.32s} \frac{1 + 0.35s}{1 + 0.035s}$$



شکل ۱۵: پاسخ پله نهایی

۲.۶ طراحی با متلب

در *sisotool* سیستم را تعریف می کنیم و با گذاشتن لید سرعت خوب بدست می آوریم و با سعی و خط و گذاشتن پس فاز با قطب نزدیک مبدا اورشوت را بهبود می دهیم :



شکل ۱۶: خروجی در *sisotool*

کنترلر با متلب:

```
Tunable Block
Name: C
Sample Time: 0
Value:
      0.19275 (s+1.724) (s+3.231)
      -----
      (s+5.191) (s+0.2483)
```

شکل ۱۷: کنترلر با متلب

البته گین 300 که اول گذاشتیم در این کنترلر لحاظ نشده چون جزو سیستم در نظرش گرفتیم در واقع کنترلر اصلی یک گین سیصد در این کنترلر ضرب میشود.

۷ سوال هفتم

۱.۷ بخش اول

برای بدست آوردن خطای زیر دو درصد :

$$E = \frac{1}{K_v}$$

$$K_v = \frac{1}{\frac{0.1(s-2)}{(s^2+0.9s+9)}}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} K_v = \frac{1}{-0.2/9} = \frac{1}{50}$$

انتخاب بهره ثابت :

$$\frac{-9}{0.2K} = \frac{1}{50}$$

$$K = -2250$$

ولی ناپایدار میشود چون K محدود است پس می اییم یک قطب دقیقاً روی صفر غیر کمینه فاز انتخاب می کنیم و یک جفت صفر مختلط انتخاب می کنیم که قطب ها را سمت چپ نگه داریم :

The screenshot shows a software interface for designing a control system. At the top, the transfer function is displayed as:

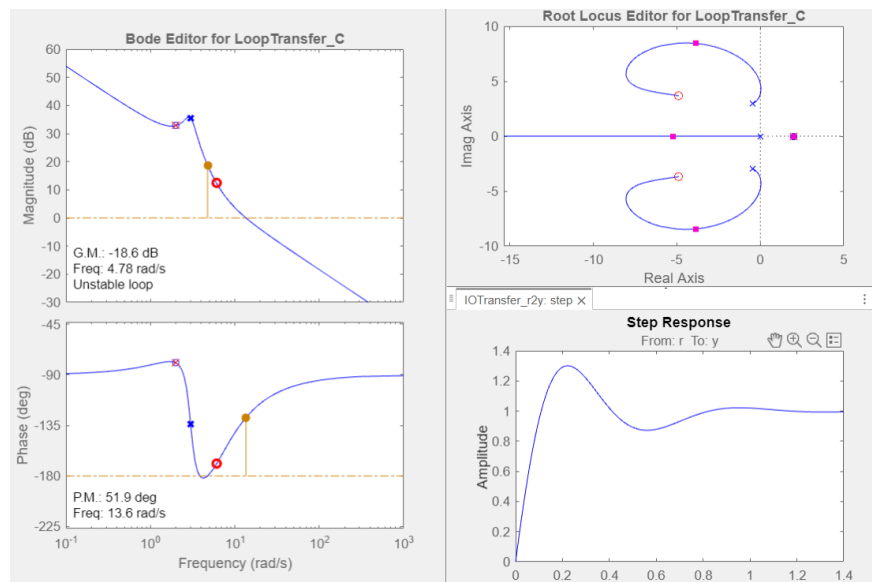
$$C \times \frac{(1 + 0.26s + (0.16s)^2)}{(1 - 0.5s)}$$

Below this, there is a "Pole-Zero" section with a table of dynamics:

| Type | Location | Damping | Frequency |
|--------------|-----------------|---------|-----------|
| Real Pole | 2 | -1 | 2 |
| Complex Zero | -4.88 +/- 3.68i | 0.799 | 6.11 |

Below the table, there is a "Location" input field with the value 2. At the bottom, there are "Help" and "Cancel" buttons.

