

Grupo 5: Gabriel Barbosa Da Silva, Gabriele Machado Barbosa, Lucas Mattos Santiago, Kennedy Gabriel Cedro Barreto e Rodrigo Dias De Oliveira.

Professora: Juliana Arruda Vieira.

Matemática Discreta

PROJETO 3 – CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE

O projeto consistiu em pesquisarmos o critério de divisibilidade do número 19. Após isso, desenvolver um programa que mostre ao usuário se um número, fornecido por ele mesmo, é divisível por 19.

Divisibilidade de 19

Um número é divisível por 19 quando o dobro do algarismo da unidade, somado ao número formado pelos outros algarismos, formam um número divisível por 19.

Demonstração. Suponhamos um $a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0$ que seja divisível por 19, isto é, $a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0 = 19q$ com $q \in \mathbb{Z}$. Escrevendo este número em potência de 10, temos $10^n a_n + 10^{n-1} a_{n-1} + \dots + 10^2 a_2 + 10 a_1 + a_0 = 19q \Rightarrow 10^n a_n + 10^{n-1} a_{n-1} + \dots + 10^2 a_2 + 10 a_1 + 20 a_0 = 19q + 19 a_0 \Rightarrow 10(10^{n-1} a_n + 10^{n-2} a_{n-1} + \dots + 10 a_2 + a_1 + 2 a_0) = 19(q + a_0)$. Sabemos que $10^{n-1} a_n + 10^{n-2} a_{n-1} + \dots + 10 a_2 + a_1 + 2 a_0 = a_n a_{n-1} \dots a_3 a_2 a_1 + 2 a_0$. Como $19 \nmid 10$ então $19 \mid a_n a_{n-1} \dots a_3 a_2 a_1 + 2 a_0$, provando o critério. ■

Demonstração 1 - Demonstração por divisibilidade de [1], pág. 37 seção 6.8.

Exemplo - Dado o número 152, verifique se é divisível por 19.

Usando o primeiro critério de divisibilidade por 19, temos $15 + 2 \cdot 2 = 19$ e $19 \mid 19$, portanto 152 é divisível por 19.

Agora veja uma demonstração diferente, por congruência:

Demonstração. Vejamos os restos da divisão das potências de 10 por 19.

$$10^0 \equiv 1 \pmod{19}$$

$$10^1 \equiv 10 \pmod{19} \text{ ou também } 10^1 \equiv -9 \pmod{19}$$

$$10^2 \equiv 5 \pmod{19} \text{ ou também } 10^2 \equiv -14 \pmod{19}$$

$$10^3 \equiv 12 \pmod{19} \text{ ou também } 10^3 \equiv -7 \pmod{19}$$

$$10^4 \equiv 6 \pmod{19} \text{ ou também } 10^4 \equiv -13 \pmod{19}$$

$$10^5 \equiv 3 \pmod{19} \text{ ou também } 10^5 \equiv -16 \pmod{19}$$

$$10^6 \equiv 11 \pmod{19} \text{ ou também } 10^6 \equiv -8 \pmod{19}$$

$$10^7 \equiv 15 \pmod{19} \text{ ou também } 10^7 \equiv -4 \pmod{19}$$

$$10^8 \equiv 17 \pmod{19} \text{ ou também } 10^8 \equiv -3 \pmod{19}$$

$$10^9 \equiv 8 \pmod{19} \text{ ou também } 10^9 \equiv -1 \pmod{19}$$

$$10^{10} \equiv 9 \pmod{19} \text{ ou também } 10^{10} \equiv -10 \pmod{19}$$

\vdots

Assim por diante, até 10^n .

$$a_0 \cdot 10^0 \equiv a_0 \text{ mod } 19$$

$$a_1 \cdot 10^1 \equiv 10a_1 \text{ mod } 19 \text{ ou também } a_1 \cdot 10^1 \equiv -9a_1 \text{ mod } 19$$

$$a_2 \cdot 10^2 \equiv 5a_2 \text{ mod } 19 \text{ ou também } a_2 \cdot 10^2 \equiv -14a_2 \text{ mod } 19$$

$$a_3 \cdot 10^3 \equiv 12a_3 \text{ mod } 19 \text{ ou também } a_3 \cdot 10^3 \equiv -7a_3 \text{ mod } 19$$

$$a_4 \cdot 10^4 \equiv 6a_4 \text{ mod } 19 \text{ ou também } a_4 \cdot 10^4 \equiv -13a_4 \text{ mod } 19$$

$$a_5 \cdot 10^5 \equiv 3a_5 \text{ mod } 19 \text{ ou também } a_5 \cdot 10^5 \equiv -16a_5 \text{ mod } 19$$

