

金融时序数据建模的模型设定问题分析¹

黎实^{1,2} 彭作祥³ 庞皓²

1. 西南财经大学中国金融研究中心, 成都 610074 2. 西南财经大学统计学院, 成都 610074
3. 西南师范大学数学与财经学院重庆 400715

内容摘要 W. J. Granger 与 D. F. Hendry (2004) 关于建模思路的对话引起了国际计量经济学界关于模型设定问题的争论, 本文就这一问题分析讨论了在金融时序数据实证研究中得以广泛应用的 ARCH/GARCH 模型的设定问题, 认为在金融时序数据的建模中, ARMA 族模型不宜作为数据生成过程的模型设定, 其统计性质也不能直接扩展到 ARMA-GARCH 族数据生成过程; 虽然 ARCH/GARCH 族模型作为金融时序数据的生成过程有着良好的统计性质, 但不宜单纯采用一般到特殊的建模思路, 而应是一般到特殊和特殊到一般两种建模思路的结合; ARCH/GARCH 族模型的设定应当包含事前检验、事后检验等设定检验步骤。

关键词 模型设定 金融时序数据 ARCH/GARCH 族模型 事前检验 事后检验

中图分类号: F830.1

文献标识码: A

文章编号:

Analysis of econometric modeling selection in the process of financial time series modeling

Shi LI^{1,2} Zuoxiang PENG³ Hao PANG²

1. Chinese finance Institution of Southwestern University of Finance & Economics, Chengdu, 610074
2. School of Statistics of Southwestern University of Finance & Economics, Chengdu, 610074
3. School of Mathematics and Finance, Southwestern Normal University, Chongqing, 400715

Abstract The dialog concerning econometric modeling between W. J. Granger and D. F. Hendry (2004) leads the controversy over model selection in the international econometric school. The paper focus on the selection of ARCH/ GARCH family models in the context of financial time series data. The authors argue that traditional ARMA model family are not suitable to be proper model selection for financial data generating process, its statistic properties also not extended in process of model selection of ARCH/GARCH. Though ARCH/GARCH family with good statistical properties in modeling financial time series data, the general-to-simple approach is not good being appropriate, and the combination of the general-to-simple and simple-to-general approaches may be better choose. The procedure of ARCH/ GARCH model selection,

¹教育部人文社会科学博士点基金项目资助(批准号: 03JB790011), 国家自然科学基金项目资助(批准号: 70371061), 西南财经大学“十五”“211 工程”项目资助。

²作者简介: 黎实, 男, 1955 年 6 月, 汉, 四川成都, 西南财经大学中国金融研究中心, 西南财经大学统计学院, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向: 金融数量分析; 通讯地址: 成都 西南财经大学统计学院, 610074, E-mail: shili@swufe.edu.cn.

including ante and ex post tests, is proposed finally.

Keywords: Econometric modeling selection Financial time series data ARCH/GARCH models family Ante test Ex post test

一、引言

2004 年, 诺贝尔经济奖得主 W. J. Granger 与计量经济学大师 D. F. Hendry (W. J. Granger and D. F. Hendry, 2004) 关于建模工具方面的对话^[1], 引起了国际计量经济学界关于模型设定理论问题方面的讨论。文[1]在线性模型的一般到特殊 (general-to-specific, *Gets*) 的模型设定分析思路的背景下, 给出了 Granger 和 Hendry 两位大师关于标准计量经济模型设定的对话, 其内容主要集中于四个方面: 参数化的范式、真实数据生成过程 (Data Generating Process, DGP) 的假设、基于拟合进行评价和忽略模型不确定性对推断的影响。文[2]-[5]则从不同的角度论证了 *Gets* 建模思路的合理性; 文[6]认为这四个方面的对话表征了标准计量经济模型设定模式存在的概念性偏误 (conceptual errors), 并提出了应基于半参数的范式、各类模型应视为近似 DGP、模型评价应基于建模目的和模型的不确定性应纳入推断方法之中等修正方法; 文[7]从实时的角度讨论了金融时序数据建模的三个关键步骤; 文[8]则从特殊到一般 (specific-to-general, *Stog*) 角度讨论了另一类建模思路, 并提出了金融时序数据建模过程中常见的 20 个问题以及解决这些问题的初步思路。

毋庸置疑, 上述文献对计量经济模型设定理论体系的建设有着重要的意义, 对于金融时序数据的模型设定分析有着借鉴作用。但是, 考虑到这些讨论并没有涉及或深入研究高频金融时序数据常存在尖峰、肥尾、波动丛集、条件方差时变性和长记忆性等特殊性方面, 本文拟从金融时序数据的 ARCH/GARCH 类模型的设定分析入手, 探讨金融时间序列模型设定理论方面的问题, 并给出笔者关于模型设定的看法。

二、ARCH 族模型的设定

常用的自回归族模型 (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Model, ARCH) 或广义自回归异方差模型 (General Autoregressive Conditional Heteroscedasticity model, GARCH), 是由条件均值方程和条件方差方程两部分组成。对于条件均值方程通常采用 ARMA/ARFIMA 模型, 一般的设定为:

$$A(L)(1-L)^d \left(\sum_{i=0}^p \mu_i \varepsilon_t \right) = B(L)\varepsilon_t \quad (1)$$