شکل ۱۸: کنترلر

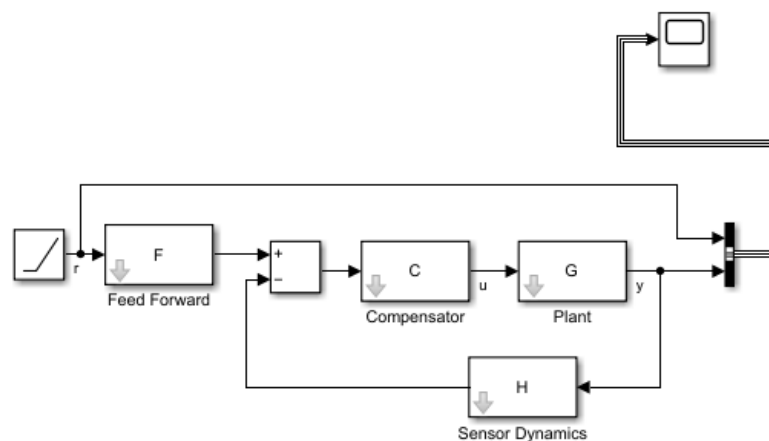


شکل ۱۹: مشخصات سیستم

البته این کار در واقعیت نمیشود به دو دلیل ۱. ناپایداری داخلی ایجاد میکند ۲. در واقعیت محل دقیق قطب و صفرها دقیقا همان چیزی که نیست در شبیه سازی است. پس برای اینکه خطا را کمتر از دو درصد کنیم می آییم تیپ سیستم را بالا ببریم تا به ورودی شیب خطای ماندگار کم شود. برای طراحی کنترل PI فرکانس گذر بهره را مشخص می کنیم که ۰.۰۲ است که این کنترلر را در سوال پنج طراحی کردیم با توجه به همان کنترلر خروجی شیب برابر است با :

$$-14\left(1 + 0. \frac{0.0125}{s}\right)$$

خروجی شیب:



شکل ۲۰: سیستم در سیمولینک



شکل ۲۱: پاسخ شیب

۲.۷ بخش دوم

برای تابع حساسیت نخست باید تابع متمم حساسیتی پیشنهاد دهیم از انجایی که یک صفر غیر کمینه فاز در دو داریم باید پهنای باند کمتر از دو باشد بخاطر قضیه تشک آبی پس فرکانس گذر بهره را یک میگیریم و از آنجا که درجه نسبی سیستم دو و یک صفر غیر کمینه فاز داریم

۱.۲.۷ تابع متمم حساسیت

$$T_d = \frac{\frac{s}{t} + 1}{(s + 1)^3}$$

$$T_d(2) = 0 \rightarrow t = -2$$

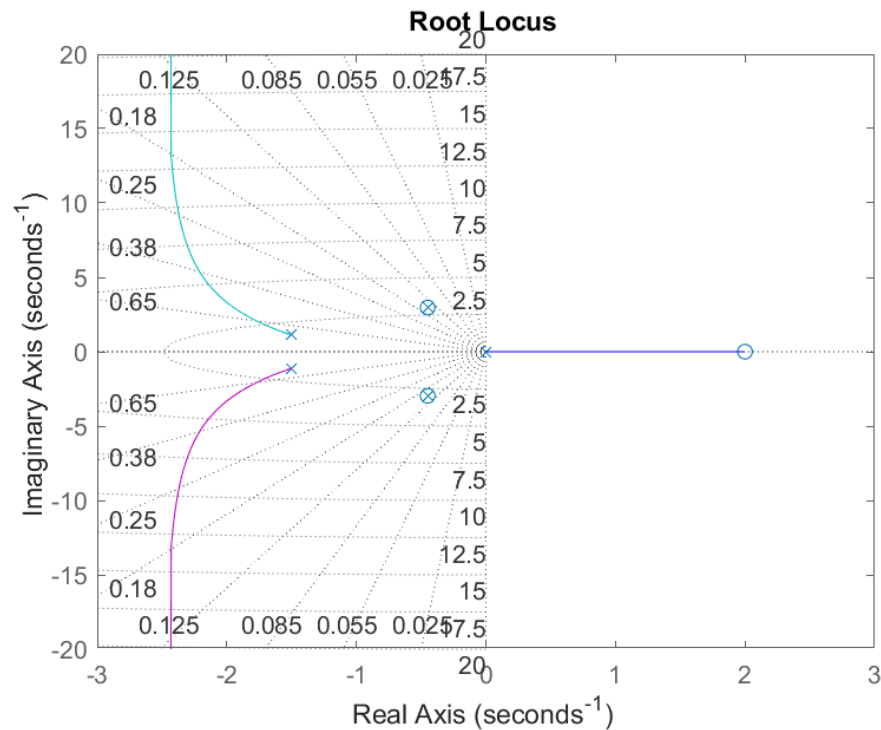
$$T_d = \frac{\frac{-s}{2} + 1}{(s + 1)^3}$$

