

دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

تکلیف سری پنجم کنترل خطی
باربد طاهرخانی

فهرست مطالب

۱	سوال اول	۲
۱.۱	حاشیه بهره	۲
۲.۱	حاشیه فاز	۲
۳.۱	پایداری	۲
۲	سوال دوم	۳
۱.۲	نمودار متلب	۴
۳	سوال سوم	۴
۱.۳	حل دستی نموداری بودی	۴
۲.۳	حل دستی	۷
۳.۳	نمودار متلب	۹
۴	سوال چهارم	۱۰
۱.۴	حد بهره	۱۰
۲.۴	حد فاز	۱۰
۳.۴	نمودار متلب	۱۰

۱ سوال اول

۱.۱ حاشیه بهره

$$g = \frac{ke^{-ts}}{s}$$

با جایگذاری $s = j\omega$:

$$\frac{ke^{-t\omega}}{j\omega}$$

$$\angle g = -\pi \rightarrow -t\omega - \pi/2 = -\pi$$

$$t\omega = \pi/2 \rightarrow \omega_p = \frac{\pi}{2t}$$

در حد بهره که تاثیری ندارد سیستم تاخیر دارد پس فقط کافی است فرکانس گذر بهره را جایگذاری کنیم:

$$Gm = 20 \log \frac{k}{\frac{\pi}{2t}}$$

۲.۱ حاشیه فاز

$$|G| = 1$$

نتیجه:

$$\frac{k}{\omega_p} = 1 \rightarrow \omega_p = k$$

حال که فرکانس گذر بهره را بدست آوردیم جایگذاری میکنیم در فرمول حاشیه فاز: پایان:

$$PM = \angle g + \pi = -t\omega - \frac{\pi}{2} + \pi = -tk + \pi/2$$

۳.۱ پایداری

حال برای پایداری کافی است $PM > 0$:

$$-tk + \pi/2 > 0$$

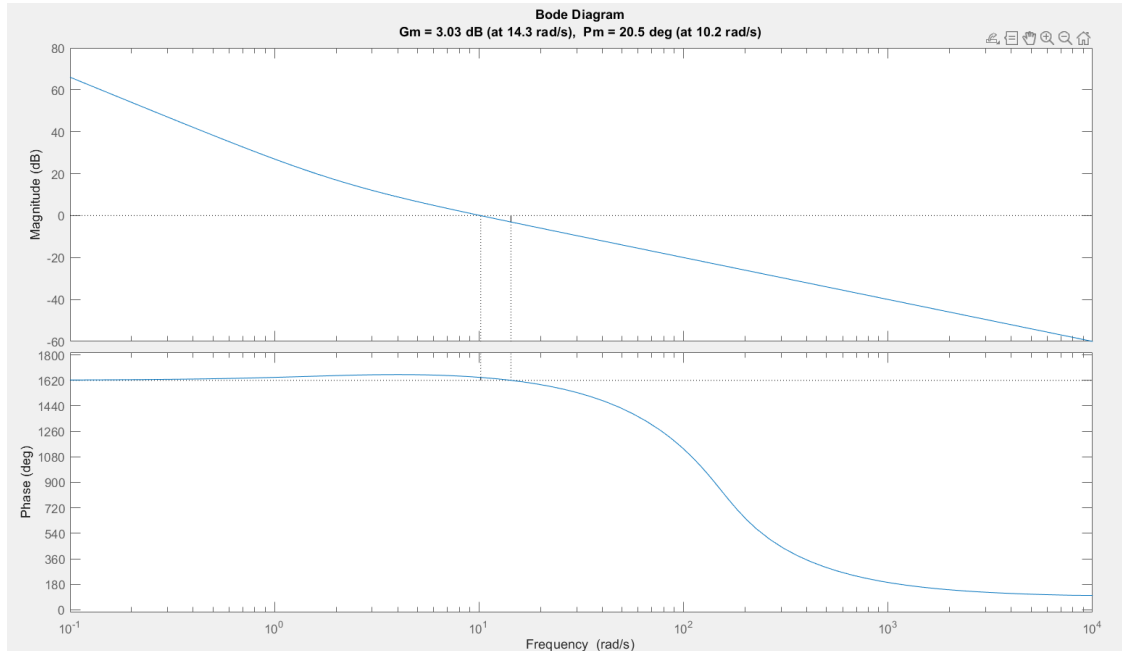
چون فیدبک منفی است باید $k > 0$ باشد.

