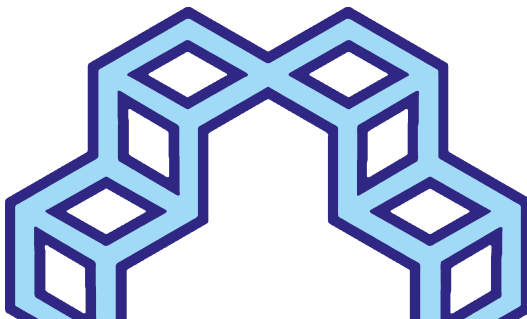


پروژه کنترل خطی

باربد طاهرخانی

۱۶ بهمن ۱۴۰۳



در این ارائه، ابتدا سیستم مورد نظر را با استفاده از داده‌ها و ویژگی‌های موجود شناسایی خواهیم کرد. در گام بعد، با استفاده از روش‌های هندسی و معیار راث Routh یک بهره مناسب برای سیستم اختصاص خواهیم داد. پس از تعیین بهره، به طراحی کنترلرهای مختلف با توجه به شرایط داده‌شده خواهیم پرداخت تا پایداری و عملکرد سیستم بهینه‌سازی شود. در طول این فرآیند، بر روی پیاده‌سازی استراتژی‌های کنترلی که بیشترین تناسب را با سیستم و شرایط موجود دارند، تمرکز خواهیم کرد.

فهرست مطالب

۱ سوال اول

۲ سوال دوم

۳ سوال سوم

۴ سوال چهارم

۵ سوال پنجم

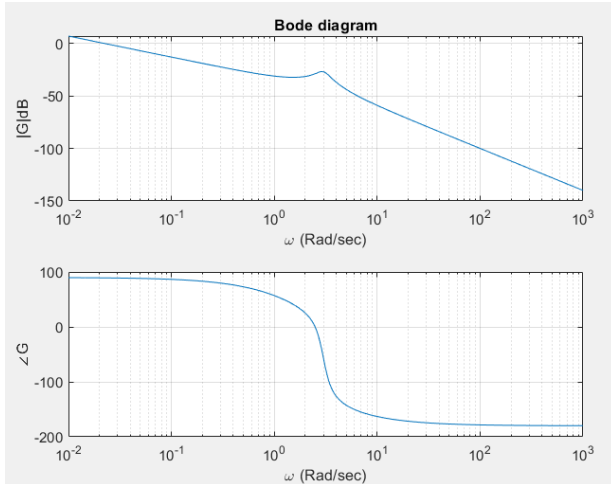
۶ سوال ششم

۷ سوال هفتم

داده‌های استخراج شده را با استفاده از دستور *semilog* رسم می‌کنیم. فقط قبلش داده‌های اندازه را تبدیل به دسی‌بل می‌کنیم.

```
1 subplot(2,1,1);  
2 db=20*log10(Data.magnitude);  
3 semilogx(Data.omega,db);  
4 title('Bode diagram')  
5 xlabel('\omega (Rad/sec)');  
6 ylabel('|G|dB');  
7 grid on;  
8 subplot(2,1,2);  
9 semilogx(Data.omega,Data.phase);  
10 xlabel('\omega (Rad/sec)');  
11 ylabel('\angle G');  
12 grid on;
```

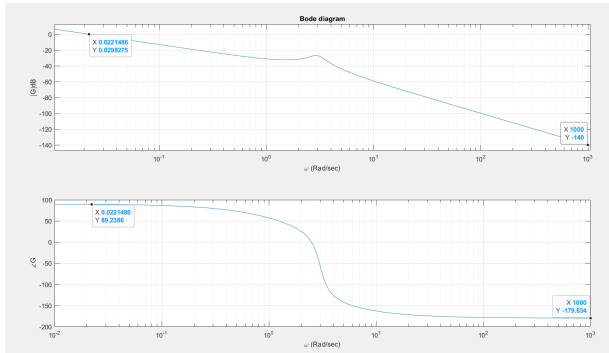
رسم نمودار بودی



شکل: نمودار بودی دیتا

سوال دوم: نوع سیستم

روی نمودار سیستم فرکانس گذر بهره و فاز را پیدا می کنیم تا حاشیه فاز و بهره را مشخص کنیم.



سوال دوم: نوع سیستم

• فرکانس گذر بهره:

$$|G| = 0 \rightarrow \omega_g = 0.02214$$

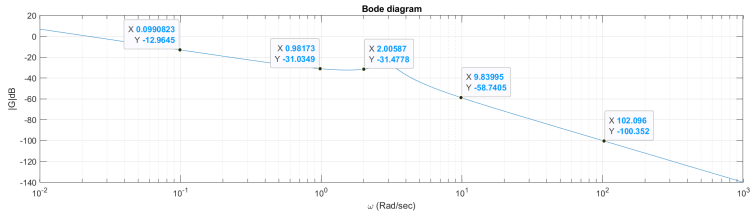
• فرکانس گذر بهره کوچکی داریم پس سیستم کند است.
• حاشیه فاز:

$$Pm = -90.77^\circ$$

با توجه به اینکه حاشیه فاز کوچکتر از صفر است، سیستم ناپایدار است. و بخاطر شیب اولیه 20 dB قطب در مخرج تیپ یک است.

