



**Université
de Lille**
1 SCIENCES
ET TECHNOLOGIES

Université Lille 1
MASTER 1 INFORMATIQUE
Deuxième semestre



Reconnaissance de formes

TP n°01

BARCHID Sami

Introduction

La matière vue dans ce TP traite de la relation entre l'image et la lumière, de la source lumineuse jusqu'à l'observateur en passant par les objets qui réfléchissent cette lumière.

Ce rapport de TP est divisé en 3 parties :

- **Moments d'une forme** : partie consistant en la mesure et la comparaison de moments principaux d'inertie de formes élémentaires ayant subi une rotation ou un changement d'échelle.
- **Moments normalisés** : partie consistant en la mesure et la comparaisons de moments principaux d'inertie normalisés pour des formes élémentaires ayant subi également une rotation ou un changement d'échelle.
- **Moments invariants** : partie consistant en la mesure et la comparaison des moments invariants de Hu pour des formes élémentaires et des images de chiffre.
- **Conclusion** sur la possibilité d'utiliser les mesures vues en tant qu'indice de forme.

Avant-propos





Avant de développer les résultats obtenus, il est important de souligner qu'il existe une « marge d'erreur » dans les mesures présentées dans ce TP. En effet, il y a de nombreux cas où deux formes, supposées être identiques, ne le seront pas à 100 % en pratique dû, par exemple, aux placements des pixels pour une ligne oblique, etc.

Par conséquent, pour la suite de ce TP, je compte arrondir les différentes mesures observées.

Moments d'une forme

Mesure sur des rectangles

La première mise en pratique à effectuer est de calculer les matrices d'inertie des images de rectangles afin de comparer leurs valeurs propres, (qui sont des attributs de forme invariants en rotation) et leurs vecteurs propres (qui définissent les axes principaux d'inertie).

Formes	Valeur propre 1	Valeur propre 2	Vecteur propre 1	Vecteur propre 2
	1360	80	$[-1,0]$	$[0,-1]$
	1360	80	$[0,1]$	$[-1,0]$
	1298	59	$[-0.707, 0.707]$	$[-0.707, -0.707]$
 '(lissé)	1393.7	99.7	$[-0.706, 0.708]$	$[-0.708, -0.706]$

La première chose, flagrante, que l'on peut observer est l'égalité entre les valeurs propres (= moments principaux d'inertie) entre les images de rectangle horizontal et rectangle vertical.

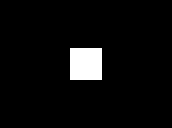
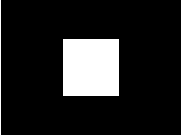
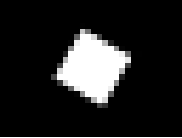
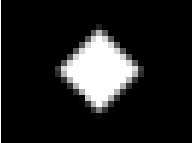
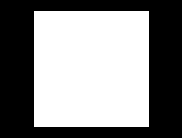
Il faut également mentionner que les valeurs des moments principaux d'inertie concernant le rectangle diagonal et le diagonal lissé diffèrent légèrement. Cela s'explique par le fait que ces deux rectangles sont

différents : le rectangle diagonal est binaire (composé uniquement de blanc et de noir) alors que le rectangle lissé est en niveaux de gris. Cependant, il faut mentionner le fait que les axes principaux d'inertie (= les vecteurs propres) sont quasiment égaux. Ceci prouve que les rectangles avaient la même orientation.

Nous remarquons aussi que les valeurs de moments principaux d'inertie diffèrent légèrement lorsque nous comparons les rectangles verticaux/horizontaux avec les rectangles diagonaux. Le rectangle diagonal non-lissé a des valeurs complètement différentes, car le phénomène d'aliasing est trop fort (à l'oeil nu, on voit même que le rectangle diagonal non-lissé ne ressemble quasiment plus à un rectangle). Par contre, avec le lissage, la marge d'erreur est réduite. En conclusion, pour contrer les variations trop fortes à cause du crénelage des lignes obliques, le lissage est une bonne méthode.