$$t < \frac{\pi}{2k}$$

اگر از حاشیه بهره هم برویم همین نتیجه را میگیریم برای اثبات در متلب :

$$k = 10 \quad t = 0.1$$

نمودار متلب:



۲ سوال دوم

$$\frac{K(s+2)}{s^2}$$

با جایگذاری:

$$s = j\omega$$

معادله تبدیل می شود به:

$$\frac{K(j\omega+2)}{-\omega^2}$$

$$PM = \frac{\pi}{4}$$

$$\angle g + \pi = \frac{\pi}{4}$$

$$\arctan \frac{\omega}{2} - \arctan 0 = \frac{-3\pi}{4}$$

فرکانس گذر بهره:

$$\omega_g = 2 \tan -3\pi/4 = 2$$

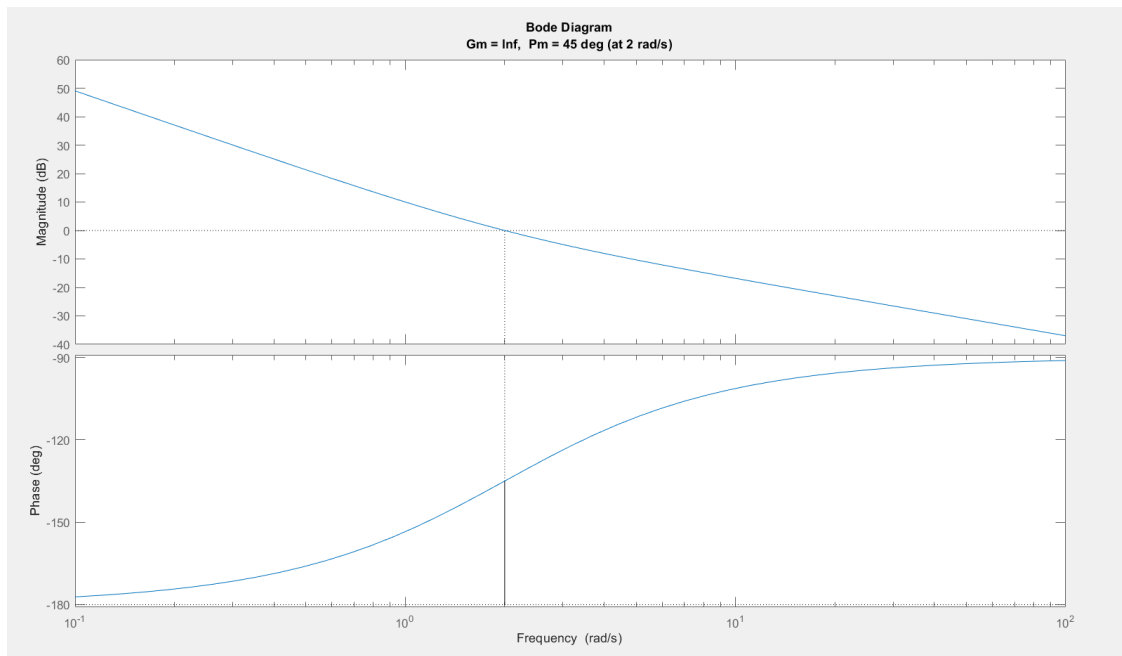
در فرمول می گذاریم:

$$|G| = 1 \rightarrow \frac{k\sqrt{\omega^2 + 4}}{\omega^2} = 1$$

در نتیجه:

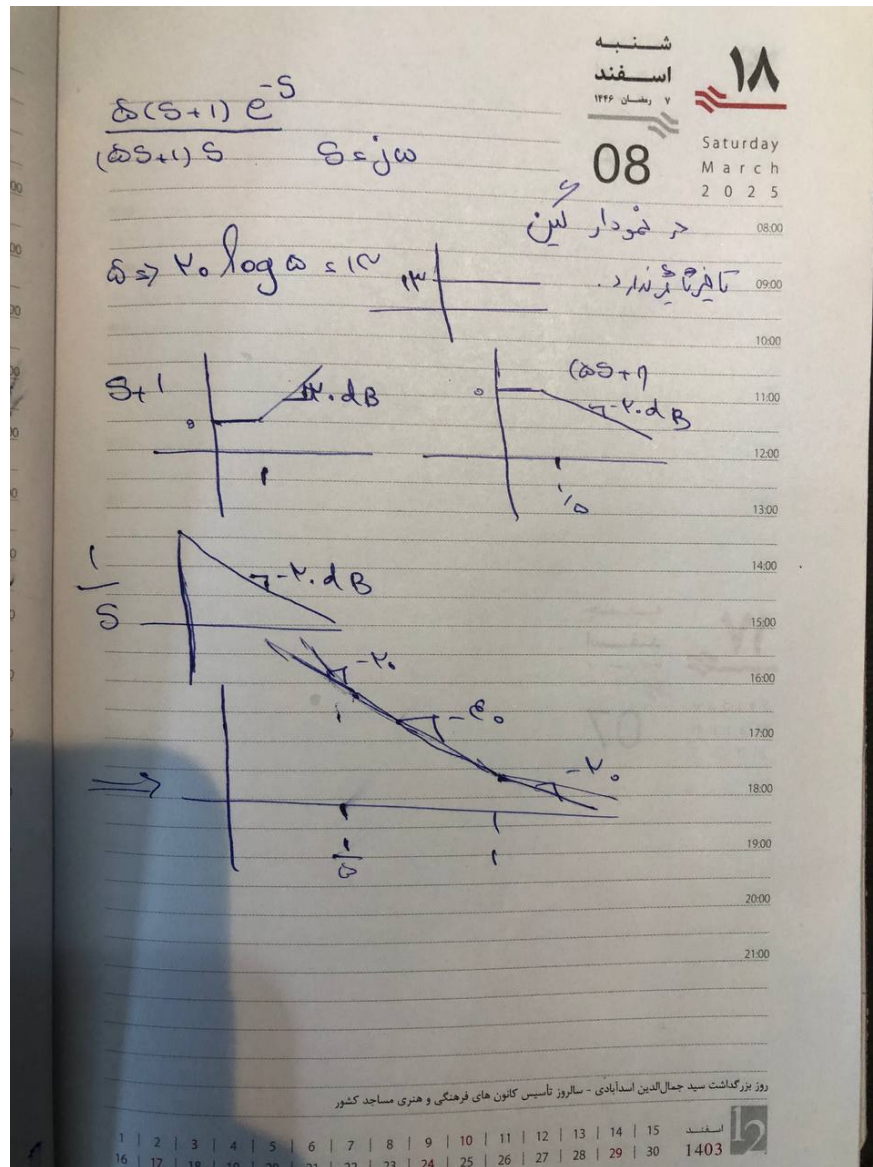
$$k = 4/2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