سوال دوم: مرتبه سیستم

برای پیدا کردن مرتبه سیستم، کافی است بینیم شیب نمودار بهره چگونه تغییر کرده است.



● بازه اول:

$$\omega = 10^{-1} \text{ to } \omega = 10^0 = -20\text{dB/Decade}$$

● بازه دوم:

$$\omega = 10^0 \text{ to } \omega = 2 = 0\text{dB/Decade}$$

● بازه سوم:

$$\omega = 10^1 \text{ to } \omega = 10^2 = -40\text{dB/Decade}$$

در نهایت سیستم دارای یک صفر و سه قطب است، پس مرتبه سیستم ۳ است.

سوال دوم: میزان تاخیر سیستم

میزان تاخیر سیستم در نمودار فاز باعث کاهش فاز به اندازه $t_d\omega$ می شود.

$$t_d = \frac{d\phi}{d\omega} \quad (1)$$

اختلاف فاز بین دو فرکانس:

$$\omega = 0 \rightarrow \phi = 90^\circ$$

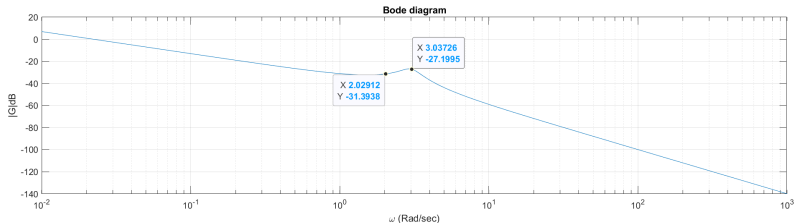
$$\omega = 1 \rightarrow \phi = 56.87^\circ$$

$$t_d = -0.578 \text{sec}$$

سوال دوم: کمینه فاز بودن سیستم

برای بررسی صفر غیر کمینه فاز، اختلاف فاز اولیه و انتهایی ۲۷۰ درجه‌ای را در نظر می‌گیریم.

- فاز از مثبت ۹۰ شروع شده و به منفی ۱۸۰ می‌رسد.
 - برای ایجاد اختلاف فاز ۲۷۰ درجه‌ای، نیاز به یک صفر غیر کمینه فاز داریم.
 - وجود قطب دیگر بخاطر شیب نهایی نمودار گین نیز رد میشود.
- نتیجه‌گیری: سیستم غیر کمینه فاز است.



شکل: نقاط شکست در نمودار بهره

در فرکانس‌های پایین شیب -20dB است که وجود s در مخرج را نشان می‌دهد. بعد یک نقطه شکست در نقطه ۲ داریم که شیب را صفر می‌کند، که اثبات کردیم از نمودار فاز که منفی نود درجه ایجاد باید بکند. این صفر غیر کمینه فاز است. پس یک $s - 2$ در صورت داریم. یک نقطه شکست در فرکانس ۳ داریم، بعد شیب بصورت -40 است بخاطر وجود اورشوت کوچکی که دارد.

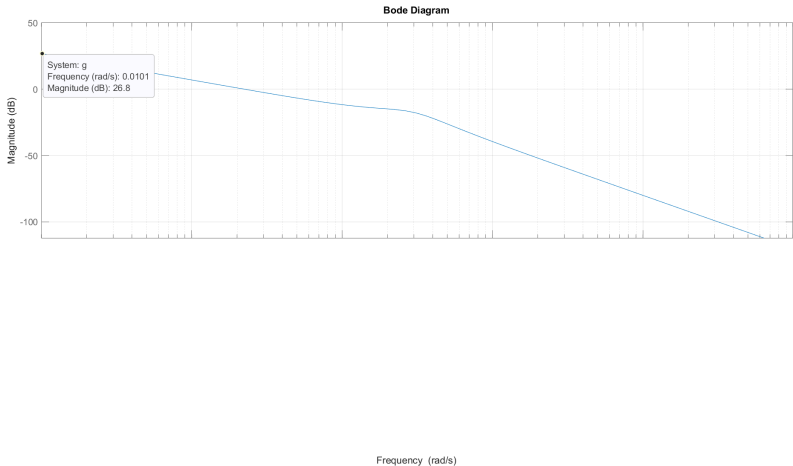
سوال سوم : تابع تبدیل اولیه

ζ نزدیک به صفر است. نخست فرض می کنیم که $\zeta = 0.5$ بصورت $s^2 + 3s + 9$ در مخرج است. پس بطور کلی تابع تبدیل بصورت زیر است:

$$G = \frac{K(s - 2)}{s(s^2 + 3s + 9)}$$

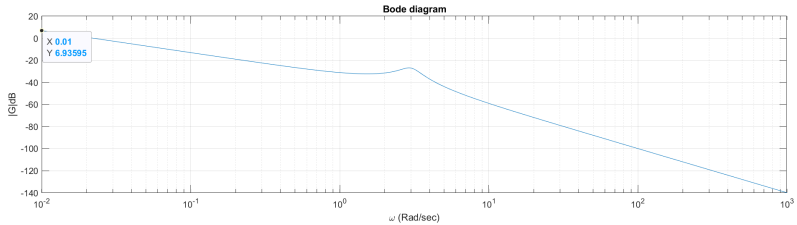
یافتن گین K

حالا به سراغ پیدا کردن k می‌رویم. اگر نمودار بهره را برای $K = 1$ رسم کنیم:



یافتن گین K

و با نمودار اصلی مقایسه کنیم:



شکل: مقایسه نمودار بهره اصلی و برای $K = 1$

در فرکانس صفر، نمودار اصلی بهره 6dB است، ولی در $K = 1$ بهره ما در فرکانس صفر 26dB است. پس گینی مناسب پیدا می‌کنیم که در فرکانس صفر بهره دلخواه را بدهد:

$$6\text{dB} = 20 \log(K) + 26\text{dB}$$

$$K = 0.1$$

$$G = \frac{0.1(s - 2)}{s(s^2 + \alpha s + 9)}$$

حالا بهره را در فرکانس ۳ در نمودار اصلی پیدا می کنیم:



بهره برابر -27dB است، از این طریق α را پیدا می‌کنیم:

$$|G(3)|_{\text{dB}} = -27 \rightarrow |G(3)| = 0.0446683$$

$$\frac{0.1\sqrt{\omega^2 + 4}}{\omega(\sqrt{\alpha^2\omega^2 + (9 - \omega^2)^2})} = 0.04466 \quad \omega = 3$$

در ازای $\omega = 3$:

$$\alpha = \frac{\sqrt{13}}{0.4466 \times 9} = 0.8967$$

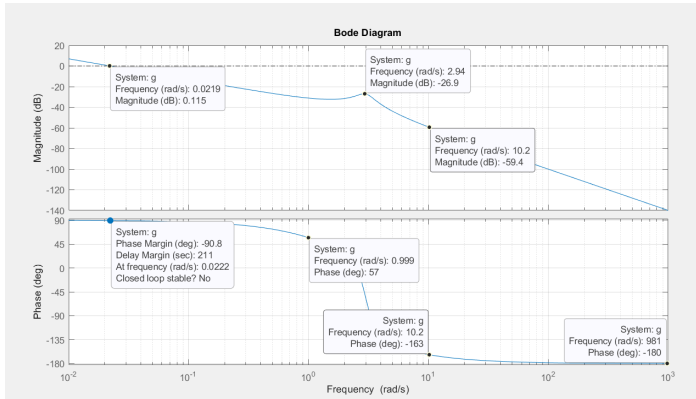
الفا تقریبا 0.9 می‌شود و $\zeta = 0.15$ است.

فرم کلی تابع تبدیل

فرم کلی تابع تبدیل به این صورت می شود:

$$G = \frac{0.1(s-2)}{s(s^2 + 0.9s + 9)}$$

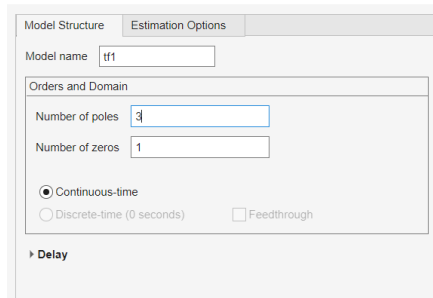
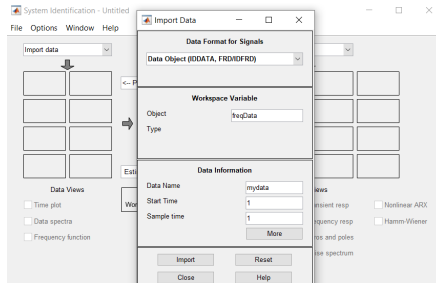
نمودار بودی سیستم حدس زده شده:



حال همین تابع تبدیل را با استفاده از متلب بدست می‌آوریم.
(مرتب‌ه و تعداد صفر سیستم را در سوال دوم ۸ بدست آوردیم).

```
1 omega = Data.omega;  
2 magnitude = Data.magnitude;  
3 phase_deg = Data.phase;  
4  
5 phase_rad = deg2rad(phase_deg);  
6  
7 H = magnitude .* exp(1i * phase_rad);%freq  
   response  
8 %FRD (Frequency Response Data)  
9 freqData=frd(H,omega,0);
```

Listing 2: Find transfer function



Estimate را می زنیم و در خروجی تابع تبدیل برابر است با:

The screenshot shows the 'Estimate' GUI window in MATLAB. The 'Model name' field contains 'tf1' and the 'Color' field contains '[0,0,1]'. The main text area displays the transfer function from input 'u1' to output 'y1':

$$0.1 s - 0.2$$

$$s^3 + 0.9 s^2 + 9 s$$

Below the equation, it states: Name: tf1, Continuous-time identified transfer function. Parameterization: Number of poles: 3, Number of zeros: 1.

The 'Diary and Notes' section contains the following MATLAB code:

```
% Details about Estimation Data
% Import freqData

% Transfer function estimation
Options = tfestOptions;
Options.Display = 'on';
Options.InitialCondition = 'zero';

tf1 = tfest(freqData, 3, 1, Options)
```

At the bottom, there is a 'Show in LTI Viewer' button and a row of buttons: 'Present', 'Export', 'Delete', 'Close', and 'Help'.

