



Université
de Lille
1 SCIENCES
ET TECHNOLOGIES

Université de Lille
MASTER 2 INFORMATIQUE
Premier semestre



**FACULTÉ
DES SCIENCES ET
TECHNOLOGIES**
Département Informatique

Vision artificielle

TP n°01

Éléments de géométrie projective et calibration de caméra

BARCHID Sami

Introduction

La matière vue dans ce TP traite des méthodes de calibration de caméra. Plus précisément, la méthode de calibration qui sera étudiée dans ce rapport est celle publiée par Zhang en 2000 dans IEEE-PAMI (lien du rapport : <http://master-ivi.univ-lille1.fr/fichiers/Cours/VisA-semaine-1-techreport-zhang.pdf>). Seuls les cas des caméras sans distorsion seront étudiés dans ce TP.

Attention, il est admis que le lecteur possède des notions de

Ce rapport de TP est divisé en cinq parties :

- **Présentation de la méthode** : présentation et explication de la méthode de calibration de caméra proposée par Zhang.
- **Présentation de l'expérience** : présentation de l'expérience utilisée dans ce TP.
- **Paramètres intrinsèques** : analyse et interprétation des résultats obtenus en ce qui concerne les paramètres intrinsèques de la caméra.
- **Paramètres extrinsèques** : analyse et interprétation des résultats obtenus en ce qui concerne les paramètres extrinsèques de la caméra.
- **Conclusion** : partie de conclusion sur ce qui a été enseigné par rapport à la méthode de calibration de Zhang.

Présentation de la méthode

La méthode de calibration de caméra étudiée ici est la **méthode de Zhang**. Le but de cette partie du rapport est, premièrement, de placer le contexte dans lequel se place la méthode de Zhang (les motivations, etc) et, deuxièmement, de décrire la manière dont cette méthode fonctionne.

Calibration d'une caméra

La calibration de caméra consiste à modéliser le processus de formation d'une image. En d'autres termes, on cherche à trouver la relation entre les coordonnées d'un point d'une image (un point en 2D) et les coordonnées spatiales de la scène 3D originelle qui a été capturée par la caméra.

En prenant compte de cette relation, nous pouvons définir que les coordonnées homogènes $(u, v, w)^T$ d'un point de l'image peuvent être déterminées en fonction des coordonnées homogènes $(x, y, z, 1)^T$:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \gamma & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Où nous distinguons 11 paramètres :

- (u_0, v_0) : la position du point principal de l'image. Le point principal est le point d'intersection de l'axe optique avec le plan de l'image.
- α et β : les facteurs d'échelle sur chacun des axes de l'image
- γ : coefficient tenant compte de la non-orthogonalité des axes de l'image. *Note : ce coefficient est nul dans la grande majorité des cas de nos jours, étant donné que les caméras actuelles possèdent des axes du plan de l'image orthogonaux.*

- $\mathbf{R} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}$: la matrice de rotation de la caméra par rapport au repère de la scène.
- $\mathbf{t} = \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix}$: la matrice de translation de la position de la caméra par rapport au repère de la scène.

On distingue, dans ces 11 paramètres, deux catégories :

- Les **paramètres intrinsèques** de la caméra (= qui sont relatifs à la configuration optique et aux caractéristiques du capteur d'image). Ces paramètres sont au nombre de 5 : $\alpha, \beta, \gamma, u_0, v_0$
- Les **paramètres extrinsèques** de la caméra (= définissent la position et l'orientation de la caméra dans la scène 3D). Ces paramètres sont au nombre de 6 : l'orientation sous forme des 3 degrés de liberté de la matrice de rotation \mathbf{R} et la position sous forme des trois degrés de liberté du vecteur de translation \mathbf{t} .

Ainsi, dans la relation décrite plus haut, nous obtenons :

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \alpha & \gamma & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{Paramètres intrinsèques}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} \mathcal{R} & \mathbf{t} \\ 0^T & 1 \end{pmatrix}}_{\text{Paramètres extrinsèques}} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Par conséquent, le but de la calibration de caméra est de retrouver un ou plusieurs de ces paramètres intrinsèques et extrinsèques (voire tous)

en partant d'une ou plusieurs images de la scène et en connaissant une ou plusieurs propriétés de la scène capturée.

Description de la méthode de Zhang

Situation initiale

La méthode de Zhang est une méthode de calibration de caméra définie par la situation suivante :

- Plusieurs points M_i de la scène sont connus.
- Tous ces points sont connus sur un plan unique (ici, on assume que ce plan est le plan où $Z=0$).
- On dispose de n_i images de ces points où on y connaît les positions de projection m_i .
- Les n_i images doivent être prises avec des angles de vues différents (translation + rotation de la caméra).

Le but de la méthode de Zhang est alors de déterminer les paramètres intrinsèques et extrinsèques de la caméra à partir de ces données.

