



سیستم های کنترل فطی

فصل اول: مقدمه

در این فصل با چند مثال بیولوژیکی، اجتماعی و صنعتی با سیستم کنترل، اجزای آن، نمایش‌های فیزیکی و نمودار بلوكی و اهداف سیستم کنترل آشنایی شویم. سپس اهمیت استفاده از فیدبک و اعجاز آن در رسیدن به اهداف سه‌گانه همزمان را مورد بررسی قرار داده و سپس ساختارهای مختلف سیستم‌های کنترل را معرفی می‌کنیم. در بخش دوم این فصل نمایش‌های مختلف نمودار بلوكی، نمودار گذر سیگنال SFG و نمایش فضایی حالت را بررسی نموده با مثال‌های متنوع (وش ساده سازی دستی و با استفاده از ابزارهای کامپیوتراً) را بررسی خواهیم نمود.





به چشم انداز
کسب مهارت های لازم
در تحلیل و طراحی سیستم های کنترل خطی
خوش آمدید



در باره گروه رباتیک ارس

گروه رباتیک ارس از ۱۳۷۶ و با بیش از ۲۴ سال تجربه، خدمات خود را در گسترش آموزش مهندسی و پژوهش در لیه های دانش را در زمینه تحلیل و طراحی سیستم های دینامیکی در کاربرد رباتیک ارائه می دهد. **گروه رباتیک ارس** به خوبی توسط کارشناسان صنعتی، پژوهشگران و شخصیت های علمی دانش آموخته خود و همچنین با سوابق فراوان موفق پروژه های تحقیق و توسعه خود در سراسر کشور و در جوامع علمی بین المللی شناخته می شود. مهمترین پشتونه این گروه ظرفیت نیروی انسانی وسیع گروه است که تمام سعی و اهتمام خود را به گسترش دانش و فناوری معطوف نموده اند. یکی از مهمترین اهداف گروه استفاده از این پتانسیل ها به منظور گسترش ارتباطات آکادمیک و صنعتی در سطح ملی و بین المللی است. ماموریت گروه رباتیک ارس توسعه پهنه دانش و تعمیق کیفیت آموزش و پژوهش در یک محیط پویا و شاداب است.

عناوین فصل



پیشگفتار

سیستم کنترل چیست، اجزای سیستم کنترل، نمایش فیزیکی و نمودار بلوکی

۱

اعجاز فیدبک

مقایسه سیستم حلقه باز و حلقه بسته، بررسی همزمان اهداف تنظیم یا ردیابی، رفع اثر اغتشاش و عدم حساسیت به شناخت دقیق سیستم

۲

ساختارهای مختلف سیستم کنترل

سیستم حلقه باز، سیستم حلقه بسته، سیستم حلقه بسته با کنترلگر پیش خور، سیستم حلقه بسته با دو کنترلگر آبشاری، سیستم حلقه بسته آبشاری با دو خروجی، سیستم حلقه بسته با فیدبک حالت

۳

نمایش مدل در سیستم‌های کنترل

معادلات دیفرانسیل خطی غیر متغیر با زمان AT ، مروری بر تبدیل لاپلاس، ویژگی‌های تبدیل لاپلاس، استفاده از تبدیل لاپلاس در نمایش سیستم‌های کنترل خطی، تعیین پاسخ کامل سیستم با تبدیل لاپلاس

۴

نمایش نمودار بلوکی

اجزای نمودار بلوکی، اتصالات نمودار بلوکی، ساده سازی نمودار بلوکی
مثال‌های ساده سازی

۵

نمودار گذار سیگنال SFG

نمادها و اجزای SFG، قانون بهره Mason در حالت کلی و در حالت خاص، مثال‌های ساده سازی، مدل سازی موتور DC مغناطیس دائم، نمایش فضای حالت

۶

در این فصل با چندین مثال بیولوژیکی، اجتماعی و صنعتی با سیستم کنترل، اجزای آن، نمایش‌های فیزیکی و نمودار بلوکی و اهداف سیستم کنترل آشنا می‌شویم. سپس اهمیت استفاده از فیدبک و اعجاز آن در رسیدن به اهداف سه گانه همزمان را مورد بررسی قرار داده و سپس ساختارهای مختلف سیستم‌های کنترل را مرور می‌کنیم. در بخش دوم این فصل نمایش‌های مختلف نمودار بلوکی، نمودار گذار سیگنال SFG و نمایش فضای حالت را بررسی نموده با مثال‌های متنوع (وش ساده سازی دستی و با استفاده از ابزارهای کامپیوتری) را بررسی خواهیم نمود.

سیستم کنترل چیست؟

شگفت انگیز ترین سیستم کنترل: انسان

✓ دویدن

بهینه سازی زمان در دوی ۱۰۰ متر

بهینه سازی مصرف انرژی در دوی ماراتون

✓ حرکات دست

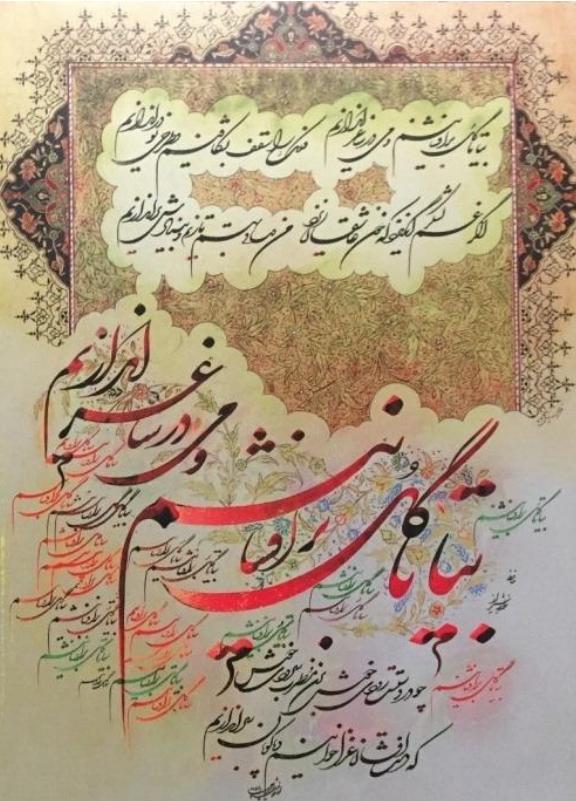
کنترل همزمان دست و چشم در گرفتن اجسام متحرک

مهار توپ توسط دروازه باز

خوشنویسی

اهداف کنترل

تغییه و کارایی سیستم

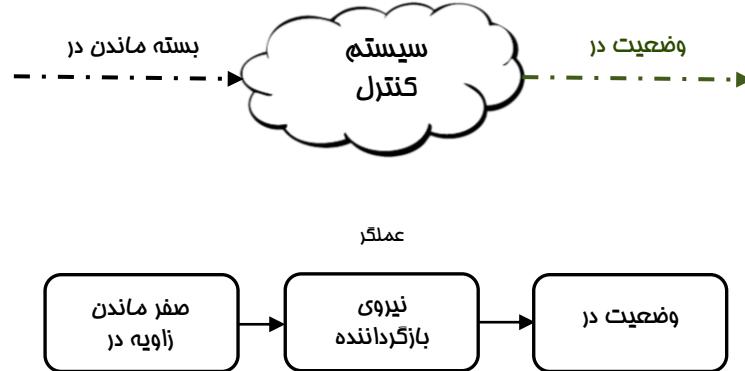


سیستم کنترل چیست؟

- نمونه ای ساده

✓ بسته نگهدارتن در (هدف تنظیم)

✓ سیستم حلقه باز



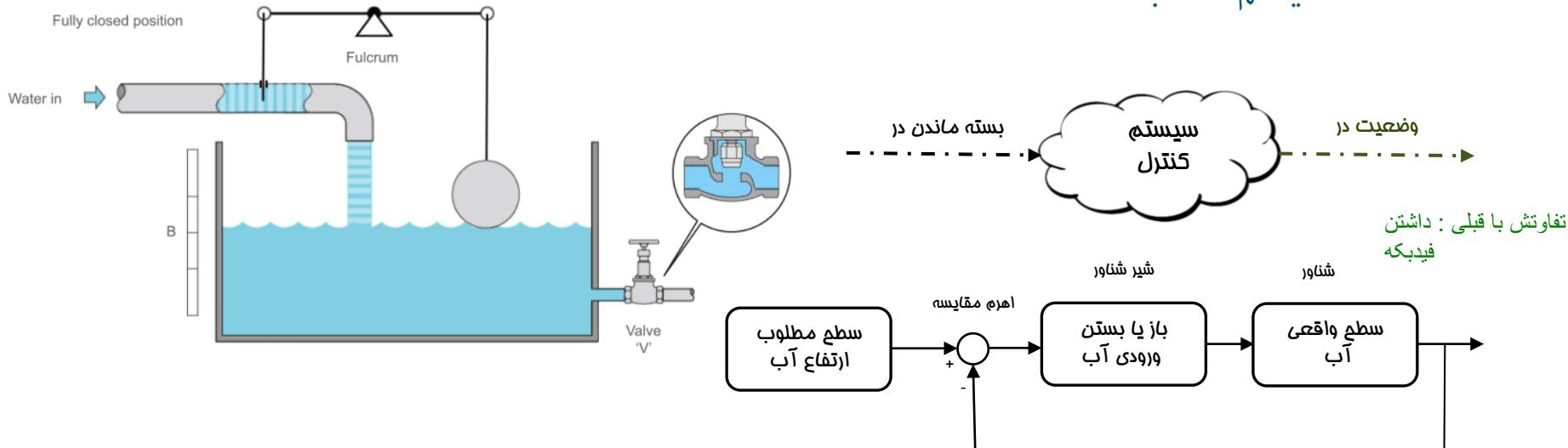
برگرفته از این [بیوند](#)

سیستم کنترل چیست؟

• نمونه ای ساده

✓ کنترل اتوماتیک سطح آب در یک مخزن یا کولر آبی

✓ سیستم حلقه بسته



برگرفته از این [بیوند](#)

سیستم کنترل چیست؟

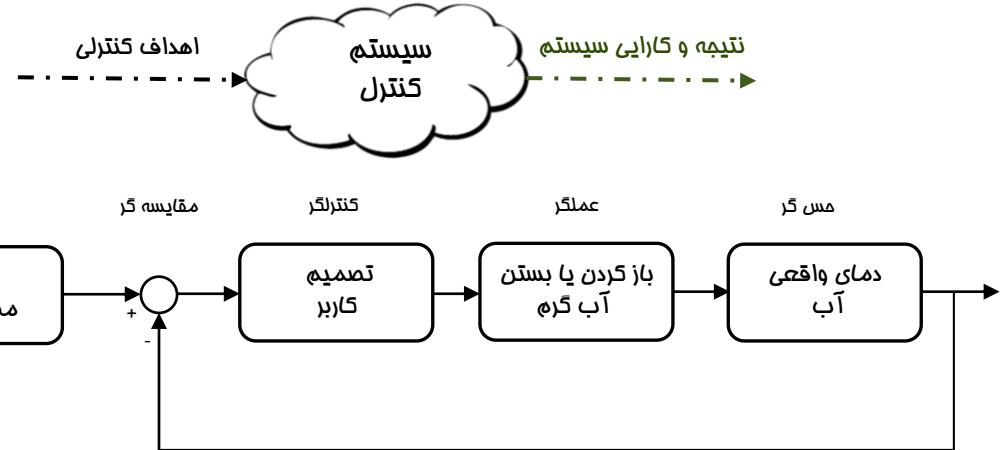
• نمونه ای ساده

✓ کنترل دمای شیر آب سرد و گرم (هدف تنظیم دما)

✓ سیستم حلقه بسته



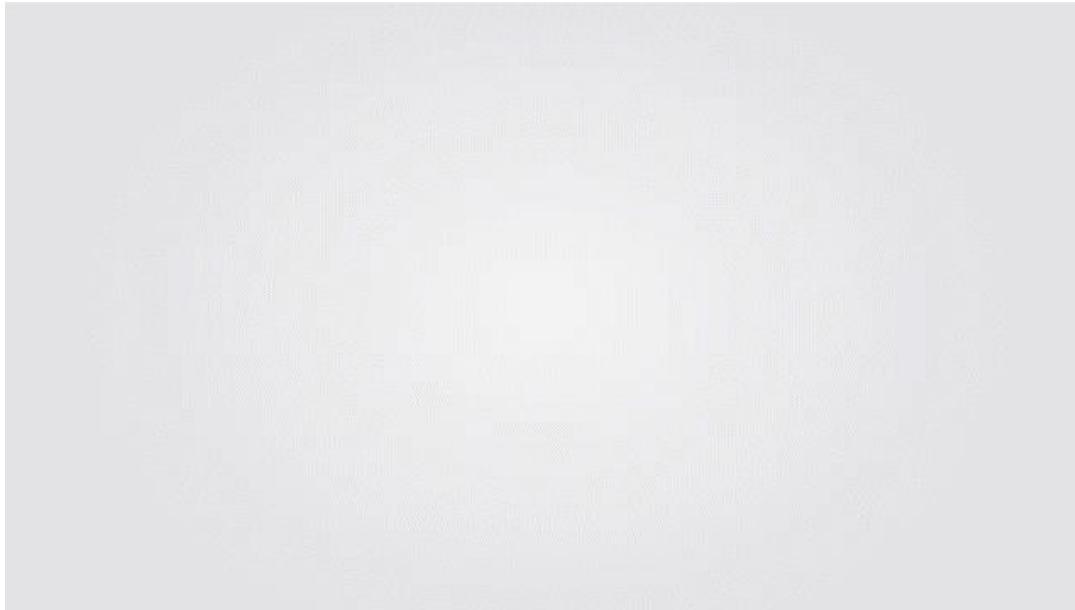
حسگر فیزیولوژیکی (پوست دست ما)
سیستم تأخیر دار --> مثل دوش آب (آب سرد و گرم)
وقتی از اندازه گیری مطمئن نیستیم --> صیر کنیم
برگرفته از این پیوند



سیستم کنترل چیست؟

• نمونه ای شکفت انگیز

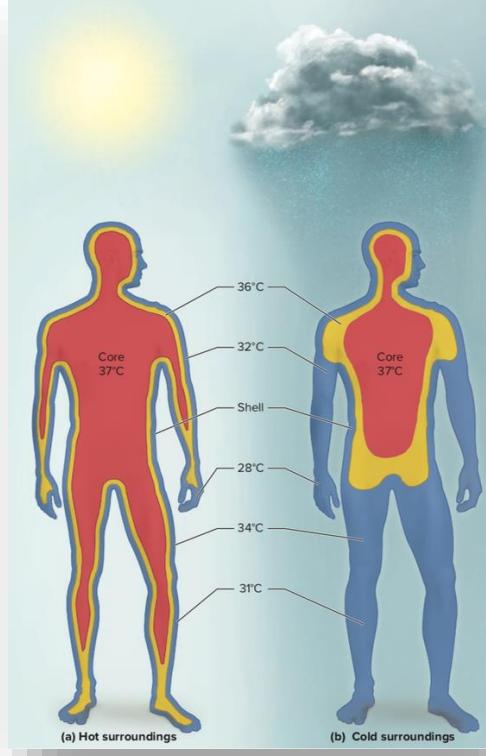
✓ کنترل دمای بدن انسان (هدف تنظیم دما)



برگرفته از این [بیوند](#)

سیستم کنترل چیست؟

اجزای این سیستم کنترل

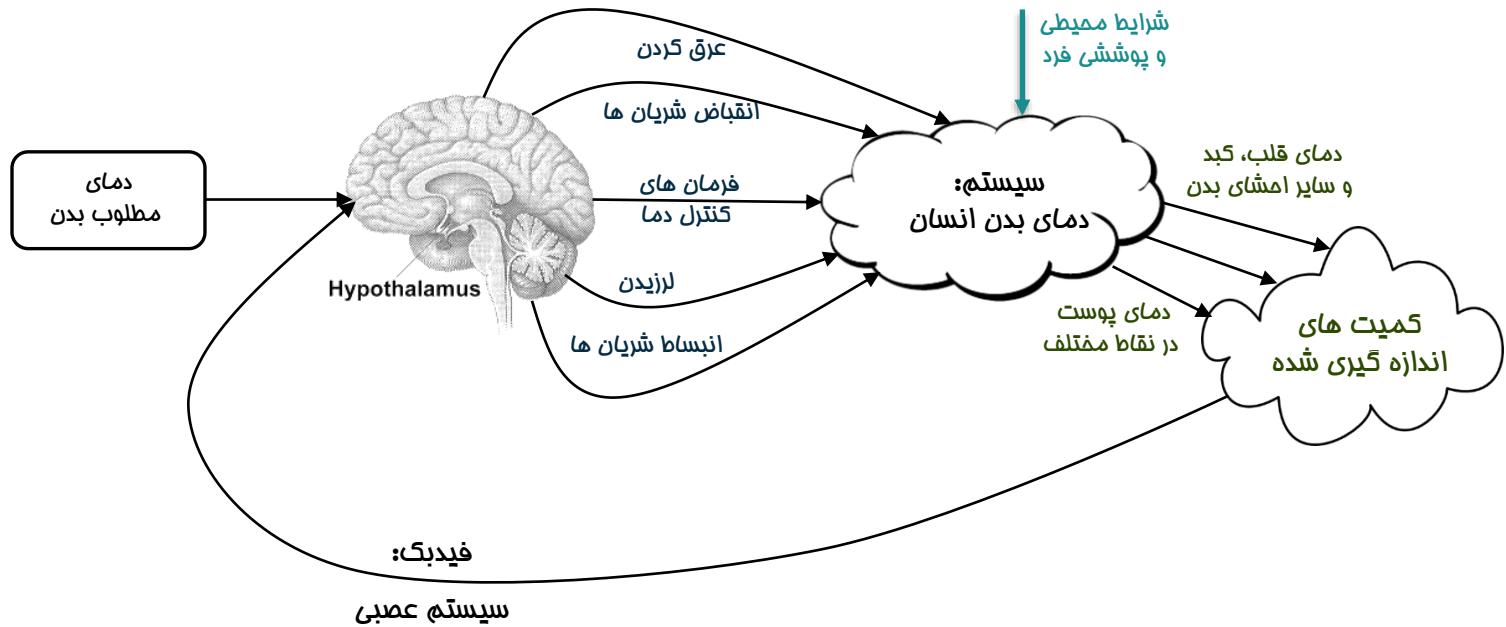


برگرفته از این پیوند

- ✓ سیستم و اهمیت کنترل یک یا چند کمیت آن
- انسان خونگرم، زنده ماندن سلول های بدن در دمای ۳۰ تا ۴۰ درجه
- ✓ حسگرهای کمیت مورد نظر
- پوست بدن، حسگرهای اجزای بدن (قلب، کبد، احشاء داخلی و ...)
- ✓ فیدبک
- سیستم عصبی بدن
- ✓ مرکز دریافت اطلاعات، تصمیم گیری و ارسال فرمان کنترلی
- بخش هایپotalamus مغز hypothalamus
- ✓ عملگرهای گرمایش یا سرمایش بدن
- انتقال حرارت در پوست در اثر عرق کردن (اثر فوق العاده موی بدن)
- انقباض و انبساط رگ ها
- لرزیدن، حرکت بدن و ماهیچه ها و ...
- توزیع گرمایش یا سرمایش در بخش مهم بدن (قلب و مغز)