Mesure sur des carrés

Nous allons maintenant étudier les moments et axes principaux d'inertie sur des carrés.

Formes	Valeur propre 1	Valeur propre 2	Vecteur propre 1	Vecteur propre 2
 Côté 6	105	105	[0,1]	[-1,0]
 Côté 10	825	825	[0,1]	[-1,0]
 Rotation 30deg	843	842	[0.298, 0.955]	[-0.955, 0.298]
 Rotation 45 deg	842	839	[-0.777, -0.629]	[0.629, -0.777]
 Côté 20	13300	13300	[0,1]	[-1,0]

Nous allons d'abord analyser les carrés de côtés 10 (donc, analyser la variation des moments principaux d'inertie lorsque le carré a subi une rotation). Nous voyons que les valeurs des moments principaux d'inertie varient légèrement (une variation de 2 % maximum, autant dire très peu). Nous pouvons mettre cette différence sur le dos, une nouvelle fois, de l'effet de crénelage dû aux contours obliques lorsque nous faisons une rotation.

Nous pouvons maintenant comparer les valeurs obtenues dans le cas d'un redimensionnement du carré. Il est évident que les moments principaux d'inertie obtenus sont complètement différents, montrant que nous ne pouvons pas nous fier à ces valeurs lorsque la forme subit un redimensionnement.

Conclusion sur les moments principaux d'inertie

Nous remarquons que les moments principaux d'inertie peuvent être utilisés en tant qu'attribut de forme dans le cas où nous recherchons des valeurs invariantes en rotation. Cependant, cela devient inutile lorsque nous avons affaire à un changement d'échelle.

Nous devons nuancer en précisant que, à cause de l'effet de crénelage, il faut conserver une marge d'erreur.

Moments normalisés

Moments normalisés d'ordre 2

Nous allons maintenant calculer les moments d'ordre 2 normalisés des carrés et rectangles.

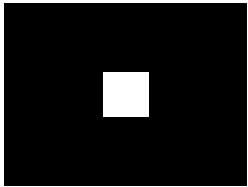

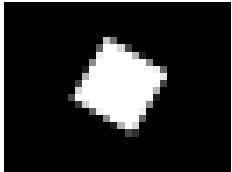
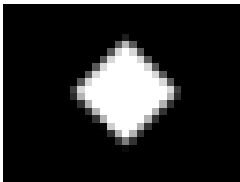
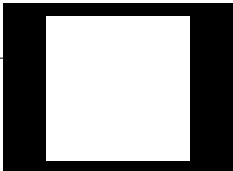
Forme	$P = 0, q=2$	$P=2, q=0$	$P=2, q=2$
Carré 30deg	0.084	0.084	0.0039
Carré 45deg	0.085	0.085	0.003
Carré côté 10	0.0825	0.0825	0.0068
Carré côté 20	0.083	0.083	0.0069
Carré côté 6	0.081	0.081	0.0065
Rectangle diag lissé	0.18	0.18	0.047
Rectangle diag	0.2	0.2	0.06
Rectangle horizontal	0.01	0.33	0.006
Rectangle vertical	0.33	0.01	0.0064

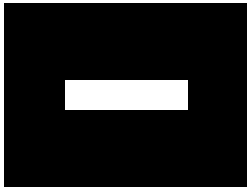
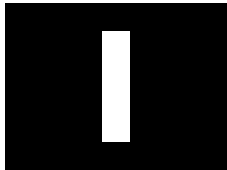
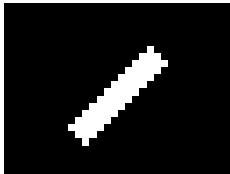
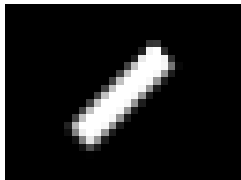
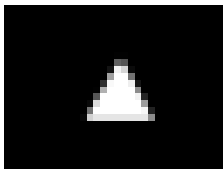
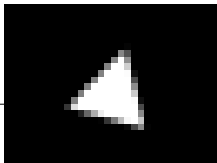
En analysant les carrés, on remarque que les moments centrés normalisés son effectivement invariant en translation et en changement d'échelle.