Mode opératoire

Le mode opératoire à suivre décrit dans la publication de Zhang (*Partie 3.4 page 8*) est le suivant :

1. Imprimer un pattern et l'attacher à un plan.
2. Prendre plusieurs images de ce plan sous différentes orientations en déplaçant le plan ou la caméra.
3. Détecter des points caractéristiques dans ces images

4. **Estimer les paramètres intrinsèques et extrinsèques des images**
(ce que l'on va détailler)
5. *(Estimer les coefficients de distorsion radiale.)*
6. *(Raffiner les paramètres par l'estimation du maximum de vraisemblance.)*

Premièrement, les trois premiers points du mode opératoire ont été préalablement réalisés dans ce rapport. En effet, ces trois premiers points décrivent la manière d'arriver à la situation initiale décrite précédemment (et donc d'obtenir les M_i points de la scène, les m_i points des n_i images correspondantes).

Deuxièmement, le point 4 est le point le plus important de ce rapport puisqu'il constitue toute l'astuce de la méthode de Zhang. C'est donc ce point qui sera décrit dans la suite de cette partie.

Troisièmement, les points 5 et 6 du mode opératoire sont des étapes d'optimisation qui ne seront pas traitées ici.

Description de l'estimation des paramètres

Notations et but de l'estimation des paramètres

En reprenant la relation entre un point M de la scène (coordonnées homogènes) et sa projection sur l'image en un point m (coordonnées

homogènes) : $m = A[R \ t]M$ avec $A = \begin{pmatrix} \alpha & \gamma & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

De plus, avec cette relation, nous pouvons décrire la matrice d'homographie $H = A[R \ t]$ qui permet de passer d'un point M à sa projection m sur l'image.

Nous choisissons de décrire la matrice de rotation avec $R = [r_1 \ r_2 \ r_3]$ où r_i correspond à la i ème colonne de la matrice R .

Nous choisissons de décrire la matrice d'homographie $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \ \mathbf{h}_2 \ \mathbf{h}_3]$ où \mathbf{h}_i est la i ème colonne de la matrice d'homographie \mathbf{H} .

Le but est donc de retrouver \mathbf{A} et \mathbf{R} qui détiennent respectivement les paramètres intrinsèques et extrinsèques de la caméra.

Analyse des contraintes

En sachant que \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 sont orthonormés, Zhang déduit deux contraintes intéressantes :

1. $\mathbf{h}_1^T \mathbf{A}^{-T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_2 = 0$
2. $\mathbf{h}_1^T \mathbf{A}^{-T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_1 = \mathbf{h}_2^T \mathbf{A}^{-T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_2$

Ces deux contraintes sur les paramètres intrinsèques déterminent deux choses :

- La contrainte 1 montre que, comme le produit scalaire de deux vecteurs orthogonaux vaut 0, \mathbf{h}_1 et \mathbf{h}_2 sont **orthogonaux**.
- La contrainte 2 montre que \mathbf{h}_1 est **de même longueur** que \mathbf{h}_2 .

Il est important de savoir qu'il est possible d'estimer la matrice d'homographie \mathbf{H} (voir l'annexe A sur la publication de Zhang, page 17).

D'autre part, nous savons que les matrices d'homographie possèdent 8 degrés de libertés et qu'il y a 6 paramètres extrinsèques. Nous pouvons donc affirmer que nous ne pouvons déterminer que deux paramètres intrinsèques en résolvant une seule matrice d'homographie, d'où le besoin de connaître plusieurs images pour cette méthode (trois images pour les 5 paramètres intrinsèques donc).

Toutefois, il est toujours préféré de disposer de plus d'images que d'inconnues dans le problème de calibration que l'on cherche à résoudre. En effet, en estimant avec le nombre d'image minimal, nous nous retrouvons dans la situation où les valeurs estimées contiennent une marge d'erreur que l'on pourrait tenter de réduire. Il pourrait, par exemple, être possible d'utiliser la méthode des moindres carrés avec plus d'images que le minimum requis.

Résolution des paramètres intrinsèques

Soit la matrice \mathbf{B} , symétrique, définie par :

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-T} \mathbf{A}^{-1} \equiv \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{12} & B_{22} & B_{23} \\ B_{13} & B_{23} & B_{33} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha^2} & -\frac{\gamma}{\alpha^2\beta} & \frac{v_0\gamma - u_0\beta}{\alpha^2\beta} \\ -\frac{\gamma}{\alpha^2\beta} & \frac{\gamma^2}{\alpha^2\beta^2} + \frac{1}{\beta^2} & -\frac{\gamma(v_0\gamma - u_0\beta)}{\alpha^2\beta^2} - \frac{v_0}{\beta^2} \\ \frac{v_0\gamma - u_0\beta}{\alpha^2\beta} & -\frac{\gamma(v_0\gamma - u_0\beta)}{\alpha^2\beta^2} - \frac{v_0}{\beta^2} & \frac{(v_0\gamma - u_0\beta)^2}{\alpha^2\beta^2} + \frac{v_0^2}{\beta^2} + 1 \end{bmatrix}.$$