سیستم کنترل چیست؟

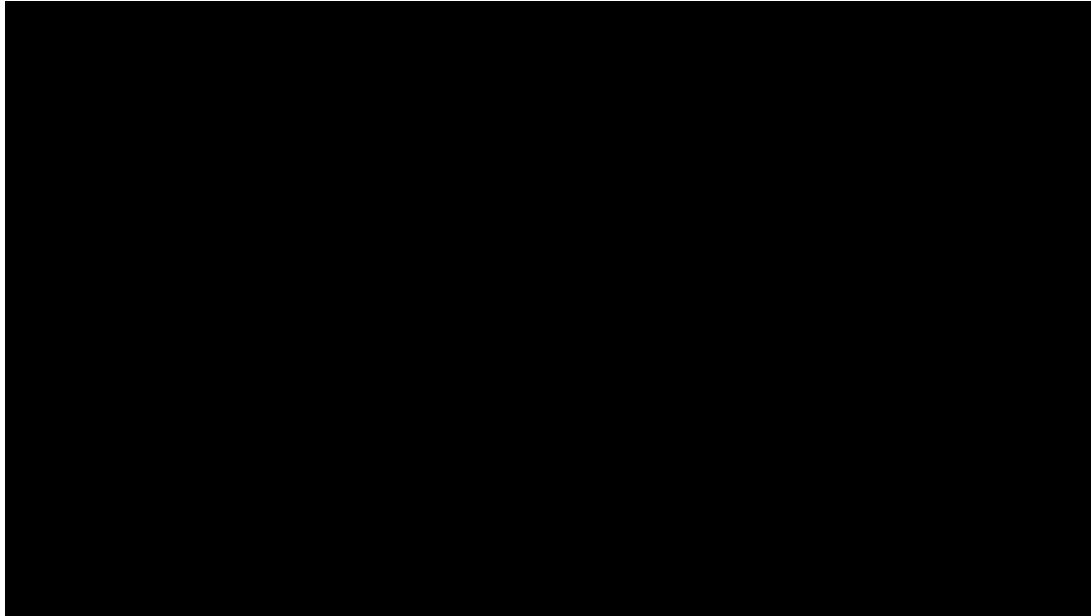
- نمودار فیزیکی اجزای این سیستم کنترل



سیستم کنترل چیست؟

• نمونه شکفت انگیز دیگر: مرغ زین پر (Hummingbird)

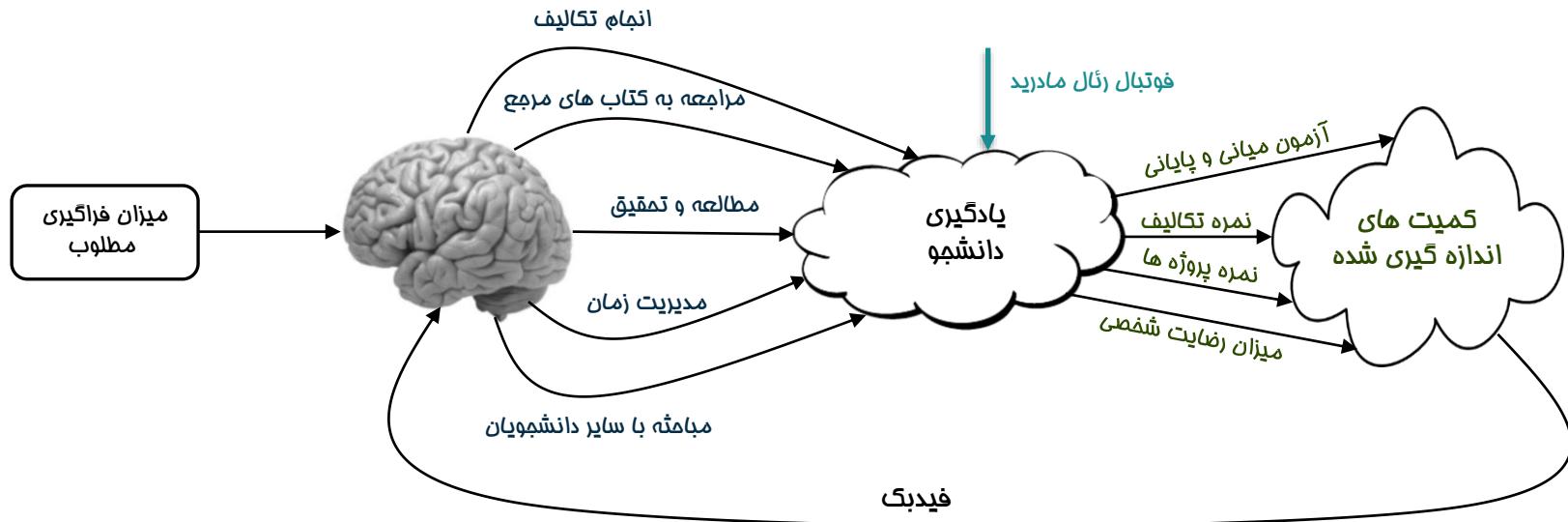
✓ ثابت ماندن در هوا (با حضور اغتشاش)



برگرفته از این [بیوگ](#)

سیستم کنترل چیست؟

نمونه ای دیگر: فرایند یادگیری در دانشجویان



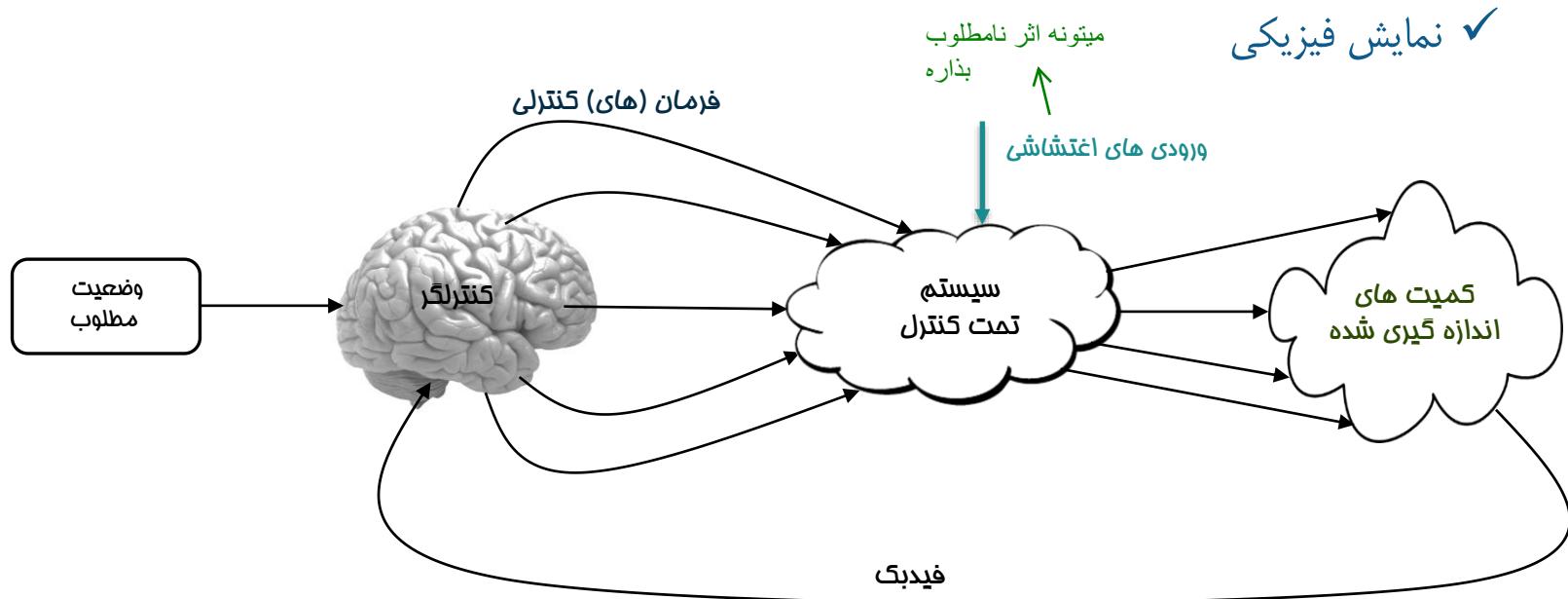
اجزای سیستم کنترل



- سیستم یا فرایند
 - ✓ ذات سیستم با ویژگی ها و دینامیک مخصوص خود
 - سیستم واقعی
 - مدل سیستم برای پیش بینی رفتار سیستم
 - ✓ تبیین وضعیت مطلوب
- کنترلگر: بخش انگیزه بخش، ملامت گر، مقایسه گر، اراده و تصمیم گیر
 - ← مهم ترین بخش سیستم کنترلی
- حسگرها: بخش اندازه گیر کمیت های مهم سیستم
- عملگرها: بخش اجرای فرامین کنترل کننده
 - عملگرها --> وضعیت سیستم رو تغییر میدن
- اغتشاش خارجی: فوتمال (ئال مادریدا)
- فیدبک: مهمترین عامل موفقیت یک سیستم کنترل
 - ✓ پایش آنی و همیشگی وضعیت

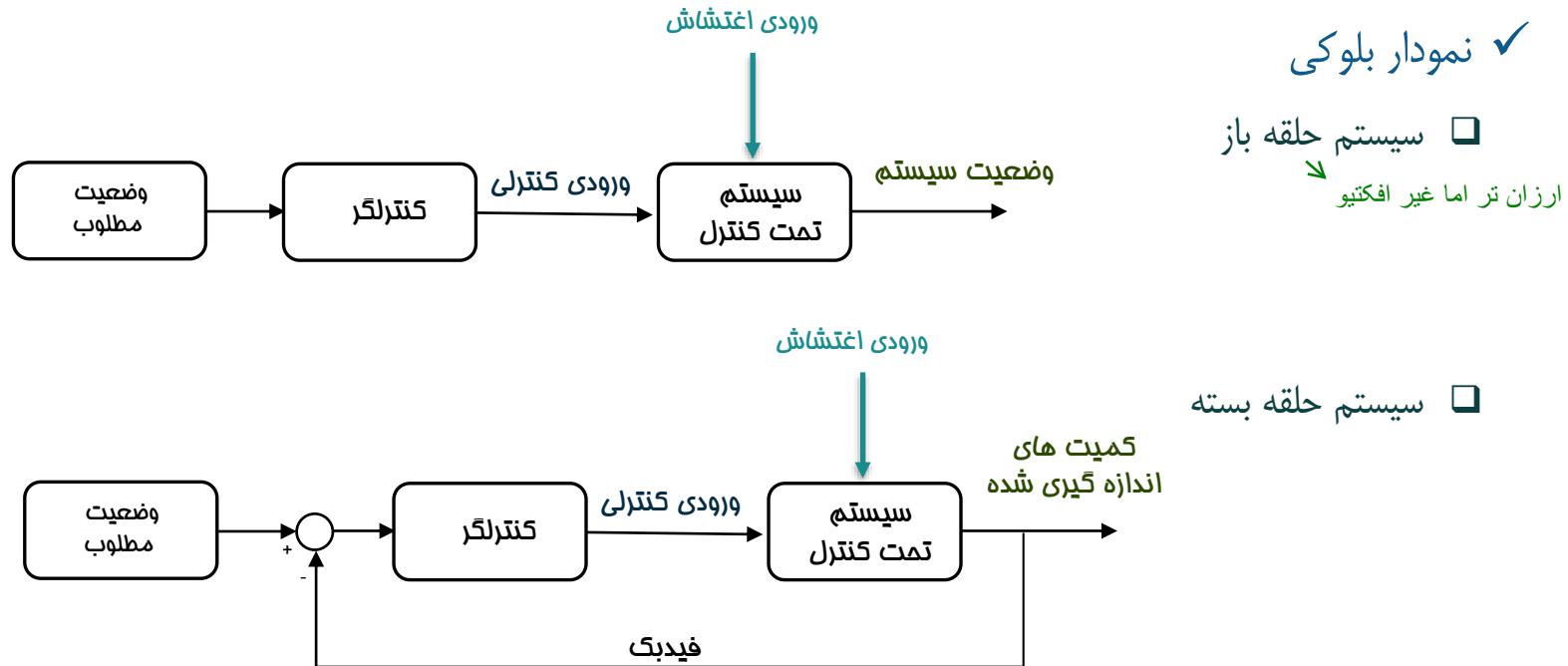
اجزای سیستم کنترل

- نمایش سیستم یا فرایند



اجزای سیستم کنترل

- نمایش سیستم یا فرایند



اهداف سیستم های کنترل

میتوانیم بگیم مهم ترین هدف ما

- (سیدن به مقدار مطلوب

✓ تنظیم (Regulation): مقدار مطلوب ثابت $r = cte$

کنترل دمای بدن (۳۷ درجه سانتی گراد)

رسیدن به سطح یادگیری مناسب (نموده ۲۰)

ثابت ماندن منقار مرغ زرین پر (ارتفاع و جهت گیری ثابت)

کنترل ضخامت کاغذ در فرایند تولید کاغذ

ثابت نگهداشتن فرکانس برق شهر (۵۰ یا ۶۰ هرتز) و ...

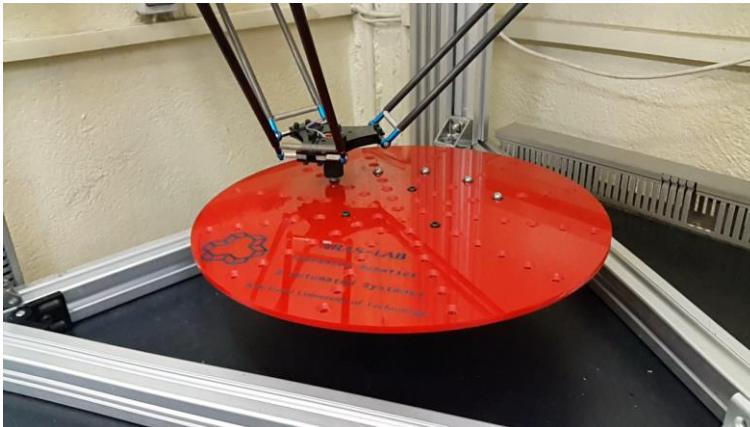
✓ ردیابی (Tracking): مقدار مطلوب متغیر $r = r(t)$

گرفتن پنالتی توسط دروازه بان

ردیابی موشک ضد هواییما

پرواز خودران کوادکوپتر

برداشت قطعات از تسممه نقاله متحرک توسط ربات



ربات [دلتا](#) محمول گروه رباتیک ارس

اهداف سیستم های کنترل



• (فع اثر اغتشاش در تنظیم یا (دیابی

- کاهش اثر اغتشاش در رسیدن به مقدار مطلوب
- کنترل دمای بدن در سرما یا گرمای شدید محیطی
- رسیدن به سطح یادگیری مناسب حتی در زمان جام جهانی فوتبال!
- ثابت ماندن منقار مرغ زرین در حضور باد شدید
- سیستم تعليق فعال خودرو: تراش الماس در خودروی متحرک

• قواه: عدم حساسیت به شناخت دقیق سیستم

→ هیچگاه رفتار سیستم را نمی توان دقیقاً شناخت و ارزیابی کرد

- با وجود اینکه یک سیستم کنترل دمای بدن حتی در سن بالا عمری ازش گذشته اما باید
- بتونه وظیفه خودش رو به خوبی انجام بد
- کنترل سیستم های پیچیده
- کنترل سیستم های ابعاد وسیع

اهداف سیستم های کنترل



• تنظیم و دیابی با وجود محدودیت در عملگرها



به جز خداوند متعال همه چیز و همگان محدودیت دارند

کنترل دمای بدن با وجود انبساط یا انقباض محدود در شریان ها

رسیدن به سطح یادگیری مناسب با وجود زمان محدود

ثابت ماندن منقار مرغ زرین با وجود محدودیت سرعت بال زدن پرنده

دقیق و سرعت ربات با وجود ولتاژ و جریان محدود موتورها

• رفع اثر نویز مسگرها در تنظیم یا دیابی



فیدبک به دریافت اطلاعات و مشاهده محیط بسیار وابسته است

کنترل ضخامت کاغذ با وجود عدم دقیق در اندازه گیری ضخامت

چگونگی پاس شدن درس های بدون تمرین و پروژه!

