

管理科学

## 高频金融数据“日历效应”的小波神经网络模型分析

徐正国, 张世英

(天津大学 管理学院, 天津 300072)

**摘要:** 高频金融数据的分析与建模是金融计量学的一个全新的研究领域. 高频数据“日历效应”是金融市场微观结构研究领域的重要发现, 但是金融市场微观结构理论主要是从定性的角度研究“日历效应”. 如何定量地刻画高频数据“日历效应”是进一步深入理解金融市场的关键. 论文提出用小波神经网络 (WNN) 来定量研究高频金融数据“日历效应”, 实证研究表明小波神经网络 (WNN) 很好地刻画了“日历效应”.

**关键词:** 高频金融数据; 日历效应; 周末效应; 小波神经网络 (WNN) 模型

## 0 引言

高频数据通常是指以天、小时、分钟甚至秒为频率所采集的金融类数据以及记录每笔交易的数据, 有时为了区别, 后者也称为超高频数据. 高频数据比低频数据包含更多的信息, 如市场微观结构的信息及重要的长期日间现象的信息, 不管对于金融理论工作者, 还是对于实际从业人员而言, 研究高频数据意义都非常重大.

“日历效应”是金融市场微观结构理论研究中重要的发现. 早在 1985 年, McInish 和 Wood 利用分钟数据发现日内的波动率都是开盘与收盘时高, 中间低, 即通常所说的波动率的日内“U”型模式<sup>[1]</sup>; Admati 与 Pfleiderer, Brock 与 Kleidon 各自给出了日内“U”型模式的理论解释<sup>[2-3]</sup>, Hedvall 对他们的解释进行了比较<sup>[4]</sup>; 另外, Andersen 和 Bollerslev 研究了“日历效应”与波动持续性之间的关系<sup>[5]</sup>; Andersen 和 Bollerslev 系统地分析了“日历效应”, 并解释了它产生的原因, 并研究了德国马克对美元的汇率数据的“日历效应”<sup>[6]</sup>.

但是, 金融市场微观结构理论还只是从定量的角度研究“日历效应”, 为了对金融市场有更深刻地理解, 需要从定量的角度去研究“日历效应”. 由于“日历效应”本质上是一种非线性关系, 所以本文提出用小波神经网络 (Wavelet Neural Network, 简称 WNN) 来定量刻画高频数据“日历效应”. Pati 和 Krishnaprasad 最早提出了离散仿射小波网络模型<sup>[7]</sup>. Szu 提出连续小波变换的两种自适应小波神经网络模型<sup>[8]</sup>: 一种用于信号表示, 偏重于函数逼近; 另一种偏重于选取合适的小波作特征提取. Baskshi 和 Stephanopolous 采用正交小波函数作为神经元的激活函数, 提出了正交多分辨小波神经网络<sup>[9]</sup>. Zhang Jun 选用正交且具有紧支持性的尺度函数对函数逼近<sup>[10]</sup>. 高协平和张钹针提出一种小波区间网络模型<sup>[11-12]</sup>.

本文下面的研究是这样安排的: 第 1 节详细讨论了“日历效应”的概念, 并提出使用的小波神经网络 (WNN) 模型来定量地刻画“日历效应”; 第 2 节在上证指数高频数据的基础上,

收稿日期: 2006-04-25

基金项目: 国家自然科学基金 (70471050)

©1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

利用小波神经网络(WNN)模型对上海股票市场的“日历效应”进行估计;第3节是结语部分,对本文研究作了总结,对未来的研究作了展望.

## 1 高频数据“日历效应”的小波神经网络模型分析

### 1.1 高频数据的“日历效应”

“日历效应”是指波动率,交易量,买卖价差,交易频率等金融指标在日内,周内,月内表现出的稳定的,周期性的运动模式.其中日内模式就是主要是指引言中所提到的“U”型模式,简单地说就是两头高中间低的模式;周内模式主要是周末闭市这一交易制度所引起的,大部分金融交易市场都是在周五下午闭市,周一上午开市,这就会引起周一上午和周五下午具有不同于其他时间的规律性的波动特性.本文所研究的高频金融数据的“日历效应”,主要是指研究中采用的数据是日内高频金融数据,研究的不仅仅是波动率周内,月内的这种低频的规律性特征,更主要的是波动率的日内高频特征,而关于“日历效应”的高频特征的研究在国内基本还是空白.