On peut définir alors le vecteur \mathbf{b} :

$$\mathbf{b} = [B_{11}, B_{12}, B_{22}, B_{13}, B_{23}, B_{33}]^T$$

D'autre part, on peut calculer \mathbf{v}_{ij} à partir des éléments d'une matrice d'homographie :

$$\mathbf{v}_{ij} = [h_{i1}h_{j1}, h_{i1}h_{j2} + h_{i2}h_{j1}, h_{i2}h_{j2}, \\ h_{i3}h_{j1} + h_{i1}h_{j3}, h_{i3}h_{j2} + h_{i2}h_{j3}, h_{i3}h_{j3}]^T$$

On dit de \mathbf{v}_{ij} qu'il est un « terme de contrainte ».

Nous pouvons adapter les deux contraintes trouvées (voir sous-partie précédente) en deux équations homogènes en \mathbf{b} :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{12}^T \\ (\mathbf{v}_{11} - \mathbf{v}_{22})^T \end{bmatrix} \mathbf{b} = \mathbf{0}$$

En empilant les n équations de ce style (correspondant aux équations pour les n images disponibles), nous pouvons définir l'équation :

$$\mathbf{V}\mathbf{b} = \mathbf{0}$$

où \mathbf{V} est une matrice $2n \times 6$. Avec un $n \geq 3$, nous pouvons ainsi déterminer tous les paramètres intrinsèques. Avec un $n=2$, nous pouvons déterminer les paramètres intrinsèques si on assume que $\gamma=0$ (ce qui est quasiment toujours le cas avec les caméras actuelles). Et si $n=1$, nous pouvons trouver deux paramètres intrinsèques uniquement (nous pouvons aussi supposer que $\gamma=0$ et que l'on connaît les coordonnées du point principal de l'image (u_0, v_0)).

La solution à l'équation $\mathbf{V}\mathbf{b}=0$ est calculée sur base du vecteur propre de $\mathbf{V}^T\mathbf{V}$ associé avec sa plus petite valeur propre. En résolvant cette équation, nous connaissons donc \mathbf{b} . Et, lorsque \mathbf{b} est trouvé, nous pouvons trouver la matrice \mathbf{A} , qui contient les paramètres intrinsèques que nous recherchions. Pour trouver les éléments de \mathbf{A} , il suffit d'utiliser les équations proposée pour chacun de ses termes :

$$v_0 = (B_{12}B_{13} - B_{11}B_{23}) / (B_{11}B_{22} - B_{12}^2)$$

$$\lambda = B_{33} - [B_{13}^2 + v_0(B_{12}B_{13} - B_{11}B_{23})] / B_{11}$$

$$\alpha = \sqrt{\lambda / B_{11}}$$

$$\beta = \sqrt{\lambda B_{11} / (B_{11}B_{22} - B_{12}^2)}$$

$$\gamma = -B_{12}\alpha^2\beta / \lambda$$

$$u_0 = \gamma v_0 / \beta - B_{13}\alpha^2 / \lambda.$$

CE QU'IL FAUT RETENIR DE LA RÉOLUTION DES PARAMÈTRES INTRINSÈQUES :

En partant des matrices d'homographie estimées grâce aux calculs de l'annexe A (*page 17 de la publication*) et des deux contraintes citées dans la sous-partie précédente, nous pouvons trouver les termes de contrainte v_{ij} de la matrice V . Grâce à V , nous pouvons trouver le vecteur b qui contient les termes utiles de B . Enfin, grâce à b , nous pouvons calculer la matrice des paramètres intrinsèques A .

Si nous voulons donner un schéma simple qui décrirait les étapes à réaliser, nous avons donc :

$$\text{matrices d'homographies} \Rightarrow \text{termes } v_{ij} \Rightarrow V \Rightarrow b \Rightarrow A$$

où la fleche \Rightarrow signifierait « calcule ».

Résolution des paramètres extrinsèques

Après avoir trouvé A , les paramètres extrinsèques sont trouvés grâce aux équations suivantes :

$$\mathbf{r}_1 = \lambda \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_1$$

$$\mathbf{r}_2 = \lambda \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_2$$

$$\mathbf{r}_3 = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2$$

$$\mathbf{t} = \lambda \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_3$$

où $\lambda = 1/\|\mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_1\| = 1/\|\mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_2\|$.

Nous remarquons donc que, une fois A trouvé, la suite reste simple.

Présentation de l'expérience

L'expérience consiste à évaluer l'implémentation de la méthode de Zhang décrite dans la partie précédente sur une scène représentant un damier régulier.