其中, L 是滞后算子, $A(L)$, $B(L)$ 为滞后算子多项式, 其根均在单位圆外, d 为分数整系数 (也称为长记忆参数), 一般情形 $|d| < 1$; μ_i 可为常数和解释变量的线性组合, 在一维情形, μ_i 一般为常数; 在大量的实证分析中有 $B(L) = 1$ 。 $A(L)$ 的滞后阶次的确定, 通常与估计方法、 ε_t 的分布等因素有关, 可通过似然比检验确定节俭模型。

对 ε_t 的条件分布的设定, 通常由条件方差方程描述, 依赖于对所研究的时序数据的偏度和峰度指标以及肥尾参数的估计; ARCH/GARCH 模型参数 (p, q) 常用的是 (1,1)、(1,2) 和 (2,1)。

应当指出的是, ARCH/GARCH 过程是一个非独立的白噪声过程, 其本意是在 ARMA 族模型中加入误差的 ARCH/GARCH 结构, 以改善所研究的回归模型 (条

件)均值的统计推断(如置信区间,预测等)的有效性。过去的十余年间,虽然 ARMA-GARCH 的金融时间序列模型成为了描述金融数据特征的主流趋势,但建模者却往往忽略了关于条件均值设定与估计方面的问题。不适合的设定条件均值(或设定模型),即使通过平稳性检验(单位根检验),也将无法构造真实 ARCH/GARCH 过程的一致性估计,由此产生的与 ARCH/GARCH 元素相关的统计推断和实证分析将可能产生误导的作用。另外,由 ARMA/ARFIMA 模型构成的条件均值方程,由于误差项 ε_t 的条件方差不是常数, ARMA-GARCH 模型的数据生成过程(DGP)与具有 *i.i.d* 误差项的传统 ARMA/ARFIMA 数据生成过程有着显著性区别, ARMA/ARFIMA 数据生成过程所具有的大量统计性质一般不能直接扩展到 ARMA-GARCH 族模型数据生成过程。

三、ARMA/ARFIMA 模型及其局限性

对于时间序列而言,传统上常使用 ARMA 或 ARFIMA 模型拟合真实数据的数据生成过程,通过 ACF、PACF 信息准则或似然比检验确定 ARMA 或 ARFIMA 模型的滞后阶数,得到节俭的模型。但从 ARMA/ARFIMA 的模型设定可知,其对时间序列的条件方差要求是时不变的,显然是不合理的¹。

记德国马克对美元汇率的收益率序列为 dmtous (spot exchange rate, 1981年1月5日~2002年4月5日,样本容量5336),收益率序列 dmtous 的一阶差分序列为 dlevel。从序列 dmtous 的时序图(如图1.1所示)可知,在 dmtous 序列中表现出大的波动后面紧跟着一系列大的波动、小的波动后面紧跟着一系列小的波动、大小波动有聚集的特征,明显地呈现波动丛集现象。分别采用 ARMA 和 ARFIMA 模型设定进行数据生成过程(DGP)建模分析²,分析软件为 PcGIVE(Hendry and Doornik, 2001)^[9],结果表明, ARMA/ARFIMA 模型设定是不能有效地刻画金融时序的基本特征的。

1、关于 dmtous 序列的 ARMA 模型设定数据生成过程,不同的估计方法将对 ARMA 模型滞后阶次的确定产生不同的效应。当采用极大似然法(ML)和非线性最小二乘法(NLS)估计序列 dmtous 的 ARMA 模型时,最后的模型为 AR(1),且两种方法的估计和检验结果非常相近(如表1.1和表1.2所示);两种估计方法的残差检验显示(图1.2所示),残差序列存在 ARCH 效应、非正态性和序列相关。而使用修正分布似然估计方法(Modified Profile Likelihood Estimation, MPL)估计参数时,数据生成模型有所不同,多次选择的最后结果为 ARMA(3,2),且在相同的残差检验中,残差序列依然存在 ARCH 效应、非正态性和序列相关性(见表1.3),与前两种估计方法的残差序列相似;这并不出乎笔者的意料,因为笔者在使用 ML、MPL 和 NLS 方法随机模拟 ARMA/ARFIMA 数据生成模型时,前提条件就是要求时序数据条件方差的时不变性^[10]。因此,正是由于 dmtous 时序数据条件方差并不满足时不变性的前提,不同的估计方法必然会得出不同的模型类型。同时,若忽视 dmtous 时序数据的条件方差的时变性,将导致低估参数的标准差,此时的有关参数的统计推断可能是错误的。结果提示,应放弃使用 ARMA 模型逼近真实的数据生成过程,而应选择其它的模型进行分析。

2、对 dlevel 时序数据采用 ARFIMA 模型设定数据生成过程进行分析,虽然

¹ Peters(1999,2002)的研究表明,短期投资者与长期投资者面对的市场风险是不相同的。Fama(1965)、French and Roll(1986)的研究发现,周末和假日股票的收益率的波动(即方差)常远大于其它交易日的收益率的波动幅度, Baillie and Bollerslev(1989)对汇率的收益率的研究也得到相似的结论。