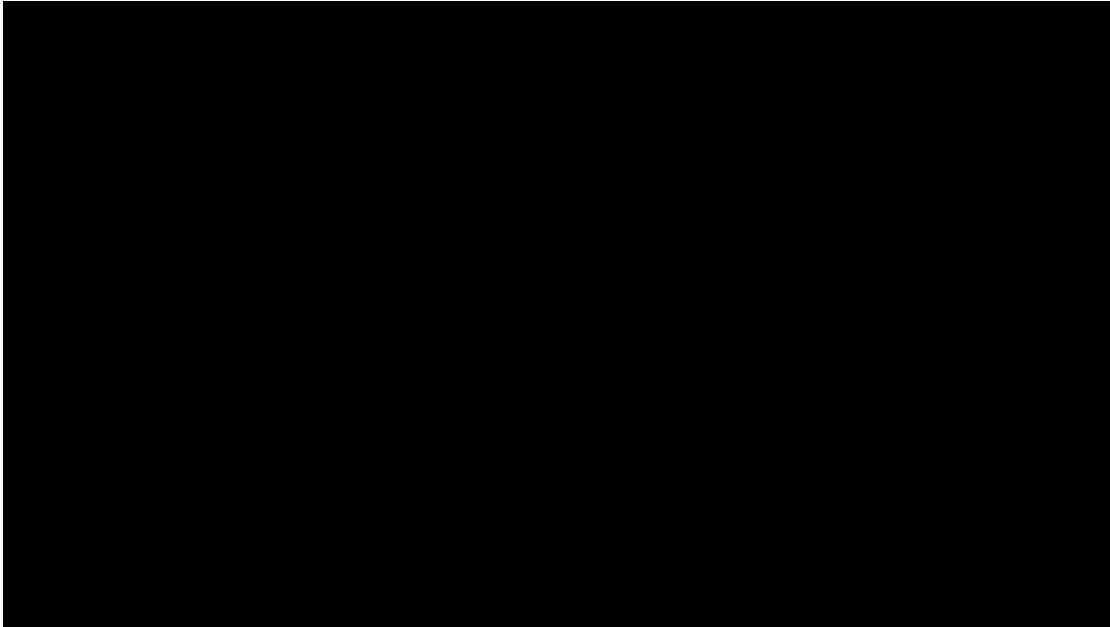
چگونگی اندازه گیری جهت گیری سر مرغ زرین پر (اسلاید بعد!)

اهداف سیستم های کنترل

• پایدار سازی شگفت انگیز سر مرغ

- ✓ استفاده از آن در تصویربرداری ورزشی!

پایداری خیلی
مهما



برگرفته از این پیوند

اهداف سیستم های کنترل

• پایدارسازی

- ✓ پایدار کردن سیستم های ذاتا ناپایدار
- تنها توسط سیستم کنترلی مغز است که انسان راست قامت می تواند بایستد.



عناوین فصل



معادلات دیفرانسیل خطی غیر متغیر با زمان AT ، مروری بر تبدیل لاپلاس،
ویژگی های تبدیل لاپلاس، استفاده از تبدیل لاپلاس در نمایش سیستم های
کنترل خطی، تعیین پاسخ کامل سیستم با تبدیل لاپلاس

۲

نمایش مدل در سیستم های کنترل

اجزای نمودار بلوکی، اتصالات نمودار بلوکی، ساده سازی نمودار بلوکی
مثال های ساده سازی

۳

نمایش نمودار بلوکی

سیستم کنترل چیست، اجزای سیستم کنترل، نمایش فیزیکی و نمودار بلوکی
سیستم کنترل، اهداف سیستم کنترل

۱

اعجاز فیدبک

مقایسه سیستم حلقه باز و حلقه بسته، بررسی همزمان اهداف تنظیم یا ردیابی،
رفع اثر اغتشاش و عدم حساسیت به شناخت دقیق سیستم

۲

ساختار های مختلف سیستم کنترل

سیستم حلقه باز، سیستم حلقه بسته، سیستم حلقه بسته با کنترلگر پیش خور،
سیستم حلقه بسته با دو کنترلگر آبشاری، سیستم حلقه بسته آبشاری با دو
خروجی، سیستم حلقه بسته با فیدبک حالت

۳

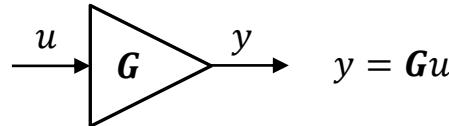
نماد ها و اجزای SFG، قانون بهره Mason در حالت کلی و در حالت خاص، مثال
های ساده سازی، مدل سازی موتور DC مغناطیس دائم، نمایش فضای حالت

۴

نمودار گذار سیگنال SFG

در این فصل با چندین مثال بیولوژیکی، اجتماعی و صنعتی با سیستم کنترل، اجزای آن، نمایش های فیزیکی و نمودار بلوکی و اهداف سیستم کنترل آشنا می شویم. سپس
اهمیت استفاده از فیدبک و اعجاز آن در رسیدن به اهداف سه گانه همزمان را مورد بررسی قرار داده و سپس ساختار های مختلف سیستم های کنترل را مرور می کنیم. در بخش
دوم این فصل نمایش های مختلف نمودار بلوکی، نمودار گذار سیگنال SFG و نمایش فضای حالت را بررسی نموده با مثال های متنوع (وش ساده سازی دستی و با استفاده از
ابزارهای کامپیوتری) را بررسی خواهیم نمود.

• مقایسه سیستم حلقه باز و حلقه بسته



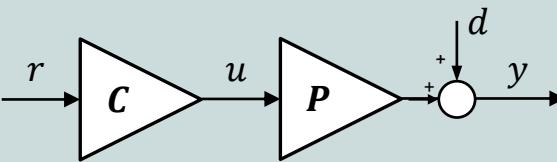
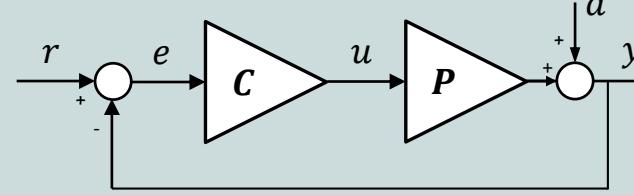
✓ سیستم ساده با بهره ثابت

| سیستم حلقه باز | سیستم حلقه بسته |
|---|--|
| $y = Pu, \quad u = Cr, \quad y = CP(r - y)$ | $e = r - y, \quad y = CPe = CP(r - y)$ $y(1 + CP) = CP(r - y) \rightarrow y = \frac{CP}{1 + CP} r$ |
| | <p>✓ بسته به نوع سیستم بهره سیستم P متفاوت است و هدف طراحی بهره کننده C است.</p> |

• هدف اول تنظیم یا (دیابی) $r \approx y$

| سیستم حلقه باز | سیستم حلقه بسته |
|---|--|
| <p>برای تنظیم یا ردیابی $r \approx y$ بایستی</p> $y = CP_r \rightarrow CP = 1$ <p>در نتیجه اگر سیستم دارای بهره P باشد کنترل کننده بایستی دارای بهره وارون آن باشد:</p> $C = 1/P$ <p>- بهره کنترل کننده بایستی متناسب با سیستم انتخاب شود</p> | <p>برای تنظیم یا ردیابی $r \approx y$ بایستی</p> $y = \frac{CP}{1 + CP} r \rightarrow \frac{CP}{1 + CP} = 1$ <p>در نتیجه فارغ از اینکه بهره سیستم P چه میزان باشد، کنترل کننده بایستی دارای بهره زیاد باشد:</p> $CP \gg 1 \rightarrow C \gg 1$ <p>- محدودیت عملگرها مانع از دید بیش از حد بهره کنترلگر خواهد شد.</p> |

- هدف دو^م رفع اثر اغتشاش در تنظیم یا (دیابی) $r \approx y$ با مضبوطه d

| سیستم حلقه باز | سیستم حلقه بسته |
|---|--|
|  |  |
| $y = d + Pu, \quad u = Cr, \quad y = d + CP(r - y)$ <p>در این ساختار کنترلی رفع اغتشاش امکان پذیر نیست و اغتشاش به صورت کامل در خروجی دیده می شود.</p> | $e = r - y, \quad y = d + CPe = d + CP(r - y)$ $y(1 + CP) = d + CP(r - y) \rightarrow y = \frac{CP}{1 + CP} r + \frac{1}{1 + CP} d$ <p>با طراحی کننده با بهره زیاد $CP \gg 1$ هم رديابی صورت می گیرد $\frac{1}{1+CP} \approx 1$ و هم رفع اغتشاش $0 \approx \frac{CP}{1+CP}$</p> |

• هدف سوم قواه: عدم حساسیت به شناخت دقیق سیستم

تابع تبدیل

✓ تعریف ریاضی حساسیت نرمالیزه شده: رفتار خروجی سیستم $M = \frac{y}{r}$ به شناخت مدل P

$$S_P^M = \frac{\partial M/M}{\partial P/P} = \frac{\partial M}{\partial P} \cdot \frac{P}{M}$$

| سیستم حلقه باز | سیستم حلقه بسته |
|--|--|
| $M = CP$ در این ساختار $S_P^M = \frac{\partial M}{\partial P} \cdot \frac{P}{M} = C \cdot \frac{P}{CP} = 1$ در نتیجه بدین ترتیب با هر کنترلگر 100% حساسیت به مدل وجود دارد! | $M = \frac{CP}{1+CP}$ در این ساختار $S_P^M = \frac{\partial M}{\partial P} \cdot \frac{P}{M}$ $= \frac{C \cdot (1+CP) - C \cdot CP}{(1+CP)^2} \cdot \frac{C \cdot (1+CP)}{CP} = \frac{1}{1+CP}$ در نتیجه بدین ترتیب با کنترلگر بهره بالا $1 \gg CP$ حساسیت رفتار خروجی به مدل نزدیک صفر می شود! |

- دستیابی به سه هدف همزمان تنها با استفاده از فیدبک



- ✓ تنظیم یا رديابي
 - ✓ در حضور اغتشاش
 - ✓ و مقاوم در برابر عدم شناخت دقیق مدل
-
- در طول درس در خصوص اهمیت استفاده از فیدبک در پایداری سیستم حلقه بسته و همچنین با حضور محدودیت های عملگر ها و نویز اندازه گیری گفتگو خواهیم کرد ...

عناوین فصل



نمایش مدل در سیستم های کنترل

معادلات دیفرانسیل خطی غیر متغیر با زمان LT_1 ، مروری بر تبدیل لاپلاس، ویژگی های تبدیل لاپلاس، استفاده از تبدیل لاپلاس در نمایش سیستم های کنترل خطی، تعیین پاسخ کامل سیستم با تبدیل لاپلاس

۴

نمایش نمودار بلوکی

اجزای نمودار بلوکی، اتصالات نمودار بلوکی، ساده سازی نمودار بلوکی، مثال های ساده سازی

۵

نمودار گذار سیگنال SFG

نماد ها و اجزای SFG، قانون بهره Mason در حالت کلی و در حالت خاص، مثال های ساده سازی، مدل سازی موتور DC مغناطیس دائم، نمایش فضای حالت

۶

پیشگفتار

سیستم کنترل چیست، اجزای سیستم کنترل، نمایش فیزیکی و نمودار بلوکی سیستم کنترل، اهداف سیستم کنترل

۱

اعجاز فیدبک

مقایسه سیستم حلقه باز و حلقه بسته، بررسی همزمان اهداف تنظیم یا ردیابی، رفع اثر اغتشاش و عدم حساسیت به شناخت دقیق سیستم

۲

ساختار های مختلف سیستم کنترل

سیستم حلقه باز، سیستم حلقه بسته، سیستم حلقه بسته با کنترلگر پیش خور، سیستم حلقه بسته با دو کنترلگر آبشاری، سیستم حلقه بسته آبشاری با دو خروجی، سیستم حلقه بسته با فیدبک حالت

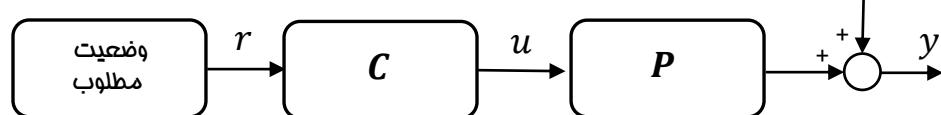
۳

در این فصل با چندین مثال بیولوژیکی، اجتماعی و صنعتی با سیستم کنترل، اجزای آن، نمایش های فیزیکی و نمودار بلوکی و اهداف سیستم کنترل آشنا می شویم. سپس اهمیت استفاده از فیدبک و اعجاز آن در رسیدن به اهداف سه گانه همزمان را مورد بررسی قرار داده و سپس ساختار های مختلف سیستم های کنترل را مرور می کنیم. در بخش دوم این فصل نمایش های مختلف نمودار بلوکی، نمودار گذار سیگنال SFG و نمایش فضای حالت را بررسی نموده با مثال های متنوع (وش ساده سازی دستی و با استفاده از ابزارهای کامپیوتری) را بررسی خواهیم نمود.

ساختارهای مختلف سیستم کنترل

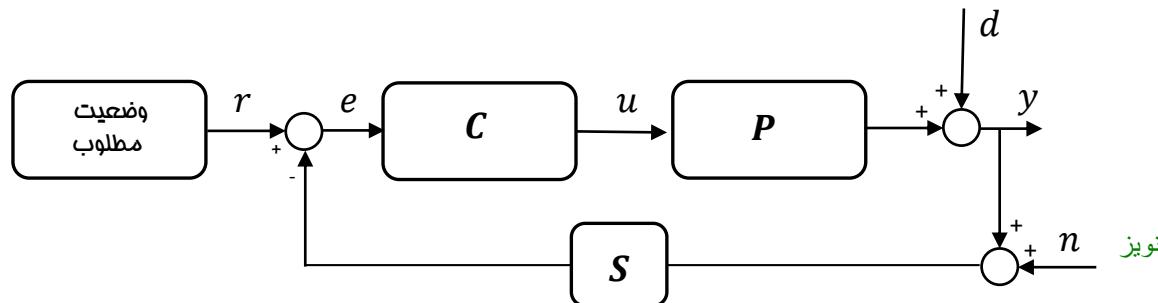
سیستم حلقه باز

✓ با اغتشاش d در خروجی



سیستم حلقه بسته

✓ با حضور حسگر S و نویز اندازه گیری n و اغتشاش d در خروجی

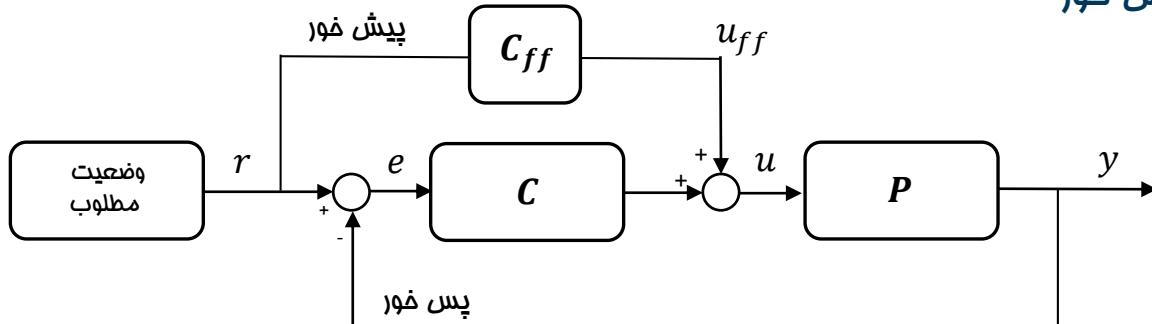


ساختارهای مختلف سیستم کنترل

-

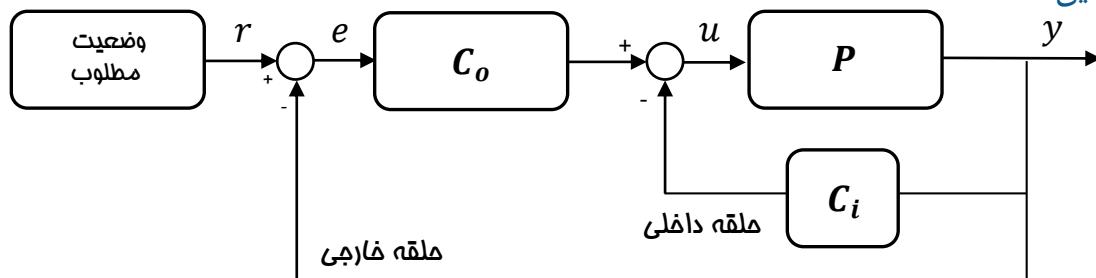
سیستم حلقه بسته با کنترلگر پیش خور

✓ دو کنترلگر (رفع اغتشاش معین)



سیستم حلقه بسته با دو کنترلگر آبشاری

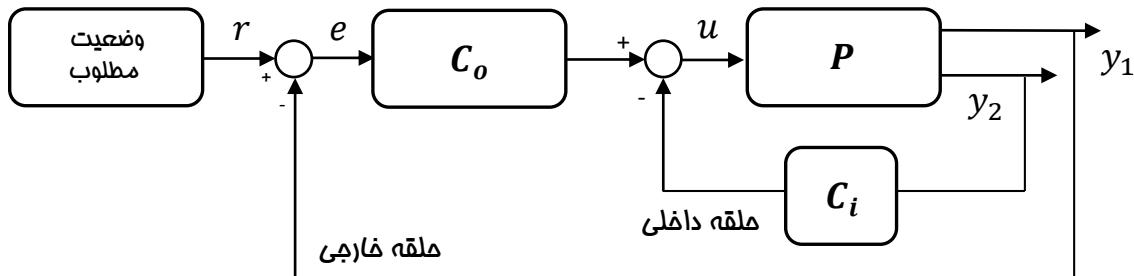
✓ کاهش حساسیت و رفع اغتشاش نامعین
به مدل



