Gabriel Barbosa da Silva

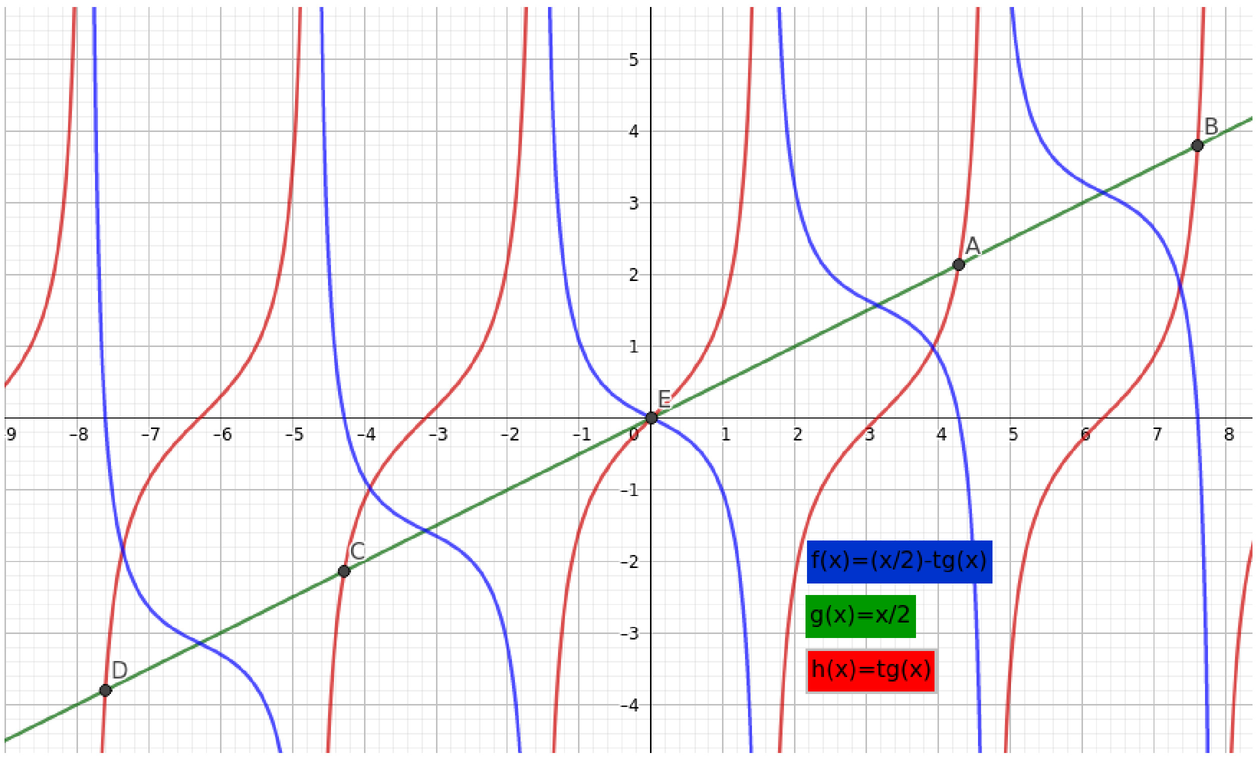
Professora Juliana

Métodos Numéricos

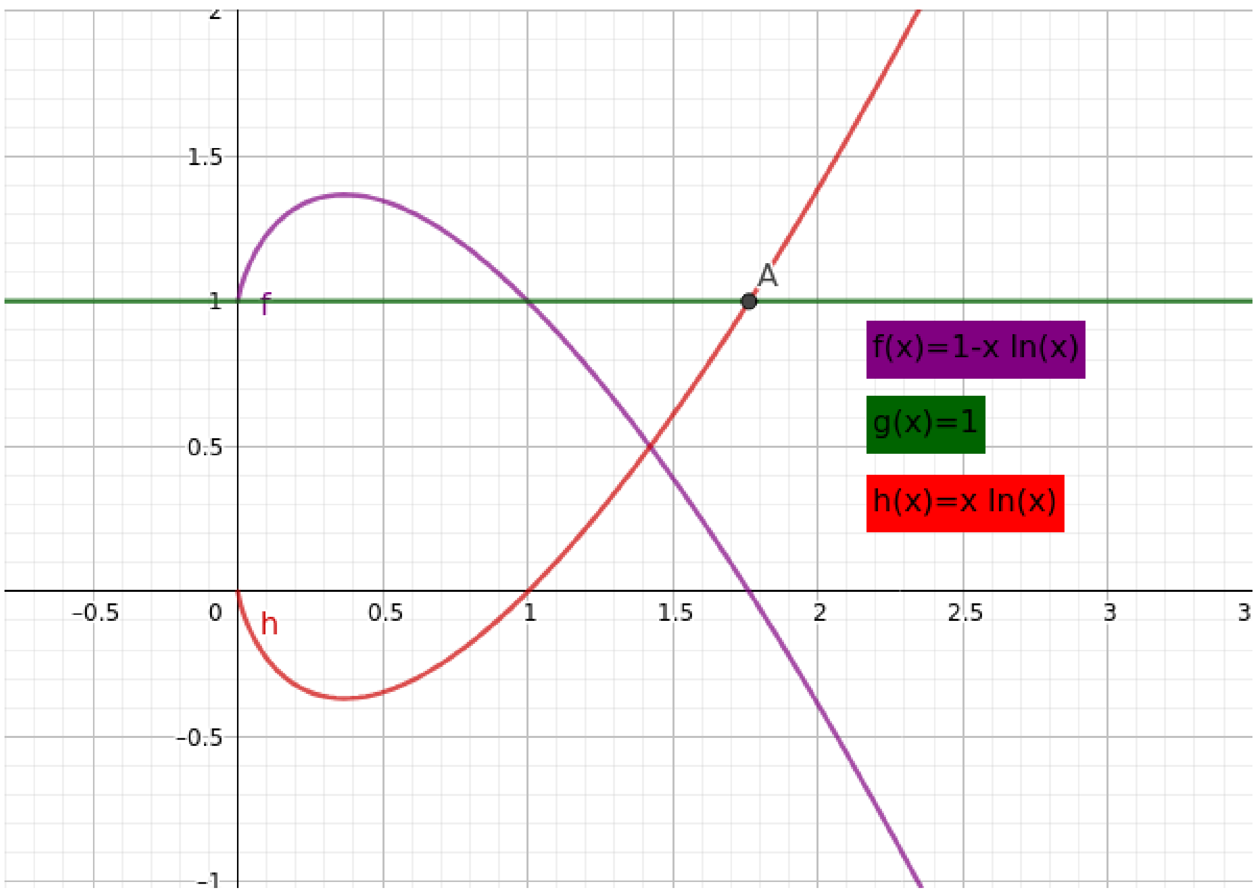
2º Lista de exercícios

1. Localize graficamente os zeros das funções a seguir fazendo um esboço das funções:

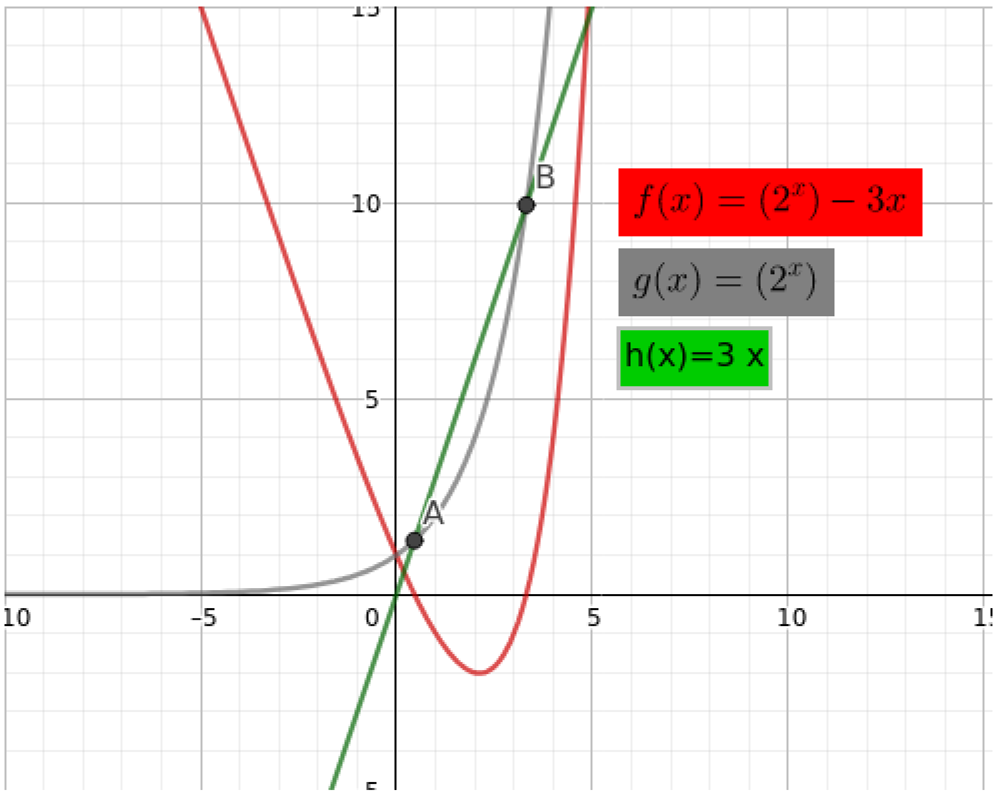
a) $f(x) = {}^{x}/_{2} - tg(x)$



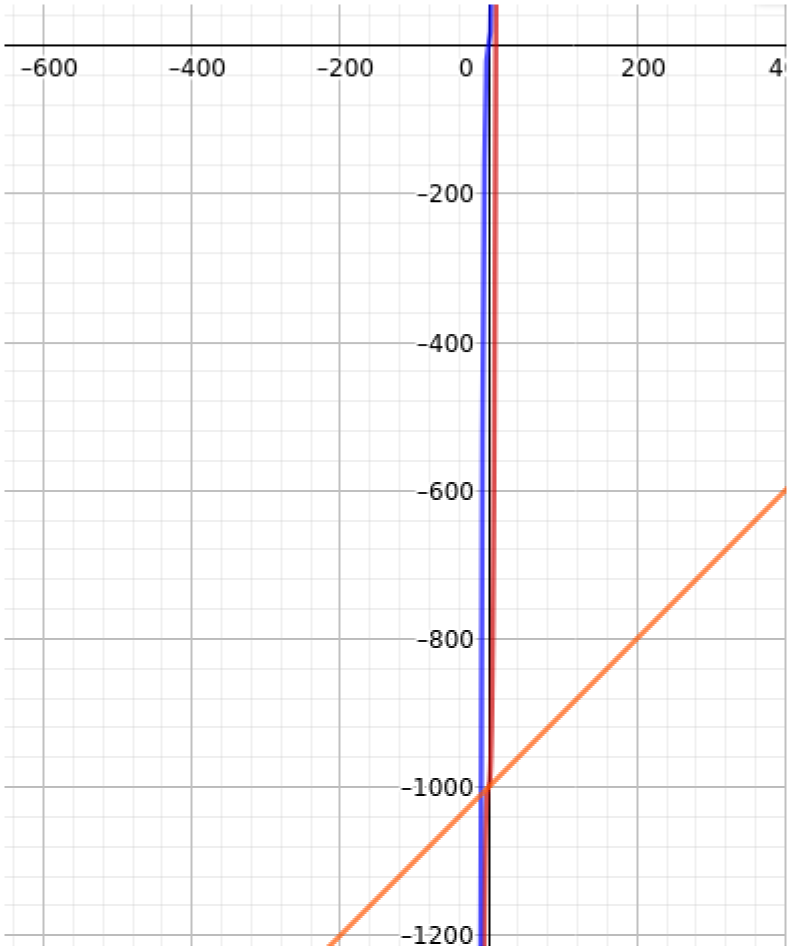
b) $f(x) = 1 - x\ln(x)$



c) $f(x) = 2^x - 3x$



d) $f(x) = x^3 + x - 1000$