### 1.2 “日历效应”的小波神经网络模型

本文所研究的数据的频率是每天等间隔地观测  $N+2$  次收盘价,不计算午间休市时段的收益率,那么我们每天可以得到  $N$  个高频收益率.定义  $R_{f,n}$  为第  $f$  天的第  $n$  个时段的高频收益率,即:  $R_{f,n} = \ln(P_{f,n/N}) - \ln(P_{f,(n-1)/N})$ , 其中  $f = 1, 2, 3, \dots, T$  和  $n = 1, 2, 3, \dots, N$ ,  $P_f$  表示  $f$  时刻的资产价格.由于  $R_{f,n}$  不仅具有高频数据特有的“日历效应”特征,同时它还具有低频数据特征:波动的积聚性(Volatility Clustering)和波动持续性(Volatility Persistence),即 ARCH 效应,所以考虑用以下形式来表示高频收益率:

$$R_{f,n} = E(R_{f,n}) + \epsilon_{f,n} \cdot s_{f,n} \cdot z_{f,n} \quad (1)$$

其中,  $E(R_{f,n})$  是  $R_{f,n}$  的无条件期望值,在实际操作中,用样本均值  $R$  作为收益期望  $E(R_{f,n})$  的估计值.  $z_{f,n}$  是独立同分布的期望值为 0, 方差为 1 的随机变量,即  $\text{IID}(0, 1)$ .  $s_{f,n}$  是表示“日历效应”的变量,  $\epsilon_{f,n}$  是表示波动持续性的条件标准差,可以通过估计低频数据领域的 ARCH 类模型和 SV 类模型得到.通常要求,对于所有的  $f, n$ , 都有  $s_{f,n}, \epsilon_{f,n} > 0$ . 为了估计表示“日历效应”的  $s_{f,n}$  项,对 (1) 进行以下变形:

$$2\ln|R_{f,n} - E(R_{f,n})| - \ln(\hat{\epsilon}_{f,n}^2) = c + E[\ln(s_{f,n}^2)] + \ln(\epsilon_{f,n}^2) - \ln(\hat{\epsilon}_{f,n}^2) + \ln(s_{f,n}^2) - E[\ln(s_{f,n}^2)] + u_{f,n} \quad (2)$$

其中  $\hat{\epsilon}_{f,n}$  表示  $\epsilon_{f,n}$  的估计值,通常用合适的 GARCH 类模型来估计.具体的说,首先选择合适 GARCH 模型来对每日数据建模,计算出每日的条件波动率的估计值  $\hat{\epsilon}_t$ , 然后计算  $\epsilon_{f,n}$  的估计值  $\hat{\epsilon}_{f,n} = \hat{\epsilon}_t / N^{1/2}$ .

进一步,令

$$\begin{aligned} \hat{X}_{f,n} &= 2\ln|R_{f,n} - E(R_{f,n})| - \ln(\hat{\epsilon}_{f,n}^2) \\ \hat{c} &= c + E[\ln(\epsilon_{f,n}^2) - \ln(\hat{\epsilon}_{f,n}^2)] \\ \hat{u}_{f,n} &= \{[\ln(\epsilon_{f,n}^2) - \ln(\hat{\epsilon}_{f,n}^2)] - E[\ln(\epsilon_{f,n}^2) - \ln(\hat{\epsilon}_{f,n}^2)]\} \\ &\quad + \{\ln(s_{f,n}^2) - E[\ln(s_{f,n}^2)]\} + u_{f,n} \end{aligned} \quad (3)$$

就可以得到:

$$\hat{X}_{f,n} = \hat{c} + E[\ln(s_{f,n}^2)] + \hat{u}_{f,n} \quad (4)$$

从式 (4) 可以看出,只要将  $\hat{X}_{f,n}$  序列对  $E[\ln(s_{f,n}^2)]$  进行回归,估计出函数中未知参数,然后将参数代回原函数中就可以得到代表高频数据“日历效应”的  $s_{f,n}$  的表达式.

