Obliczenia naukowe
Sprawozdanie z listy 4

Wrocław, 10 grudnia 2017

1.1 Opis problemu

Należy napisać funkcję obliczającą iloraz różnicowy.

1.2 Rozwiązanie

Oblicza **Δf/Δx,** jest to zmiana wartości funkcji do zmiany wartości argumentu. Rozwiązanie na podstawie pseudo kodu z „Analiza Numeryczna" D. Kincaid

```
for i = 1 to n
    d_i=f(i)
end for

for j = 1 to n
    for i = n to j step -1
        d_i=(d_i-d_{i-1})/(x_i-x_{i-j})
    end for
end for
return d
```

1.3 Wyniki testu

Przetestowane dla funkcji $f(x) = x^2-1$

Dane:

X: [-2.0,-1.0,0.0,1.0,2.0]

F: [3.0,0.0,-1.0,0.0,3.0]

Wynik:
FX:[3.0,-3.0,1.0,0.0,0.0]

2.1 Opis problemu

Należy napisać funkcję obliczającą wartość wielomianu interpolacyjnego stopnia n w postaci Newtona w punkcie.

2.2 Rozwiązanie

Program zawiera funkcję działającą według polecenia tj.
Dane:
x – wektor długości n + 1 zawierający węzły $x_0,\ldots,x_n$, $x[1]=x_0,\ldots,x[n+1]=x_n$
fx – wektor długości n + 1 zawierający ilorazy różnicowe $fx[1]= f[x_0]$, $fx[2]=f[x_0, x_1],\ldots,$ $fx[n]=f[x_0,\ldots,x_{n-1}]$,$fx[n+1]=f[x_0,\ldots,x_n]$
t – punkt, w którym należy obliczyć wartość wielomianu
Wyniki:
nt – wartość wielomianu w punkcie t

2.3 Wyniki testu

Wynik dla tej samej funkcji testowej co w zadaniu 1.
Dane:
x: [-2.0,-1.0,0.0,1.0,2.0]
fx: [3.0,-3.0,1.0,0.0,0.0]

Wyniki dla punktów -2.0 -1.0 0.0 1.0 2.0
[3.0,0.0,-1.0,0.0,3.0]

3.1 Opis problemu

Znając ilorazy różnicowe i węzły należy obliczyć współczynniki postaci naturalnej.

3.2 Rozwiązanie

Aby zmniejszyć liczbę obliczeń kolejne iloczyny są zapisywane:0
iloczyny = (x – x[1]) * (x – x[2]) → iloczyny = iloczyny * (x-x[3]) → … →iloczyny = iloczyny * (x – x[i]).

Do obliczenia użyto następującego algorytmu (fx[]- ilorazy różnicowe, x[]-węzły):

```
Wielomian ← fx[1]
iloczyny ← 1

for 1 to n-1
     iloczyny ← iloczyny * (x - x[n])
    Wielomian ← Wielomian + iloczyny * fx[n+1]
end
```

Przetestowane dla funkcji $f(x) = x^2-1$ (jak w zadaniu 1 i 2).

Dane:
x: [-2.0,-1.0,0.0,1.0,2.0]
fx: [3.0,-3.0,1.0,0.0,0.0]

Wynik:
[-1.0,0.0,1.0]

3.3 Wyniki testu

Czyli otrzymaliśmy prawidłowe a_0, a_1, a_2 funkcji $f(x) = -1 + x^2$.

4.1 Opis problemu

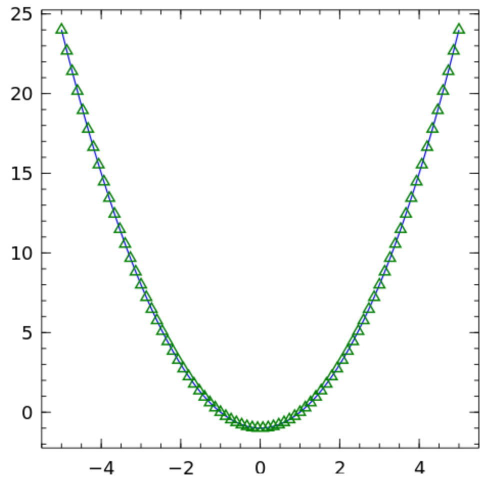
Należy napisać funkcję rysującą rysujNnfx(), która pokazuje wielomian interpolacyjny oraz interpolowaną funkcję.