$$S_d = 1 - T_d = \frac{s^3 + 3s^2 + 3.5s}{(s + 1)^3}$$

۲.۲.۷ کنترلر حساسیت

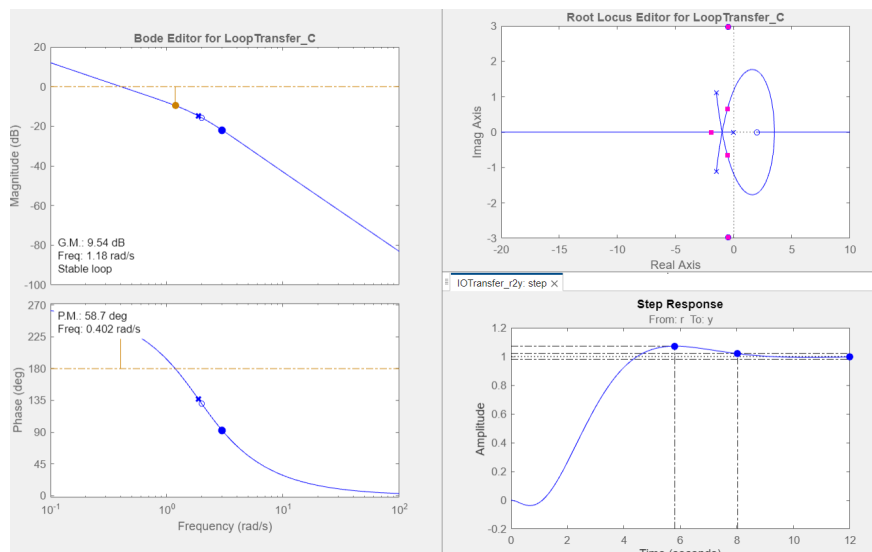
$$C = \frac{T}{S \times P} = K \frac{s^3 + 0.9s^2 + 9s}{s^3 + 3s^2 + 3.5s}$$

برای پیدا کردن بهره و شرایط دلخواه از مکان هندسی استفاده میکنیم، به ازای $K > 0$:



این کنترلر به ازای بهره مثبت همیشه ناپایدار است پس سراغ بهره منفی می رویم و با ازمون و خطا یا با کمک *sisotool* به پاسخ دلخواه میرسیم:

$$K = -5.7$$



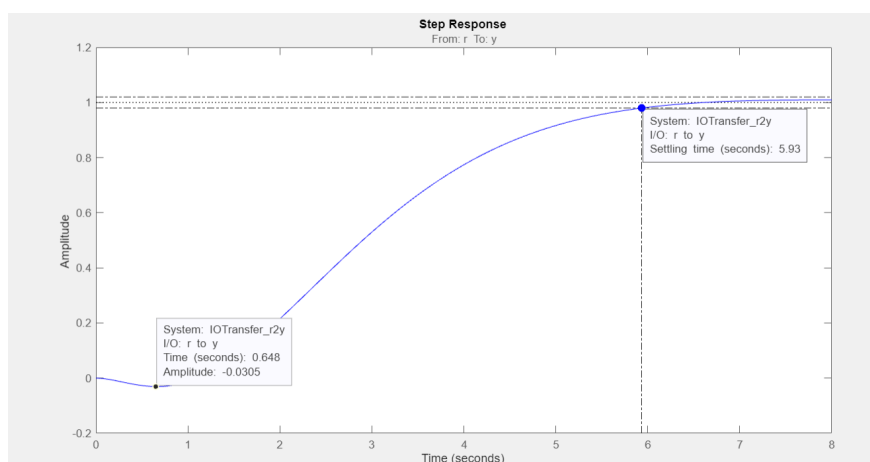
شکل ۲۲: به کمک *sisotool* بهره لازم را پیدا می کنیم

۳.۲.۷ پاسخ پله

کنترلر ما برابر است با:

$$C = -5.7 \frac{s^3 + 0.9s^2 + 9s}{s^3 + 3s^2 + 3.5s}$$

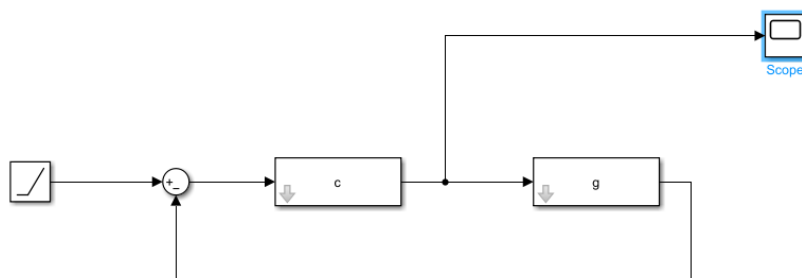
درصد اندر شوت ۳ درصد و در ۵.۹۳ ثانیه به جواب می‌رسیم. که شرایط مسئله را ارضا می‌کند.