Les $n=4$ images prises de la scène sont les suivantes :

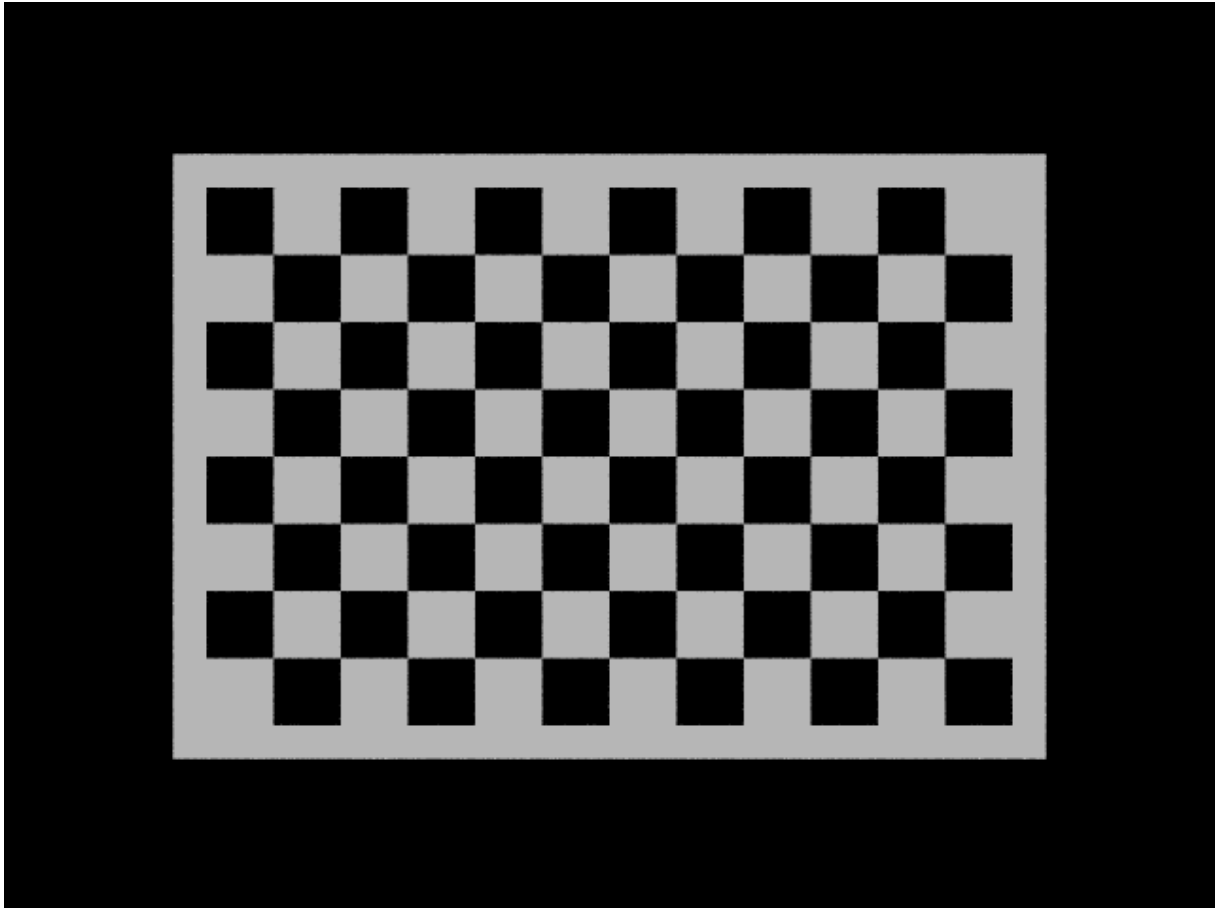


FIGURE 1 – damier 01

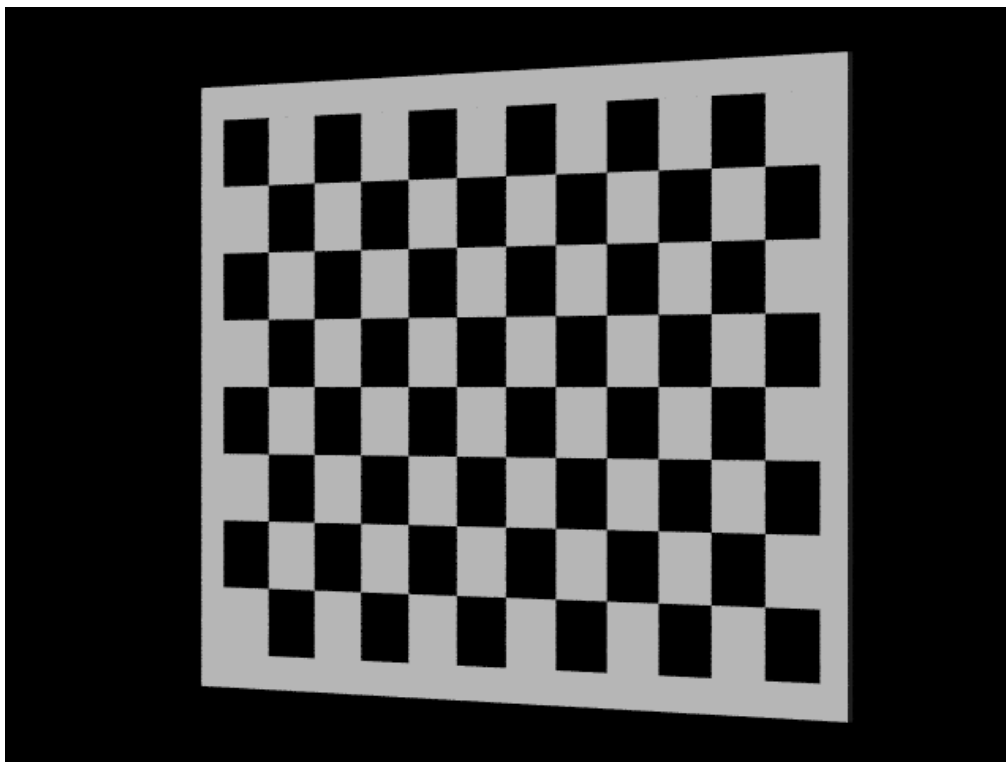


FIGURE 2 – damier 02

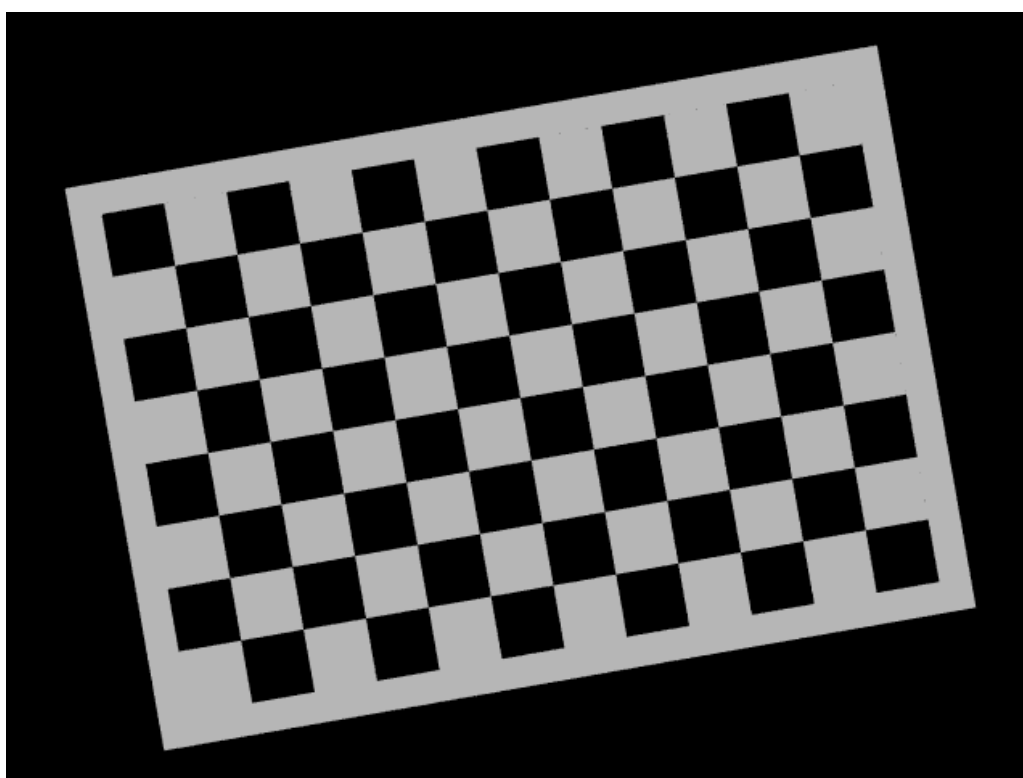


FIGURE 3 – damier 03

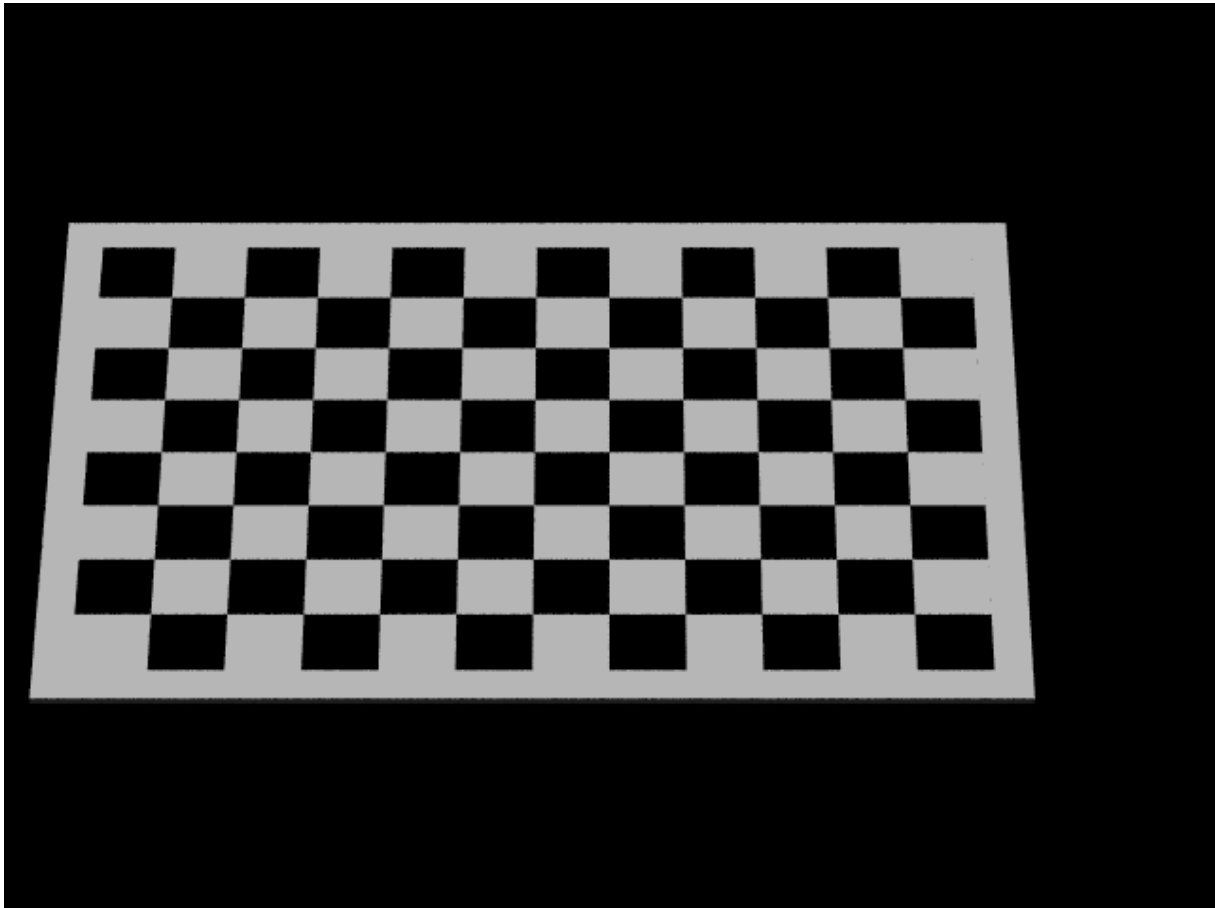


FIGURE 4 – damier 04

Pour chaque image, nous connaissons également les paramètres intrinsèques et extrinsèques utilisés. Le but est donc de comparer les valeurs obtenues par notre algorithme avec les valeurs utilisées réellement.

L'expérience peut être ainsi décrite de cette manière :

Données :

- Une scène représentant un damier dans laquelle nous connaissons des points caractéristiques M_i . Il y a 77 points connus, qui correspondent aux coins des cases du damier.
