BuK Abgabe 4 | Gruppe 17

Malte Meng (354529) , Charel Ernster (318949), Sebastian Witt (354738)

November 16, 2016

1 Aufgabe 4.1

Wir nehmen an L_{self} sei rekursiv.
Somit gibt es die TM bzw Gödelnummer $\langle M_{self} \rangle$ die L_{self} entscheidet.
Wird nun diese Turing Maschine auf der eigenen Eingabe ausgeführt kommt es zu folgendem Widerspruch:

Fall 1:
$\langle M_{self} \rangle \in L_{self} \xRightarrow{Def.von L_{self}} M_{self}$ verwirft $\langle M_{self} \rangle$
$\xRightarrow{M_{self} entscheidet L_{self}} \langle M_{self} \rangle \notin L_{self}$ (widerspruch)
Fall 2:
$\langle M_{self} \rangle \notin L_{self} \xRightarrow{Def.von L_{self}} M_{self}$ akzeptiert $\langle M_{self} \rangle$
$\xRightarrow{M_{self} entscheidet L_{self}} \langle M_{self} \rangle \in L_{self}$

Somit ist L_{self} nicht rekursiv.

2 Aufgabe 4.2

a. Sei S = $\{f_M | f_M(x) = \perp, x \in \sum^*\}$
S ist nicht Trivial, da eine Turingmaschine A mit folgendem Übergang Konstruiert werden kann:
$(q_r, 0) \rightarrow (q_r, 0, N)$.
Somit A ∈ S $\implies S \neq \{\}$
S ≠ R da für $\{f_M | f_M(x) = x\}$ gilt $f_M \in R$, $f_M \notin S$.
Somit gilt der Satz von Rice:
$L(S) = \{\langle M \rangle$ | M berechnet eine Funktion aus S$\}$
$= \{\langle M \rangle|$ M stoppt auf keiner Eingabe$\}$
Gemäß des Satz von Rice ist $\mathbf{H}_{never}$ nicht entscheidbar.

b. Sei S = $\{f_M | f_M(101)$ besucht den Zustand $q_{15}\}$
S ist nicht trivial, da jede TM durch umbenennung des Startzustandes "$q_{start} \rightarrow q_{15}$" den Zustand q_{15} besucht. S ist aber auch nicht R, da bei jeder TM der Zustand q_{15} umbenannt werden kann.
Somit gilt der Satz von Rice:
$L(S) = \{\langle M \rangle$ | M berechnet eine Funktion aus S$\}$
$= \{\langle M \rangle|$ M besucht bei Eingabe 101 den Zustand $q_{15}\}$
Gemäß des Satz von Rice ist $\mathbf{S}_{15}$ nicht entscheidbar.

c. Sei S = $\{f_M | f_M(x) = x \in bin(\mathbb{P})\}$

Fall 1:

S ist nicht trivial, da $x \in bin(\mathbb{P})$ entscheidbar ist. S $\neq$ R, da nicht jede TM "$x \in bin(\mathbb{P})$" entscheidet. Somit ist der Satz von Rice anwendbar:
$L(S) = \{\langle M \rangle$ | M berechnet eine Funktion aus S$\}$
$= \{\langle M \rangle|$ M berechnet S$\}$
Gemäß des Satzes von Rice ist $\mathbf{L}_{\mathbb{P}}$ nicht entscheidbar.

Fall 2:

S ist trivial, da $x \in bin(\mathbb{P})$ nicht entscheidbar ist. Somit ist auch $\mathbf{L}_{\mathbb{P}}$ nicht entscheidbar.