BuK Abgabe 5 | Gruppe 17

Malte Meng (354529) , Charel Ernster (318949), Sebastian Witt (354738)

November 22, 2016

1 Aufgabe 5.1

(a). Gegeben ist:
$L_1 \leq L_2$ und $L_2 \leq L_3 \rightarrow \exists f_1, f_2$ mit:
$f_{1|2}$ bildet alle Ja/Nein-Instanzen von $L_{1|2}$ auf Ja/Nein-Instanzen von $L_{2|3}$.
Somit gibt es die Bildmenge M_1 der Ja/Nein-Instanzen in L_2 von der Abbildung f_1 ($L_1 \xrightarrow{f_1} L_2$).
$M_1 \subseteq L_2 \Rightarrow$
$\exists M_2$ mit $M_2 = f_2(M_1)$ und $M_2 \subseteq L_3 \Rightarrow$
$\exists f_3$ mit $f_3 = L_1 \xrightarrow{L_1 \rightarrow M_1 \rightarrow M_2} M_2$ mit $M_2 \subseteq L_3 \Rightarrow$
$f_3 := L_1 \rightarrow L_3$ mit f_3 bildet alle Ja/Nein-Instanzen von L_1 auf L_3 ab. Die Korrektheit der Funktionen bleibt wie die Ursprünglichen f_1, f_2. Somit gilt $L_1 \leq L_3$ für beliebige L_1, L_2, L_3 mit $L_1 \leq L_2$ und $L_2 \leq L_3$. Das Reduktionskonzept ist also transitiv. $\square$

(b). $L_1 \leq L_2 \Rightarrow \exists f = \begin{cases} L_{ja} \rightarrow M_{ja} \\ L_{nein} \rightarrow M_{nein} \end{cases}$
$L_{ja} = \overline{L}_{nein}$, $L_{nein} = \overline{L}_{ja}$, $M_{ja} = \overline{M}_{nein}$, $M_{nein} = \overline{M}_{ja} \Rightarrow$
$\exists \overline{f} = \begin{cases} \overline{L}_{nein} \rightarrow \overline{M}_{nein} \\ \overline{L}_{ja} \rightarrow \overline{M}_{ja} \end{cases} \Rightarrow \overline{L_1} \leq \overline{L_2}$
Somit gilt $L_1 \leq L_2 \Rightarrow \overline{L_1} \leq \overline{L_2}$ $\square$