² 对德国马克对美元汇率的一阶差分(dlevel)时序的平稳性分析除了用 ML、MPL、NLS 估计 ARFIMA 模型的关注参数 d 外,还可以使用长记忆参数的估计方法和时序的平稳性检验的方法。我们如此关注 dlevel 时序的平稳性,是为具有 GARCH-error 的时序的平稳性检验提供分析的基础。对 dmtous 时序而言,我们也可以建立 ARFIMA 模型进行分析,同样,由于模型无法捕捉到收益率时序的波动丛集现象和方差的时变性,结果与用 ARMA 模型分析较为相似,故略去。

ARFIMA模型设定数据生成过程关于估计方法存在鲁棒性（Robustness），但依然存在不能作为真实的数据生成过程。对dlevel时序数据的ARFIMA模型设定数据生成过程，笔者使用了ML、NLS、MPL三种的估计方法，最后选定的节俭模型为ARFIMA(0,d,0)，但残差分析结果显示存在非正态性、尖峰肥尾、ARCH效应、自相关函数ACF和偏相关函数PACF随时间推移非常缓慢衰减的现象(如表1.4—1.6、图1.3所示)。由于长记忆参数 d 的估计值近似为0.031，小于0.5，可以判定dlevel时序应为平稳序列（Hosking, 1980）。依据上述关于dlevel时序数据生成过程的建模分析，笔者认为，使用ARFIMA模型逼近真实的数据生成过程是不可取的，同时由于条件方差的时变性使得dlevel时序为平稳的结论并不可靠。

3、PCgets软件包设定的广义无约束模型（General Unrestricted Model, GUM）形式为^[1]：

$$y_t = \sum_{j=1}^N \gamma_j z_{j,t} + v_t \quad (2)$$

其中， y_t 为被建模的变量， $z_{j,t}$ 是 N 个潜在的解释变量（在时序数据中包括 y_t 的滞后量和其他变量）。在样本数据（容量为 T ）给定的条件下，首先检验GUM是否为样本数据的全等表达式（congruent representation），故在实证分析中， $v_t \sim iN(0, \sigma_v^2)$ 。这样，通过建模者一系列的决策，GUM就可以从其初始形式（2）约化（reduced）为最终的节俭方程（parsimonious version）。当然，约化过程包括了各种各样的检验、假设和在备选模型中对偏好的模型设定进行选择。

数据生成过程（DGP）模型的初始形式为：

$$y_t = \sum_{j=1}^n \beta_j z_{j,t} + \varepsilon_t \quad (3)$$

其中， $\varepsilon_t \sim iN(0, \sigma^2)$ 。理论上假设：（1）DGP是嵌套于GUM；（2）GUM是完全全等于数据的，也就是说，在各个方面GUM是完全与数据匹配的。从方便起见，设前 $n(\leq N)$ 个回归元为模型设定中与 y_t 相关的变量¹。

设 C_r 表示保留在方程中与 y_t 相关的变量集， C_0 表示保留在方程中与 y_t 无关的变量集。则有设定模型

$$y_t = \sum_{i \in C_r} \delta_i z_{i,t} + \sum_{j \in C_0} \rho_j z_{j,t} + u_t$$

由于存在 n 个相关变量和 $(N-n)$ 个无关变量，则 C_r 中有 $k \leq n$ 元素， C_0 中有 $m \leq (N-n)$ 个元素。当 $k=n$ 和 $m=0$ 同时成立时，模型设定与DGP是一致的。

但在笔者的上述建模过程中，并没有足够的证据显示DGP包含在GUM之中，特别是DGP对不同的估计方法并不存在鲁棒性和一致性。这是否意味着，模型的设定过程中，单一的从一般到特殊的思路具有某些局限性，也可以考虑从特殊到一般的建模思路。尽管McAleer(2004)从特殊到一般的建模思路提出了金融时序数据的建模方法^[8]，但笔者以为尚需进一步的工作予以支撑。笔者模拟工作的明显结论是，无论是采用从一般到特殊或者从特殊到一般的建模思路，对于金融时序数据，ARMA/ARFIMA作为数据生成过程是不可取的，应当考虑其他的数据生成过程。

<p>表1.1 序列dmtous的AR(1)模型</p> <p>ML回归结果</p>	<p>表1.2 序列dmtous的AR(1)模型</p> <p>NLS回归结果</p>
--	---

¹需要指出的是，这种假设并不是表明研究者预先就知道DGP中具体回归元的数量。

--- Maximum likelihood estimation of ARFIMA(1,0,0) model ---				
The dependent variable is: dmtous				
	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
AR-1	0.0337110	0.01369	2.46	0.014
log-likelihood	-5565.03129			
AIC	2.08698455			
Descriptive statistics for residuals:				
Normality test	Chi ² (2) = 412.91 [0.0000]**			
ARCH 1-1 test	F(1,5332) = 47.975 [0.0000]**			
Portmanteau(73)	Chi ² (72) = 96.481 [0.0287]*			

