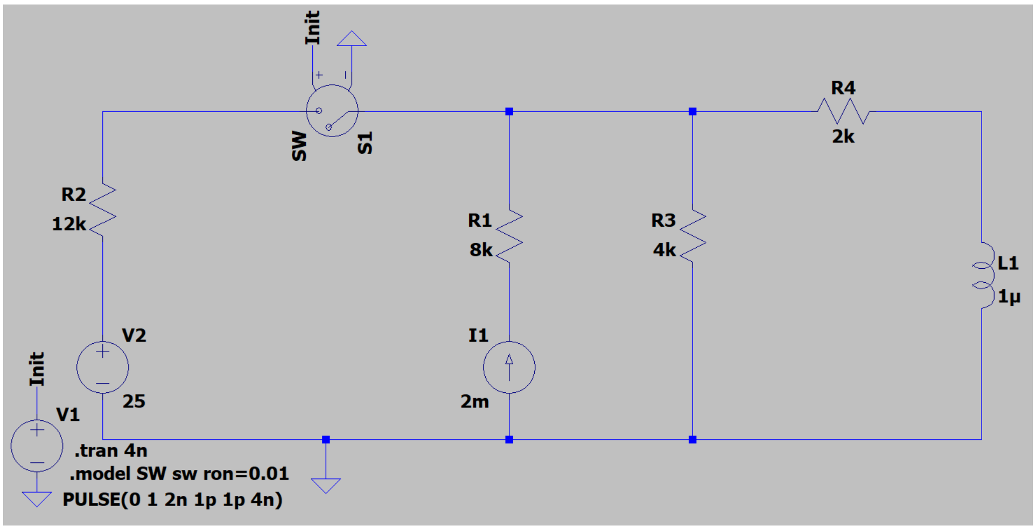
Travail 5 - Circuits RL

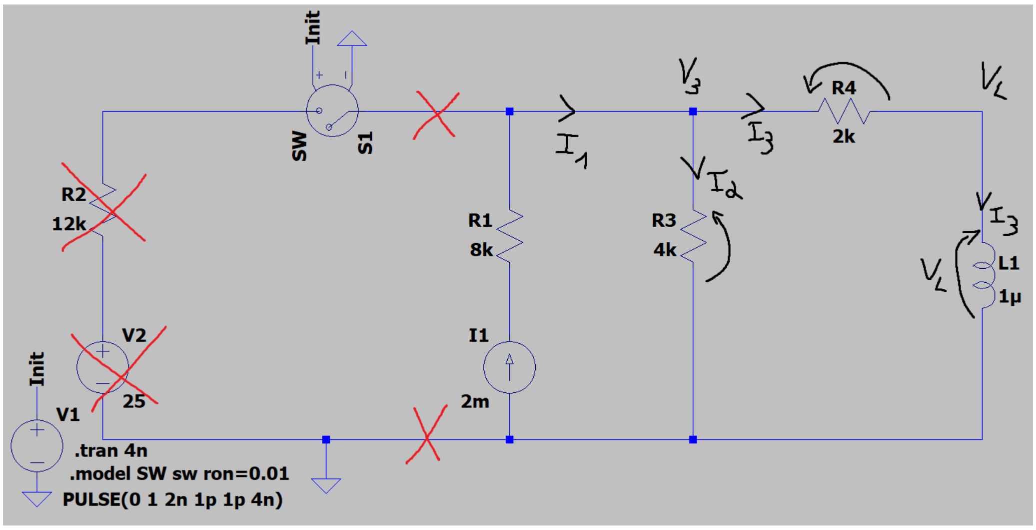
Wats Raphaël

March 14, 2021

1 Schéma du circuit



2 Le calcul de la condition initiale

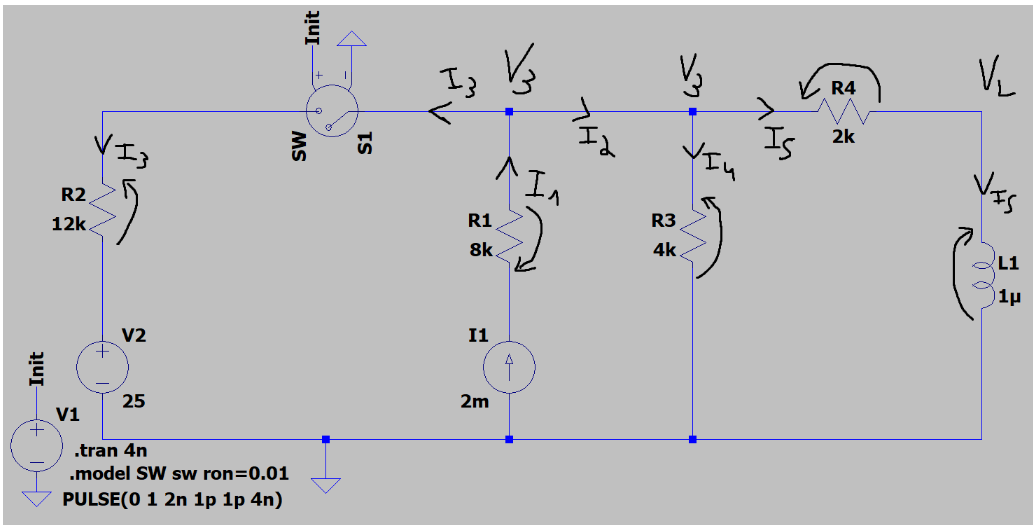


Comme le circuit est ouvert, la résistance R_2 et la source tension V_2 ne sont pas actives, l'inductance elle est considérée comme un court-circuit donc $V_L = 0V$.

$$V_L = 0 \quad [2.1]$$
$$I_1 = I_2 + I_3 \quad [2.2]$$
$$I_2 = V_3/R_3 \quad [2.3]$$
$$I_3 = (V_3 - V_L)/R_4 = V_3/R_4 \quad [2.4]$$
$$I_1 = V_3/R_3 + V_3/R_4 \quad [2.5]$$
$$V_3 = 2.67V \quad [2.6]$$
$$I_3 = 2.67/2000 = 1.335mA \quad [2.7]$$

Le courant initial traversant l'inductance est donc $I_3 = 1.335mA$

3 Le calcul de la condition finale



Comme le circuit est fermé, la résistance R_2 et la source tension V_2 sont à présent actives, l'inductance elle est considérée comme un court-circuit donc $V_L = 0V$.

$$V_L = 0 \quad [3.1]$$
