



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی  
دانشکده مهندسی برق - گروه مهندسی کنترل

## درس کنترل خطی تحقیق سری اول

نام و نام خانوادگی	باربد طاهرخانی
شماره دانشجویی	۴۰۱۲۰۴۹۳
تاریخ	مهرماه ۱۴۰۳



## فهرست مطالب

۲	۱	مقایسه تحلیل زمانی و فرکانسی
۲	۱.۱	تحلیل زمانی
۲	۲.۱	تحلیل فرکانسی
۲	۳.۱	مفهوم فرمول تبدیل فوریه
۳	۴.۱	جدول تحلیل زمانی و فرکانسی
۴	۲	مقایسه تبدیل فوریه و لاپلاس
۴	۱.۲	تبدیل لاپلاس
۵	۲.۲	مفهوم فرمول تبدیل لاپلاس
۵	۳.۲	جدول تبدیل فوریه و لاپلاس



## ۱ مقایسه تحلیل زمانی و فرکانسی

### ۱.۱ تحلیل زمانی

وقتی یک سیگنال رو توی حوزه زمان بررسی می‌کنیم، داریم تغییراتش رو نسبت به زمان نگاه می‌کنیم. مثلاً اگر یک موج سینوسی داشته باشیم، توی حوزه زمان به این صورت می‌بینیم که امواج بالا و پایین می‌روند و می‌توانیم ببینیم که چه موقعی این موج بیشترین یا کمترین مقدار رو دارند. به عبارت ساده، توی حوزه زمان شکل موج مستقیم دیده می‌شود. این تحلیل برای بررسی رفتار لحظه‌ای سیگنال خیلی مناسب است. مثلاً وقتی یه سیگنال نویز دارد یا رفتارش در طول زمان تغییر می‌کند حوزه زمان بهمان کمک می‌کند که اون تغییرات رو ببینیم.

### ۲.۱ تحلیل فرکانسی

گاهی اوقات به جای بررسی سیگنال در حوزه زمان، بهتر است فرکانس‌های موجود در آن را تحلیل کنیم. در این حالت، وارد حوزه فرکانس می‌شویم. وقتی سیگنال به حوزه فرکانس برده می‌شود، دیگر به عنوان یک تابع وابسته به زمان دیده نمی‌شود، بلکه انرژی سیگنال در فرکانس‌های مختلف توزیع شده و تحلیل می‌گردد. در این تحلیل، مشخص می‌شود که چه مقدار از انرژی سیگنال در فرکانس‌های پایین، متوسط یا بالا متمرکز است.

به کمک تبدیل فوریه، می‌توان سیگنال‌های پیچیده مانند صدای انسان یا نویزهای الکتریکی را به مجموعه‌ای از توابع سینوسی تجزیه کرد. این روش به ما امکان می‌دهد که به جای تحلیل مستقیم رفتار سیگنال در زمان، مؤلفه‌های فرکانسی آن را شناسایی کرده و سیگنال را از دیدگاه فرکانس بررسی کنیم. این نوع تحلیل برای کاربردهایی که نیاز به بررسی محتوای فرکانسی سیگنال دارند، بسیار مفید است.

فرمول تبدیل فوریه:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1)$$

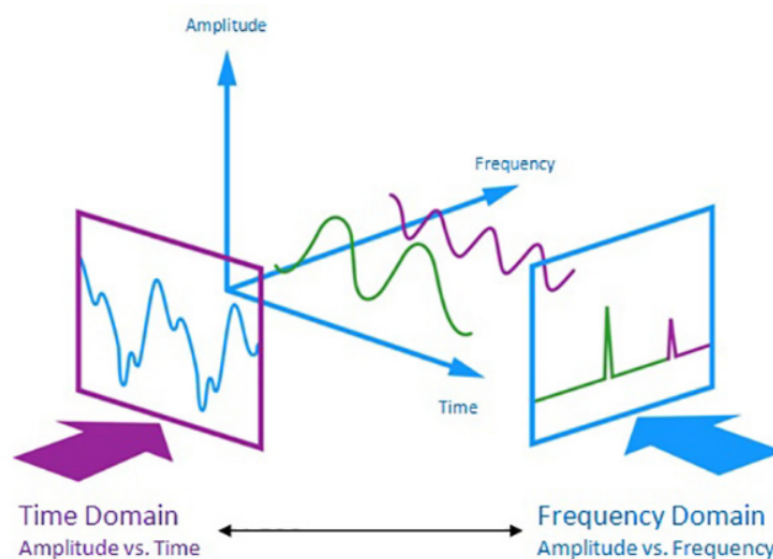
### ۳.۱ مفهوم فرمول تبدیل فوریه

چند اسکانس ۵ هزارتومانی می‌تواند ۱۵ هزار تومان را بسازد؟

$$\frac{15}{5} = 3$$

چقدر از فرکانس ۲۵۰ هرتز در تابع  $f(t)$  وجود دارد؟

$$\frac{f(t)}{e^{j(2\pi 250)t}}$$



شکل ۱: نمودار تحلیل زمانی و فرکانسی

جمع سیگنال‌های سینوسی در حوزه زمان به‌عنوان یک سیگنال واحد دیده می‌شود، و تحلیل آن به دلیل وجود تغییرات پیچیده‌تر در طول زمان، دشوارتر است. به عبارت دیگر، در حوزه زمان، ما تغییرات و نوسانات را در طول زمان مشاهده می‌کنیم. در مقابل، تحلیل در حوزه فرکانس نشان می‌دهد که این سیگنال‌ها در کدام باندهای فرکانسی اطلاعات دارند و تعداد دفعات وقوع این پدیده‌ها را تعیین می‌کند. بنابراین، حوزه فرکانس به ما این امکان را می‌دهد که ببینیم چه فرکانس‌هایی در سیگنال‌های ما غالب هستند و چگونه این فرکانس‌ها به رفتار کلی سیگنال کمک می‌کنند.

