

# BuK Abgabe 4 | Gruppe 17

Malte Meng (354529) , Charel Ernster (318949), Sebastian Witt (354738)

November 16, 2016

## 1 Aufgabe 4.1

Wir nehmen an  $L_{self}$  sei rekursiv.

Somit gibt es die TM bzw Gödelnummer  $\langle M_{self} \rangle$  die  $L_{self}$  entscheidet.

Wird nun diese Turing Maschine auf der eigenen Eingabe ausgeführt kommt es zu folgendem Widerspruch:

Fall 1:

$\langle M_{self} \rangle \in L_{self} \xrightarrow{Def.von L_{self}} M_{self} \text{ verwirft } \langle M_{self} \rangle$   
 $\xrightarrow{M_{self} \text{ entscheidet } L_{self}} \langle M_{self} \rangle \notin L_{self} \text{ (Widerspruch)}$

Fall 2:

$\langle M_{self} \rangle \notin L_{self} \xrightarrow{Def.von L_{self}} M_{self} \text{ akzeptiert } \langle M_{self} \rangle$   
 $\xrightarrow{M_{self} \text{ entscheidet } L_{self}} \langle M_{self} \rangle \in L_{self}$

Somit ist  $L_{self}$  nicht rekursiv.

## 2 Aufgabe 4.2

a. Sei  $S = \{f_M | f_M(x) = \perp, x \in \Sigma^*\}$

$S$  ist nicht Trivial, da eine Turingmaschine  $A$  mit folgendem Übergang konstruiert werden kann:

$(q_r, 0) \rightarrow (q_r, 0, N)$ .

Somit  $A \in S \implies S \neq \{\}$

$S \neq R$  da für  $\{f_M | f_M(x) = x\}$  gilt  $f_M \in R, f_M \notin S$ .

Somit gilt der Satz von Rice:

$L(S) = \{\langle M \rangle | M \text{ berechnet eine Funktion aus } S\}$

$= \{\langle M \rangle | M \text{ stoppt auf keiner Eingabe}\}$

Gemäß des Satz von Rice ist  $\mathbf{H}_{never}$  nicht entscheidbar.

- b. Sei  $S = \{f_M \mid f_M(101) \text{ besucht den Zustand } q_{15}\}$   
 $S$  ist nicht trivial, da jede TM durch umbenennung des Startzustandes " $q_{start} \rightarrow q_{15}$ " den Zustand  $q_{15}$  besucht.  $S$  ist aber auch nicht R, da bei jeder TM der Zustand  $q_{15}$  umbenannt werden kann.  
 Somit gilt der Satz von Rice:  
 $L(S) = \{\langle M \rangle \mid M \text{ berechnet eine Funktion aus } S\}$   
 $= \{\langle M \rangle \mid M \text{ besucht bei Eingabe 101 den Zustand } q_{15}\}$   
 Gemäß des Satz von Rice ist  $S_{15}$  nicht entscheidbar.