$$I_1 = I_2 + I_3 \quad [3.2]$$
$$I_2 = I_4 + I_5 \quad [3.3]$$
$$I_3 = (V_3 - V_2)/R_2 \quad [3.4]$$
$$I_4 = V_3/R_3 \quad [3.5]$$
$$I_5 = (V_3 - V_L)/R_4 = V_3/R_4 \quad [3.6]$$
$$I_2 = V_3/R_3 + V_3/R_4 \quad [3.7]$$
$$I_1 = V_3/R_3 + V_3/R_4 + (V_3 - V_2)/R_2 \quad [3.8]$$
$$V_3 = 4.9V \quad [3.9]$$
$$I_5 = 4.9V/2000 = 2.45mA \quad [3.10]$$

4 Le calcul de la constante de temps

$\tau = L/R_{eq}$, où R_{eq} est la résistance équivalente vu par l'inductance $R_{eq} = (R_2//R_3) + R_4 = 5k\Omega$ et L est la valeur de l'inductance. $\tau = 1\mu/5k\Omega = 0.2n$ secondes.

5 Le calcul du courant dans l'inductance

L'équation diférentielle du premier ordre pour calculer le courant dans l'inductance est:

$$I_L(t) = A + Be^{-t/\tau} \quad [5.1]$$

On a alors, $I_L(t = 0) = 1.335mA$ à la condition initial et $I_L(t = \infty) = 2.45mA$ à la condition finale

$$I_L(0) = A + Be^{0/\tau} = 1.335mA \quad [5.2]$$
$$I_L(\infty) = A + Be^{-\infty/\tau} = 2.45mA \quad [5.3]$$