برای استفاده از روش راث معادله مشخصه سیستم را بدست می آوریم :

$$\text{Close Loop} \rightarrow \frac{KL(s)}{1 + KL(s)}$$

$$1 + KL(s) = 1 + \frac{K(0.1s - 0.2)}{s^3 + 0.9s^2 + 9s} \rightarrow \Delta(s) = s^3 + 0.9s^2 + (9 + 0.1K)s - 0.2K$$

جدول راث:

s^3	1	$9 + 0.1K$
s^2	0.9	$-0.2K$
s^1	$8.1 + 0.29K$	0
s^0	$-0.2K$	0

همه سطر ها باید مثبت باشند :

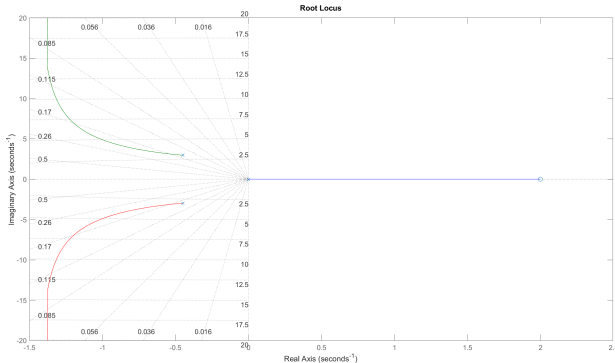
$$-0.2K > 0 \rightarrow K < 0$$

$$8.1 + 0.29K \rightarrow K > -27.93$$

در نتیجه اشتراک این دو :

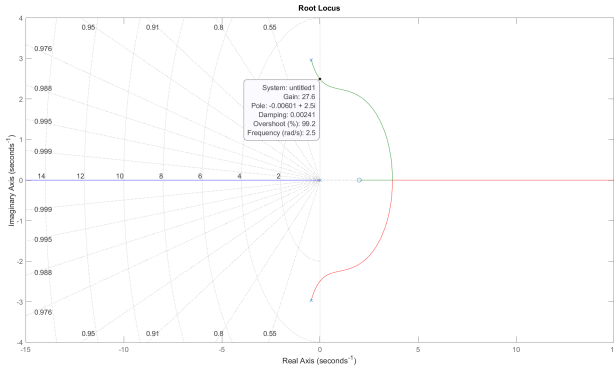
$$-27.93 < K < 0$$

مکان هندسی سیستم را به ازای $K > 0$ رسم می کنیم:



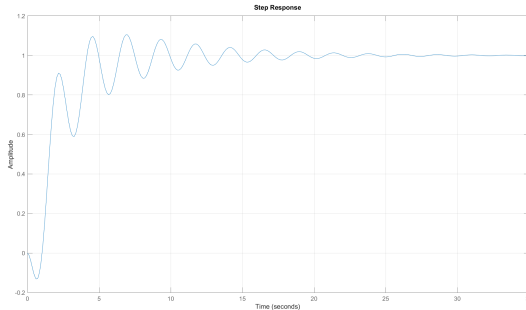
شکل: مکان هندسی $K > 0$

مکان هندسی را به ازای K منفی رسم می کنیم:



شکل: مکان هندسی $K < 0$

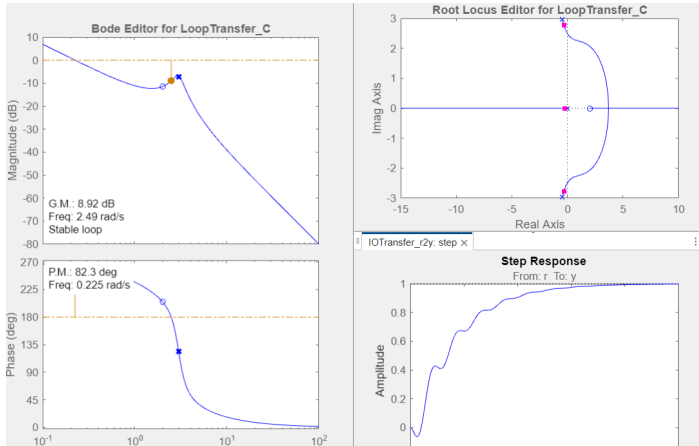
خب همون جور که می بینید در ازای $-27.93 < K < 0$ سیستم پایدار است برای نمونه پاسخ پله به ازای $K = -20$ را رسم میکنیم:



آندرشوت اولیه بخاطر صفر غیر کمینه فاز است و تاخیر سیستم را نشان می دهد.