$E[\ln(s_{t,n}^2)]$  “日历效应”本质上是非线性函数. Kolmogorov 定理告诉了我们,一个三层的前馈神经网络能以任意精度逼近任意非线性函数<sup>[13]</sup>.而且如果输入节点是  $n$  个,那么隐层的节点数只需要  $2n+1$  个.所以可以考虑用前馈神经网络来很精确地拟合高频数据的“日历效应”.

近些年来,小波分析以其良好的时频特性和变焦性质,成为数据处理和非线性系统辨识中的重要工具,而神经网络具有良好的自学习功能和良好的容错能力,那么将小波理论与神经网络相结合而成的小波神经网络(WNN),具有其显著优势.小波神经网络(WNN)就是以小波函数为隐层节点的激活函数的神经网络.小波神经网络引入了两个新的参变量,即伸缩因子和平移因子,所以小波神经网络具有比小波分解更多的自由度,从而具有更灵活的更有效的函数逼近能力.小波神经网络的函数逼近能力要优于多层感知器.所以,本文的研究采用小波神经网络.根据高频数据“日历效应”问题的特点,输出变量是一维的,所以可以构造如下小波神经网络(WNN)模型:

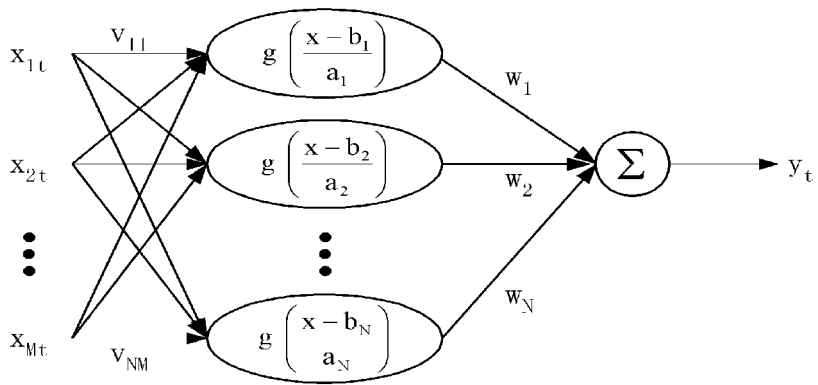


图 1 “日历效应”的小波神经网络模型结构

网络分三层,输入层  $X_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{Mt})$  表示  $M$  维输入向量;隐层节点激活函数  $g\left(\frac{x - b_n}{a_n}\right)$  为小波函数,  $n = 1, 2, \dots, N$ .小波函数有以下几种选择:① Mallet 母小波函数  $g(x) = (1 - x^2)e^{-\frac{x^2}{2}}$ ;② Morlet 小波函数  $g(x) = \cos(rx)e^{-\frac{x^2}{2}}$ ;③ 谐和小波函数  $g(x) = \frac{e^{i4cx} - e^{i2cx}}{i2cx}$ ;④ 合成小波函数  $g(x) = \frac{1}{1 + e^{-x-2}} - \frac{2}{1 + e^{-x}} + \frac{1}{1 + e^{-x+2}}$ .由输入节点  $m$  到隐层  $n$  的连接权重为  $v_{nm}$ ,由隐层  $n$  到输出节点的连接权重为  $w_n$ .需要学习的参数向量  $\theta$  为:

$$\theta = (v_{11}, \dots, v_{1M}, \dots, v_{N1}, \dots, v_{NM}, a_1, \dots, a_N, b_1, \dots, b_N, w_1, \dots, w_N)^T$$

上面所示的小波神经网络可实现映射

$$f: R^M \rightarrow R \tag{5}$$

并具有函数形式

$$y_t = \sum_{n=1}^N w_n g\left(\left[\sum_{m=1}^M v_{nm} x_{mt} - b_n\right] / a_n\right) \tag{6}$$

对于网络中参数的训练,可以通过极小化如下形式的能量函数来实现:

$$E(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2 \tag{7}$$

构造小波神经网络时根据不同的情况选择什么类型的小波函数作为隐层节点的激活函数,这也是值得研究的一个问题,目前这方面的定性研究还不多,在实践中, Mallet母小波函数应用领域最广,所以本文的研究就采用 Mallet母小波函数.