--- Non-linear least squares estimation of ARFIMA(1,0,0) model ---				
The dependent variable is: dmtous				
	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
AR-1	0.0337110	0.01367	2.47	0.014
log-likelihood	-5561.44439			
AIC	2.08563989			
Descriptive statistics for residuals:				
Normality test	Chi ² (2) = 414.45 [0.0000]**			
ARCH 1-1 test	F(1,5332) = 48.423 [0.0000]**			
Portmanteau(73)	Chi ² (72) = 98.028 [0.0224]*			

表1.3 序列dmtous的ARMA(3,2)模型MPL回归结果

Modified profile likelihood estimation of ARFIMA(3, 0, 2) model				
The dependent variable is: dmtous				
	Coefficient	Std. Error	t-value	t-prob
AR-1	0.953222	0.02487	38.3	0.000
AR-2	-0.997325	0.02254	-44.3	0.000
AR-3	0.0401940	0.01414	2.84	0.004
MA-1	-0.920561	0.02085	-44.2	0.000
MA-2	0.971820	0.01787	54.4	0.000
log-likelihood		-5560.1674		
AIC		2.0866607		
Descriptive statistics for residuals:				
Normality test		Chi^2(2) =412.90 [0.0000]**		
ARCH 1-1 test		F(1, 5328)=50.293 [0.0000]**		
Portmanteau(73)		Chi^2(68)=88.322 [0.0495]*		
Test for excluding: AR-3				
Chi^2(1) = 8.08567 [0.0045] **				
Test for excluding: MA-2				
Chi^2(1) = 2958.77 [0.0000] **				