Grâce à la relation [5.2] on peut exprimer B en terme de A:

$$I_L(0) = A + Be^{0/\tau} = 1.335mA \quad [5.4]$$
$$I_L(0) = A + Be^{0} = 1.335mA \quad [5.5]$$
$$I_L(0) = A + B \cdot 1 = 1.335mA \quad [5.6]$$
$$I_L(0) = A + B = 1.335mA \quad [5.7]$$
$$B = 1.335mA - A \quad [5.8]$$

On obtient la valeur de A Grâce à la relation [5.3]

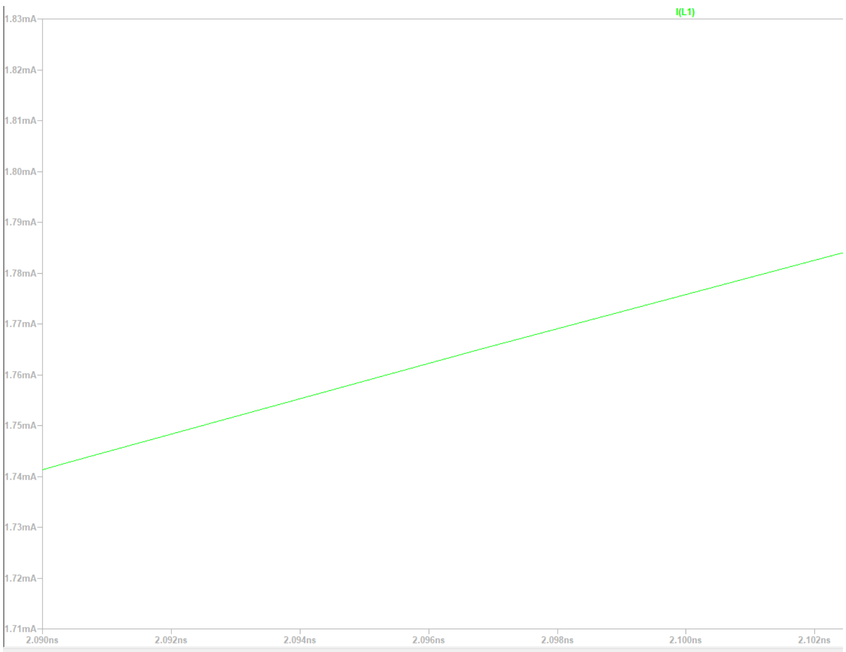
$$I_L(\infty) = A + Be^{-\infty/\tau} = 2.45mA \quad [5.9]$$
$$I_L(\infty) = A + B \cdot (1/e^{\infty/\tau}) = 2.45mA \quad [5.10]$$
$$I_L(\infty) = A + B \cdot 0 = 2.45mA \quad [5.11]$$
$$I_L(\infty) = A = 2.45mA \quad [5.12]$$

Grâce à la relation [5.8] on obtient $A = 2.45mA$ et $B = -1.115mA$ on obtient alors grâce la relation [5.1] l'expression du courant dans l'inductance en fonction du temps.

$$I_L(t) = (2.45 - 1.115e^{-t/\tau}) \cdot 10^{-3} \quad [5.13]$$

On peut à présent vérifier nos résultats grâce à la simulation ! Pour $t = 0.1n$ secondes (on sera alors à 2.1n secondes sur notre simulation) on aura:

$$-t/\tau = -0.1 \cdot 10^{-9}/0.2 \cdot 10^{-9} = -1/2 = -0.5 \quad [5.14]$$
$$I_L(0.1 \cdot 10^{-9}) = (2.45 - 1.115e^{-0.5}) \cdot 10^{-3} = 1.77mA \quad [5.15]$$



6 Le calcul de la tension aux bornes de l'inductance

La tension aux bornes de l'inductance est donné par la relation:

$$V_L(t) = L \cdot I_L(t)' \quad [6.1]$$

$$V_L(t) = 10^{-6} \cdot 1.115/\tau \cdot e^{-t/\tau} \cdot 10^{-3} \quad [6.2]$$