- Quatre images de cette scène prises en variant les paramètres de la caméra. Nous connaissons, pour chaque image, les 77 m_i qui sont les projections des points M_i sur le plan de l'image.

- Les paramètres intrinsèques et extrinsèques utilisés réellement pour chaque image.

Résultats recherchés :

- Les résultats obtenus de notre implémentation de la méthode de Zhang.
- Des interprétations et comparaisons avec les résultats réellement utilisés (dans les données).

Comparaison quantitative

La comparaison des résultats attendus et obtenus sera une comparaison quantitative. En effet, nous calculerons, pour chaque résultat trouvé, le **NMSE** (= « normalized mean square error » ou « erreur quadratique moyenne normalisée »).

Avec une observation x et son estimation y , on définit le MSE comme suit :

$$MSE(x, y) = \sum (x - y)^2$$

Cependant, le MSE n'est pas normalisé, ce qui ne donne pas d'indication d'erreur relative. C'est pour cela que nous utilisons le NMSE qui, lui, est normalisé. Pour le calculer, il suffit de diviser le MSE par le carré du résultat attendu. La limitation importante du NMSE est le fait que, si x est nul, alors on n'aura pas de réponse (division par 0).

$$NMSE(x, y) = \frac{MSE(x, y)}{x^2}$$

Paramètres intrinsèques

Le calcul des paramètres intrinsèques de la caméra à l'aide des $n=4$ images disponibles donne les valeurs dans le tableau suivant.