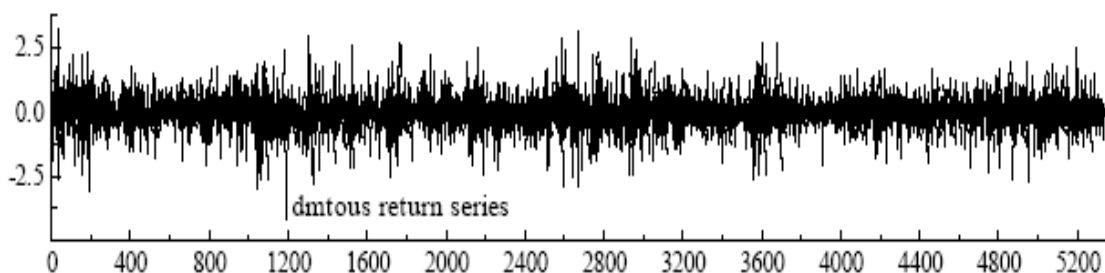


图1.1 序列dmtous的时序图

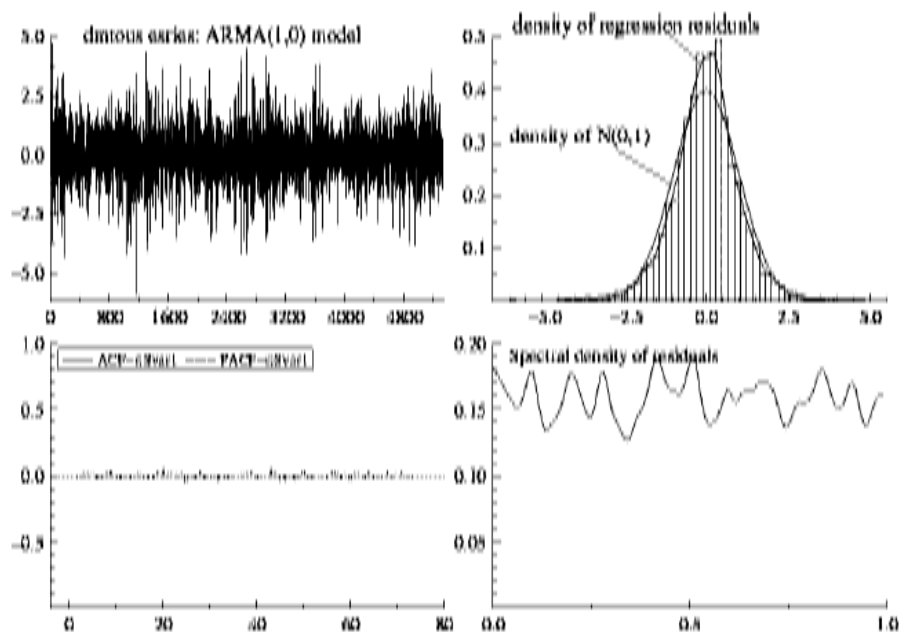


图1.2 序列dmtous的ARMA(1,0)模型ML回归的残差分析

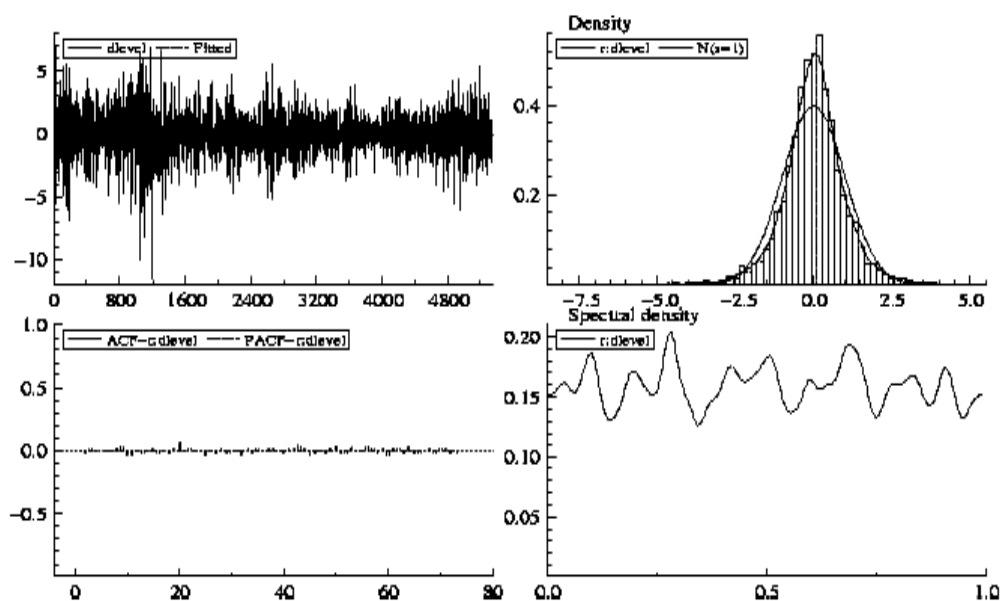


图1.3 序列dlevel的ARFIMA(0,d,0)模型回归残差分析

表1.4 序列dlevel的ARFIMA(0,d,0)模型 ML 回归结果

表1.5 序列dlevel的ARFIMA(0,d,0)模型NLS回归结果

--- Maximum likelihood estimation of ARFIMA(0,d,0) model ---				
The dependent variable is: dlevel				
	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
d parameter	0.0310891	0.01072	2.90	0.004
log-likelihood	-9440.07434	AIC	3.53967173	
Descriptive statistics for residuals:				
Normality test	Chi^2(2)=1263.8 [0.0000]**			
ARCH 1-1 test	F(1,5332)= 80.327 [0.0000]**			
Portmanteau(73)	Chi^2(72)=125.52 [0.0001]**			
Test for linear restrictions test(Ho:d=0)				
LinRes Chi^2(1)= 8.41696 [0.0037] **				

--- Non-linear least squares estimation of ARFIMA(0,d,0) model ---				
The dependent variable is: dlevel				
	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
d parameter	0.0310851	0.01071	2.90	0.004
log-likelihood	-9436.85932			
AIC	3.53846647			
Descriptive statistics for residuals:				
Normality test	Chi^2(2)= 1269.5 [0.0000]**			
ARCH 1-1 test	F(1,5332)= 80.670 [0.0000]**			
Portmanteau(73)	Chi^2(72)= 126.60 [0.0001]**			

表1.6 序列dlevel的ARFIMA(0,d,0)模型MPL回归结果

--- Modified profile likelihood estimation of ARFIMA(0,d,0) model ---				
The dependent variable is: dlevel				
	Coefficient	Std Error	t-value	t-prob
d parameter	0.0310891	0.01072	2.90	0.004
log-likelihood	-9439.3733			
AIC	3.53940892			
Descriptive statistics for residuals:				
Normality test	Chi^2(2)= 1263.8 [0.0000]**			
ARCH 1-1 test	F(1,5332)= 80.327 [0.0000]**			
Portmanteau(73)	Chi^2(72)= 125.52 [0.0001]**			
Test for linear restrictions test				
H0: d=0				
LinRes Chi^2(1)= 8.41381 [0.0037] **				

三、GARCH 族模型的设定、估计与检验

现有的研究表明，较好地刻画金融时序基本特征（如时序的波动丛集现象、尖峰肥尾、条件方差时变性和长记忆性等）的数据生成过程是ARCH或GARCH族模型，并在实证分析应用中得以广泛应用和不断完善，产生了适应不同情形的数据生成过程模型设定形式的ARCH/ GARCH族模型¹。(1)捕捉信息的非对称反应（或杠杆效应）模型：AARCH(Argument ARCH, Bera (1992))、QARCH(Quadratic ARCH, Sentana(1992))、非对称ARCH(Asymmetric ARCH, Engle (1990))、门限GARCH(Threshold GARCH, TGARCH, Glosten(1991), Zakoian(1990))、GJR (Glosten, Jagannathan & Runkle, 1993)。而APARCH (Asymmetric Power ARCH, Ding, Granger & Engle (1993))被认为是上述所有模型的一般形式;(2)放松条件方差方程系数非负性约束模型：指数GARCH模型(Exponential GARCH, EGARCH, Nelson(1991))、分量GARCH (Component GARCH, CGARCH)、非线性GARCH (Non-linear GARCH, Bera(1992))和LGARCH (Log-GARCH Geweke (1986),Milhoj(1987));反映风险溢价现象险溢价现象的ARCH-in-Mean模型(Engle,1987)可推广到各种ARCH模型。(3)具有平稳性、长记忆性及节俭性要求的模型：IGARCH (integrated GARCH, Engle & Bollerslev (1986))、FIGARCH 模型 (fractional GARCH, Baillie, et.al.(1996), Chung(1999))、分整-EGARCH(Bollerslev et.al.(1996))、FIAPARCH模型(fractional