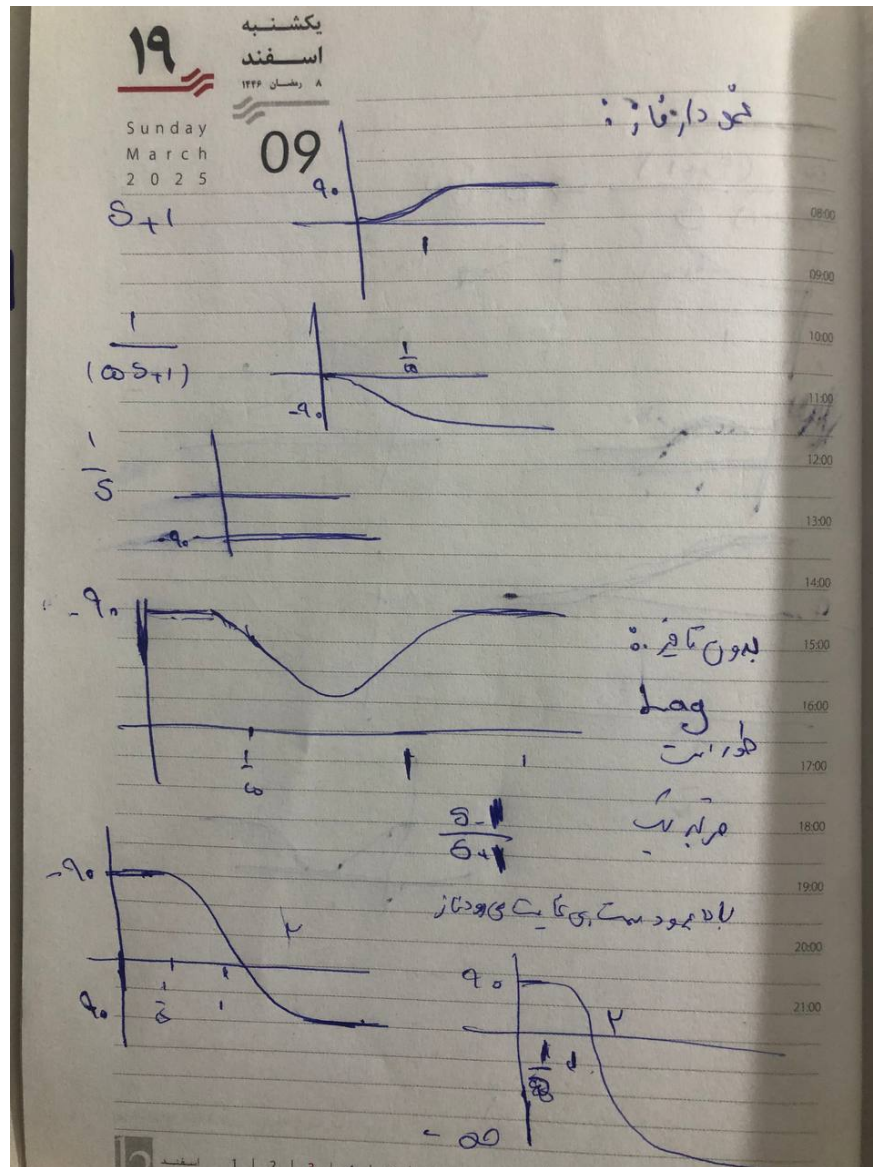
۱.۲ نمودار متلب



۳ سوال سوم

۱.۳ حل دستی نموداری بودی





۲.۳ حل دستی

$$H(s) = \frac{5e^{-2s}(s+1)}{s(5s+1)}$$

در تابع تبدیل برای پیدا کردن پاسخ فرکانسی $s = j\omega$:

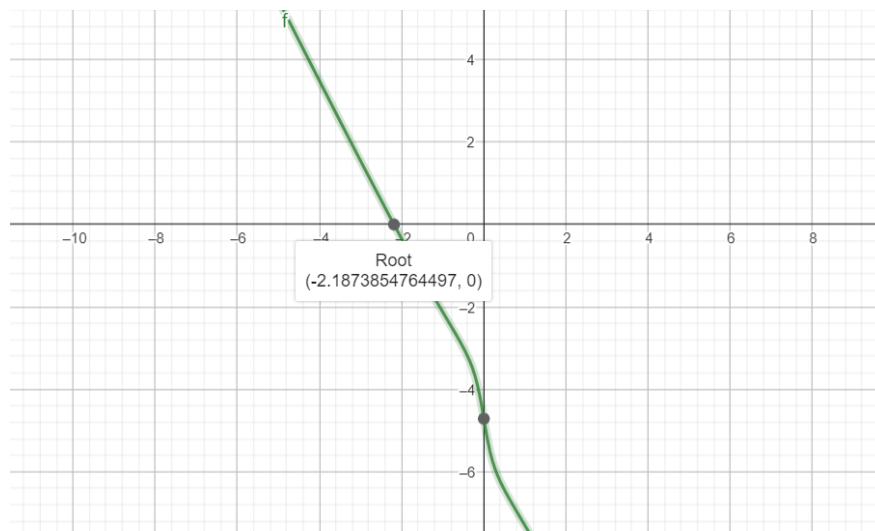
$$H(s) = \frac{5e^{-2j\omega}(j\omega+1)}{j\omega(5j\omega+1)}$$