具体到本文高频数据“日历效应”的研究中,第 1 个输入节点 ( $m = 1$ ) 代表第  $t$  天的第  $n$  个时段序列,由于时段序列  $n$  的取值为  $n = 1, \dots, N$ , 那么输入变量  $x_{1t}$  就依次为  $x_{1t} = 1, \dots, N, \dots, 1, \dots, N$ , 由于研究中共有  $T$  天的样本,所以共有  $T \cdot N$  个模式. 为了分析周末效应的影响,第 2 个输入节点 ( $m = 2$ ) 代表周一开市的影响,即输入变量  $x_2$  为虚拟变量,在周一上午开盘的时段内取值为 1,而在其他时段内,取值为 0; 同理,第 3 个输入节点 ( $m = 3$ ) 代表周五闭市的影响,即输入变量  $x_{3t}$  为虚拟变量,在周五下午收盘的时段内取值为 1,而在其他时段内,取值为 0; 同样,如果要研究重大宏观经济事件的影响,可以增加输入变量 ( $m \geq 4$ ), 输入变量也为虚拟变量,在事件发生或公布一段时间取值为 1,其他时间段取值为 0. 输出变量只有一维,为  $X_{t,n}$  序列.

对于网络中参数的训练,是通过极小化式 (7) 所示的能量函数来实现的. BP 算法因其简单、易行、计算量小、并行性强等优点,目前是小波神经网络进行训练采用最多,也最为成熟的方法之一,但是 BP 算法存在着以下一些问题: ① 学习效率低,收敛速度慢; ② 易于陷入局部极小状态; ③ 网络的泛化能力较差. 遗传算法是 20 世纪 70 年代初期由 Holland 教授发展起来的,与传统的搜索方法相比,它具有“鲁棒性”与多点搜索的特点,但它毕竟是一种“弱方法”,在实际应用中还存在一些问题,如“成熟前收敛”,为解决这一问题,本文使用禁忌遗传算法对能量函数进行优化,具体的运算步骤参见文献 [14].

## 2 实证分析

### 2.1 数据描述

本文的实证研究采用两只数据: 第一只是高频数据,原始数据是 2000. 9. 25—2001. 9. 21 上证综指的 5 分钟间隔时段内的收盘价. 这期间共有 239 个交易日, 2001. 1. 1 这一天没有交易,但为了研究周末效应的须保持数据的周期性,我们使用插值计算得出这一天的数据. 所以,研究中共有 48 周,即 240 个交易日的交易数据. 上海证券交易所每天的交易时间为上午 9:30 至 11:30 下午 13:00 至 15:00. 由于 9:30—9:35, 13:00—13:05 的收益分别是夜晚闭市,午间休市后的第一笔收益,是闭市时间内信息的集中反应,所以收益率必异于其他时间,研究中我们剔除掉这两段时间的收益率. 这样,按照 1.2 节给出的计算方法计算高频收益率,每天有 46 个收益率,所以共有  $240 \times 46 = 11040$  个收益率数据; 第二只是低频数据,原始数据是 1997. 1. 2—2001. 9. 20, 共 1140 个交易日的上证综指的每日收盘价.