2. Determine intervalos que contenham soluções das seguintes equações e confirme se os intervalos possuem somente uma raiz.

a) $4x^2 - e^x = 0$

a) $4x^2 - e^x = 0 \rightarrow f'(x) = 8x - e^x$

$f(x)$	$4x^2 - e^x$	$8x - e^x$
0,5	-0,648721	2,351278
1,0	1,281718	5,281718

$\exists\ k_1 \in [0,5; 1]$

$\therefore$ Pelo teorema da unicidade, no intervalo $[0,5; 1]$ existe apenas uma única raiz, pois, o sinal da $f'(x)$ continuou o mesmo.

b) $x^3 - 2x^2 - 4x + 3 = 0$

b) $x^3 - 2x^2 - 4x + 3 = 0 \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4x - 4$

x	x^3-2x^2-4x+3	$3x^2-4x-4$
0,5	0,625	-5,25
1	-2	-5
1,5	-4,125	
2	-5	
2,5	-3,875	
3	0	

∴ Como foi achado uma raiz quando x é 3, a próxima raiz deve estar no intervalo [0,5, 1]. E pelo teorema da unicidade, no intervalo [0,5, 1], a $f'(x)$ apresentou o mesmo sinal. Logo, existe apenas uma raiz no intervalo [0,5, 1].