پیدا کردن GM

$$\angle H = \pi$$

$$\arctan(\omega) - \arctan(5\omega) - 2\omega - \frac{-\pi}{2} = \pi$$

با روش تکرار یا نیوتون رافسون یا رسم نمودار فرکانس گذر فاز را حساب می کنیم:



شکل ۱: ریشه یابی با نمودار

$$\omega_p = -2.18739$$

$$|H| = \frac{5\sqrt{2.18739^2 + 1}}{2.18739(\sqrt{25 \times 2.18739^2 + 1})} = 0.5025$$

$$GM = -20 \log(0.5025) = 5.977$$

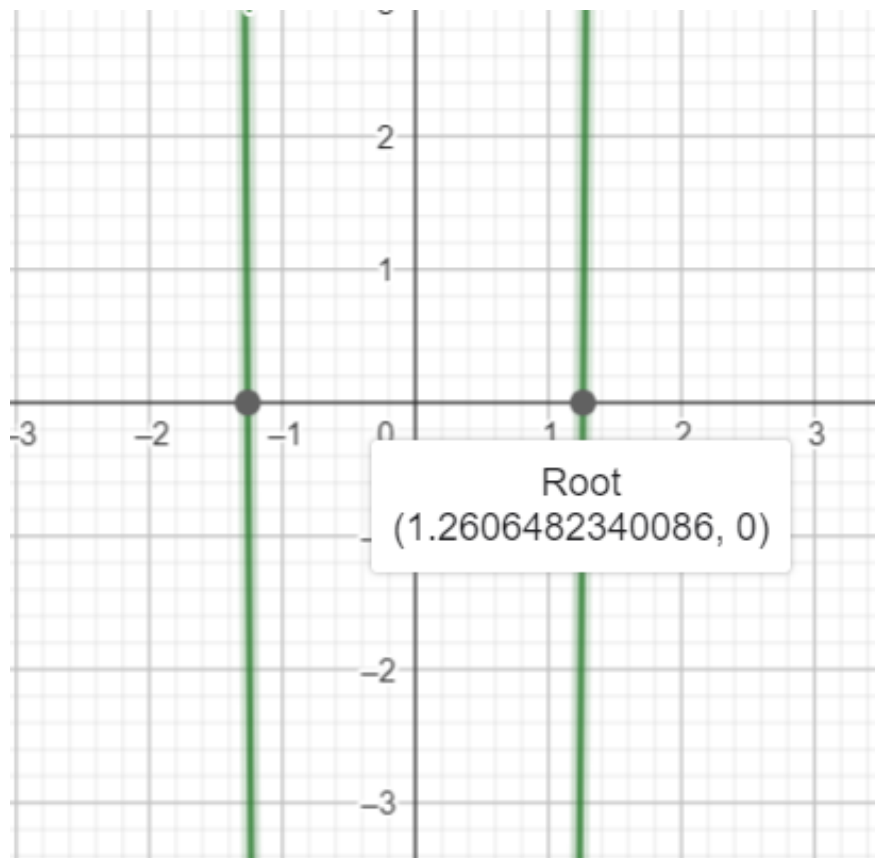
پیدا کردن PM

$$|G| = 1$$

$$\frac{25\sqrt{(\omega^2 + 1)}}{\omega\sqrt{25\omega^2 + 1}} = 1$$

$$25\omega^4 - 24\omega^2 - 25 = 0$$

با نمودار یا نیوتون رافسون پیدا میکنیم

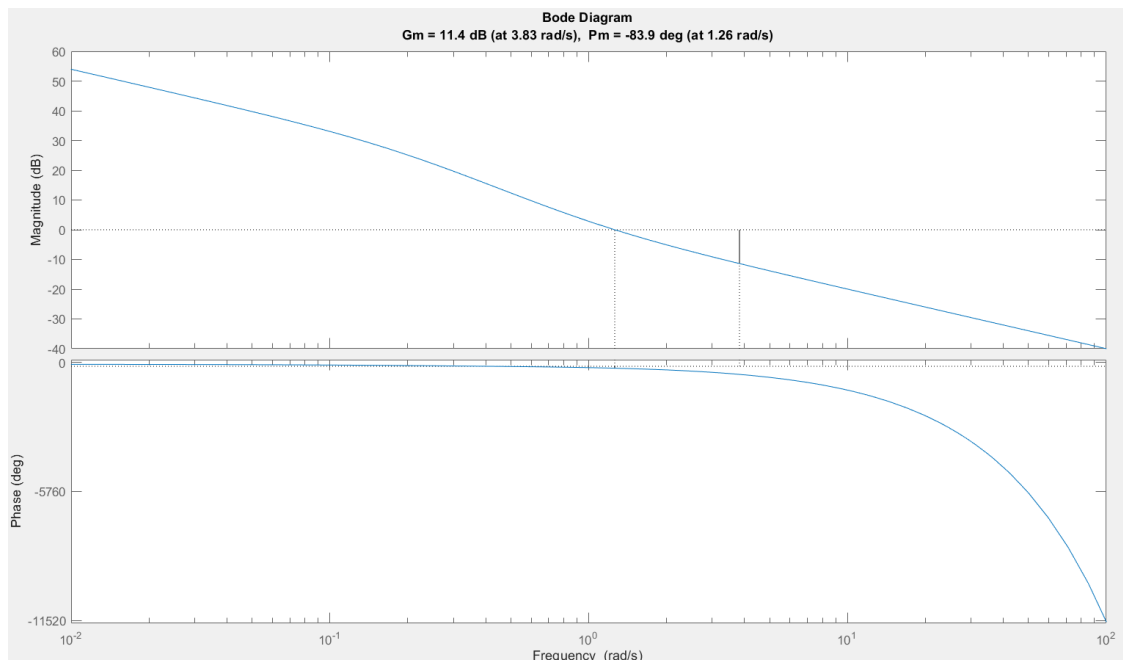


شکل ۲: ریشه یابی با نمودار

$$\omega_g = 1.2606$$

$$PM = \angle H + \pi = \arctan(1.2606) - \arctan(5 \times 1.2606) - 2 \times 1.2606 - \frac{-\pi}{2} = -1.44 \text{ Rad Or } -83 \text{ degree}$$

۳.۳ نمودار متلب



```

1 clear all
2 s=tf('s');
3 g=5*(s+1)*exp(-2*s)/s/(5*s+1);
4 bode(g);
5 margin(g);

```

همان جور که از روی نمودار بودی مشخص است حد فاز منفی است یعنی شرایط پایداری را ندارد

۴ سوال چهارم

$$g = \frac{4a^2}{(j\omega + a)^2}$$

۱.۴ حد بهره

$$\angle g = \pi \rightarrow -2 \arctan \frac{\omega}{a} = \pi$$

$$\arctan \frac{\omega}{a} = \pi/2 \rightarrow \omega_p = \infty \rightarrow GM = inf$$

۲.۴ حد فاز

$$|g| = 1 \rightarrow \frac{4a^2}{\omega^2 + a^2} = 1$$

$$\omega^2 = 3a^2 \rightarrow \omega_g = \sqrt{3}a$$

فرمول حد فاز :

$$\angle g + \pi \rightarrow -2 \arctan \frac{\omega_g}{a} + \pi = \frac{-2\pi}{3} + \pi = \frac{\pi}{3} \quad \text{یا} \quad 60 \text{ deg}$$

۳.۴ نمودار متلب