¹ 见 Bollerslev, Engle & Nelson(1994), Bera & Higgins(1995), W. K. Li & McAleer(2001), Laurent & Peters (2002)的综述性文章及参考文献。另一类波动模型为 stochastic volatility model 或 stochastic variance model 记为 SV 模型。本文对SV模型不进行分析,可参见 Koopman & Uspensky(2001), Nielson & Shephard(2001), Chib, Nardari and Shephard(2002), Hol & Koopman(2002a, 2002b), Nielson, Nicolato & Shephard(2001), Kim, Shephard & Chib (1998), Brandt & Kang(2002), Alizaden, Brandt & Diebold (2002), Brandt & Jones (2002)等文献。SV模型与 ARCH族模型最大的区别在于条件方差的设定方面, ARCH 族模型的条件方差在信息给定的条件下为常数,而 SV 模型中条件方差在信息给定条件下依然为一随机变量,SV 模型的困难在于参数的估计,现有的估计方法主要有 QML、MCMC 和 Importance sampler 三种方法。

asymmetric power GARCH, Tse(1998))、HYGARCH(hyperbolic GARCH, Davidson(2002))等。(4)放松模型扰动项条件分布方面,有正态分布(Engle(1982,1986), Bollerslev (1986,1992)等)、t-分布(Bollerslev(1987))、GED分布(general error distribution, Baillie et. al.(1989), Nelson (1991))、skewed-t分布(Hansen(1994)), Lambert and Laurent(2001))等¹。

ARCH/GARCH族模型的不断扩充,使得我们在实证分析中有更多的模型可选择使用,由此引发的思考是,如何系统地有效地进行ARCH/GARCH族模型的设定分析,并给出具有一般性的分析程序和方法。

1、一般ARCH/GARCH模型及其局限

Engle(1982)的ARCH(q)模型定义为:

$$\varepsilon_t = z_t \rho, \quad z_t \sim iidN(0,1)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2, \quad \omega > 0, \quad \alpha_i \geq 0, \quad i=1,2,\dots,q。$$

$\{\varepsilon_t\}$ 为协方差平稳过程的充要条件为 $\sum_{i=1}^q \alpha_i < 1$ (Engle (1982)、Milhoj(1985)), 此条件也保证了 $\{\varepsilon_t^2\}$ 的平稳性。 $\{\varepsilon_t\}$ 序列的无条件方差为

$$\sigma^2 = \frac{\omega}{1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i} < \infty$$

Milhoj (1985)证明了,对ARCH(p)模型,如果 $\sum_{i=1}^q \alpha_i < 1$,则 $\{\varepsilon_t\}$ 也是严平稳过程,满足遍历性²。Engle(1982)得到了ARCH(1)模型中 ε_t 的 $2m(m \geq 1)$ 阶矩存在的充要条件。同时,ARCH模型也反映了时序的尖峰现象,Engle(1982)证明了对ARCH(1)过程, ε_t 的峰度为

$$\frac{E(\varepsilon_t^4)}{\sigma^4} = \frac{3(1-\alpha_1^2)}{1-3\alpha_1^2} > 3, \quad \text{if } 3\alpha_1^2 < 1,$$

ARCH模型在实证分析中的困难之处在于通常要求较大的 q ,而对参数 $\alpha_i, i=1,2,\dots,q$ 的非负性限定通常得不到满足。

GARCH(p,q)模型(Bollerslev(1986,1988))的条件方差方程设定为:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2,$$

$$= \omega + \alpha(L) \varepsilon_t^2 + \beta(L) \sigma_t^2; \quad \omega > 0, \quad \alpha_i, \beta_j \geq 0, \quad i=1,2,\dots,q; \quad j=1,2,\dots,p。$$

其中, $\alpha(L) = \sum_{i=1}^q \alpha_i L^i, \beta(L) = \sum_{j=1}^p \beta_j L^j$, 则 $\alpha(1) = \sum_{i=1}^q \alpha_i, \beta(1) = \sum_{j=1}^p \beta_j$ 。当且仅当 $\alpha(1) + \beta(1) < 1$ 时,

¹对扰动项条件分布设定的还有 normal-Poisson & normal-lognormal 分布 (Hsieh (1989)), non-parametric conditional distribution (Engle & Gonzalez-Rivera(1991)), stable distribution(Liu and Brorsen (1995)), non-central-t distribution (Harvey and Siddique (1999))等。

²对 $\{\varepsilon_t\}$ 高阶矩的研究,有助于ARCH模型中参数的统计推断,而遍历性和高阶矩存在性的研究有利于对 ε_t^2 的ACF和PACF渐近性质的研究和估计量渐近正态性分析。

序列 $\{\varepsilon_t\}$ 为协方差平稳过程，无条件方差为

$$\sigma^2 = \frac{\omega}{1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i - \sum_{j=1}^p \beta_j} = \frac{\omega}{1 - \alpha(1) - \beta(1)}$$