ساختارهای مختلف سیستم کنترل

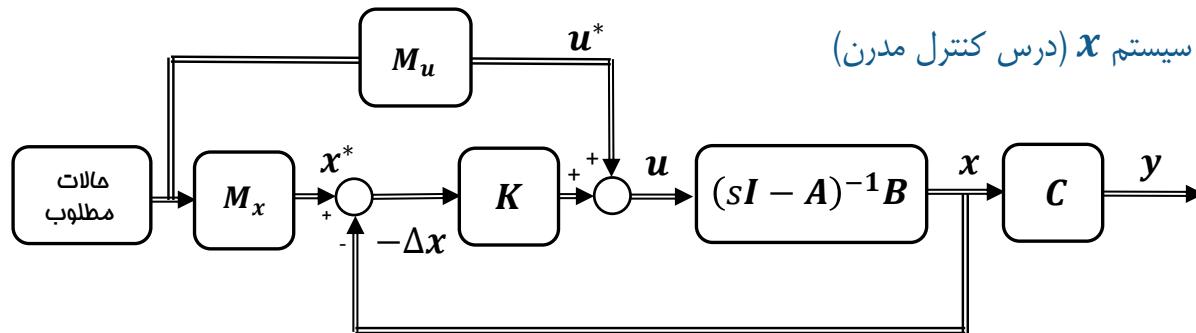
سیستم حلقه بسته آبشاری با دو خروجی

✓ کنترل دو هدفه



سیستم حلقه بسته با فیدبک حالت K

✓ استفاده از بردار متغیر حالت سیستم x (درس کنترل مدرن)



برگرفته از کتاب [کنترل مدرن](#) ص ۸۴۳

عناوین فصل



معادلات دیفرانسیل خطی غیر متغیر با زمان AT ، مروری بر تبدیل لاپلاس،
ویژگی های تبدیل لاپلاس، استفاده از تبدیل لاپلاس در نمایش سیستم های
کنترل خطی، تعیین پاسخ کامل سیستم با تبدیل لاپلاس

۴

نمایش مدل در سیستم های کنترل

اجزای نمودار بلوکی، اتصالات نمودار بلوکی، ساده سازی نمودار بلوکی
مثال های ساده سازی

۵

نمایش دیگر از بلوکی

سیستم کنترل چیست، اجزای سیستم کنترل، نمایش فیزیکی و نمودار بلوکی
سیستم کنترل، اهداف سیستم کنترل

۱

اعجاز فیدبک

مقایسه سیستم حلقه باز و حلقه بسته، بررسی همزمان اهداف تنظیم یا ردیابی،
رفع اثر اغتشاش و عدم حساسیت به شناخت دقیق سیستم

۲

ساختار های مختلف سیستم کنترل

سیستم حلقه باز، سیستم حلقه بسته، سیستم حلقه بسته با کنترلگر پیش خور،
سیستم حلقه بسته با دو کنترلگر آبشاری، سیستم حلقه بسته آبشاری با دو
خروجی، سیستم حلقه بسته با فیدبک حالت

۳

نماد ها و اجزای SFG، قانون بهره Mason در حالت کلی و در حالت خاص، مثال
های ساده سازی، مدل سازی موتور DC مغناطیس دائم، نمایش فضای حالت

۶

نمودار گذار سیگنال SFG

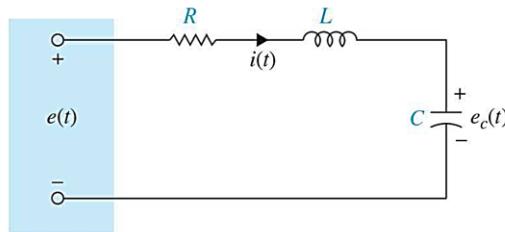
در این فصل با چندین مثال بیولوژیکی، اجتماعی و صنعتی با سیستم کنترل، اجزای آن، نمایش های فیزیکی و نمودار بلوکی و اهداف سیستم کنترل آشنا می شویم. سپس
اهمیت استفاده از فیدبک و اعجاز آن در رسیدن به اهداف سه گانه همزمان را مورد بررسی قرار داده و سپس ساختار های مختلف سیستم های کنترل را مرور می کنیم. در بخش
دوم این فصل نمایش های مختلف نمودار بلوکی، نمودار گذار سیگنال SFG و نمایش فضای حالت را بررسی نموده با مثال های متنوع (وش ساده سازی دستی و با استفاده از
ابزارهای کامپیوتری) را بررسی خواهیم نمود.

نمایش مدل در سیستم های کنترل

مشخصات مدل

✓ نقطه شروع طراحی در سیستم های کنترل (هدف ردیابی)

◻ مدل یک مدار الکتریکی

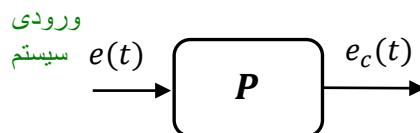


$$e(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e_c(t), \quad C \dot{e}_c(t) = i(t)$$

با جایگذاری $i(t)$ در معادله دیفرانسیل اول و نماد $(\dot{e}_c(t))$ خواهیم داشت:

$$LC \ddot{e}_c(t) + RC \dot{e}_c(t) + e_c(t) = e(t)$$

با در نظر گرفتن نمایش ورودی خروجی سیستم معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار ورودی-خروجی به صورت زیر به دست می آید.



$$\ddot{e}_c(t) + \frac{R}{L} \dot{e}_c(t) + \frac{1}{LC} e_c(t) = \frac{1}{LC} e(t)$$

در حقیقت بین ورودی و خروجی یه معادله دیفرانسیل داریم

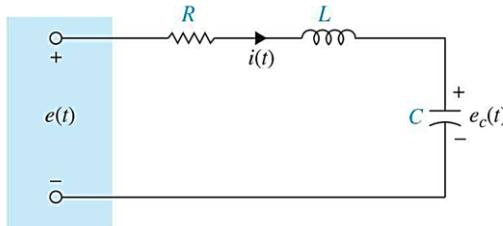
نمایش مدل در سیستم های کنترل

-

مشخصات مدل

- مدل یک مدار الکتریکی

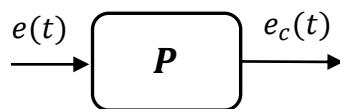
بسیار متداول است از نمادهای زیر برای سیستم های مرتبه دوم استفاده نمود:



$$\tau_n = 1/\sqrt{LC} \quad \text{ثبت زمانی:} \quad \bullet$$

$$\omega_n = 1/\tau_n \quad \text{فرکانس طبیعی:} \quad \bullet$$

$$\xi = \frac{R}{2} \sqrt{C/L} \quad \text{نسبت استهلاک} \quad \bullet$$



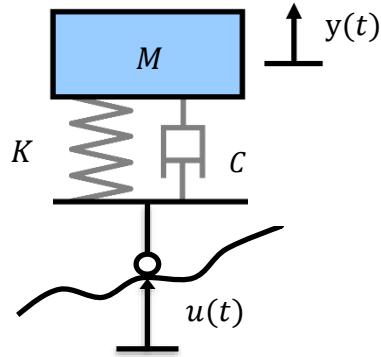
$$\ddot{e}_c(t) + 2\xi\omega_n\dot{e}_c(t) + \omega_n^2 e_c(t) = \omega_n^2 e(t)$$

این سیستم با یک معادله دیفرانسیل خطی غیر متغیر با زمان LTI نمایش داده شده است.

نمایش مدل در سیستم های کنترل

-

مشخصات مدل



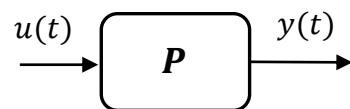
✓ مدل ساده سیستم تعليق خودرو: (هدف تنظیم)

$$M\ddot{y}(t) + C\dot{y}(t) + Ky(t) = C\dot{u}(t) + Ku(t)$$

با استفاده از نمادهای زیر برای سیستم های مرتبه دوم :

$$\omega_n = \sqrt{K/M} \quad \bullet \quad \text{فرکانس طبیعی:}$$

$$\xi = \frac{C}{2} \sqrt{M/K} \quad \bullet \quad \text{نسبت استهلاک}$$



$$\ddot{y}(t) + 2\xi\omega_n\dot{y}(t) + \omega_n^2y(t) = 2\xi\omega_n\dot{u}(t) + \omega_n^2u(t)$$

این سیستم هم با یک معادله دیفرانسیل LTI نمایش داده شده است.

نمایش مدل در سیستم های کنترل

نمایش سیستم با معادلات دیفرانسیل LTI

- ✓ بسیاری از سیستم های واقعی را می توان با یک معادله دیفرانسیل مرتبه n به صورت زیر مدل نمود، که در آن $y^{(n)}$ نماد مشتق n ام y است :

$$\begin{array}{ccc}
 u(t) & \xrightarrow{\quad P \quad} & y(t) \\
 \xrightarrow{\hspace{1cm}} & & \xrightarrow{\hspace{1cm}}
 \end{array}
 \quad
 \begin{aligned}
 y^{(n)}(t) + a_{n-1}y^{(n-1)}(t) + \cdots + a_1\dot{y}(t) + a_0y(t) \\
 = b_m u^{(m)}(t) + b_{m-1}u^{(m-1)}(t) + \cdots + b_1\dot{u}(t) + b_0u(t)
 \end{aligned}$$

- ✓ با استفاده از تبدیل لاپلاس می توان این سیستم را باتابع تبدیل زیر نمایش داد.

$$P(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{b_ms^m + b_{m-1}s^{m-1} + \cdots + b_1s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1s + a_0}$$

نمایش مدل در سیستم های کنترل

مدولی بل تبدیل لاپلاس

- ✓ یکی از روش هایی است که توسط آن پاسخ معادلات دیفرانسیل خطی به دست می آید.
- در این روش پاسخ همگن و خصوصی معادلات دیفرانسیل به صورت همزمان به دست می آید.
- توسط این روش معادلات دیفرانسیل به معادلات جبری در فضای S تبدیل و به راحتی حل می شود.

✓ تعریف تبدیل لاپلاس

- در توابع علی با فرض اینکه برای مقدار حقیقی σ این انتگرال $\int_0^{\infty} |f(t)e^{-\sigma t}| dt < \infty$ کران دار باقی بماند، تبدیل لاپلاس تابع $f(t)$ که با $\mathbf{F}(S)$ نمایش داده می شود به صورت زیر تعریف می شود:

$$f(s) = \mathcal{L}(f(t)) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

که در آن متغیر S که به آن اپراتور لاپلاس نیز گفته می شود یک متغیر مختلط و برابر $s = \sigma + j\omega$ است.

نمایش مدل در سیستم های کنترل

مدروی به تبدیل لاپلاس



✓ مثال ۱: تبدیل لاپلاس تابع پله واحد را بباید:

$$f(t) = u_s(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases}$$

در این صورت

$$u_s(s) = \mathcal{L}(u_s(t)) = \int_0^{\infty} e^{-st} dt = -\frac{1}{s} e^{-st} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{s}$$

این پاسخ زمانی درست است که $\int_0^{\infty} |u_s(t)e^{-\sigma t}| dt = \int_0^{\infty} |e^{-\sigma t}| dt < \infty$ است. که تنها زمانی که قسمت حقیقی متغیر s که آنرا با σ نمایش می دهیم بزرگتر از صفر باشد: $\sigma > 0$.

نمایش مدل در سیستم های کنترل

-

مروجی بر تبدیل لاپلاس

✓ مثال ۲: تبدیل لاپلاس تابع $f(t) = e^{-\alpha t}$, $t \geq 0$ را بیابید:

$$f(s) = \int_0^{\infty} e^{-\alpha t} e^{-st} dt = -\frac{1}{s + \alpha} e^{-(s+\alpha)t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{s + \alpha}$$

این پاسخ زمانی درست است که $\sigma + \alpha > 0$ باشد.



مل دستی



مل کامپیووتری

✓ مثال ۳: تبدیل لاپلاس تابع $f(t) = t^5 + 2t^3$, $t \geq 0$ را بیابید:

```
% Defining symbolic variables:  
syms t  
f=t^5 + 2*t^3;  
% Laplace transform operation  
F=laplace(f)  
  
F =  
12/s^4 + 120/s^6
```

نمایش مدل در سیستم های کنترل

جدول تبدیل لاپلاس

| Laplace Transform $F(s)$ | Time Function $f(t)$ | Laplace Transform $F(s)$ | Time Function $f(t)$ |
|--|---|---------------------------------|--|
| $\frac{s}{(s+\alpha)^2}$ | $(1-\alpha t)e^{-\alpha t}$ | 1 | Unit-impulse function $\delta(t)$ |
| $\frac{\omega_n}{s^2 + \omega_n^2}$ | $\sin \omega_n t$ | $\frac{1}{s}$ | Unit-step function $u_i(t)$ |
| $\frac{s}{s^2 + \omega_n^2}$ | $\cos \omega_n t$ | $\frac{1}{s^2}$ | Unit-ramp function t |
| $\frac{\omega_n^2}{s(s^2 + \omega_n^2)}$ | $1 - \cos \omega_n t$ | $\frac{n!}{s^{n+1}}$ | t^n ($n = \text{positive integer}$) |
| $\frac{\omega_n^2(s+\alpha)}{s^2 + \omega_n^2}$ | $\omega_n \sqrt{\alpha^2 + \omega_n^2} \sin(\omega_n t + \theta)$ where $\theta = \tan^{-1}(\omega_n / \alpha)$ | $\frac{1}{s+\alpha}$ | $e^{-\alpha t}$ |
| $\frac{\omega_n}{(s+\alpha)(s^2 + \omega_n^2)}$ | $\frac{\omega_n}{\alpha^2 + \omega_n^2} e^{-\alpha t} + \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \omega_n^2}} \sin(\omega_n t - \theta)$ where $\theta = \tan^{-1}(\omega_n / \alpha)$ | $\frac{1}{(s+\alpha)^2}$ | $te^{-\alpha t}$ |
| $\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ | $\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t$ ($\zeta < 1$) | $\frac{n!}{(s+\alpha)^{n+1}}$ | $t^n e^{-\alpha t}$ ($n = \text{positive integer}$) |
| $\frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$ | $1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \left(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \theta \right)$ where $\theta = \cos^{-1} \zeta$ ($\zeta < 1$) | $\frac{1}{(s+\alpha)(s+\beta)}$ | $\frac{1}{\beta-\alpha} (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) (\alpha \neq \beta)$ |
| $\frac{s\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ | $\frac{-\omega_n^2}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \left(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t - \theta \right)$ where $\theta = \cos^{-1} \zeta$ ($\zeta < 1$) | $\frac{s}{(s+\alpha)(s+\beta)}$ | $\frac{1}{\beta-\alpha} (\beta e^{-\beta t} - \alpha e^{-\alpha t}) (\alpha \neq \beta)$ |
| $\frac{\omega_n^2(s+\alpha)}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ | $\omega_n \sqrt{\frac{\alpha^2 - 2\alpha\zeta\omega_n + \omega_n^2}{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \left(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \theta \right)$ where $\theta = \tan^{-1} \frac{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}{\alpha - \zeta\omega_n}$ ($\zeta < 1$) | $\frac{1}{s(s+\alpha)}$ | $\frac{1}{\alpha^2} (1 - e^{-\alpha t} - \alpha t e^{-\alpha t})$ |
| $\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ | $t - \frac{2\zeta}{\omega_n} + \frac{1}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \left(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \theta \right)$ where $\theta = \cos^{-1}(2\zeta^2 - 1)$ ($\zeta < 1$) | $\frac{1}{s^2(s+\alpha)^2}$ | $\frac{1}{\alpha^2} \left[t - \frac{2}{\alpha} + \left(t + \frac{2}{\alpha} \right) e^{-\alpha t} \right]$ |

برگرفته از [فصلیمہ کتاب Kou](#)



نمایش مدل در سیستم های کنترل

جدول
تبدیل
لایلاس.

| Laplace Transform $F(s)$ | Time Function $f(t)$ |
|----------------------------------|--|
| 1 | Unit-impulse function $\delta(t)$ |
| $\frac{1}{s}$ | Unit-step function $u_s(t)$ |
| $\frac{1}{s^2}$ | Unit-ramp function t |
| $\frac{n!}{S^{n+1}}$ | t^n ($n = \text{positive integer}$) |
| $\frac{1}{s+\alpha}$ | e^{-at} |
| $\frac{1}{(s+\alpha)^2}$ | te^{-at} |
| $\frac{n!}{(s+\alpha)(s+\beta)}$ | $t^n e^{-at}$ ($n = \text{positive integer}$) |
| $\frac{1}{(s+\alpha)(s+\beta)}$ | $\frac{1}{\beta-\alpha}(e^{-at}-e^{-\beta t})$ ($\alpha \neq \beta$) |
| $\frac{s}{(s+\alpha)(s+\beta)}$ | $\frac{1}{\beta-\alpha}(\beta e^{-\beta t}-\alpha e^{-\alpha t})$ ($\alpha \neq \beta$) |
| $\frac{1}{s(s+\alpha)}$ | $\frac{1}{\alpha}(1-e^{-at})$ |
| $\frac{1}{s(s+\alpha)^2}$ | $\frac{1}{\alpha^2}(1-e^{-at}-\alpha te^{-at})$ |
| $\frac{1}{s^2(s+\alpha)}$ | $\frac{1}{\alpha^2}(\alpha t - 1 + e^{-at})$ |
| $\frac{1}{s^2(s+\alpha)^2}$ | $\frac{1}{\alpha^2} \left[t - \frac{2}{\alpha} + \left(t + \frac{2}{\alpha} \right) e^{-at} \right]$ |

برگرفته از [فصلیه کتاب KOU](#)