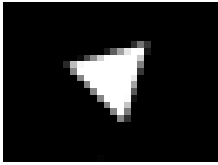
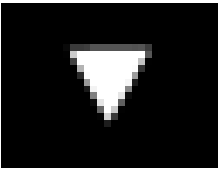
Cependant, quand on analyse les rectangles, on remarque aussi que les moments centrés normalisés ne sont pas invariant en rotation.

Moments principaux d'inertie normalisés

Nous allons maintenant mesurer les moments principaux d'inertie en diagonalisant la matrice d'inertie calculée à partir des moments centrés **normalisés**.

Forme	Moment principal d'inertie normalisé 1	Moment principal d'inertie normalisé 2
 Côté 6	0.081	0.081
 Côté 10	0.0825	0.0825
 Rotation 30deg	0.0841	0.084
 Rotation 45deg	0.0854	0.0851
	0.0831	0.0831

Côté 20		
	0.332	0.0195
	0.332	0.0195
	0.3859	0.0175
Lissé 	0.335	0.024
Côté 10 	0.1008	0.0948
	0.1003	0.0948

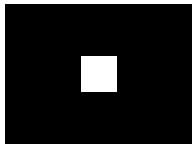
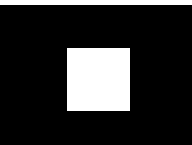
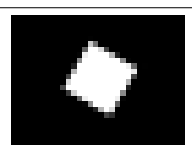
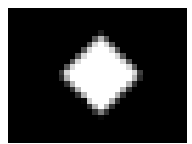
Rotation 15deg		
 Rotation 45deg	0.1005	0.0952
 Rotation 60deg	0.1015	0.0934




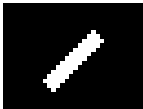
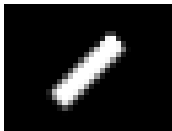
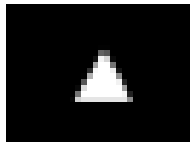
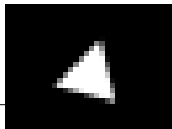
Avec une très légère marge d'erreur, nous voyons que les moments principaux d'inertie centrés sont complètement invariants à la rotation, au changement d'échelle et en translation. Nous pouvons donc les utiliser en tant qu'indice de forme.

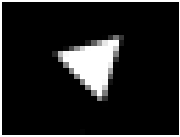
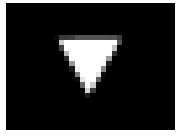
Moments invariants

Nous allons maintenant mesurer, pour toutes les formes élémentaires, les 5 premiers moments invariants de Hu d'une forme. Il faut mentionner que beaucoup de mesures étaient très proches de 0 (il n'est pas rare d'atteindre des valeurs à $e-12$). C'est pourquoi, j'ai décidé de les arrondir à 0, ne pouvant pas utiliser des valeurs si fines.

Mesures sur des formes élémentaires

Forme	Hu 1	Hu 2	Hu 3	Hu 4	Hu 5
 Côté 6	0.1620	0	0	0	0
 Côté 10	0.165	0	0	0	0
 Rotation 30deg	0.1681	0	0	0	0
 Rotation	0.1706	0	0	0	0

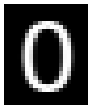





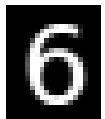
45deg					
 Côté 20	0.1663	0	0	0	0
	0.3516	0.0977	0	0	0
	0.3516	0.0977	0	0	0
	0.4033	0.1356	0	0	0
 Lissé	0.3589	0.0968	0	0	0
 Côté 10	0.1956	0	0.0046	0	0
	0.1952	0	0.0046	0	0




Rotation 15deg					
 Rotation 45deg	0.1957	0	0.0046	0	0
 Rotation 60deg	0.1949	0	0.0044	0	0

Premièrement, nous remarquons que les moments invariants de Hu sont bel et bien invariant en rotation, translation et changement d'échelle. Nous pouvons donc bel et bien les utiliser en tant qu'indice de forme.