### 2.2 “日历效应”的小波神经网络 (WNN) 模型

在建立小波神经网络模型之前,需要一些前置的处理工作. 首先用样本均值  $\bar{R} = -2.13E - 05$  作为收益期望  $E(R_{t,n})$  的估计值,然后用 MA(1)-GJR-GARCH(1, 1) 模型拟合 1997. 1. 2—2001. 9. 20 的每日收益率,以求出每日的条件波动率估计值  $\hat{\sigma}_t$ , 就可以计算日内波动率  $\sigma_{t,n}$  的估计值  $\hat{\sigma}_{t,n} = \hat{\sigma}_t / N^{1/2}$ . 将上面所求的  $\bar{R}$  和  $\hat{\sigma}_t$  值代入 (2) 式左边,得到  $\hat{X}_{t,n}$  的值.

然后,建立如图 1 所示的小波神经网络模型. 在上证综指的高频数据“日历效应”的小波神经网络模型中,输入节点数为  $M = 3$ , 其中,  $m = 1$  表示日内 5 分钟间隔时段序列,其输入值  $x_{1t} = n$ , 即  $x_{1t} = 1, \dots, 46, \dots, 1, \dots, 46$ .  $m = 2$  是表示周一开市的虚拟变量,其输入值  $x_2$  在周一上午的 23 个 5 分钟间隔时段取 1, 其他时段上取 0.  $m = 3$  是表示周闭市的虚拟变量,

其输入值  $x_{jt}$  在周五上午的 23 个 5 分钟间隔时段取 1,其他时段上取 0.其教师输出  $y_t$  为上面前处理中得到的  $\hat{X}_{t,n}$ . 隐层节点数根据 Kolmogorov 定理<sup>[13]</sup>,选为 8. 隐层节点的激活函数选择 Mallet 母小波函数.

采用禁忌遗传算法<sup>[14]</sup>对网络进行训练,设置最大训练步数为 400 步,可以得到各个权重,权重的值见表 1.

表 1 小波神经网络模型的权重数值

$i$	$v_{1i}$	$v_{2i}$	$v_{3i}$	$a_i$	$b_i$	$w_i$
1	22.0913	3.5598	0.0935	3.0776	-19.5818	-0.5525
2	-5.0384	6.1354	0.0753	-7.7498	0.1422	1.53
3	0.0802	0.6634	-1.4194	-0.39	-0.1226	1.2114
4	-59.2803	-10.6772	0.0894	17.7195	-2.1437	24.791
5	0.0174	0.0834	-0.7065	-0.8165	-1.587	6.8033
6	-0.2942	-0.3245	-17.7195	-10.1391	8.0537	4.7519
7	0.0456	0.0176	0.0813	0.0015	0.0203	0.0709
8	-68.5046	-0.0389	-0.1036	-3.4473	5.9159	-14.1607

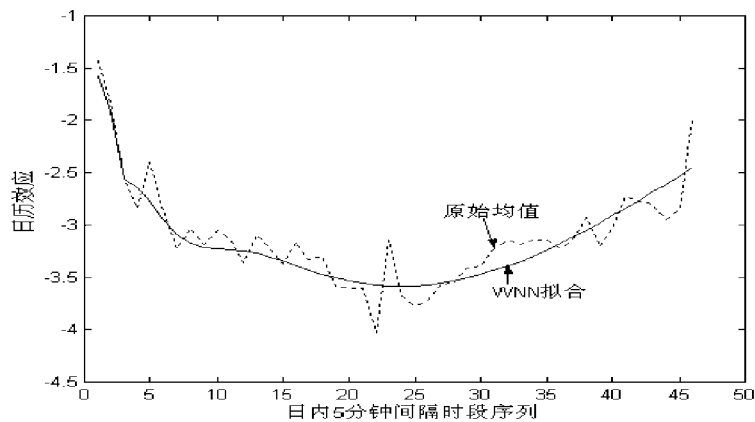


图 2 上证综指高频数据“日历效应”的 WNN 拟合效果图

为了评价小波神经网络 (WNN)对高频数据“日历效应”的拟合效果,我们计算的每天中相同时段  $\hat{X}_{t,n}$  平均值,然后与小神经网络 (WNN)拟合的结果一起对比作图,见图 2,其中,横坐标表示一天的交易时间之内的 5 分钟间隔的时段序列,上海股市一天共交易 240 分钟,除去早间和午间开始的两个时段外,还有 46 个时段;纵坐标表示高频数据的“日历效应”.从图 2 可以看出,中国股市具有明显的“日历效应”,即波动率的呈现开盘收盘高午间低的“U”型走势,小波神经网络很好地拟合了这种在日内呈“U”型走势的“日历效应”.