با گین مثبت که امکان طراحی وجود ندارد بخاطر صفر غیر کمینه فاز که قطب در مبدا سمتش می رود پس می آییم برای نمونه یک کنترلر PI با گین منفی طراحی میکنیم :

$$k = -14$$



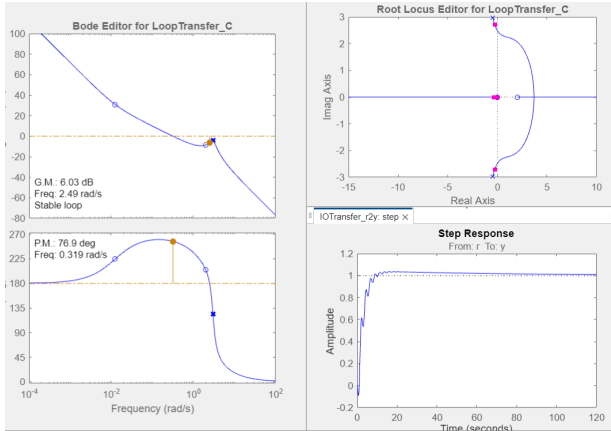
همان جور که می بینید فرکانس گذر بهره:

$$\omega_g = 0.225$$

کنترلر PI:

$$C = 1 + \frac{\epsilon \omega}{s}, \epsilon = 0.05$$

$$-14(1 + \frac{0.0125}{s})$$



شکل: مشخصات سیستم با کنترلر

میشود برای سریع کردن هم یک PD گذاشت.


سوال پنجم: طراحی با متلب

با *pidtuning* شرایط دلخواه را می‌گیریم و کنترلر تحویل می‌گیریم:

Compensator

C = $-0.05639 \times \frac{(1 + 2.1e+02s)}{s}$

Select Loop to Tune

LoopTransfer_C 

Specifications

Tuning method: Robust response time

Controller Type: PID

☐ Design with first order derivative filter

Design mode: Time

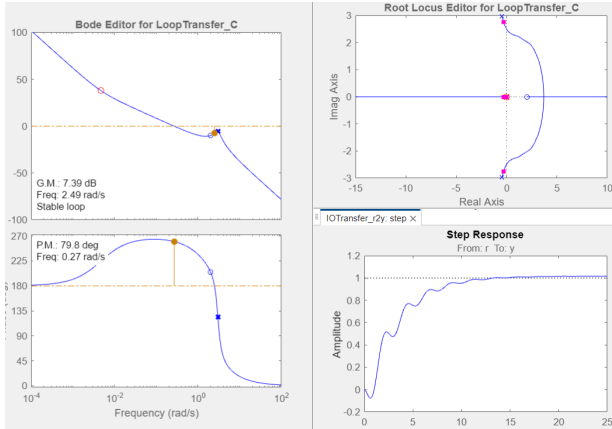
Response Time: Slower | Faster (Slider at 7.411)

Transient Behavior: Aggressive | Robust (Slider at 0.8365)

Help Update Compensator Close

سوال پنجم: طراحی با متلب

مشخصات سیستم طراحی شده با کنترلر:



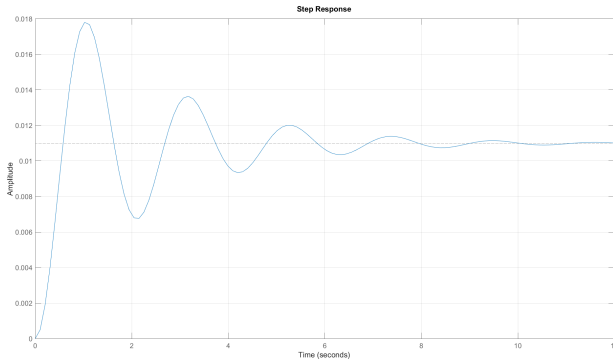
شکل: مشخصات سیستم

با حذف کردن این موارد سیستم باقی مانده بصورت زیر می شود:

$$G = \frac{0.1}{s^2 + 0.9s + 9}$$

سوال ششم: پاسخ پله

پاسخ پله این سیستم بصورت زیر است:

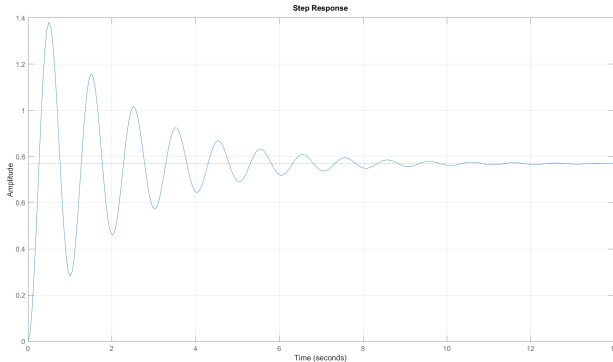


همان جور که میبینید خطای ماندگارش فاجعه است علاوه بر آن نیاز داریم اورشوت بین 10 تا 15 درصد باشد. . زمان نشست ده ثانیه باشد.
اول با یک بهره ثابت سعی میکنیم خطا را بهبود دهیم سعی میکنیم خطای ماندگار را تا 0.7 مقدار یک برسانیم.