Nous pouvons observer que, pour toute forme élémentaire, les moments invariants de Hu ne sont pas tous utilisables. En effet, Hu4 et Hu5 sont nuls pour toutes les formes. Or, comme le but d'un attribut de forme est de montrer l'inégalité entre deux formes, notre expérience nous montre qu'il n'est pas réellement utile de conserver deux indices de forme qui sont nuls à tout moment.

Mesures sur des images de chiffre

Forme	Hu 1	Hu 2	Hu 3	Hu 4	Hu 5
	0.4561	0.0175	0	0	0
	0.6166	0.2461	0.0146	0.0029	0
	0.5967	0.1356	0.0074	0.0024	0
	0.5274	0.0890	0.0162	0.0046	0
	0.3467	0.0168	0.0150	0	0
	0.5135	0.0764	0.0052	0.0020	0
	0.3838	0.0167	0.0017	0	0

	0.5951	0.16	0.1078	0.0211	0
	0.3762	0.0192	0	0	0
	0.3880	0.0180	0.0026	0	0

Ici, nous pouvons constater que les moments invariants de Hu pour comparer les chiffres sont très précis (tout se rapproche de 0). De plus, les variations sont très légères. On remarque aussi que, mis à part le moment de Hu d'indice 1 et, dans certains cas, d'indice 2, on obtient des valeurs négligeables.

Nous savons aussi qu'une rotation modifie de manière négligeable la valeur des moments. Le problème est que les différences des moments de Hu entre certains chiffres sont déjà négligeables. De ce fait, il nous serait impossible de dire, en additionnant toutes valeurs négligeables, que l'image d'un chiffre est différent de l'image d'un autre.

Nous pouvons, cependant, constater que les moments de Hu d'indice 1 peuvent permettre de différencier des chiffres de certains. Par exemple, l'image de 8 possède un Hu_1 de 0.3762 alors que l'image du chiffre 1 a un $Hu_1 = 0.6166$. Nous pourrions avancer le fait que, pour les chiffres, les moments de Hu peuvent potentiellement aider à repérer des différences dans certains cas seulement.

Finalement, je peux conclure que seul les moments de H_u d'indice 1 et 2 sont réellement utiles pour différencier des chiffres. Cependant, ce n'est pas une méthode infallible puisqu'on ne peut pas souligner une inégalité dans certains cas.

Conclusion

Comme un indice de forme se doit d'être invariant en rotation, changement d'échelle et translation (voir définition du cours), nous pouvons d'emblée affirmer que :

- Les moments d'inertie principaux, invariant uniquement en rotation et translation, ne peuvent être considérés comme des indices de formes. Cependant ils restent utiles pour souligner des différences entre deux formes sans prendre en compte le changement d'échelle.
- Les moments d'inertie principaux normalisés sont des indices de formes.
- Les moments centrés normalisés sont invariants en translation et redimensionnement mais ne sont pas invariants en rotation donc on ne peut pas les définir comme indice de forme.
- Les moments invariants de Hu sont également des indices de forme. Cependant, il faut noter que, comme le but d'un indice de forme est de souligner l'inégalité entre deux formes, les valeurs de moments de Hu d'indice 5, 4 voire 3 sont parfois négligeables et donc ne permettent pas d'identifier d'inégalité. Par conséquent, il ne serait pas forcément utile de les retenir.