3 结 语

金融市场微观结构理论认为金融市场广泛存在“日历效应”,主要是指波动率,交易量,买卖差价的日内“U”型走势.本文提出用小波神经网络 (WNN)来研究高频数据的“日历效应”,并通过对上证综指的 5 分钟高频数据的实证分析得出,中国股市有明显的开盘收盘高午间低的“U”型走势.在准确计量高频数据“日历效应”的基础上,可以对滤出“日历效应”的

高频时间序列建立分整 GARCH模型 (FIGARCH模型)和长记忆 SV 模型 (Long Memory SV),以对高频数据的波动持续性进行研究.下一步,我们将对此进行深入地研究.

本文所使用的高频数据由北京色诺芬信息服务有限公司提供.

参考文献:

- [1] McInish T H, Wood R A. A transaction data analysis of the variability of common stock returns during 1980–1984[J]. *Journal of Banking Finance*, 1990, (14): 99–112.
- [2] Admati A R, Pfleiderer P. A theory of intraday patterns volume and price variability [J]. *The Review of Financial Studies*, 1988, 1(1): 3–40.
- [3] Brock W A, Kleidon A W. Periodic market closure and trading volume[J]. *Journal of Economic Dynamic and Control*, 1992, 16: 451–489.
- [4] Hedvall K. Trade concentration hypotheses: an Empirical test of information v.s. demand models on the Helsinki Stock Exchange[J]. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 1995, (5): 135–163.
- [5] Andersen T G, Bollerslev T. Intraday periodicity and Volatility Persistence in Financial Markets[J]. *Journal of Empirical Finance*, 1997, (4): 115–158.
- [6] Andersen T G, Bollerslev T. DM–Dollar volatility: Intraday Activity Patterns, Macroeconomic announcements, and Longer run dependencies[J]. *Journal of Finance*, 1998, (53): 219–265.
- [7] Pati Y C, Krishnaprasad P S. Analysis and synthesis of feed forward neural network using discrete affine wavelet[J]. *IEEE Trans on NN*, 1993, 4(1): 73–75.
- [8] Szu H. Neural network adaptive wavelets for signal representation and classification[J]. *Optical Engineering*, 1992, 31(9): 1907–1916.
- [9] Baskshi B R, Stephanopoulos G. Wave-net: a multiresolution, hierarchical neural network with local learning[J]. *Amer Inst Chem Eng J*, 1993, 39(1): 57–81.
- [10] Zhang Jun. Wavelet neural networks for function learning[J]. *IEEE Trans on SP*, 1995, 43(6): 1485–1497.
- [11] 高协平, 张钹针. 区间小波神经网络 (I)——理论与实践 [J]. *软件学报*, 1998, 9(3): 217–221.
- [12] 高协平, 张钹针. 区间小波神经网络 (II)——性质与模拟 [J]. *软件学报*, 1998, 9(4): 246–250.
- [13] 焦李成. 神经网络系统理论 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1992.
- [14] 苏卫东, 张世英. 随机波动模型估计及在金融风险防范中的应用 [J]. *天津大学学报*, 2002, 35(3): 317–321.

# High-Frequency Financial Data Calendar Effects' Wavelet Neural Network Analysis

XU Zheng-guo, ZHANG Shi-ying

(Management School, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract** High-frequency financial data analysis and modeling is a new research field in financial econometrics, and the calendar effects are most important discovery in financial market microstructure field. But market microstructure theory is qualitative, how to study calendar effects quantitative is a big problem to know financial market. The paper proposes application of Wavelet Neural Network in high-frequency data calendar effects' study, and empirical study shows WNN is good method to describe calendar effects.

**Keywords** high-frequency financial data; calendar effects; weekend effects; wavelet neural network model