Paramètre intrinsèque	Valeur attendue	Valeur obtenue	NMSE
α	3546.099291	3498.2767	0.0001819
β	3546.099291	3503.8946	0.0001417
γ	0	-3.1310522	/ div by 0
u_0	320.0	336.76582	0.002745
v_0	240.0	220.1142	0.0068654

Nous remarquons ici que le NMSE nous donne un indice d'erreur relatif faible. Cela confirme bien l'observation empirique immédiate que nous pouvons faire en remarquant que les valeurs obtenues sont fortement similaires aux valeurs attendues.

En guise d'exemple, nous pouvons approfondir la comparaison des paramètres obtenus avec les coordonnées du point principal de l'image (u_0, v_0) . En effet, dans une image de 640x480 pixels, nous obtenons une erreur de +- 20px pour v_0 et +- 16px pour u_0 , ce qui est une erreur mince. Cela confirme bien les résultats du NMSE, qui indique que l'erreur est légère.

Paramètres extrinsèques

Dans cette partie du TP, nous allons détailler les analyses des résultats des paramètres extrinsèques estimés par calibration pour chaque image.

Pour comparer les paramètres intrinsèques, j'afficherai d'abord la matrice de rotation et le vecteur de translation attendu pour ensuite montrer les résultats obtenus. Je finirai par calculer le NMSE pour chacun des termes de la matrice de rotation et du vecteur.

Figure 01 – Damier 01

- **Matrice de rotation**

- Attendue : $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ soit la matrice identité (donc en fait aucune rotation pour la première image)

- Obtenue : $\begin{pmatrix} 0.9999998 & 0.0009052 & -0.0006686 \\ 0.0000377 & 0.9982948 & 0.0015769 \\ 0.0006696 & -0.0015763 & 0.9982946 \end{pmatrix}$

- Observation empirique : avec des erreurs décimales négligeables, on obtient aussi la matrice identité

- **Vecteur de translation**

- Attendu : $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 10000 \end{pmatrix}$

- Obtenu : $\begin{pmatrix} -48.811542 \\ 54.733317 \\ 9854.3606 \end{pmatrix}$

Paramètre extrinsèque	Valeur attendue	Valeur obtenue	NMSE
$R_{1,1}$	1	0.9999998	5.059D-14
$R_{1,2}$	0	0.0009052	Div by 0
$R_{1,3}$	0	-0.0006686	Div by 0
$R_{2,1}$	0	0.0000377	Div by 0
$R_{2,2}$	1	0.9982948	0.0000029
$R_{2,3}$	0	0.0015769	Div by 0
$R_{3,1}$	0	0.0006696	Div by 0
$R_{3,2}$	0	-0.0015763	Div by 0
$R_{3,3}$	1	0.9982946	0.0000029
t_x	0	-48.811542	Div by 0
t_y	0	54.733317	Div by 0

t_z	10000	9854.3606	0.0002121
-------	-------	-----------	-----------

Comment montré par le NMSE, l'erreur entre les valeurs estimées par la méthode de Zhang et les valeurs attendues est faible. Nous arrivons à conserver assez efficacement la matrice de rotation identité (donc pas de rotation) et nous conservons la translation en Z de la caméra.

Nous pouvons donc conclure que, pour le damier 01, la méthode de Zhang a été efficace.

Figure 02 – Damier 02

- **Matrice de rotation**

- Attendue : $\begin{pmatrix} 0.7071069 & 0 & 0.7071066 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.7071066 & 0 & 0.7071069 \end{pmatrix}$ soit une rotation via angles d'Euler de : (0, 0.785398, 0)

- Obtenue : $\begin{pmatrix} 0.7124496 & 0.0007762 & 0.7024373 \\ -0.0039703 & 1.0010299 & -0.0000903 \\ -0.701712 & -0.0006379 & 0.7131865 \end{pmatrix}$

- **Vecteur de translation**

- Attendu : $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 8000 \end{pmatrix}$

- Obtenu : $\begin{pmatrix} -46.123189 \\ 43.830327 \\ 7905.8899 \end{pmatrix}$

Paramètre extrinsèque	Valeur attendue	Valeur obtenue	NMSE
$R_{1,1}$	0.7071069	0.7124496	0.0000571
$R_{1,2}$	0	0.0007762	Div by 0
$R_{1,3}$	0.7071066	0.7024373	Div by 0
$R_{2,1}$	0	0.0039703	Div by 0
$R_{2,2}$	1	1.0010299	0.0000011
$R_{2,3}$	0	-0.0000903	Div by 0
$R_{3,1}$	-0.7071066	-0.701712	0.0000582
$R_{3,2}$	0	-0.0006379	Div by 0
$R_{3,3}$	0.7071069	0.7131865	0.0000739
t_x	0	-46.123189	Div by 0

t_y	0	43.830327	Div by 0
t_z	8000	7905.8899	0.0001384

Comme pour le damier 01, on remarque que la méthode de Zhang a été efficace dans l’estimation des paramètres extrinsèques pour le damier 02.