$$\frac{1}{1 + K_p} = \frac{1}{1 + K \frac{0.1}{9}} = 0.3$$

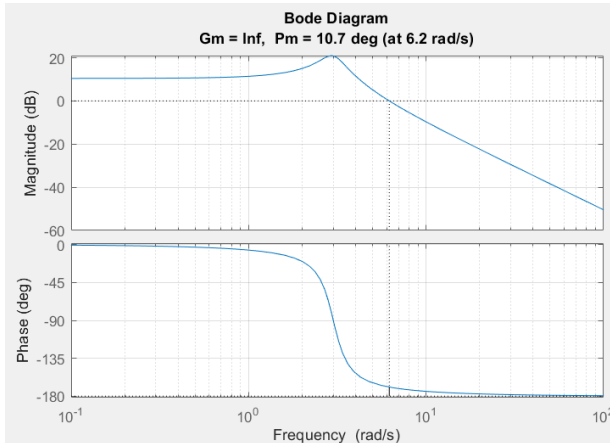
$$K = 300$$

پاسخ پله سیستم با این کنترلر تناسبی:



سوال ششم: بودی

حالا نوبت تصحیح اورشوت و زمان نشست است، بودی این سیستم جدید را رسم میکنیم :



اورشوت ده درصد باشد یعنی :

$$10 = 100e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$\ln(0.1) = \frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} = -2.30$$

$$5.3 = \frac{\pi^2\zeta^2}{1-\zeta^2}$$

$$\zeta^2 = 0.36 \rightarrow \zeta = 0.6$$

مقدار فازی که باید به سیستم اضافه گردد برابر است با :

$$\phi = 100\zeta = 60$$

$$\phi_m = 60 - 10 + \epsilon = 55$$

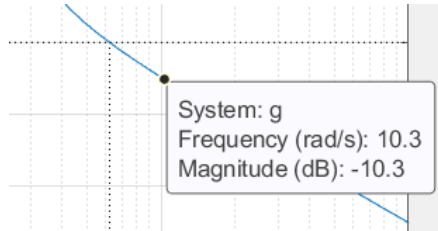
پس اول یک پیش فاز طراحی می کنیم:

$$\alpha = \frac{1 - \sin\phi_m}{1 + \sin\phi_m}$$

$$\phi_m = 55 \rightarrow \alpha = 10$$

فرکانسی را پیدا کنید:

$$20 \log G(\omega) = -10 \log \alpha$$



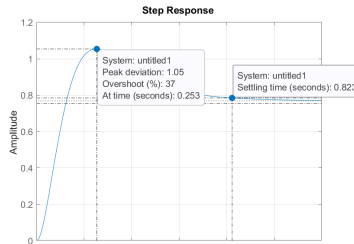
$$T = \frac{1}{\omega\sqrt{\alpha}}$$

$$T = \frac{1}{10 \times 3.1} = 0.035$$

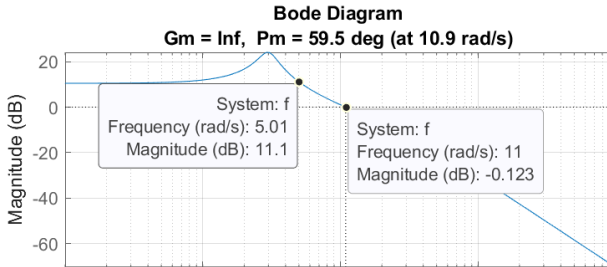
کنترلر برابر است با:

$$C = \frac{1 + 0.35s}{1 + 0.035s}$$

خروجی :



زمان نشست بسیار خوب است ولی مشکل اورشوت است پس یک پس فاز طراحی می کنیم تا با کم کردن پهنای باند به جواب دلخواه برسیم.



شکل: فرکانس گذر بهره

برای کم کردن اورشوت فرکانس گذر بهره را از ده می اوریم روی پنج.

پس یک لید طرح می کنیم که :

$$20 \log \alpha + |G(\omega)| dB = 0$$

$$\alpha = 10^{-0.5} = 0.316$$

در ادامه :

$$\frac{1}{\alpha T} = \frac{\omega}{10}$$

$$T = 6.32$$

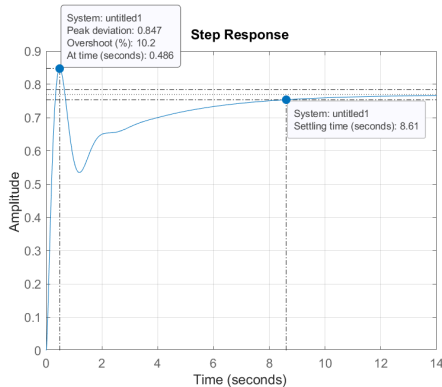
پس فاز برابر میشود:

$$\frac{1 + 2s}{1 + 6.32s}$$

سوال ششم: کنترلر نهایی

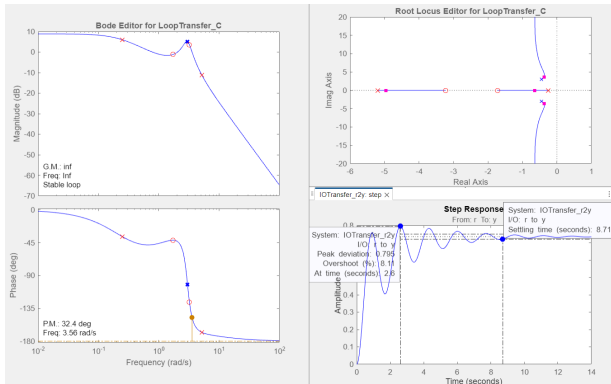
بصورت لید لگ است :

$$300 \frac{1 + 2s}{1 + 6.32s} \frac{1 + 0.35s}{1 + 0.035s}$$



شکل: پاسخ پله نهایی

در *sisotool* سیستم را تعریف می کنیم و با گذاشتن لید سرعت خوب بدست می آرویم و با سعی و خط و گذاشتن پس فاز با قطب نزدیک مبدا اورشوت را بهبود میدهیم :