$$a_6 \cdot 10^6 \equiv 11a_6 \text{ mod } 19 \text{ ou também } a_6 \cdot 10^6 \equiv -8a_6 \text{ mod } 19$$

$$a_7 \cdot 10^7 \equiv 15a_7 \text{ mod } 19 \text{ ou também } a_7 \cdot 10^7 \equiv -4a_7 \text{ mod } 19$$

$$a_8 \cdot 10^8 \equiv 17a_8 \text{ mod } 19 \text{ ou também } a_8 \cdot 10^8 \equiv -2a_8 \text{ mod } 19$$

$$a_9 \cdot 10^9 \equiv 8a_9 \text{ mod } 19 \text{ ou também } a_9 \cdot 10^9 \equiv -1a_9 \text{ mod } 19$$

$$a_{10} \cdot 10^{10} \equiv 9a_{10} \text{ mod } 19 \text{ ou também } a_{10} \cdot 10^{10} \equiv -10a_{10} \text{ mod } 19$$

⋮

Assim por diante, até 10^n .

Assim um número é divisível por 19, quando $(a_0 + 10a_1 + 5a_2 + 12a_3 + 6a_4 +$

$3a_5 + 11a_6 + 15a_7 + 17a_8) - (a_9 + 10a_{10} + 5a_{11} + 12a_{12} + 6a_{13} + 3a_{14} +$

$+ 11a_{15} + 15a_{16} + 17a_{17}) + \dots$ for divisível por 19. ■

IMPLEMENTAÇÃO EM C

Primeiramente temos a função principal:

```
29     int main()
30     {
31
32         //Definição do conjuntos de sinais da língua-portuguesa.
33         setlocale(LC_ALL, "");
34
35         printf("-----DIVISIBILIDADE POR 19-----\n\n");
36
37         int N;
38         int Result;
39
40         printf("Digite o valor que queira checar a divisibilidade\n");
41         scanf("%d", &N);
42
43         Result = N;
44
45         if(N<0)
46             N = N * (-1);
47
48         Divisibilidade(N, Result);
49
50         return 0;
51     }
```

Fig. 1 - Função principal do código em C.

- 1) Na linha 41 fazemos a leitura do número e armazenamos na variável **N**.
- 2) Em seguida, criamos uma cópia de **N** armazenado em **Result**.
- 3) Testamos se **N** é negativa, se for, multiplicamos por -1 já que -19 também é divisível por 19 mas por questões de praticidade nós tornamos todo número positivo.
- 4) Na linha 48 é feita a chamada para a função **Divisibilidade** com **N** e **Result** como parâmetros.

```

6      int Divisibilidade(int N, int Result)
7      {
8
9          if(N<19)
10         {
11             printf("\n%d não é divisível por 19 :(", Result);
12         }
13         else if(N==19)
14         {
15             printf("\n%d é divisível por 19 :)", Result);
16         }
17         else if(N>19)
18         {
19             int aux1 = 0, aux2 = 0;
20             aux1= (N%10);
21             aux2= (N/10);
22             aux2 = aux2 + (2*aux1);
23             Divisibilidade(aux2, Result);
24         }
25     }
26 }

```

Fig. 2 - Função de divisibilidade do código em C.

- 5) Aqui vale ressaltar que desenvolvemos uma função recursiva, ou seja, ela chama a si mesma até encontrar um caso base como retorno. Neste problema o caso base é quando o número é 19, visto na linha 13. Quando ele for 19, então o programa mostra que o número é divisível por 19 e encerra.
- 6) Na linha 9 fazemos um teste inicial para ver se o número é menor que 19, se for, então ele não é divisível por 19 e apresenta tal mensagem.
- 7) Na linha 17 testamos se o número é maior que 19. Se for, entra no bloco de comando.
- 8) Na linha 20 é atribuída a variável **aux1** o resto da divisão de **N** por 10, assim obtemos a unidade do número dado.
- 9) Na linha 21 é atribuída a variável **aux2** o resultado da divisão de **N** por 10, assim obtemos o número sem a sua unidade.
- 10) Na linha 22 somamos o valor de **aux2** a multiplicação do valor de **aux1** por 2. E colocamos esse resultado novamente a **aux2**(evitando de criar outra variável).

11) E finalmente, na linha 23, chamamos novamente a função **Divisibilidade** com **aux2** e **Result**(valor original de **N**), como parâmetros.

12) A função só vai parar após encontrar um valor igual a 19 ou menor.

Trabalhos citados

[1] Domingues Neto, Huiltton Jose. Critérios de Divisibilidade. UFGD, 2016. Disponível em: <<https://portaldaobmepimpa.br/uploads/msg/7svpyg59srok0.pdf>>. Acesso em: 27/01/2021.