3. Utilize o método da Bisseção para encontrar aproximações das soluções com precisão de 10^{-4} para $x^3 - 7x^2 + 14x - 6 = 0$.

(3) $x^3 - 7x^2 + 14x - 6 = 0$

Primeiro irei delimitar um intervalo:

x	$f(x)$
0.5	-0.625
1	2
1.5	2,625
2	2
2.5	0,875
3	0
3.2	-0,112
3.5	0.125

Irei escolher o intervalo [0.5, 1], pois ocorreu uma troca de sinal. Agora irei aplicar o teorema da unicidade para observar se temos mais de uma raiz neste intervalo, utilizando a $f'(x) = 3x^2 - 14x + 8$

x	$f'(x)$
0.5	1,75
0.65	0,1675
0.85	-1,7325
1	-3

O sinal muda em $x = 0,85$, então diminuimos o intervalo para [0.5, 0.65].

Agora irei aplicar o método de bissecção, mas antes irei calcular o valor aproximado de iterações.

$$k \geq \frac{\ln\left(\frac{0,65-0,5}{0,0001}\right)}{\ln(2)} - 1 \rightarrow k \geq 9,5507$$

Sendo k o número approximado de iterações.

k	a_k	b_k	x_k	$f(x_k)$	$f(a) \cdot f(x_k)$
0	0.5	0.65	0.575	-0,074265625	0,046416016
1	0.575	0.65	0.6125	+0,178689453	-0,013270424
2	0.575	0.6125	0.59375	0,054096631	-0,004013807
3	0.575	0.59375	0.584375	-0.009648346	0,00071654
4	0.584375	0.59375	0.5890625	0.022314121	-0.000215294
5	0.584375	0.5890625	0.58671875	0.006361671	-0.00006138
6	0.584375	0.58671875	0.585546875	-0,001636137	0.000015786
7	0.585546875	0.58671875	0.586132812	0.002364563	-0.000003869
8	0.585546875	0.586132812	0.585839843	0.00036466	-0.000000597
9	0.585546875	0.585839843	0.585693359	-0.00063566	0.00000104
10	0.585693359	0.585839843	0.585766601	-0.000135455	0.000000086
11	0.585766601	0.585839843	0.585803122	0.000113927	-0.000000015
12	0.585766601	0.585803122	0.585784861	-0,000010766	0.000000001

Agora irei ver se existe mais de uma raiz entre [3.2, 3.5]

X	f'(x)
3.2	-6,08
3.3	-5,53
3.4	-4,92
3.5	-4,25

Visto que f'(x) manteve o sinal, podemos continuar.

Irei direto para o calculo do método da bissecção.

k	a_k	b_k	x_k	$f(x_k)$	$f(a).f(x_k)$
0	3.2	3.5	3.35	-0.062125	0.006958
1	3.35	3.5	3.425	0.013015625	-0.000808596
2	3.35	3.425	3.3875	-0.029001953	0.001801796
3	3.3875	3.425	3.40625	-0.009124756	0.000264636
4	3.40625	3.425	3.415625	0.00166065	-0.000015148
5	3.40625	3.415625	3.4109375	-0.003803379	0.000034705
6	3.4109375	3.415625	3.41328125	-0.001089459	0.000004144
7	3.41328125	3.415625	3.414453125	0.000280851	-0.000000306
8	3.41328125	3.414453125	3.413867188	-0.000405414	0.000000442
9	3.413867188	3.414453125	3.414160157	-0.000062559	0.000000025

∴ As raízes encontradas foram $R_1(0.585784861, -0,000010766)$, $R_2(3,0)$ e $R_3(3.414160157, -0,000062559)$.

4. Encontre todos zeros da função $f(x) = x^3 - 2x^2 - 20x + 30$, pelo método da Falsa Posição, com $\epsilon \leq 10^{-4}$.