شکل: خروجی در *sisotool*

```
Tunable Block  
Name: C  
Sample Time: 0  
Value:  
    0.19275 (s+1.724) (s+3.231)  
-----  
    (s+5.191) (s+0.2483)
```

شکل: کنترلر با متلب

البته گین 300 که اول گذاشتیم در این کنترلر لحاظ نشده چون جزو سیستم در نظرش گرفتیم در واقع کنترلر اصلی یک گین سیصد در این کنترلر ضرب میشود.

برای بدست آوردن خطای زیر دو درصد :

$$E = \frac{1}{K_v}$$

$$K_v = \frac{1}{\frac{0.1(s-2)}{(s^2+0.9s+9)}}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} K_v = \frac{1}{-0.2/9} = \frac{1}{50}$$

انتخاب بهره ثابت :

$$\frac{-9}{0.2K} = \frac{1}{50}$$

$$K = -2250$$

سوال هفتم: بخش اول

ولی ناپایدار میشود چون K محدود است پس می اییم یک قطب دقیقاً روی صفر غیر کمینه فاز انتخاب می کنیم و یک جفت صفر مختلط انتخاب می کنیم که قطب ها را سمت چپ نگه داریم :

= $\times \frac{(1 + 0.26s + (0.16s)^2)}{(1 - 0.5s)}$

Pole-Zero

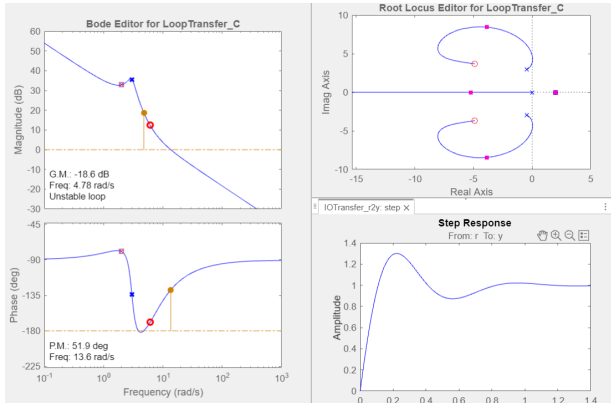
Dynamics Edit Selected Dynamics

Type	Location	Damping	Frequency
Real Pole	2	-1	2
Complex Zero	-4.88 +/- 3.68i	0.799	6.11

Location

Right-click to add or delete poles/zeros

شکل: کنترلر



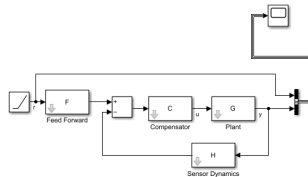
شکل: مشخصات سیستم

سوال هفتم: طراحی PI

البته این کار در واقعیت نمیشود به دو دلیل ۱. ناپایداری داخلی ایجاد میکند ۲. در واقعیت محل دقیق قطب و صفرها دقیقا همان چیزی که نیست در شبیه سازی است. پس برای اینکه خطا را کمتر از دو درصد کنیم می آییم تیپ سیستم را بالا ببریم تا به ورودی شیب خطای ماندگار کم شود. برای طراحی کنترل PI فرکانس گذر بهره را مشخص می کنیم که 0.02 است که این کنترلر را در سوال پنج ۲۸ طراحی کردیم با توجه به همان کنترلر خروجی شیب برابر است با :

$$-14(1 + 0. \frac{0.0125}{s})$$

سوال هفتم: طراحی PI



بخاطر قضیه تشک آبی پس فرکانس گذر بهره را یک میگیریم و از آنجا که درجه نسبی سیستم دو و یک صفر غیر کمینه فاز داریم.

$$T_d = \frac{\frac{s}{t} + 1}{(s + 1)^3}$$

$$T_d(2) = 0 \rightarrow t = -2$$

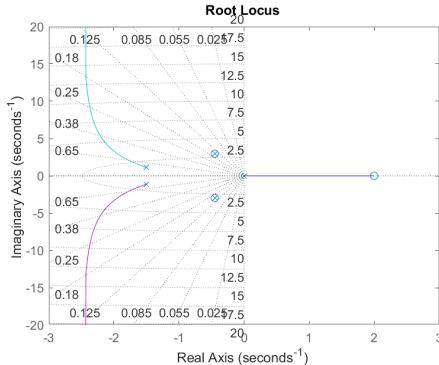
$$T_d = \frac{\frac{-s}{2} + 1}{(s + 1)^3}$$