نمایش مدل در سیستم های کنترل

جدول تبدیل لاپلاس

| Laplace Transform $F(s)$ | Time Function $f(t)$ |
|--|---|
| $\frac{s}{(s+\alpha)^2}$ | $(1-\alpha t)e^{-\alpha t}$ |
| $\frac{\omega_n}{s^2 + \omega_n^2}$ | $\sin \omega_n t$ |
| $\frac{s}{s^2 + \omega_n^2}$ | $\cos \omega_n t$ |
| $\frac{\omega_n^2}{s(s^2 + \omega_n^2)}$ | $1 - \cos \omega_n t$ |
| $\frac{\omega_n^2(s+\alpha)}{s^2 + \omega_n^2}$ | $\omega_n \sqrt{\alpha^2 + \omega_n^2} \sin(\omega_n t + \theta)$ where $\theta = \tan^{-1}(\omega_n/\alpha)$ |
| $\frac{\omega_n}{(s+\alpha)(s^2 + \omega_n^2)}$ | $\frac{\omega_n}{\alpha^2 + \omega_n^2} e^{-\alpha t} + \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \omega_n^2}} \sin(\omega_n t - \theta)$ where $\theta = \tan^{-1}(\omega_n/\alpha)$ |
| $\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ | $\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t (\zeta < 1)$ |
| $\frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$ | $1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \left(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \theta \right)$ where $\theta = \cos^{-1} \zeta$ ($\zeta < 1$) |
| $\frac{s\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ | $\frac{-\omega_n^2}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \left(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t - \theta \right)$ where $\theta = \cos^{-1} \zeta$ ($\zeta < 1$) |
| $\frac{\omega_n^2(s+\alpha)}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ | $\omega_n \sqrt{\frac{\alpha^2 - 2\alpha\zeta\omega_n + \omega_n^2}{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \left(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \theta \right)$ where $\theta = \tan^{-1} \frac{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}{\alpha - \zeta\omega_n}$ ($\zeta < 1$) |
| $\frac{\omega_n^2}{s^2(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$ | $t - \frac{2\zeta}{\omega_n} + \frac{1}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \left(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \theta \right)$ where $\theta = \cos^{-1} (2\zeta^2 - 1)$ ($\zeta < 1$) |

برگرفته از [فصلیمہ کتاب](#)

سیستم های کنترل فطی
دکتر محمد رضا تقی اد



نمایش مدل در سیستم های کنترل



ویژگی های تبدیل لاپلاس

$$\mathcal{L} [\alpha f_1(t) + \beta f_2(t)] = \alpha f_1(s) + \beta f_2(s)$$

✓ خطی بودن

$$\mathcal{L} [\dot{f}(t)] = sf(s) - f(0)$$

✓ مشتق گیری

□ متغیر s اپراتور مشتق گیری در حوزه S است

$$\mathcal{L} [f^{(n)}(t)] = s^n f(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} \dot{f}(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$$

□ مشتق گیری مرتبه بالا تر:

$$\mathcal{L} \left[\int_0^t f(\tau) d\tau \right] = \frac{1}{s} f(s)$$

✓ انتگرال گیری

□ $\frac{1}{s}$ اپراتور انتگرال گیری در حوزه S است

$$\mathcal{L} \left[\int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \dots \int_0^{t_n} f(\tau_1) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n(\tau) \right] = \frac{1}{s^n} f(s)$$

□ انتگرال گیری مرتبه بالا تر:

نمایش مدل در سیستم های کنترل



ویژگی های تبدیل لاپلاس

$$\mathcal{L}[f(t-T)u_s(t-T)] = e^{-Ts}f(s)$$

✓ شیفت زمانی T

$$u_s(t-T) = \begin{cases} 1, & t > T \\ 0, & t \leq T \end{cases}$$

□ که در آن

$$f(s \pm a) = \mathcal{L}[e^{\mp at}f(t)]$$

✓ شیفت در متغیر مختلط s

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\left[\int_0^t f_1(\tau) f_2(t-\tau)d\tau\right] &= \mathcal{L}\left[\int_0^t f_2(\tau) f_1(t-\tau)d\tau\right] \\ &= \mathcal{L}[f_1(t) * f_2(t)] = f_1(s) \cdot f_2(s) \end{aligned}$$

ساده کردن معادلات \rightarrow

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s f(s)$$

✓ قضیه مقدار اولیه

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s f(s)$$

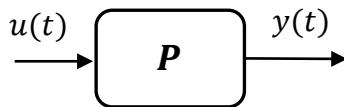
✓ قضیه مقدار نهایی: اگر $(sf(s))$ بر روی محور $j\omega$ تحلیلی باشد، آنگاه

نمایش مدل در سیستم های کنترل

-

استفاده از تبدیل لاپلاس در نمایش سیستم های فطی

✓ تابع تبدیل: معادله دیفرانسیل عمومی یک سیستم را در نظر بگیرید.



$$\begin{aligned} y^{(n)}(t) + a_{n-1}y^{(n-1)}(t) + \cdots + a_1\dot{y}(t) + a_0y(t) \\ = b_m u^{(m)}(t) + b_{m-1}u^{(m-1)}(t) + \cdots + b_1\dot{u}(t) + b_0u(t) \end{aligned}$$

✓ تابع تبدیل سیستم با اعمال اپراتور لاپلاس به ازای شرایط اولیه صفر در سیستم به صورت زیر به دست می آید.

تبدیل لاپلاس نسبت
خروجی به ورودی

$$P(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{b_ms^m + b_{m-1}s^{m-1} + \cdots + b_1s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1s + a_0}$$

✓ معادله مشخصه سیستم با اتحاد مخرج تابع تبدیل سیستم با صفر به دست می آید.

$$s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1s + a_0 = 0$$

نمایش مدل در سیستم های کنترل

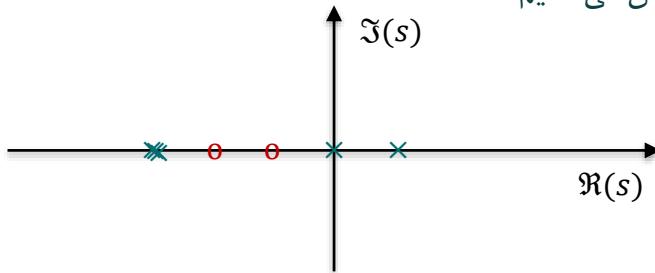


استفاده از تبدیل لاپلاس در نمایش سیستم های فطی

- ✓ قطب سیستم: قطب سیستم در صفحه مختلط در محل ریشه های معادله مشخصه سیستم قرار دارد.
- ✓ صفر سیستم: صفر های سیستم در محل ریشه های چند جمله ای صورت تابع تبدیل قرار دارند.
- ✓ تابع تبدیل ($P(s)$) در محدوده ای از صفحه مختلط S تحلیلی است اگر این تابع و تمام مشتقات آن در این محدوده کراندار باشند.

$$P(s) = \frac{10(s+1)(s+2)}{s(s-1)(s+3)^2}$$

مثال: سیستمی با تابع تبدیل زیر را در نظر بگیرید:
سیستم دارای دو قطب در $s = 1$, $s = 0$, $s = -2$ و سه قطب تکراری در $s = -3$, $s = -3$, $s = -3$ و دو صفر در $s = -1$, $s = 0$ است. این قطبها را با علامت \times و صفرها را با علامت 0 در صفحه مختلط S به صورت زیر نمایش می دهیم



نمایش مدل در سیستم های کنترل

وارون تبدیل لاپلاس



حل دستی

چند جمله ای
↑

$$P(s) = \frac{n(s)}{d(s)} = \frac{n(s)}{(s+s_1)(s+s_2)\cdots(s+s_n)}$$

$$P(s) = \frac{K_1}{s+s_1} + \frac{K_2}{s+s_2} + \cdots + \frac{K_n}{s+s_n}$$

$$K_i = (s + s_i)P(s)|_{s=-s_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$P(s) = \frac{5s+3}{s^3+6s^2+11s+6} = \frac{5s+3}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

$$K_1 = \left. \frac{5s+3}{(s+2)(s+3)} \right|_{s=-1} = -1$$

$$K_2 = \left. \frac{5s+3}{(s+1)(s+3)} \right|_{s=-2} = +7, \quad K_3 = \left. \frac{5s+3}{(s+1)(s+2)} \right|_{s=-3} = -6$$

✓ روش دستی: تجزیه به کسر های جزیی و استفاده از جداول

□ سیستم با قطب های ساده:

□ تجزیه سیستم به جمع کسرهای جزئی ساده:

که در آن

□ مثال سیستم زیر را در نظر بگیرید:

که در آن

نمایش مدل در سیستم های کنترل

وارون تبدیل لاپلاس



مل دستی

✓ روش دستی: تجزیه به کسر های جزیی و استفاده از جداول

$$P(s) = \frac{-1}{s+1} + \frac{7}{s+2} + \frac{-6}{s+3}$$

□ بدین ترتیب:

□ وارون اینتابع تبدیل با استفاده از جدول به صورت زیر به دست می آید:

$$P(t) = -e^{-t} + 7e^{-2t} - 6e^{-3t}, \quad \forall t \geq 0$$

$$P(s) = \frac{5s+3}{s^3+6s^2+11s+6}$$

✓ روش کامپیوترا: وارون تبدیل لاپلاس سیستم زیر را به دست آورید:



مل کامپیوترا

```
% Inverse Laplace transform
clear all
% Defining symbolic variables:
syms s
P=(5*s+3)/(s^3+6*s^2+11*s+6);
p=ilaplace(P)

p = 7*exp(-2*t) - exp(-t) - 6*exp(-3*t)
```

نمایش مدل در سیستم های کنترل

وارون تبدیل لاپلاس

✓ روش دستی: تجزیه به کسر های جزیی و استفاده از جداول

$$P(s) = \frac{n(s)}{d(s)} = \frac{n(s)}{(s+s_1)(s+s_2)\cdots(s+s_{n-r})(s+s_j)^r} \quad \square \text{ سیستم با قطب های ساده و تکراری:}$$



$$P(s) = \frac{K_1}{s+s_1} + \frac{K_2}{s+s_2} + \cdots + \frac{K_{n-r}}{s+s_{n-r}} \quad \square \text{ تجزیه سیستم به جمع کسرهای جزئی ساده:}$$

$$\frac{A_1}{s+s_j} + \frac{A_2}{(s+s_j)^2} + \cdots + \frac{A_{r-1}}{(s+s_j)^{r-1}} + \frac{A_r}{(s+s_j)^r}$$

$$K_i = (s + s_i)P(s)|_{s=-s_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n - r \quad \bullet \text{ که در آن}$$

$$A_r = (s + s_i)^r P(s)|_{s=-s_j}, \quad A_{r-1} = \frac{d}{ds} [(s + s_i)^r P(s)] \Big|_{s=-s_j} \quad \bullet \text{ و}$$

$$A_{r-2} = \frac{1}{2!} \frac{d^2}{ds^2} [(s + s_i)^r P(s)] \Big|_{s=-s_j}, \dots A_1 = \frac{1}{(r-1)!} \frac{d^{r-1}}{ds^{r-1}} [(s + s_i)^r P(s)] \Big|_{s=-s_j} \quad \bullet \text{ و}$$

نمایش مدل در سیستم های کنترل

وارون تبدیل لاپلاس

$$P(s) = \frac{1}{s(s+2)(s+1)^3}$$

✓ وارون تبدیل لاپلاس سیستم زیر را به دست آورید:

$$P(s) = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{(s+2)} + \frac{A_3}{(s+1)^3} + \frac{A_2}{(s+1)^2} + \frac{A_1}{(s+1)}$$

◻ تجزیه به کسرهای جزئی:

$$K_1 = sP(s)|_{s=0} = \frac{1}{2}, \quad K_2 = (s+2)P(s)|_{s=-2} = \frac{1}{2}, \quad A_3 = (s+1)^3 P(s)|_{s=-1} = -1,$$

$$A_2 = \frac{d}{ds} \left[\frac{1}{s(s+2)} \right]_{s=-1} = \frac{-2s-2}{s^2(s+2)^2} \Big|_{s=-1} = 0$$

$$A_1 = \frac{1}{2!} \frac{d}{ds} \left[\frac{-2s-2}{s^4+4s^3+4s^2} \right]_{s=-1} = \frac{1}{2} \frac{1-2(s^4+4s^3+4s^2)+2(s+1)(4s^3+12s^2+8s)}{(s^4+4s^3+4s^2)^2} \Big|_{s=-1} = -1$$

$$P(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{-2t} - e^{-t} - \frac{1}{2}t^2 e^{-t}$$

◻ وارون تبدیل لاپلاس:



وارون تبدیل لاپلاس

✓ روش کامپیوترویی: وارون تبدیل لاپلاس سیستم زیر را به دست آورید:



مل کامپیوترویی

$$P(s) = \frac{1}{s(s+1)^3(s+2)}$$

```
%% Inverse Laplace transform
clear all
% Defining symbolic variables:
syms s
P=1/ (s*(s+1)^3*(s+2));
p=ilaplace(P)

p = exp(-2*t)/2 - exp(-t) - (t^2*exp(-t))/2 + 1/2
```

نمایش مدل در سیستم های کنترل



استفاده از تبدیل لاپلاس در تعیین پاسخ کامل سیستم فطی

مثال پاسخ سیستم زیر را به ورودی پله واحد ($u_s(t) = u(t)$) با شرایط اولیه ($x(0) = 0$)

$$\ddot{x}(t) + 3\dot{x}(t) + 2x(t) = 5u(t) \quad \text{به دست آورید.}$$



مل دستی

$$s^2x(s) - sx(0) - \dot{x}(0) + 3sx(s) - 3x(0) + 2x(s) = \frac{5}{s} \quad \square \text{ لاپلاس بگیرید:}$$

$$x(s)(s^2 + 3s + 2) = \frac{5}{s} - s - 1 \rightarrow x(s) = \frac{-s^2 - s + 5}{s(s+1)(s+2)}$$

$$x(s) = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{s+1} + \frac{K_3}{s+2} \quad \square \text{ تجزیه به کسرهای جزیی:}$$

$$K_1 = \frac{5}{2}, \quad K_2 = -5, \quad K_3 = \frac{3}{2}$$

$$x(t) = \frac{5}{2} - 5e^{-t} + \frac{3}{2}e^{-2t} \quad \forall t \geq 0 \quad \square \text{ وارون تبدیل لاپلاس:}$$

حالت ماندگار

نمایش مدل در سیستم های کنترل

استفاده از تبدیل لاپلاس در تعیین پاسخ کامل سیستم خطی

$$x(s) = \frac{-s^2 - s + 5}{s(s+1)(s+2)}$$

وارون لاپلاس سیستم: ✓



مل
online

[Symbolab](#) سایت

f
Solution
Keep Practicing >

Show Steps
▼

Laplace Inverse Transform of $\frac{-s^2 - s + 5}{s(s+1)(s+2)}$: $\frac{5}{2}H(t) - 5e^{-t} + \frac{3}{2}e^{-2t}$

Steps

$$L^{-1}\left\{\frac{-s^2 - s + 5}{s(s+1)(s+2)}\right\}$$

Take the partial fraction of $\frac{-s^2 - s + 5}{s(s+1)(s+2)}$: $\frac{5}{2s} - \frac{5}{s+1} + \frac{3}{2(s+2)}$

Show Steps



Pierre-Simon Laplace

(23 March 1749 – 5 March 1827)

was a French scholar and polymath whose work was important to the development of engineering, mathematics, statistics, physics, astronomy, and philosophy. He summarized and extended the work of his predecessors in his five-volume *Mécanique Céleste* (Celestial Mechanics) (1799–1825). This work translated the geometric study of classical mechanics to one based on calculus, opening up a broader range of problems. In statistics, the Bayesian interpretation of probability was developed mainly by Laplace. Laplace formulated Laplace's equation, and pioneered the Laplace transform which appears in many branches of mathematical physics, a field that he took a leading role in forming. The Laplacian differential operator, widely used in mathematics, is also named after him. He restated and developed the nebular hypothesis of the origin of the Solar System and was one of the first scientists to postulate the existence of black holes and the notion of gravitational collapse.

Laplace is remembered as one of the greatest scientists of all time. Sometimes referred to as the *French Newton* or *Newton of France*, he has been described as possessing a phenomenal natural mathematical faculty superior to that of any of his contemporaries. He was Napoleon's examiner when Napoleon attended the École Militaire in Paris in 1784. Laplace became a count of the Empire in 1806 and was named a marquis in 1817, after the Bourbon Restoration.

[برگرفته از پیوند](#)

عناوین فصل



پیشگفتار

سیستم کنترل چیست، اجزای سیستم کنترل، نمایش فیزیکی و نمودار بلوکی

۱

اعجاز فیدبک

مقایسه سیستم حلقه باز و حلقه بسته، بررسی همزمان اهداف تنظیم یا ردیابی، رفع اثر اغتشاش و عدم حساسیت به شناخت دقیق سیستم

۲

ساختارهای مختلف سیستم کنترل

سیستم حلقه باز، سیستم حلقه بسته، سیستم حلقه بسته با کنترلگر پیش خور، سیستم حلقه بسته با دو کنترلگر آبشاری، سیستم حلقه بسته آبشاری با دو خروجی، سیستم حلقه بسته با فیدبک حالت

۳

نمایش مدل در سیستم‌های کنترل

معادلات دیفرانسیل خطی غیر متغیر با زمان AT ، مروری بر تبدیل لاپلاس، ویژگی‌های تبدیل لاپلاس، استفاده از تبدیل لاپلاس در نمایش سیستم‌های کنترل خطی، تعیین پاسخ کامل سیستم با تبدیل لاپلاس

۴

نمایش دیگر از بلوکی

اجزای نمودار بلوکی، اتصالات نمودار بلوکی، ساده سازی نمودار بلوکی، مثال‌های ساده سازی

۵

نمودار گذار سیگنال SFG

نمادها و اجزای SFG، قانون بهره Mason در حالت کلی و در حالت خاص، مثال‌های ساده سازی، مدل سازی موتور DC مغناطیس دائم، نمایش فضای حالت

۶

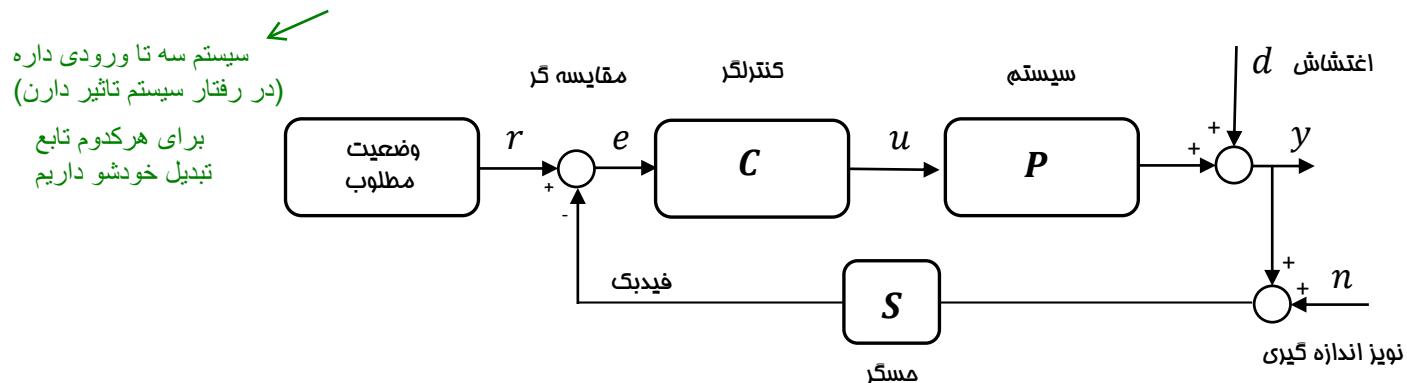
در این فصل با چندین مثال بیولوژیکی، اجتماعی و صنعتی با سیستم کنترل، اجزای آن، نمایش‌های فیزیکی و نمودار بلوکی و اهداف سیستم کنترل آشنا می‌شویم. سپس اهمیت استفاده از فیدبک و اعجاز آن در رسیدن به اهداف سه گانه همزمان را مورد بررسی قرار داده و سپس ساختارهای مختلف سیستم‌های کنترل را مرور می‌کنیم. در بخش دوم این فصل نمایش‌های مختلف نمودار بلوکی، نمودار گذار سیگنال SFG و نمایش فضای حالت را بررسی نموده با مثال‌های متنوع (وش ساده سازی دستی و با استفاده از ابزارهای کامپیوتری) را بررسی خواهیم نمود.