Primeiro, vamos determinar os intervalos onde pode estar as raízes:

x	F(x)
-4.5	**-11,625**
-4	**14**
-3.5	32,625
-3	45
-2.5	51,875

-2	54
-1.5	52,125
-1	47
-0.5	39,375
0	30
1	**9**
1.5	**-1,125**
2	-10
2.5	-16,875
3	-21
3.5	-21,625
4	-18
4.5	**-9,375**
5	**5**

Após isso, podemos observar três intervalos onde devem estar as raízes, A[-4.5, -4], B[1, 1.5] e C[4.5, 5]. Para encontrá-las mais facilmente, elaborei um pequeno algoritmo em linguagem C visto a seguir.

```c
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <stdlib.h>

double Fx(double x){
    //f(x) = x^3-2x^2-20x+30
    double y;
    y = (pow(x,3))-( 2*( pow(x,2) ) )- (20*x)+30;
    return y;
}

void main(){
    int i;
    double precisao;
    double a,b,x;

    printf("De o inicio do intervalo:\n");
    scanf(" %lf", &a);
    printf("De o fim do intervalo:\n");
    scanf(" %lf", &b);
    printf("De a precisao:\n");
    scanf(" %lf", &precisao);
```

```
	printf("\nk | a | b | x \n");

	for(i=0; (b-a)>precisao; i++){
		x = ( (a* (Fx(b)) ) - (b* (Fx(a)) ) ) /( (Fx(b))-(Fx(a)) );
		printf("%d | %lf | %lf | %lf \n", i, a, b, x);
		if( (Fx(a)*Fx(x))<0 ){
			b = x;
		}
		else{
			a = x;
		}
	}

}
```

O resultado para o intervalo A[-4.5, -4] foi:

```
De o inicio do intervalo:
-4.5
De o fim do intervalo:
-4
De a precisao:
0.0001

k | a | b | x
0 | -4.500000 | -4.000000 | -4.273171
1 | -4.500000 | -4.273171 | -4.289728
2 | -4.500000 | -4.289728 | -4.290673
3 | -4.500000 | -4.290673 | -4.290726
4 | -4.500000 | -4.290726 | -4.290729
5 | -4.500000 | -4.290729 | -4.290729
6 | -4.500000 | -4.290729 | -4.290729
7 | -4.500000 | -4.290729 | -4.290729
8 | -4.500000 | -4.290729 | -4.290729
9 | -4.500000 | -4.290729 | -4.290729
10 | -4.500000 | -4.290729 | -4.290729
11 | -4.500000 | -4.290729 | -4.290729
12 | -4.500000 | -4.290729 | -4.290729
13 | -4.500000 | -4.290729 | -4.290729
```

Chegando ao resultado final de x = -4.290729.

O resultado para o intervalo A[1, 1.5] foi:

```
De o inicio do intervalo:
1
De o fim do intervalo:
1.5
De a precisao:
0.0001

k | a | b | x
0 | 1.000000 | 1.500000 | 1.444444
1 | 1.000000 | 1.444444 | 1.442086
2 | 1.000000 | 1.442086 | 1.441990
3 | 1.000000 | 1.441990 | 1.441986
4 | 1.000000 | 1.441986 | 1.441985
5 | 1.000000 | 1.441985 | 1.441985
6 | 1.000000 | 1.441985 | 1.441985
7 | 1.000000 | 1.441985 | 1.441985
8 | 1.000000 | 1.441985 | 1.441985
9 | 1.000000 | 1.441985 | 1.441985
10 | 1.000000 | 1.441985 | 1.441985
11 | 1.000000 | 1.441985 | 1.441985
```

Chegando ao resultado final de x = 1.441985.

O resultado para o intervalo A[4.5, 5] teve uma resposta inesperada, o critério de parada não era atendido, então editei o código para utilizar o segundo critério de parada $|f(x_k)| \leq \varepsilon$.

```
    x = ( (a* (Fx(b)) ) - (b* (Fx(a)) ) ) /( (Fx(b))-(Fx(a)) );

    for(i=0; absoluto(Fx(x)) >= precisao; i++){
```

Com o critério de parada trocado, o resultado foi:

```
De o inicio do intervalo:
4.5
De o fim do intervalo:
5
De a precisao:
0.0001

k | a | b | x
0 | 4.500000 | 5.000000 | 4.826087
1 | 4.826087 | 5.000000 | 4.847419
2 | 4.847419 | 5.000000 | 4.848667
3 | 4.848667 | 5.000000 | 4.848740
4 | 4.848740 | 5.000000 | 4.848744
```