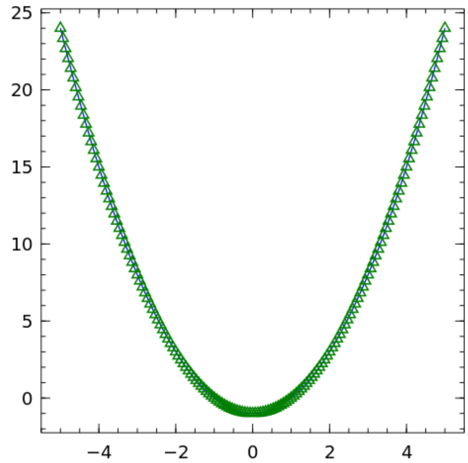
4.2 Rozwiązanie

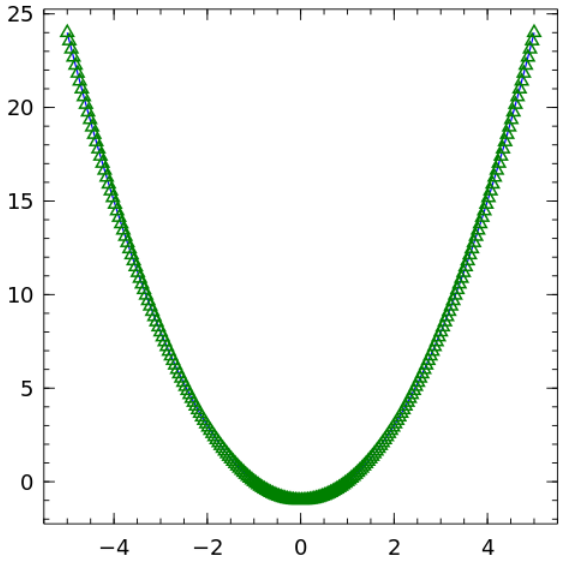
Aby to przedstawić zostały wykorzystane funkcje z dwóch pierwszych zadań i pakiet do rysowania funkcji. Najpierw są wyliczane wartości funkcji dla węzłów, później jest obliczony iloraz różnicowy tych węzłów. Następnie obie funkcje (interpolowana funkcja i wielomian) są nanoszone na wykres.

4.3 Wyniki testu

Test został wykonany ponownie dla tej samej funkcji $f(x) = x^2 - 1$, $x \in [-5, 5]$, $n = 5, 10, 15$ i zwrócił wiarygodne wykresy, które są zamieszczone poniżej.







5.1 Opis problemu

Przedstawić wyniki funkcji rysujNnfx() dla funcji:

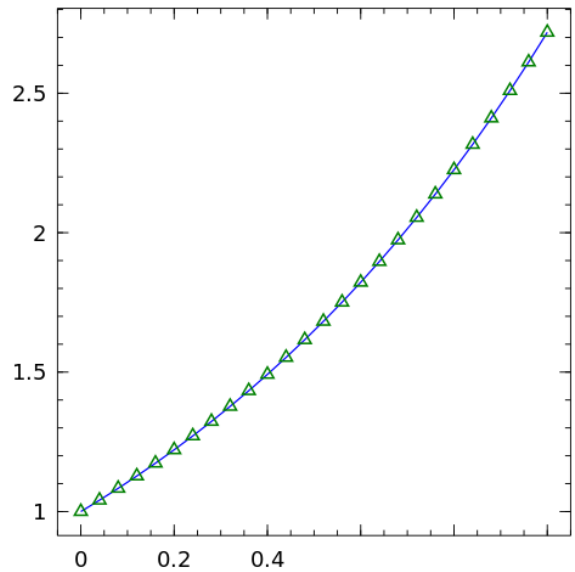
1. $f(x) = e^x$, $x \in [0, 1]$, n = 5, 10, 15
2. $f(x) = x^2 \sin x$, $x \in [-1, 1]$, n = 5, 10, 15