نمایش نمودار بلوکی

-

ساده سازی نمودار بلوکی

- ✓ نمودار بلوکی روشی ساده برای نمایش سیستم‌ها در فضای لابلاس است.
- نمایش عمومی یک سیستم کنترل با نمودار بلوکی (خروجی y تحت تاثیر ورودی‌های رديابی r ، اغتشاش d ، و نویز n)

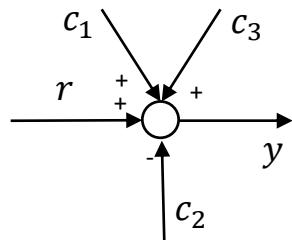


✓ با استفاده از جبر حاکم بر نمودار بلوکی تابع تبدیل سیستم حلقه بسته را می‌توان یافت:

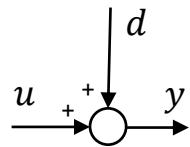
$$y(s) = M(s)r(s) + D(s)d(s) + N(s)n(s) \quad \rightarrow \quad \text{سیستم خطیه --> برقرار بودن جمع آثار}$$

نمایش نمودار بلوکی

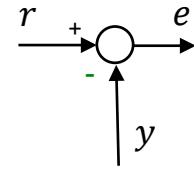
ساده سازی نمودار بلوکی



چندین جمع و تفریق



جمع کننده



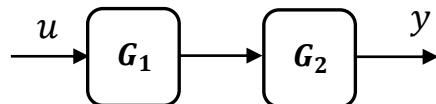
تفاضلی

$$y(s) = r(s) + c_1(s) - c_2(s) + c_3(s),$$

$$y(s) = u(s) + d(s),$$

$$e(s) = r(s) - y(s)$$

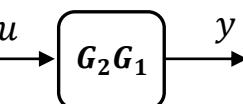
✓ مقایسه گرها



\equiv



\equiv



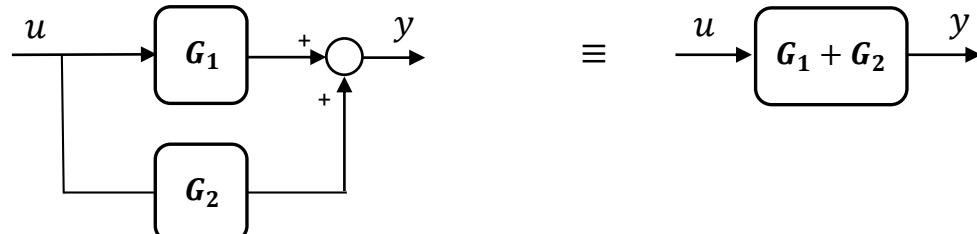
✓ اتصال سری

اگر سیستم تک ورودی تک خروجی باشه --> ترتیب G1G2 مهم نیست

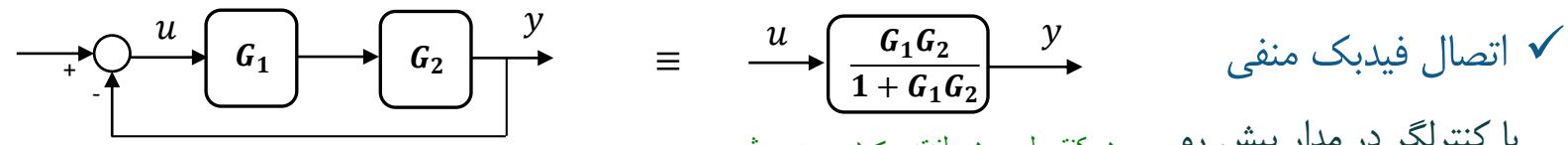
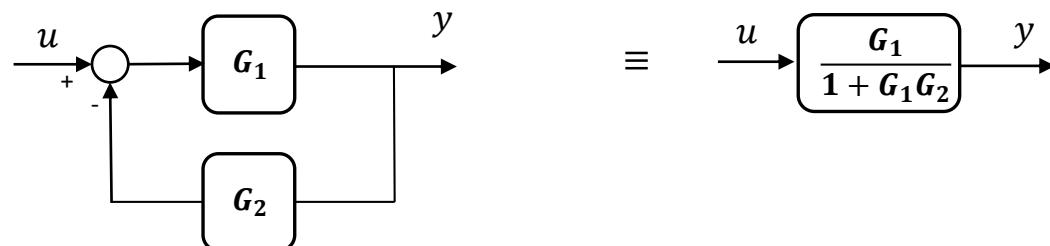
نمایش نمودار بلوکی

ساده سازی نمودار بلوکی

✓ اتصال موازی

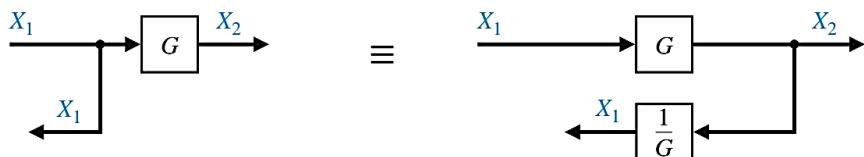
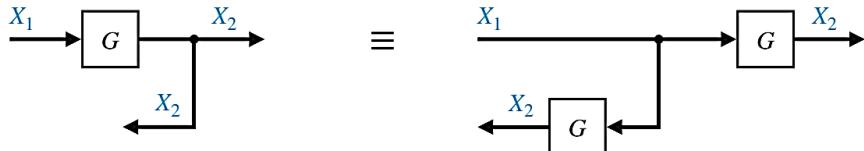
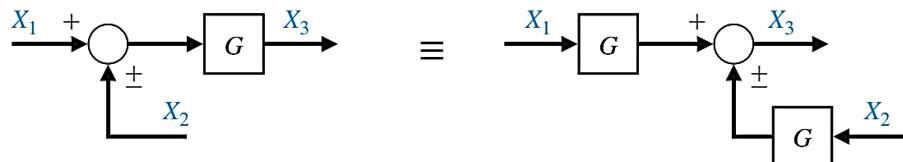


✓ اتصال فیدبک منفی
با کنترلگر در مدار پسخور



✓ با کنترلگر در مدار پیش رو

نمایش نمودار بلوکی



برگرفته از کتاب Dorf

ساده سازی نمودار بلوکی

✓ جا به جای مقایسه گر

این جابجایی ها برای ساده سازی هستند

✓ جا به جای نقطه اتصال

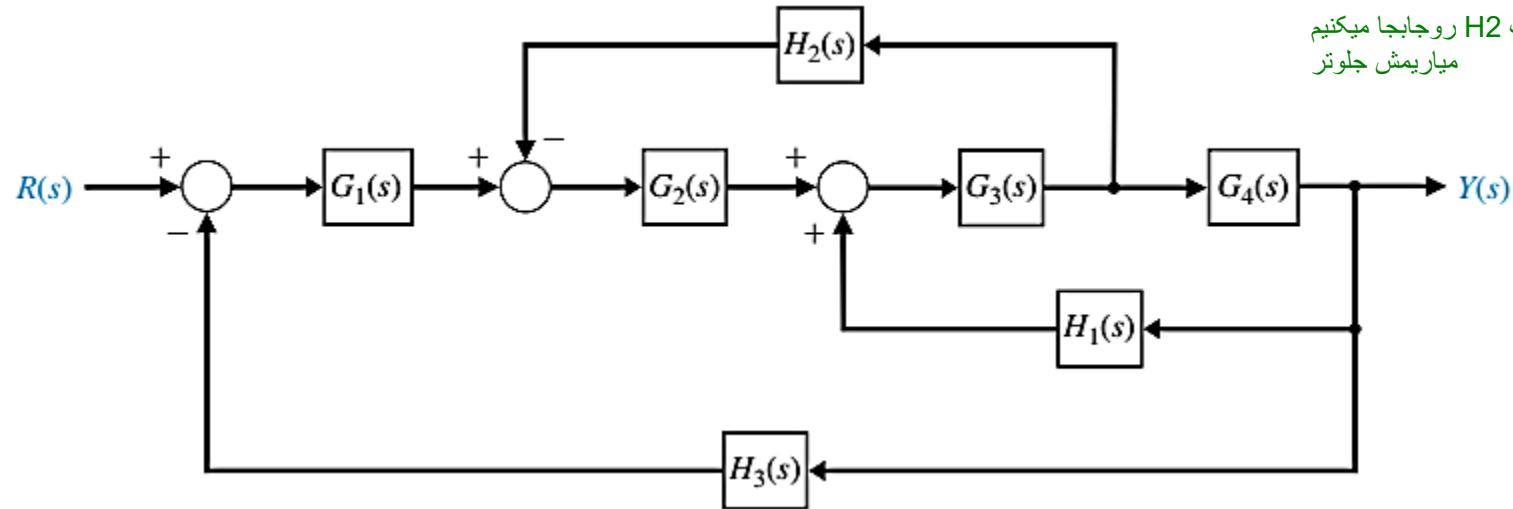
✓ جا به جای مقایسه گر و سیستم

ساده سازی نمودار بلوکی



✓ مثال ۱: تابع تبدیل سیستم حلقه بسته زیر را به دست آورید.

اول فیدبک $H_2(s)$ را جابجا میکنیم
میاریمش جلوتر

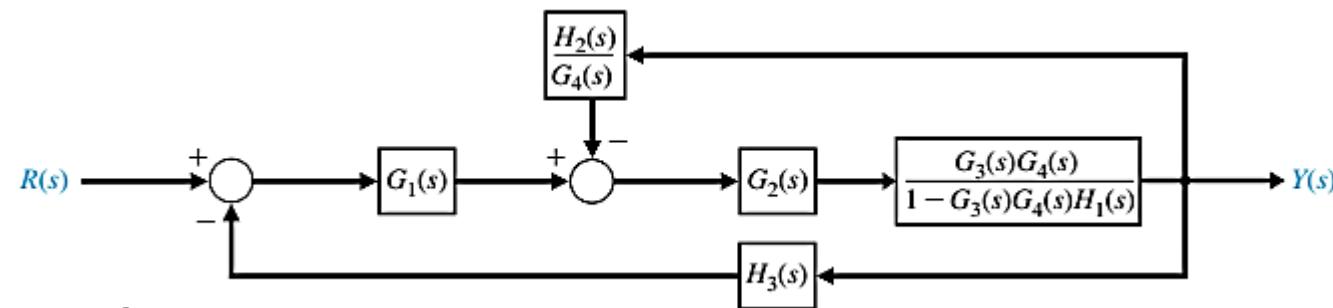
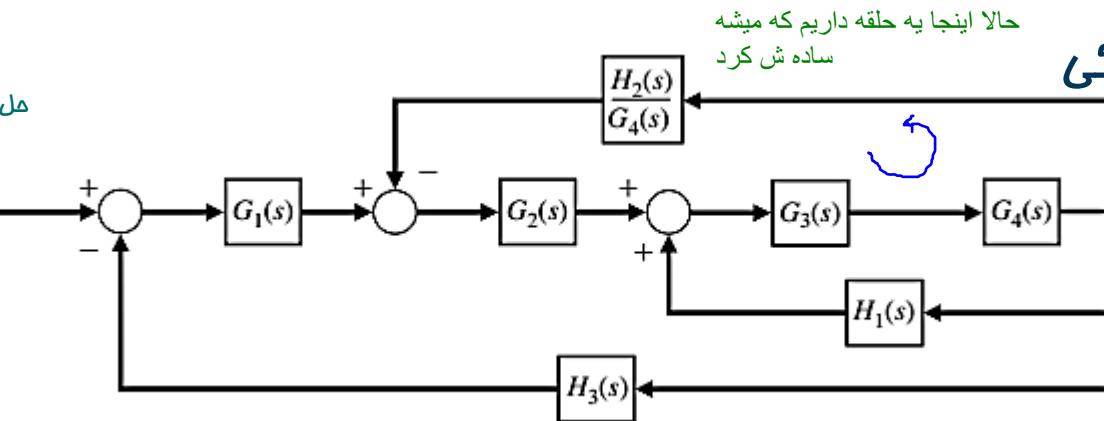


برگرفته از کتاب Dorf

نمایش نمودار بلوکی

ساده سازی نمودار بلوکی

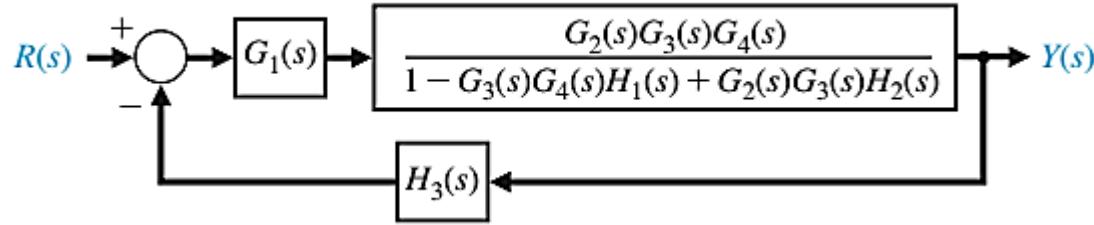
✓ ادامه مثال ۱



برگرفته از کتاب Dorf

ساده سازی نمودار بلوکی

✓ ادامه مثال ۱



$$\frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)}{1 - G_3(s)G_4(s)H_1(s) + G_2(s)G_3(s)H_2(s) + G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)H_3(s)} \rightarrow Y(s)$$

برگرفته از کتاب

عناوین فصل



معادلات دیفرانسیل خطی غیر متغیر با زمان AT ، مروری بر تبدیل لاپلاس،
ویژگی های تبدیل لاپلاس، استفاده از تبدیل لاپلاس در نمایش سیستم های
کنترل خطی، تعیین پاسخ کامل سیستم با تبدیل لاپلاس

۴

نمایش مدل در سیستم های کنترل

سیستم کنترل چیست، اجزای سیستم کنترل، نمایش فیزیکی و نمودار بلوکی
سیستم کنترل، اهداف سیستم کنترل

۱

اجزای نمودار بلوکی، اتصالات نمودار بلوکی، ساده سازی نمودار بلوکی
مثال های ساده سازی

۵

نمایش دیگر از بلوکی

مقایسه سیستم حلقه باز و حلقه بسته، بررسی همزمان اهداف تنظیم یا ردیابی،
رفع اثر اغتشاش و عدم حساسیت به شناخت دقیق سیستم

۲

نماد ها و اجزای SFG، قانون بهره Mason در حالت کلی و در حالت خاص، مثال
های ساده سازی، مدل سازی موتور DC مغناطیس دائم، نمایش فضای حالت

۶

نمودار گذار سیگنال SFG

سیستم حلقه باز، سیستم حلقه بسته، سیستم حلقه بسته با کنترلگر پیش خور،
سیستم حلقه بسته با دو کنترلگر آبشاری، سیستم حلقه بسته آبشاری با دو
خروجی، سیستم حلقه بسته با فیدبک حالت

۳

در این فصل با چندین مثال بیولوژیکی، اجتماعی و صنعتی با سیستم کنترل، اجزای آن، نمایش های فیزیکی و نمودار بلوکی و اهداف سیستم کنترل آشنا می شویم. سپس
اهمیت استفاده از فیدبک و اعماق آن در رسیدن به اهداف سه گانه همزمان را مورد بررسی قرار داده و سپس ساختار های مختلف سیستم های کنترل را مرور می کنیم. در بخش
دوم این فصل نمایش های مختلف نمودار بلوکی، نمودار گذار سیگنال SFG و نمایش فضای حالت را بررسی نموده با مثال های متنوع (وش ساده سازی دستی و با استفاده از
ابزارهای کامپیوتری) را بررسی خواهیم نمود.