$$V_L(T) = 1.115/\tau \cdot e^{-t/\tau} \cdot 10^{-9} \quad [6.3]$$

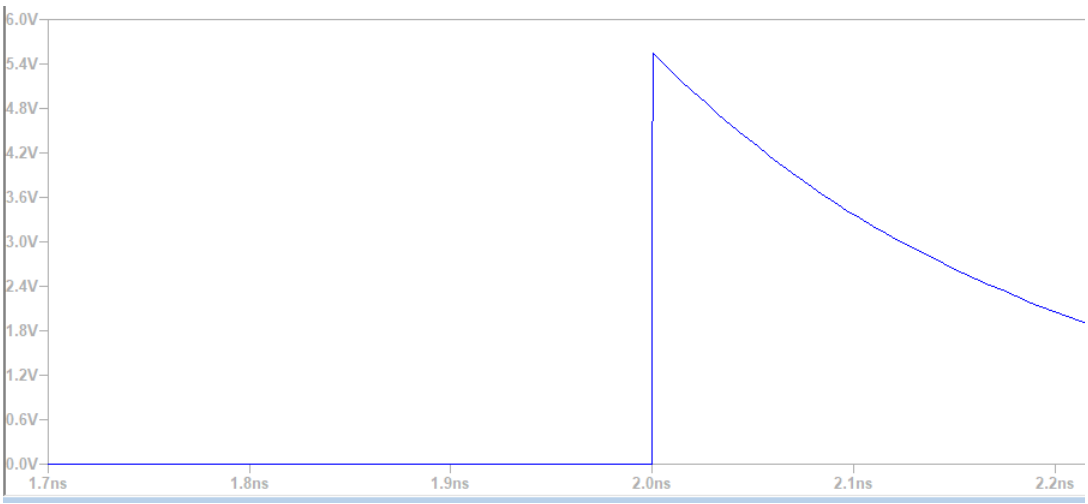
Où L est la valeur de l'inductance et $I_L(t)'$ est la dérivée de la fonction qui donne le courant de l'inductance en fonction du temps.

Pour $t = 0.1n$ secondes (on sera alors à 2.1n secondes sur notre simulation) on aura:

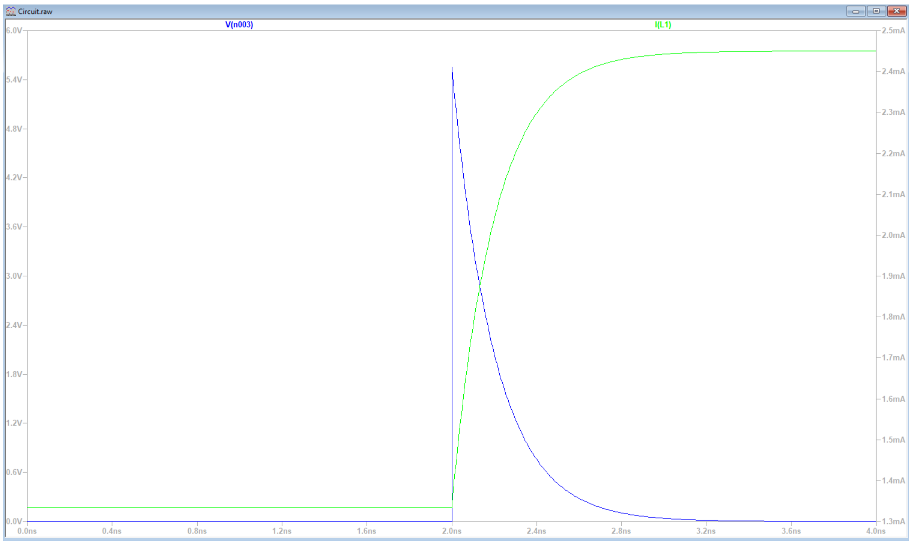
$$-t/\tau = -0.1 \cdot 10^{-9}/0.2 \cdot 10^{-9} = -1/2 = -0.5 \quad [6.4]$$

$$V_L(0.1 \cdot 10^{-9}) = 1.115/0.2 \cdot e^{-0.5} \quad [6.5]$$

$$V_L(0.1n) = 3.38V \quad [6.6]$$



7 La simulation du circuit



Ici on observe bien l'exemple d'un circuit transitoire où la tension et le courant évolue en fonction du temps

8 Conclusion

Les résultats obtenu sont en adéquation avec ceux obtenu lors de la simulation LTspice XVII.

- On observe que la tension aux bornes de l'inductance ainsi que le courant évolue en fonction du temps d'où le nom de régime transitoire.