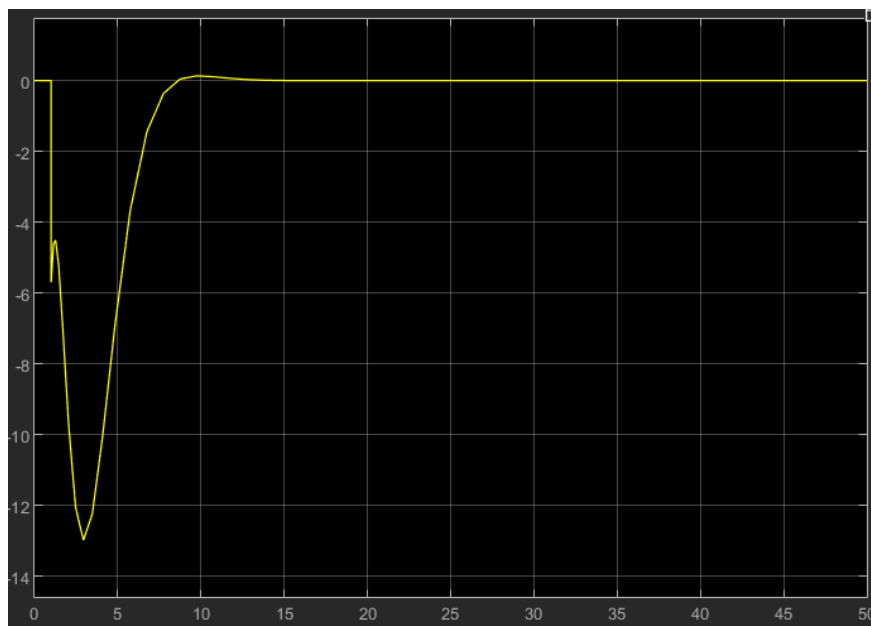
شکل ۲۳: پاسخ پله حساسیت

۴.۲.۷ *control effort*

در سیمولینک سیستم را پیاده می‌کنیم و از بعد کنترلر خروجی یا اسکوپ می‌گیریم تا تلاش کنترلی به ورودی پله و شیب را مشاهده نماییم.

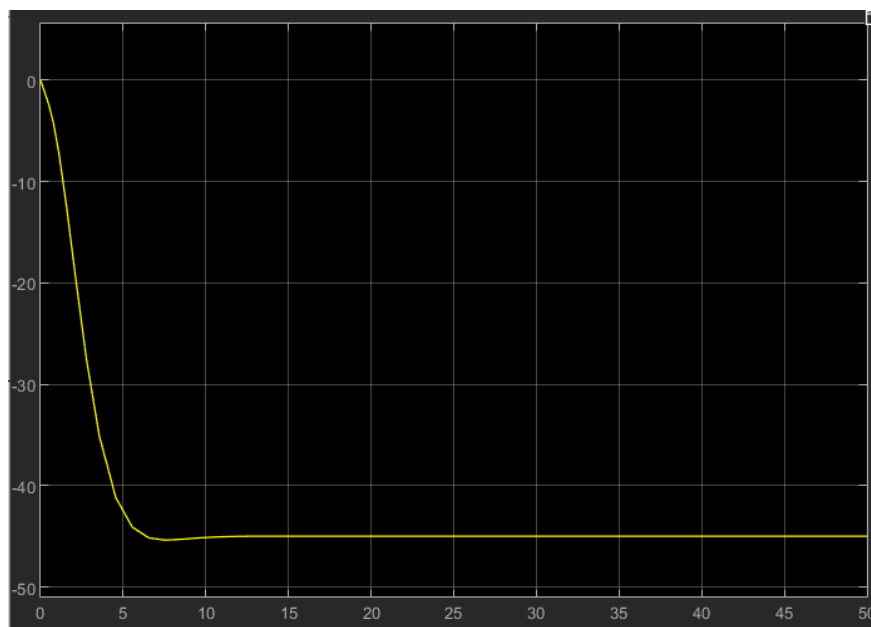


تلاش کنترلی پله:



همان جور که می بینید یک اندرشوت نسبتاً بزرگی دارد. و در حالت ماندگار خطای صفر را داریم البته این را از تیپ سیستم که یک هست میشد پیشبینی کرد.

تلاش کنترلی شیب:



این نمودار نشان میدهد که خطا در حالت ماندگار صفر نخواهد شد.