BuK Abgabe 9 | Gruppe 17

Malte Meng (354529) , Charel Ernster (318949), Sebastian Witt (354738)

January 10, 2017

1 Aufgabe 10.1

Entscheidungsvariante:

Sei $b \in \mathbb{N}$ fest.

$\exists j : \{1, ..., n\} \to \{1, ..., .m\} : \max\limits_{1 \leq i \leq m} \sum\limits_{j:s(j)=i} p_j = b$

Reduktion:

Wir definieren:

$$f : \sum^* \to \sum^*, x \mapsto \begin{cases} (2, (a_1, ..., a_n), p - b) & , x = (a_1, ..., a_n), b, b \leq p - b \\ (2, (a_1, ..., a_n), b) & , x = (a_1, ..., a_n), b, b > p - b \\ x & , \text{sonst} \end{cases}$$

wobei $p = \sum_{i=1}^{n} a_i$. f ist polynomiell berechenbar, denn die Berechnung von p geht nach logarithmischen Kostenmaß in $\mathcal{O}(n * log(l))$, wobei $l = \max\{m \in \mathbb{N} | m = |bin(a_i)|, 1 \leq i \leq n\}$.
Bleibt zu zeigen:

$x \in$ SubsetSum $\Leftrightarrow f(x) \in$ MSE

wobei
MSE:$= \{(m, (p_1, ..., p_m), b) | \exists j : \{1, ..., n\} \to \{1, ..., m\} : \max\limits_{1 \leq i \leq m} \sum\limits_{j:s(j)=i} p_j = b\}$
die von der obigen definierten Entscheidungsvariante erzeugte Sprache ist.

Korrektheit:

Nach Definition von SubsetSum gilt:
$x \in$SubsetSum$\Leftrightarrow$ $x = (a_1, ..., a_n), b$ mit $a_i, b \in \mathbb{N}, 1 \leq i \leq n : \exists I \subseteq \{1, ..., n\} : \sum\limits_{i \in I} a_i = b$.

$\Leftrightarrow$ Definiere $J := \{1, ..., n\} \setminus I, s : \{1, ..., n\} \to \{1, 2\}, x \mapsto \begin{cases} 1 & , x \in I \\ 2 & , x \in J \end{cases}$

wohldefiniert, da I, J Partion von $\{1, ..., n\}$ ist. Es gilt:

$\Leftrightarrow \max\limits_{1 \leq i \leq m} \sum\limits_{j : s(j) = i} a_j = \begin{cases} (2, (a_1, ..., a_n), p - b) & , x = (a_1, ..., a_n), b, b \leq p - b \\ (2, (a_1, ..., a_n), b) & , x = (a_1, ..., a_n), b, b > p - b \end{cases} \in$MSE

$\Leftrightarrow f(x) \in$ MSE