$$S_d = 1 - T_d = \frac{s^3 + 3s^2 + 3.5s}{(s + 1)^3}$$

سوال هفتم: کنترلر حساسیت

$$C = \frac{T}{S \times P} = K \frac{s^3 + 0.9s^2 + 9s}{s^3 + 3s^2 + 3.5s}$$

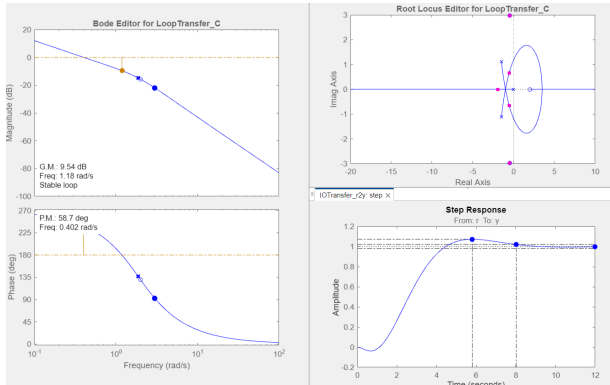
برای پیدا کردن بهره و شرایط دلخواه از مکان هندسی استفاده میکنیم، به ازای $K > 0$:



سوال هفتم: کنترلر حساسیت

این کنترلر به ازای بهره مثبت همیشه ناپایدار است پس سراغ بهره منفی می رویم و با ازمون و خطا یا با کمک *sisotool* به پاسخ دلخواه میرسیم:

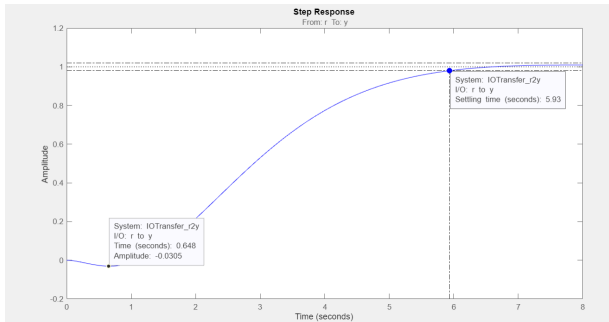
$$K = -5.7$$



سوال هفتم: پاسخ پله حساسیت

کنترلر ما برابر است با:

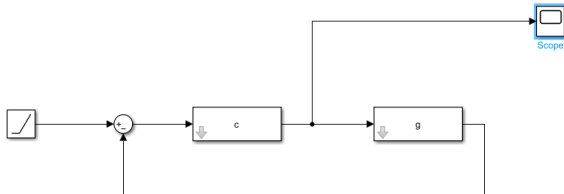
$$C = -5.7 \frac{s^3 + 0.9s^2 + 9s}{s^3 + 3s^2 + 3.5s}$$



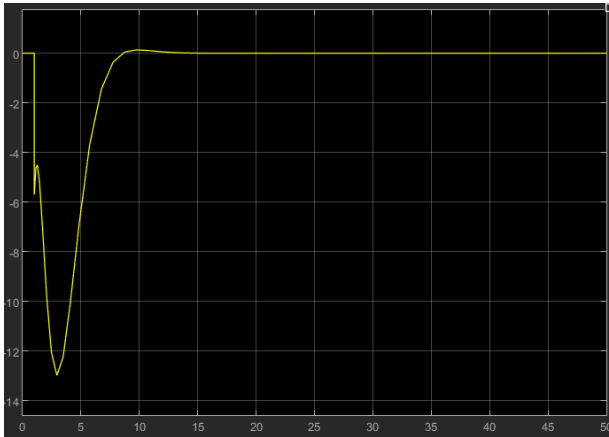
درصد اندر شوت ۳ درصد و در 5.93 ثانیه به جواب می رسیم. که شرایط مسئله را ارضا می کند.

سوال هفتم: تلاش کنترلی

در سیمولینک سیستم را پیاده می کنیم و از بعد کنترلر خروجی یا اسکوپ می گیریم تا تلاش کنترلی به ورودی پله و شیب را مشاهده نماییم.

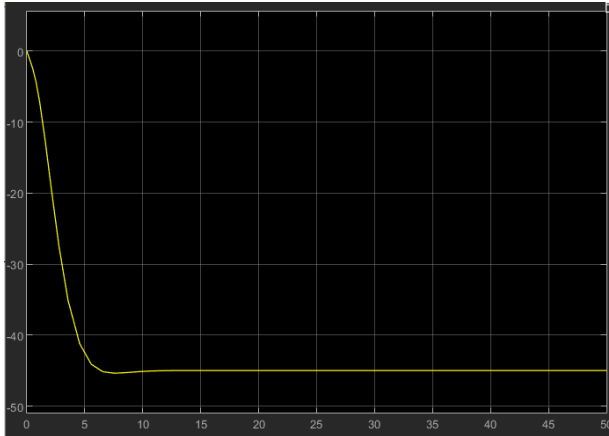


سوال هفتم: تلاش کنترلی پله



همان جور که می بینید یک اندر شوت نسبتا بزرگی دارد. و در حالت ماندگار خطای صفر را داریم البته این را از تیپ سیستم که یک هست میشد پیشبینی کرد.

سوال هفتم: تلاش کنترلی شیب



این نمودار نشان میدهد که خطا در حالت ماندگار صفر نخواهد شد.

با تشکر از توجه شما