Figure 03 – Damier 03

- **Matrice de rotation**

- Attendue : $\begin{pmatrix} 0.9848079 & 0.1736473 & 0.0000000 \\ -0.1736473 & 0.9848079 & 0.0000000 \\ 0.0000000 & 0.0000000 & 1.0000000 \end{pmatrix}$ soit une rotation via angles d’Euler de : (0, 0, -0.174532)
- Obtenue : $\begin{pmatrix} 0.9848432 & 0.1745697 & -0.0003743 \\ -0.1734468 & 0.9833136 & -0.0004946 \\ 0.0002832 & 0.0005524 & 0.9986883 \end{pmatrix}$ soit une rotation via angles d’Euler de (0.000495, -0.0003749, -0.1750144)

- **Vecteur de translation**

- Attendu : $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 9000 \end{pmatrix}$
- Obtenu : $\begin{pmatrix} -43.812277 \\ 49.196574 \\ 8870.6728 \end{pmatrix}$

Paramètre extrinsèque	Valeur attendue	Valeur obtenue	NMSE
$R_{1,1}$	0.9848079	0.9848432	1.285D-09
$R_{1,2}$	0.1736473	0.1745697	0.0000282
$R_{1,3}$	0	-0.0003743	Div by 0
$R_{2,1}$	-0.1736473	-0.1734468	0.0000013
$R_{2,2}$	0.9848079	0.9833136	0.0000023
$R_{2,3}$	0	-0.0004946	Div by 0
$R_{3,1}$	0	0.0002832	Div by 0
$R_{3,2}$	0	0.0005524	Div by 0
$R_{3,3}$	1	0.9986883	0.0000017
t_x	0	-43.812277	Div by 0

t_y	0	49.196574	Div by 0
t_z	9000	8870.6728	0.0002065

On remarque que, comme pour les images précédentes, l’estimation des paramètres extrinsèques par la méthode de Zhang est plutôt efficace.

Figure 04 – Damier 04

- **Matrice de rotation**

- Attendue : $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7071069 & 0.7071066 \\ 0 & -0.7071066 & 0.7071069 \end{pmatrix}$ soit une rotation via angles d’Euler de : (-0.785398, 0, 0)

- Obtenue : $\begin{pmatrix} 1 & 0.0045336 & 0.0000411 \\ 0.0000023 & 0.7020868 & 0.7143857 \\ -0.0000609 & -0.714386 & 0.7020868 \end{pmatrix}$ soit une rotation via angles d’Euler de (-0.7947648, 0.001001, -0.0022421)

- **Vecteur de translation**

- Attendu : $\begin{pmatrix} -100 \\ 0 \\ 9000 \end{pmatrix}$

- Obtenu : $\begin{pmatrix} -143.86959 \\ 42.078164 \\ 8872.4252 \end{pmatrix}$

Paramètre extrinsèque	Valeur attendue	Valeur obtenue	NMSE
$R_{1,1}$	1	1	0
$R_{1,2}$	0	0.0045336	Div by 0
$R_{1,3}$	0	0.0000411	Div by 0
$R_{2,1}$	0	0.0000023	Div by 0
$R_{2,2}$	0.7071069	0.7020868	0.0000504
$R_{2,3}$	0.7071066	0.7143857	0.000106
$R_{3,1}$	0	-0.0000609	Div by 0
$R_{3,2}$	-0.7071066	-0.714386	0.000106
$R_{3,3}$	0.7071069	0.7020868	0.0000504
t_x	-100	-143.86959	0.1924541

t_y	0	42.078164	Div by 0
t_z	9000	8872.4252	0.0002009

On remarque que, comme pour les images précédentes, l'estimation des paramètres extrinsèques par la méthode de Zhang est plutôt efficace. Cependant, nous pouvons noter l'erreur obtenue pour le vecteur de translation sur l'axe des x qui est plus élevée que les autres.

Conclusion

Grâce à ce TP, la méthode de Zhang a pu être explorée et comprise, en plus d'avoir pu fortement m'aider à assimiler les concepts vus pendant la présentation théorique en cours.

Cette méthode de Zhang permet d'obtenir des résultats viables d'une manière relativement simple. De plus, comme nous l'avons mentionné plus tôt, cette méthode nécessite la prise de plusieurs photos de la scène sous des angles de vue différents. Par ailleurs, ce qui est bien avec cette méthode est le fait que, suivant ce que nous connaissons de la caméra au préalable, nous pouvons avoir besoin de moins de photos que prévu (ex : nous supposons γ nul avec les caméras actuelles donc nous avons besoin de 2 photos au lieu de trois).

Il faut tout de même noter que nous avons vu une des parties de la méthode de Zhang (celle qui est la plus intéressante sur le plan théorique), nous n'avons donc pas pu observer, par exemple, l'amélioration dans nos résultats en utilisant les étapes d'optimisation que Zhang présente dans sa publication ou encore, nous n'avons pas pu analyser les étapes préliminaires (détection de points feature, etc).