当 $\alpha(1) + \beta(1) = \sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1$ 时，GARCH(p,q)模型可改写为：

$$\sigma_t^2 = \frac{\omega}{1 - \beta(1)} + \frac{\alpha(L)}{1 - \beta(L)} \varepsilon_t^2$$

由于高频金融时序存在肥尾现象，同时，为了刻画 ε_t 的峰度和 ε_t^2 的ACF、PACF的渐近性质、参数估计量的渐近正态性，对GARCH过程中 ε_t 高阶矩存在性的研究是十分有意义的。Bollerslev(1986)得到GARCH(1,1)过程 ε_t 的 $2m(m \geq 1)$ 阶矩存在的充要条件、GARCH(1,2)和GARCH(2,1)过程 ε_t 四阶矩存在的充要条件；He & Terasvirta(1999)、Ling & McAleer(1999)、W. K. Li, Ling & McAleer(2001)、Ling & McAleer(2001)研究了一般的GARCH(p,q)高阶矩存在的充要条件。

从上述表达式中可知，当在实证分析中应用ARCH/GARCH模型设定时，会存在以下的不足：

1、条件方差方程中参数的过度约束。为了保证条件方差的非负性，要求条件方差方程中的参数为非负的；为了保证 $\{\varepsilon_t\}$ 为协方差平稳过程，要求 $\alpha(1) + \beta(1) < 1$ 。如果考虑 ε_t 的峰度和 ε_t^2 的ACF/PACF的渐近性质，则对参数的约束就更强了。但在实证分析中，通常是 $\alpha(1) + \beta(1) \rightarrow 1$ ，与约束不符。

2、对所研究的时间序列的条件分布的正态限制。ARCH/GARCH模型均假设所研究的时间序列的条件分布为正态分布，但在实证分析中，对使用条件正态分布所建立ARCH族模型进行残差诊断，标准化残差的拟合检验却常常拒绝此条件正态分布的假设，同时，t-分布、GED分布、skewed-t分布等已被证实有更好地统计特性。

3、缺乏对市场信息的非对称反应。由于ARCH/GARCH模型中条件方差均是负变量(ε_t^2)的线性函数。而在金融市场中投资者对利好和利空消息的反应是不同的，而非负性变量的线性函数无法体现投资者对利好和利空的非对称反应。

4、无法体现时序的长记忆性并得到节俭的模型。

2、模型的检验

目前为此，ARCH/GARCH族模型的设定已有数十种之多，极大地丰富了ARCH/GARCH族模型库，为应用者提供了多种选择的余地。问题在于，如何从众多的模型中，在应用过程中进行系统地检验模型，选择适合于研究对象的模型设定，真实地反映数据生成过程。为此，笔者认为，设定ARCH/GARCH族模型时，应进行事前和事后两部分检验。

事前检验的目的是为模型设定量体裁衣地定做基本设定形式，并通过事后检验不断地修正完善，具有步骤为：

(1)时序的平稳性和长记忆性检验。根据所使用软件的方便，笔者认为可通过ADF、

PP 单位根检验初步确定所研究的时序的平稳性分析(Eviews); 也可使用ARFIMA模型诊断时序的平稳性和长记忆性(PcGive, arfima package);

(2) 通过对金融时序数据的上下尾指数的估计, 确定模型设定是否为反映杠杆效应的波动模型;

(3) 分析金融时序数据的基本统计特征(如峰度、偏度和肥尾参数等), 以判别模型设定中可使用的条件分布类型;

(4) 进行Box-Pierce或Box-Ljung的相关性检验, 进行B-J正态性检验, 以判断是否使用ARCH模型; 同时, 由Engle的ARCH效应检验进行进一步的验证;

(5) 使用一般到特殊或者特殊到一般的建模思想, 反复应用AIC、BIC等信息准则、似然比检验, 以确定均值方程自回归的滞后阶数。

事后检验在严格意义上是一种验证和校对性的检验, 其目的是为事前的模型设定增大保险系数, 具体的检验为:

(6) 标准残差的正态性检验(Jarque and Bera test, Kolmogrov and Smirnov normality test);

(7) 标准残差的分布拟合优度检验, 主要有针对正态分布、t-分布及GED分布的皮尔逊拟合优度检验(Pearson goodness-of-fit test), 柯尔莫戈洛夫-斯米尔诺夫检验(Kolmogrov-Smirnov test)等;

(8) Box-Pierce和Box-Ljung 的标准残差的相关性检验;

(9) 标准残差的Engle的ARCH 效应检验;

(10) Nyblom(1989)的参数的常数性检验; 参数估计值的动态观察-递归估计;

(11) 条件方差的设定误偏检验, Engle & Ng(1993)的波动非对称性检验(asymmetric behavior of the volatility test), 包括信号偏误检验(Sign Bias test, SBT), 负信号偏误检验(Negative Sign Bias test, NSBT), 正信号偏误检验(Positive Sign Bias test, PSBT), 联合检验(Joint Test, JT)等。从检验统计量看, 关于信号的前三种检验为t检验, 联合检验为自由度为3 的 χ^2 检验。非对称性检验的目的, 是考察条件方差方程的设定是否未能有效的反映正(负)收益率的非对称冲击行为;