#### ۴.۱ جدول تحلیل زمانی و فرکانسی

جدول ۱: مقایسه تحلیل زمانی و فرکانسی

ویژگی	تحلیل زمانی	تحلیل فرکانسی
نحوه نمایش	سیگنال بر حسب زمان	سیگنال بر حسب فرکانس
کاربرد	تحلیل داده‌های لحظه‌ای	تجزیه و تحلیل سیگنال‌های دوره‌ای
تکنیک‌ها	نمایش موج، نمودارهای زمانی	تبدیل فوری، تبدیل لاپلاس
توجه به	تغییرات لحظه‌ای	انرژی در فرکانس‌های مختلف
مزایا	مشاهده دقیق رفتار سیگنال	شناسایی نوسانات و الگوهای فرکانسی
معایب	عدم شفافیت در فرکانس‌ها	از دست دادن اطلاعات زمانی

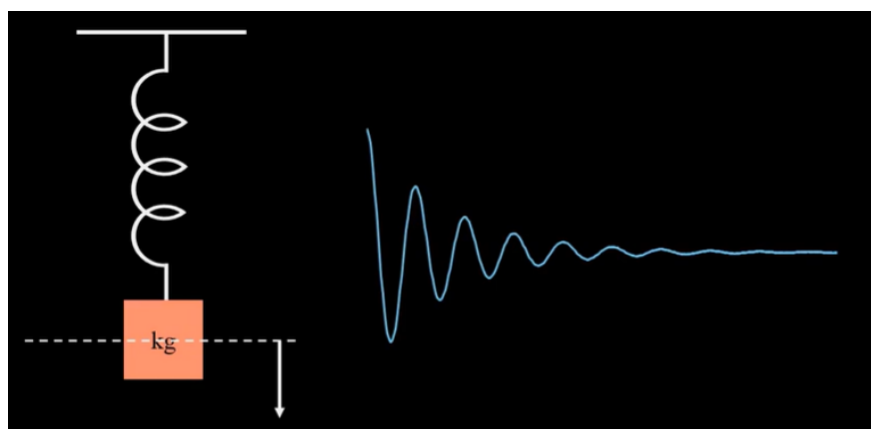
## ۲ مقایسه تبدیل فوریه و لاپلاس

### ۱.۲ تبدیل لاپلاس

تبدیل لاپلاس با در نظر گرفتن پاسخ گذرا و همچنین قسمت دائم سیگنال، قادر است تحلیل دقیق‌تری از سیگنال‌ها ارائه دهد، به ویژه زمانی که سیگنال‌ها دارای رفتارهای ناپایدار، مانند دمینگ یا نوسانات ناگهانی، هستند. به عنوان مثال، زمانی که یک وزنه روی ترازو قرار دارد و آن را به آرامی می‌کشیم، رفتار آن به صورت یک نوسان میرایی قابل مشاهده است. این رفتار، که به عنوان سیگنال گذرا در نظر گرفته می‌شود، در تبدیل لاپلاس لحاظ می‌شود و تأثیرات این میرایی در زمان را نشان می‌دهد.

در حالی که تبدیل فوریه بیشتر بر روی تحلیل سیگنال‌های تناوبی تمرکز دارد و ذاتاً سیگنال‌ها را در طول بی‌نهایت زمانی ارزیابی می‌کند، قادر به نمایش دقیق رفتارهای گذرا نیست. وقتی یک سیگنال وارد سیستم خطی بدون تغییر با زمان (LTI) می‌شود، تبدیل فوریه تنها بخش فرکانسی پایدار را نشان می‌دهد و اطلاعات مربوط به رفتارهای لحظه‌ای و تغییرات گذرا را از دست می‌دهد.

از طرفی، تبدیل لاپلاس همواره می‌تواند تحلیل دقیقی از سیگنال را ارائه دهد که شامل پاسخ گذرا و پاسخ پایدار است. این توانایی باعث می‌شود که تبدیل لاپلاس ابزار بسیار مناسبی برای سیستم‌های دینامیکی، کنترل و مهندسی باشد که در آن‌ها تحلیل گذرا و لحظه‌ای اهمیت دارد.



شکل ۲: خاصیت دمپلینگ وزنه وصل شده فنر



## ۲.۲ مفهوم فرمول تبدیل لاپلاس

برای اثر دادن اثر دمپلینگ بجای تبدیل فوریه  $f(t)$  از  $f(t)e^{-\sigma t}$  تبدیل فوریه می گیریم:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-\sigma t}e^{-j\omega t}dt$$

$$s = \sigma + j\omega$$

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-st}dt$$

## ۳.۲ جدول تبدیل فوریه و لاپلاس

جدول ۲: مقایسه تبدیل فوریه و لاپلاس

ویژگی	تبدیل فوریه	تبدیل لاپلاس
نوع سیگنال	سیگنال های پایدار و دوره ای	سیگنال های غیر پایدار
دامنه	فرکانس	فرکانس و زمان
استفاده	تحلیل سیگنال های صوتی و الکترونیکی	تحلیل سیستم های دینامیکی و کنترل
مزایا	حفظ اطلاعات فرکانسی	امکان بررسی شرایط اولیه و گذرا
معایب	نمی تواند اطلاعات غیر پایدار را بررسی کند	ممکن است پیچیدگی های بیشتری داشته باشد