نمایش مدل در سیستم های کنترل

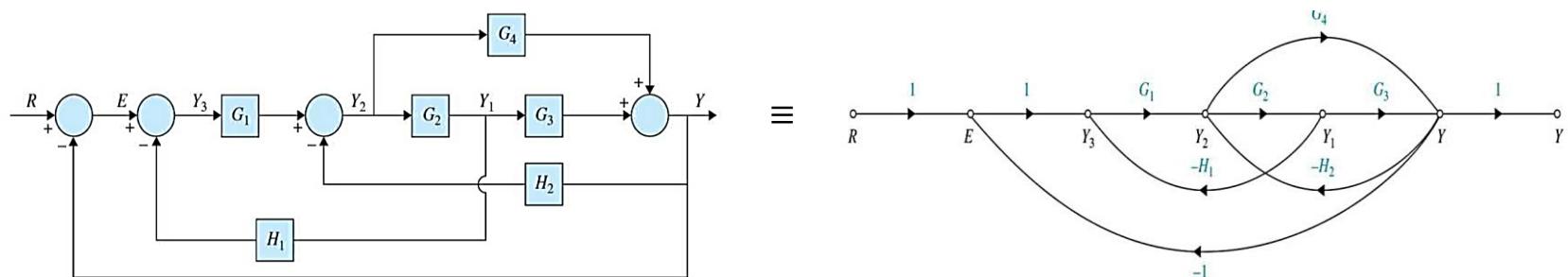
نمودار گذر سیگنال

✓ روش دیگری برای نمایش اتصال پیچیده سیستم ها SFG است

✓ در این نمایش به جای استفاده از نمودار بلوکی از نمودار گذر سیگنال به صورت زیر استفاده می شود.



✓ بدین ترتیب می توان نمودار های بلوکی را با SFG نمایش داد:



برگفته از کتاب Kou

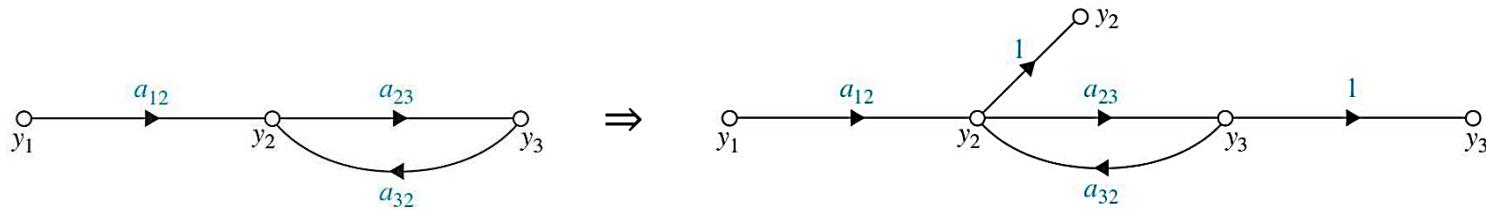
نمودار گذر سیگنال Signal Flow Graph

نمادهای نمودار گذر سیگنال SFG

✓ اجزای یک SFG

□ گره ورودی u ، گره خروجی y ، گره میانی:

- نحوه تمایز گره های ورودی و خروجی از گره های میانی: در این مثال y_1 گره ورودی و y_2, y_3 هر دو گره خروجی هستند.



□ مسیر پیش رو: مسیری که از یک گره ورودی آغاز و به یک گره خروجی متنه می شود، بدون اینکه هیچ یک از گره های مسیر بیش از یک بار نوردیده شوند.

□ حلقه: مسیری که از یک گره آغاز و به همان گره بر می گردد بدون آنکه یک گره ای در مسیر را بیش از یک بار طی کند.

□ حلقه های بی تماس: حلقه هایی که دارای گره مشترکی نباشند.

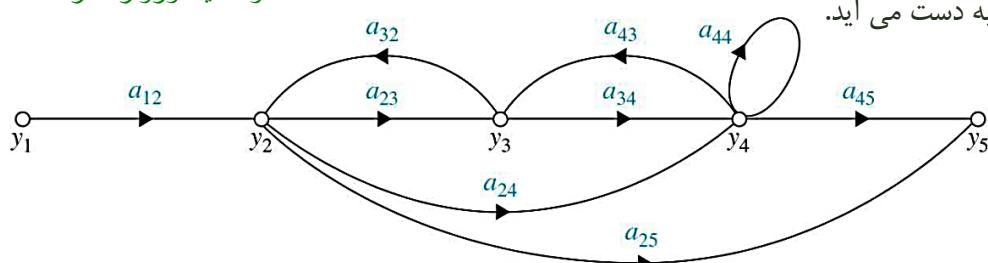
برگرفته از کتاب Kou

نمودار گذر سیگنال Signal Flow Graph

نماد های نمودار گذر سیگنال SFG

✓ اجزای یک SFG

سه تا مسیر پیش رو داره بین y_1 و y_5
دو تا قید فوروارد داره



□ بهره مسیر:

• بهره مسیر از حاصل ضرب بهره های اجزای مسیر به دست می آید.
✓ مثال: نمودار گذر سیگنال زیر را در نظر بگیرید:

- در این مثال y_1 گره ورودی و سایر گره ها می توانند به صورت گره خروجی در نظر گرفته شوند.
- دو مسیر مستقیم بین y_1 و y_4 وجود دارد که بهره های زیرند: $a_{12}a_{24}$ و $a_{12}a_{23}a_{34}$.
- دو مسیر مستقیم بین y_1 و y_3 وجود دارد! که بهره های زیرند: $a_{12}a_{23}$ و $a_{12}a_{24}a_{43}$.
- چهار حلقه با بهره های زیر وجود دارند: $a_{23}a_{32}$ و $a_{34}a_{43}$ و a_{44} و $a_{44}a_{32}a_{32}$.
- دو حلقه زیر بی تماس هستند: $a_{23}a_{32}$ و a_{44} .

برگفته از کتاب Kou

نمودار گذر سیگنال Signal Flow Graph



قانون بهره SFG در نمودار گذر سیگنال

✓ حالت کلی:

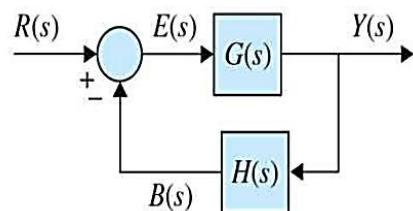
$$M = \frac{y_{out}}{y_{in}} = \sum_{k=1}^N \frac{M_k \Delta_k}{\Delta}$$

که در آن:

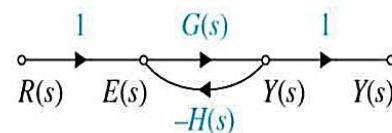
| | |
|---|------------|
| نماد متغیر گره ورودی | y_{in} |
| نماد متغیر گره خروجی | y_{out} |
| بهره نهایی بین متغیر ورودی و خروجی | M |
| مجموع تعداد مسیر های پیش روی بین متغیر گره ورودی و خروجی | N |
| بهره مسیر پیش روی k ام بین ورودی و خروجی | M_k |
| ۱ - (جمع بهره های تمامی حلقه های مستقل) + (جمع حاصل ضرب بهره های تمامی ترکیب های دو حلقه بی تماس) - (جمع حاصل ضرب بهره های تمامی ترکیب های سه حلقه بی تماس) + (جمع حاصل ضرب بهره های تمامی ترکیب های چهار حلقه بی تماس) - ... | Δ |
| بهره بخش بدون تماس نمودار با مسیر پیش روی k ام | Δ_k |

برگفته از کتاب Kou

نمودار گذر سیگنال Signal Flow Graph



$$M_1 = G(s)$$



مثال ۱: بهره سیستم زیر را به دست آورید.

پاسخ: در این مثال ساده تنها یک مسیر پیش رو وجود دارد:

$$L_{11} = -G(s)H(s)$$

تنها یک حلقه وجود دارد:

$$\Delta_1 = 1, \Delta = 1 - L_{11} = 1 + G(s)H(s)$$

هیچ حلقه بدون تماسی وجود ندارد:

بدین ترتیب بهره نهایی سیستم به صورت زیر به دست می آید:

$$M = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{M_1 \Delta_1}{\Delta} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

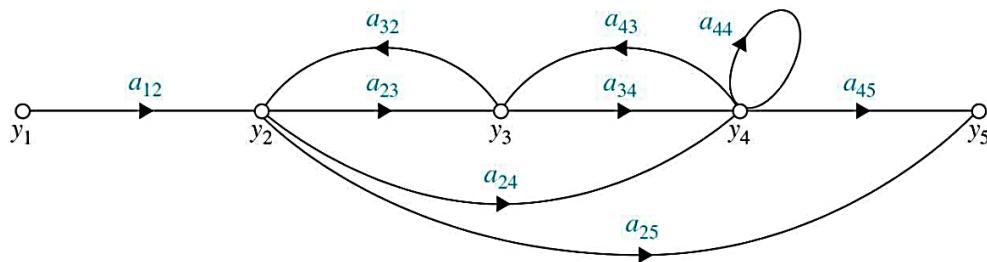
مسیر پیش رو را از نمودار
کم کردیم SFG

برگفته از کتاب Kou

نمودار گذر سیگنال Signal Flow Graph



هل دستی



قانون بهره Mason در نمودار گذر سیگنال SFG

✓ مثال ۲: بهره سیستم زیر را به دست آورید.

$$M_1 = a_{12}a_{23}a_{34}a_{45}, M_2 = a_{12}a_{25}, M_3 = a_{12}a_{24}a_{45}$$

پاسخ: در این مثال سه مسیر پیش رو وجود دارد:

$$L_{11} = a_{23}a_{32}, L_{21} = a_{34}a_{43}, L_{31} = a_{24}a_{43}a_{32}, L_{41} = a_{44}$$

چهار حلقه وجود دارد:

$$L_{21} = a_{23}a_{32}a_{44}, \quad \text{دو حلقه بی تماس وجود دارد } (L_{11}, L_{41}) \text{ که حاصل ضرب بهره های ایشان برابر است با:}$$

$$\Delta = 1 - (L_{11} + L_{12} + L_{13} + L_{14}) + L_{21} \quad \text{بدین ترتیب:}$$

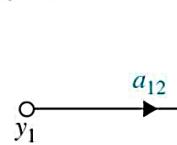
$$= 1 - a_{23}a_{32} - a_{34}a_{43} - a_{24}a_{32}a_{43} - a_{44} + a_{23}a_{32}a_{44}$$

$$\Delta_1 = \Delta_3 = 1 \quad \text{همگی حلقه ها با مسیر پیش رو اول و سوم در تماس هستند، لذا:}$$

$$\Delta_2 = 1 - a_{34}a_{43} - a_{44} \quad \text{دو حلقه } (L_{31}, L_{41}) \text{ با مسیر پیش رو دوم در تماس است. لذا:}$$

برگفته از کتاب Kou

نمودار گذر سیگنال Signal Flow Graph



قانون بهره Mason در نمودار گذر سیگنال SFG

ادامه مثال ۲ ✓

بدین ترتیب بهره نهایی سیستم به صورت زیر به دست می آید:

$$M = \frac{y_5(s)}{y_1(s)} = \frac{M_1 \Delta_1 + M_2 \Delta_2 + M_3 \Delta_3}{\Delta}$$

$$= \frac{a_{12}a_{23}a_{34}a_{45} + a_{12}a_{25}(1 - a_{34}a_{43} - a_{44}) + a_{12}a_{24}a_{45}}{1 - a_{23}a_{32} - a_{34}a_{43} - a_{24}a_{32}a_{43} - a_{44} + a_{23}a_{32}a_{44}}$$

$$\frac{y_2(s)}{y_1(s)} = \frac{a_{12}(1 - a_{34}a_{43} - a_{44})}{\Delta}$$

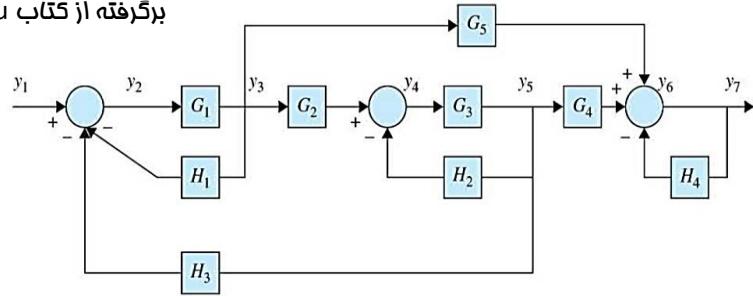
شما می توانید به راحتی بررسی کنید که:

برگرفته از کتاب Kou

نمودار گذر سیگنال Signal Flow Graph



برگرفته از کتاب Kou



$$M_1 = G_1 G_2 G_3 G_4, \quad M_2 = G_1 G_5$$

$$L_{11} = -G_1 H_1, \quad L_{21} = -G_3 H_2, \quad L_{31} = -G_1 G_2 G_3 H_3, \quad L_{41} = -H_4$$

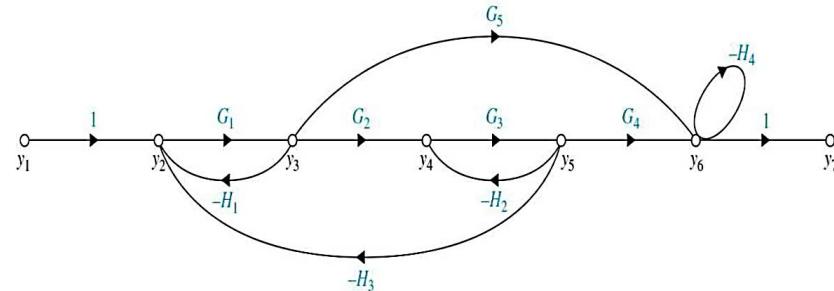
$$L_{12} = G_1 H_1 G_3 H_2, \quad L_{22} = G_1 H_1 H_4, \quad L_{32} = G_3 H_2 H_4$$

$$L_{42} = G_1 G_2 G_3 H_3 H_4$$

$$L_{13} = -G_1 G_3 H_1 H_2 H_4$$

قانون بهره Mason در نمودار گذر سیگنال SFG

- مثال ۳: بهره کلی سیستم زیر را به دست آورید.



پاسخ: در این مثال دو مسیر پیش رو وجود دارد:

چهار حلقه دیده می شود:

حاصل ضرب دو از سه حلقه بی تماس عبارت است از:

حاصل ضرب دو حلقه بی تماس دیگر عبارت است از:

حاصل ضرب سه حلقه بی تماس اول نیز عبارت است از:

نمودار گذر سیگنال Signal Flow Graph



$$\Delta = 1 + G_1H_1 + G_3H_2 + G_1G_2G_3H_3 + H_4 + G_1G_3H_1H_2 + G_1H_1H_4 + G_3H_2H_4 + G_1G_2G_3H_3H_4 + G_1G_3H_1H_2H_4$$

بدین ترتیب:

$$\Delta_1 = 1$$

تمامی حلقه ها با مسیر پیش رو M_1 در تماس هستند:

$$\Delta_2 = 1 + G_3H_2$$

حلقه L_{13} با مسیر پیش رو M_2 در تماس نیست:

بدین ترتیب:

$$M = \frac{y_7(s)}{y_1(s)} = \frac{M_1\Delta_1 + M_2\Delta_2}{\Delta} = \frac{G_1G_2G_3G_4, + G_1G_5(1 + G_3H_2)}{\Delta}$$

$$\frac{y_2(s)}{y_1(s)} = \frac{1+G_3H_2+H_4+G_3H_2H_4}{\Delta}$$

به همین ترتیب می توانید بهره های دیگر را پیدا کنید:

$$\frac{y_4(s)}{y_1(s)} = \frac{G_1G_2(1+H_4)}{\Delta}$$

برگفته از کتاب Kou

نمودار گذر سیگنال Signal Flow Graph

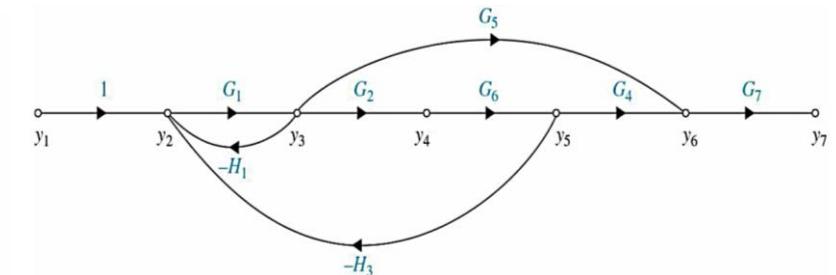
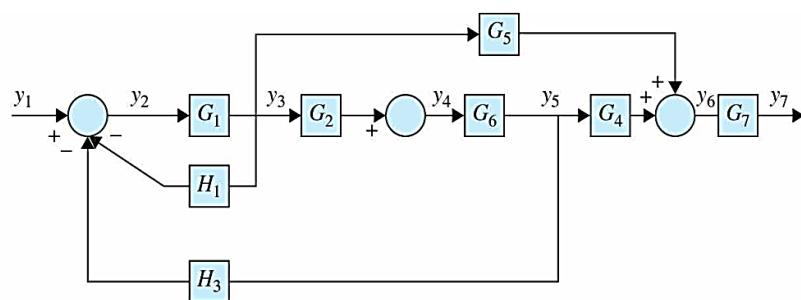


قانون بهره Mason در نمودار گذر سیگنال SFG

- ✓ حالت خاص: اگر همگی حلقه ها و مسیر های پیش رو بدون تماس باشند رابطه بهره به صورت زیر ساده می شود:

$$M = \frac{y_{out}}{y_{in}} = \sum \frac{\text{Forward Path Gains}}{1 - \text{Loop Gains}}$$

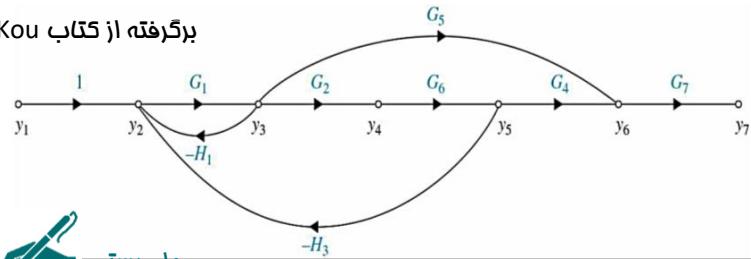
- ✓ سیستم مثال ۳ را با صورت زیر می توان ساده نمود که در آن حلقه ها و مسیر های پیش رو بدون تماس باشند:



برگرفته از کتاب Kou

نمودار گذر سیگنال Signal Flow Graph

برگرفته از کتاب Kou



$$M_1 = G_1 G_2 G_6 G_4 G_7, \quad M_2 = G_1 G_5 G_7$$

$$L_{11} = -G_1 H_1, \quad L_{21} = -G_1 G_2 G_6 H_3$$

$$M = \frac{y_7(s)}{y_1(s)} = \frac{M_1 + M_2}{1 - L_{11} L_{21}}$$

$$M_1 + M_2 = G_1 G_2 G_4 \frac{G_3}{1 + G_3 H_2} \cdot \frac{1}{1 + H_4} + G_1 G_5 \frac{1}{1 + H_4} = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4 + G_1 G_5 (1 + G_3 H_2)}{(1 + G_3 H_2)(1 + H_4)}$$

$$1 - L_{11} L_{21} = 1 + G_1 H_1 + G_1 G_2 H_3 \frac{G_3}{1 + G_3 H_2} = \frac{1 + G_3 H_2 + G_1 H_1 (1 + G_3 H_2)}{1 + G_3 H_2}$$

که دقیقاً همان تابع تبدیل مثال ۳ است!

$$M = \frac{y_7(s)}{y_1(s)} = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4 + G_1 G_5 (1 + G_3 H_2)}{(1 + G_1 H_1 + G_3 H_2 + G_1 G_3 H_1 H_2)(1 + H_4)}$$

در نتیجه:

قانون بهره SFG در نمودار گذر سیگنال

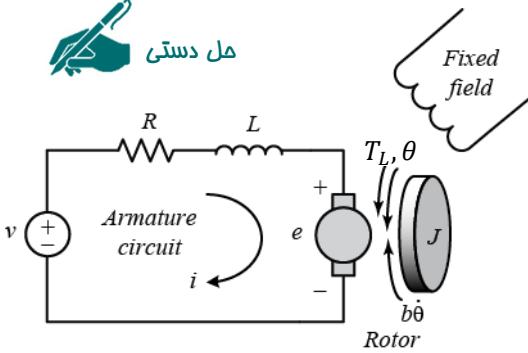
✓ ادامه مثال ۴: که در آن

در این حالت دو مسیر پیش رو وجود دارد:

دو حلقه در تماس دیده می شود:

بدین ترتیب:

نمایش مدل در سیستم های کنترل



• مدل سازی و نمایش موتور DC مختلطیس دائم

- ✓ یک سیستم الکترو مکانیکی و پر کاربردترین عملگر در سیستم های کنترل
- اصول حاکم در مدل موتور
 - بر اساس اثر لنز، ولتاژ خود القایی متناسب با سرعت چرخش روتور ایجاد می شود
 - $v_{emf} = K_v \omega$
 - $\tau_m = K_m i$ گشتاور تولید شده توسط موتور متناسب با جریان موتور است:

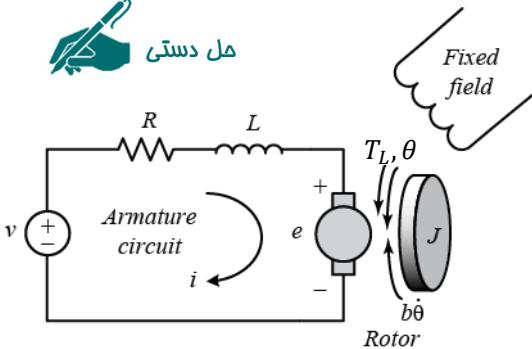
$$L \frac{di}{dt} + Ri + v_{emf} = v(t) \rightarrow \text{ولتاژ اعمالی}$$

$$J \frac{d\omega}{dt} + b\omega + T_L = \tau_m$$

- که در آن L اندوکتانس موتور، R مقاومت آرمیچر، J ممان اینرسی بار، b ضریب استهلاک ویسکوز و T_L گشتاور اغتشاشی است

برگرفته از کتاب Dorf

نمایش مدل در سیستم های کنترل



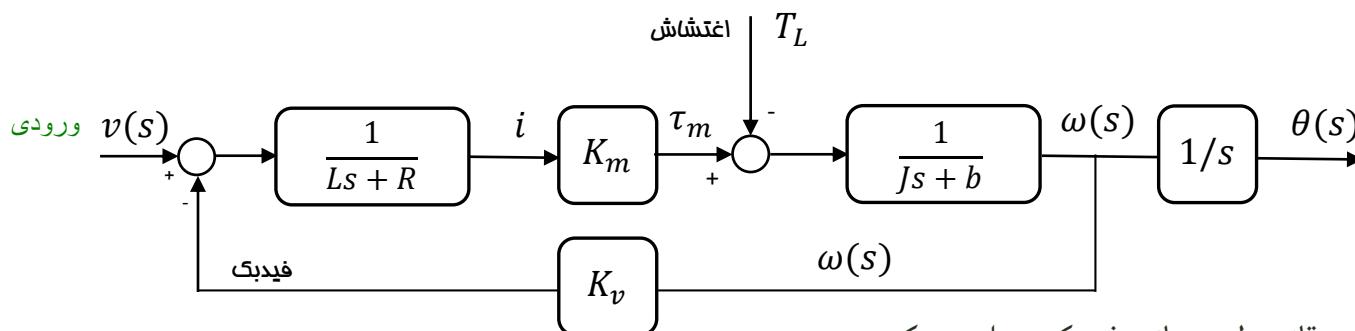
مدل سازی و نمایش موتور DC مخناطیس دائم

✓ با جای گذاری و اعمال تبدیل لاپلاس

به ازای شرایط اولیه صفر :

$$\begin{cases} (Ls + R)i(s) + K_v\omega(s) = v(s) \\ (Js + b)\omega + T_L(s) = K_m i(s) \end{cases}$$

□ نمایش بلوک نمودار:



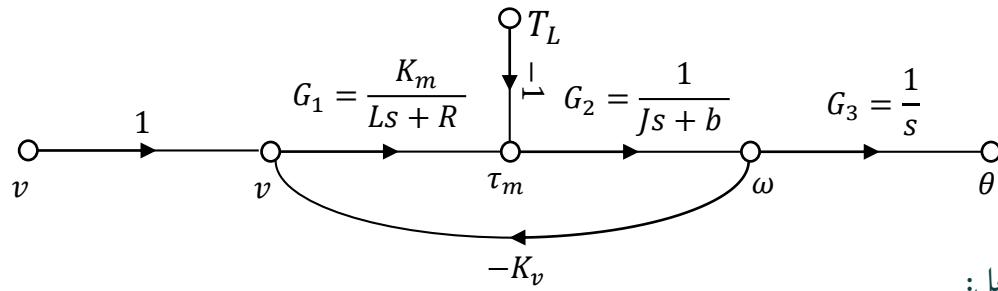
نمایش مدل در سیستم های کنترل



هل دستی

مدل سازی و نمایش موتور DC مخناطیس دائم

SFG ✓
نمایش



□ ساده سازی و تعیین توابع تبدیل:

$$\frac{\omega(s)}{v(s)} = \frac{\frac{K_m}{(Ls + R)(Js + b)}}{1 + \frac{K_v K_m}{(Ls + R)(Js + b)}} = \frac{K_m}{(Ls + R)(Js + b) + K_v K_m},$$

$$\frac{\theta(s)}{v(s)} = \frac{\frac{K_m/LJ}{s^2 + \left(\frac{b}{J} + \frac{R}{L}\right)s + \frac{(Rb + K_v K_m)}{LJ}}}{s^2 + \left(\frac{b}{J} + \frac{R}{L}\right)s + \frac{(Rb + K_v K_m)}{LJ}}$$

$$\frac{\omega(s)}{T_L(s)} = \frac{\frac{-1}{(Js + b)}}{\Delta} = \frac{-(Ls + R)}{(Ls + R)(Js + b) + K_v K_m}, \quad \frac{\theta(s)}{T_L(s)} = \frac{\frac{-(Ls + R)/LJ}{s^2 + \left(\frac{b}{J} + \frac{R}{L}\right)s + \frac{(Rb + K_v K_m)}{LJ}}}{s^2 + \left(\frac{b}{J} + \frac{R}{L}\right)s + \frac{(Rb + K_v K_m)}{LJ}}$$

اگر T_L به عنوان ورودی باشد

نمایش مدل در سیستم های کنترل

نمایش فضای حالت

- ✓ بسیاری از سیستم ها را می توان با یک دستگاه معادلات دیفرانسیل مرتبه اول نمایش داد.

$$\dot{x} = f(x(t), u(t), t)$$

$$y = h(x(t), u(t), t)$$

- که در آن x بردار متغیر های حالت سیستم، u بردار ورودی در سیستم و f تابعی است که معادلات دینامیکی سیستم را توصیف می کند.

- از طرف دیگر y بردار متغیر های خروجی اندازه گیری شده در سیستم، h تابعی است که رابطه حسگر در اندازه گیری سیستم را توصیف می کند.

- ✓ اگر سیستم خطی متغیر با زمان باشد رابطه فوق به معادلات حالت خطی زیر ساده می شود

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

- که در آن A, B, C, D ماتریس هایی با مقادیر عددی ثابت می باشند که دینامیک خطی سیستم را توصیف می کنند.

نمایش مدل در سیستم های کنترل

نمایش فضای حالت

✓ مثال ۱: معادلات حاکم بر رفتار موتور DC مغناطیس دائم را در نظر بگیرید:

$$L \frac{di}{dt} + Ri + K_v \omega = v(t)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} + b\omega + T_L = K_m i$$

□ با در نظر گرفتن متغیرهای حالت: $x = [i \quad \omega]^T$ از معادله حالت به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{bmatrix} \dot{i} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{K_v}{L} \\ \frac{K_m}{J} & -\frac{b}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ T_L \end{bmatrix}$$

وروودی

$$y = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} i \\ \omega \end{bmatrix}$$

□ با فرض اینکه هدف در این سیستم، کنترل سرعت موتور باشد آنگاه

□ در این سیستم: $y = \omega$ و $u = [v \quad T_L]^T$ ، $x = [i \quad \omega]^T$ بوده و ماتریس های سیستم عبارتند از:

$$A = \begin{bmatrix} -R/L & -K_v/L \\ K_m/J & -b/J \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \quad 1], \quad D = 0$$



نمایش مدل در سیستم های کنترل

نمایش فضای حالت

✓ ماتریس تبدیل سیستم های LTI

- در نمایش فضای حالت می توان سیستم های دارای چند ورودی و چند خروجی MIMO را نمایش داد.
- اگر از چنین سیستمی تبدیل لاپلاس بگیریم، با شرط مقادیر اولیه صفر به نمایش ماتریس تبدیل سیستم خواهیم رسید:

$$\dot{x} = Ax + Bu \rightarrow sx(s) = Ax(s) + Bu(s) \rightarrow x(s) = (sI - A)^{-1}Bu(s)$$

$$y = Cx + Du \rightarrow y(s) = Cx(s) + Du(s) \rightarrow y(s) = [C(sI - A)^{-1}B + D]u(s)$$

- بدین ترتیب ماتریس تبدیل سیستم از این رابطه به دست می آید:

$$H(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = [C(sI - A)^{-1}B + D]$$

با توجه به ابعاد ورودی $1 \times r$ و خروجی $1 \times m$ ماتریس تبدیل یک ماتریس $m \times r$ خواهد بود:



نمایش مدل در سیستم های کنترل



مل کامپیوٹری

نمایش سیستم و ساده سازی اتصال سیستم ها توسط کامپیووتر

- در نرم افزار Matlab برای نمایش سیستم به فرم های مختلف از دستورات زیر می توان استفاده نمود ✓

```
% Different ways to represent a system:
%
%      P(s) = 4
%              -----
%              (s - 1)(s - 2)
clc
% Tf format
num=4; den=[1 -3 2]; plant1=tf(num,den)
%
% ZPK format
k=4;z=[]; p=[1 2]; plant2=zpk(z,p,k)
%
% converting to state space
[Ap,Bp,Cp,Dp]=tf2ss(num,den)
Ap =          Bp =          Cp =          Dp =
      3    -2           1           0       4
      1     0           0
-----
```

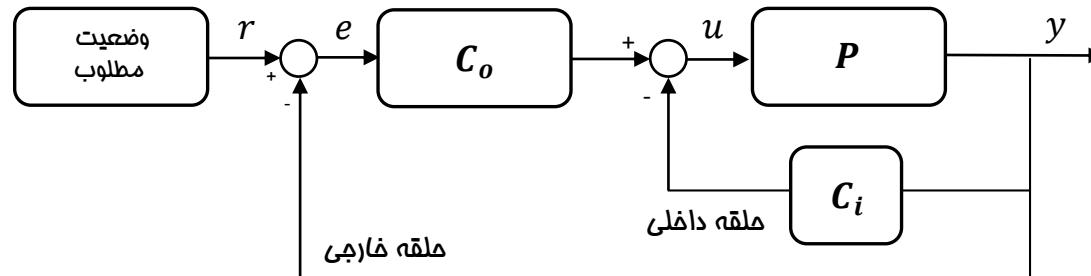
نمایش مدل در سیستم های کنترل



نمایش سیستم و ساده سازی اتصال سیستم ها توسط کامپیوتر

- در نرم افزار Matlab برای ساده سازی سیستم می توان از دستور **sysic** استفاده کرد

سیستم آبشاری زیر را در نظر بگیرید:



که در آن

$$P(s) = \frac{4}{(s-1)(s-2)}, \quad C_i(s) = \frac{s+1}{(s+2)^2}, \quad C_o(s) = \frac{1}{s^2+s+1}$$

نمایش مدل در سیستم های کنترل



مل کامپیوتو

نمایش سیستم و ساده سازی اتصال سیستم ها توسط کامپیووتر

-

✓ در نرم افزار Matlab برای ساده سازی سیستم می توان از دستور **sysic** استفاده کرد:

```
%%
% The smart way to define and simplify the block diagrams and SFG
%
clear all
s=zpk('s'); % zero-pole format
P=1/((s-1)*(s-2)); % plant
Co=(s+1)/(s+2)^2; % outer loop controller
Ci=1/s^2+s+1; % inner loop controller

% construct the interconnection structure, plant_ic;

systemnames = 'P Co Ci';
inputvar = '[r]';
outputvar = '[P]';
input_to_P = '[ Co - Ci ]';
input_to_Co = '[ r - P ]';
input_to_Ci = '[P]';
sysoutname = 'plant_ic';
cleanupsysic = 'yes';
sysic

% We can change the properties of the generated plant using
% get and set commands or as following.

plant_ic.InputName={'r'}; % Set the input names
plant_ic.OutputName={'y'}; % Set the output names

% We can make sure that our augmented system has its minimal
% realization to avoid un-controllability for some hidden modes
% Check zero-poles patterns and use minreal
plant_ic = minreal(plant_ic)
plant_ic =
    From input "r" to output "y":
                           s^2 (s+1)
-----
(s+1.727) (s+2.316) (s^2 + 0.1909s + 0.2948) (s^2 - 2.234s + 3.393)
Continuous-time zero/pole/gain model.
```



Samuel Jefferson Mason (1921–1974)

was an American electronics engineer. Mason's invariant and Mason's rule are named after him. He was born in New York City, but he grew up in a small town in New Jersey. He received a B.S. in electrical engineering from Rutgers University in 1942, and after graduation, he joined the Antenna Group of MIT Radiation Laboratory as a staff member. Mason went on to earn his S.M. and Ph.D. in electrical engineering from MIT in 1947 and 1952, respectively. After World War II, the Radiation Laboratory was renamed the MIT Research Laboratory of Electronics, where he became the associate director in 1967. Mason served on the faculty of MIT from 1949 until his death in 1974 – as an assistant professor in 1949, associate professor in 1954, and full professor in 1959. Mason unexpectedly died in 1974 due to a cerebral hemorrhage.

Mason's doctoral dissertation, supervised by Ernst Guillemin, was on signal-flow graphs and he is often credited with inventing them. Another one of his contributions to the field of control systems theory was a method to find the transfer function of a system, now known as [Mason's rule](#). Mason was an expert in optical scanning systems for printed materials. He was the leader of the Cognitive Information Processing Group of the MIT Research Laboratory of Electronics, and he created systems that scanned printed materials and read them out loud for the blind. Similarly, he developed tactile devices powered by photocells that enabled the blind to sense light.

برگرفته از پیوند

بیوگرافی دکتر حمید رضا تقی راد

حمید رضا تقی راد مدرک کارشناسی خود را در مهندسی مکانیک از دانشگاه صنعتی شریف در سال ۱۳۶۸ و کارشناسی ارشد خود را در مهندسی مکانیک (مکاترونیک) در سال ۱۳۷۲ و دکترای خود را در مهندسی برق- کنترل و رباتیک در سال ۱۳۷۶ از دانشگاه مک گیل کانادا دریافت کرده است. او در حال حاضر معاون بین الملل دانشگاه، استاد تمام و مدیر گروه رباتیک ارس در دپارتمان کنترل و سیستم، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی است. ایشان دارای عضویت ارشد انجمن IEEE، عضو هیات تحریریه ژورنال بین المللی رباتیک: تئوری و کاربرد و ژورنال بین المللی سیستم های پیشرفته رباتیک می باشد. زمینه های تحقیقاتی مورد علاقه وی کاربرد کنترل مقاوم و غیر خطی بر روی سیستم های رباتیک بوده و زمینه های مختلف رباتیک شامل ربات های موازی و کابلی، ربات های خودران، ربات ها جراحی و سامانه های هپتیک آموزش جراحی چشم در حیطه تخصص ایشان قرار دارد. تالیفات ایشان شامل پنج کتاب و بیش از ۲۵۰ مقاله در کنفرانس ها و ژورنال های معتبر بین المللی است.



حمید رضا تقی راد
استاد



گروه رباتیک ارس

سیستم های کنترل فطی

برای مطالعه بیشتر و مشاهده فیلم های ضبط شده کلاس مجازی
به [این سایت](#) مراجعه نمایید



متشرّم

دانشگاه صنعتی فواید نصیرالدین طوسی
دانشگاه مهندسی برق، دپارتمان کنترل و سیستم، گروه رباتیک ارس

سیستم های کنترل فطی
دکتر محمد رضا تقی‌زاد