(12) 条件方差的预测检验。关于GARCH 模型的条件方差的预测检验, 主要采用预测检验基于已实现的波动(realized-volatility)的Mincer-Zarnowitz回归, 其模型的设定为 $\hat{\sigma}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \sigma_t^2 + u_t$, 其中, $\hat{\sigma}_t^2, \sigma_t^2$ 分别为已实现的波动、模型预测的波动。性能较优的模型显示, Mincer-Zarnowitz回归的参数 α_0 不显著, 而 α_1 接近于1。但在实际分析中, 已实现的波动一般通过记录每天的5分钟或10分钟内的收益率变动, 从每天的大样本中得到的样本方差, 即为每天已实现的波动。已实现的波动还有另外一种计算方法, 即用每天开盘与收盘收益率极差的平方, 作为已实现的波动的替代变量。在软件G@RCH中, 使用 $\hat{\sigma}_t^2 = (r_t - \bar{r})^2$, 其中, r_t 为收益率时序, \bar{r} 为收益率时序样本均值。另外, 还有一种方法进行GARCH 模型的条件方差的预测检验, 其基本要义是递归检验, 通过对风险的预测能力而选择相对最佳的模型^[10]。

四、结论

实证分析结果表明, 在金融时序数据建模中, 广为应用的数据生成过程ARCH/GARCH模型设定, 存在着设定真伪(真伪ARCH或GARCH现象)的选择问题, 其原因起源于ARCH/GARCH模型设定的随意性和非系统性。因此, 从系统性的角度, 运用适合的统计方法, 建立能够真实逼近金融时序数据生成过程的ARCH/GARCH模型, 是本文讨论的主要目的。论文认为: (1) 传统的时序模型

设定ARMA族模型不宜作为金融时序的数据生成过程模型设定的选择, ARMA族模型所具有的各类统计性质也不能直接扩展到ARMA-GARCH族数据生成过程; (2) 尽管ARCH/GARCH族模型在关于金融时序数据的建模过程中, 被公认有着许多良好的数据生成过程的统计性质, 但即使如此, 在金融时序数据, 特别是高频金融时序数据建模的过程中, 采用Hendry一般到特殊的建模思路似乎存在一些值得商榷之处, 不宜单纯采用一般到特殊的建模思路, 而应在建模过程中, 通过将一般到特殊和特殊到一般两种模型设定结合相建模的思路, 选择真实的金融时序的数据生成过程模型; (3) 系统性地建立ARCH/GARCH族模型, 真实逼近金融时序数据生成过程, 应当进行12点的事前检验和事后检验步骤, 以克服ARCH/GARCH族模型设定中的伪ARCH/GARCH现象。另外, 在模型设定选择中, 关于结构因素的影响是论文将进一步研究的问题。

参考文献

- [1] Granger, C.W. J. and D. F. Hendry (2004), A Dialog Concerning a New Instrument for Econometric Modeling, [J]. to appear in Econometric Theory, <http://www.economics.ox.ac.uk/research/hendry/paper/dfhgranger03.pdf>.
- [2] Hendry D. F. and Krolzig Hans-Martin (2003), Automatic Model Selection: A new Instrument for Social Science, Working Paper, May, 2003, <http://www.economics.ox.ac.uk/research/hendry/paper/dfhmk03c.pdf>.
- [3] David F. Hendry and Hans-Martin Krolzig (2004), We Ran One Regression, Working Paper, Department of Economics, University of Kent, October 6, 2004 , <http://www.kent.ac.uk/economics/staff/hmk/index.html?content=/economics/staff/hmk/hmk.html>.
- [4] David F. Hendry and Hans-Martin Krolzig (2004), The Properties of Automatic Gets Modeling , Working Paper, Department of Economics, University of Kent, October 8, 2004, <http://www.kent.ac.uk/economics/staff/hmk/index.html?content=/economics/staff/hmk/hmk.html> ,
- [5] Julia Campos, David F. Hendry and Hans-Martin Krolzig (2004), Consistent model selection by an Automatic Gets Approach, Working Paper, Aug 12, 2003, <http://www.economics.ox.ac.uk/research/hendry/paper/jcdfhmk03.pdf>.
- [6] Hansen, B. E. (2004), Challenges for Econometric model Selection, [J] Econometric Theory, March, 2004, www.ssc.wisc.edu/~bhansen/papers/challenges.pdf.
- [7] Pesaran H. and Timmermann A. (2004), Real Time Econometrics, Discussion Paper No. 1108, April, 2004 <http://opus.zbw-kiel.de/volltexte/2004/1775/pdf/dp1108.pdf>,.
- [8] McAleer, M. (2004), Automated Inference and Learning in Modeling Financial Volatility, Working paper, April, 2004, School of Economics and Commerce University of Western Australia, <http://www.economics.adelaide.edu.au/workshops/doc/mcaleer.pdf>,.
- [9] Hendry, David F. and Doornik, J.A.(2001) Empirical Econometric Modelling Using PcGive, [M] Timberlake Consultants Press, London, 2001.
- [10] 彭作祥(2003) 高频金融时序计量建模分析, [D] 博士学位论文, 西南财经大学, 2003年7月, 成都。