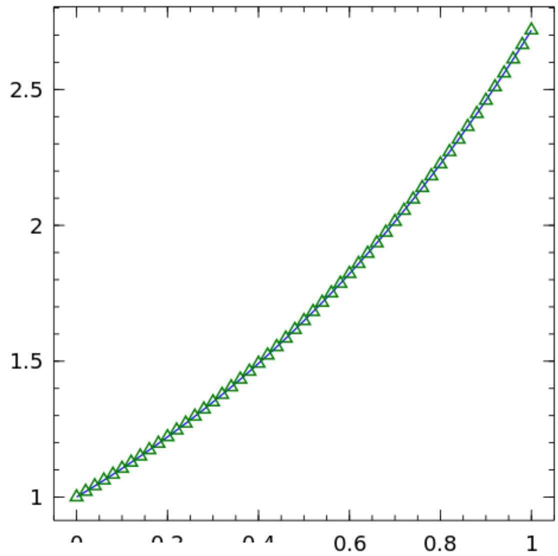
5.2 Rozwiązanie

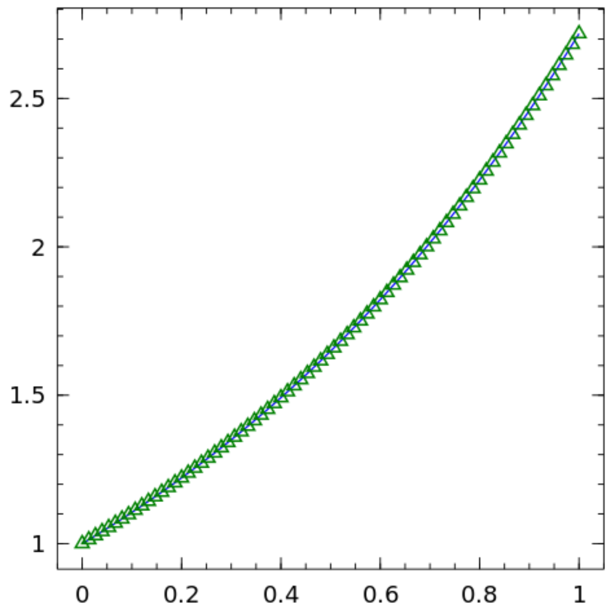
Wywołuje funkcje z zadania trzeciego tj. rysujNnfx() najpierw dla podpunktu 1. później dla 2.

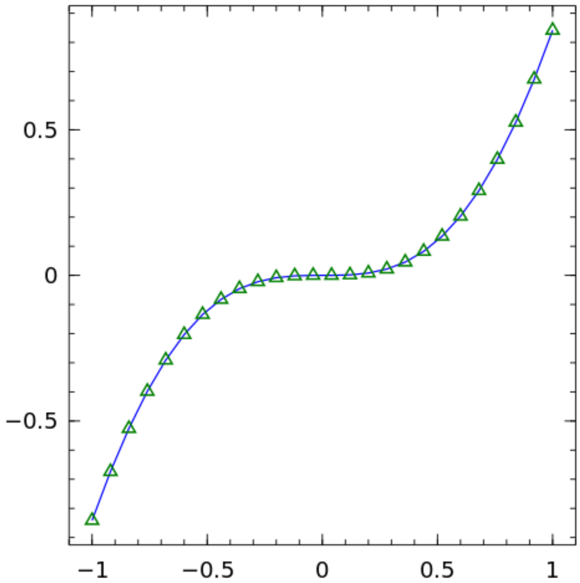
5.3 Wyniki programu i wnioski

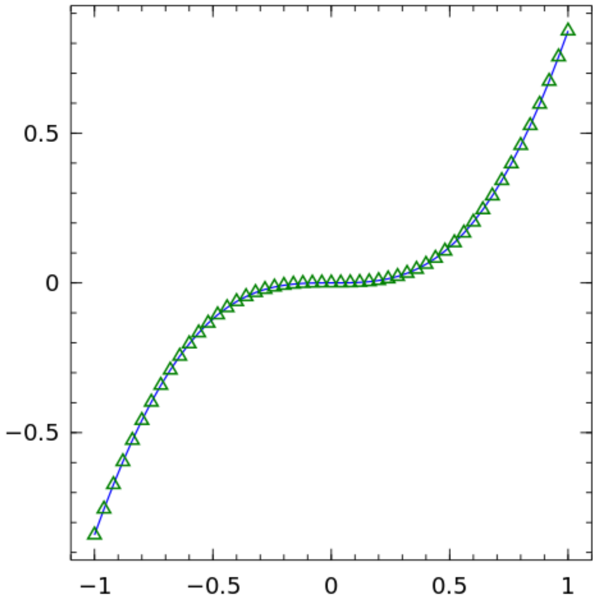
Podpunkt 1. $f(x) = e^x$





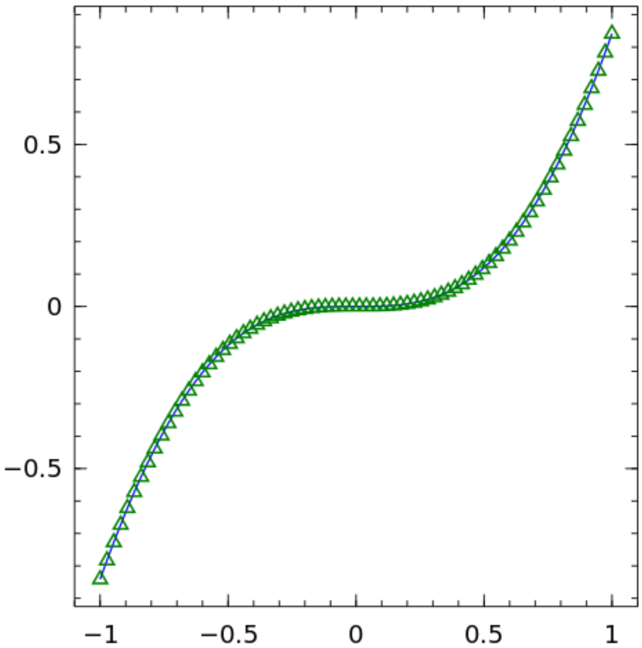






Podpunkt 2.

$f(x) = x^2 \sin x$



Nie ma praktycznie różnic pomiędzy wielomianem interpolacyjnym a funkcją interpolowaną. Zwiększając stopień wielomianu otrzymujemy dokładniejszy wykres.

6.1 Opis problemu

Przedstawić wyniki funkcji rysujNnfx() dla funcji:

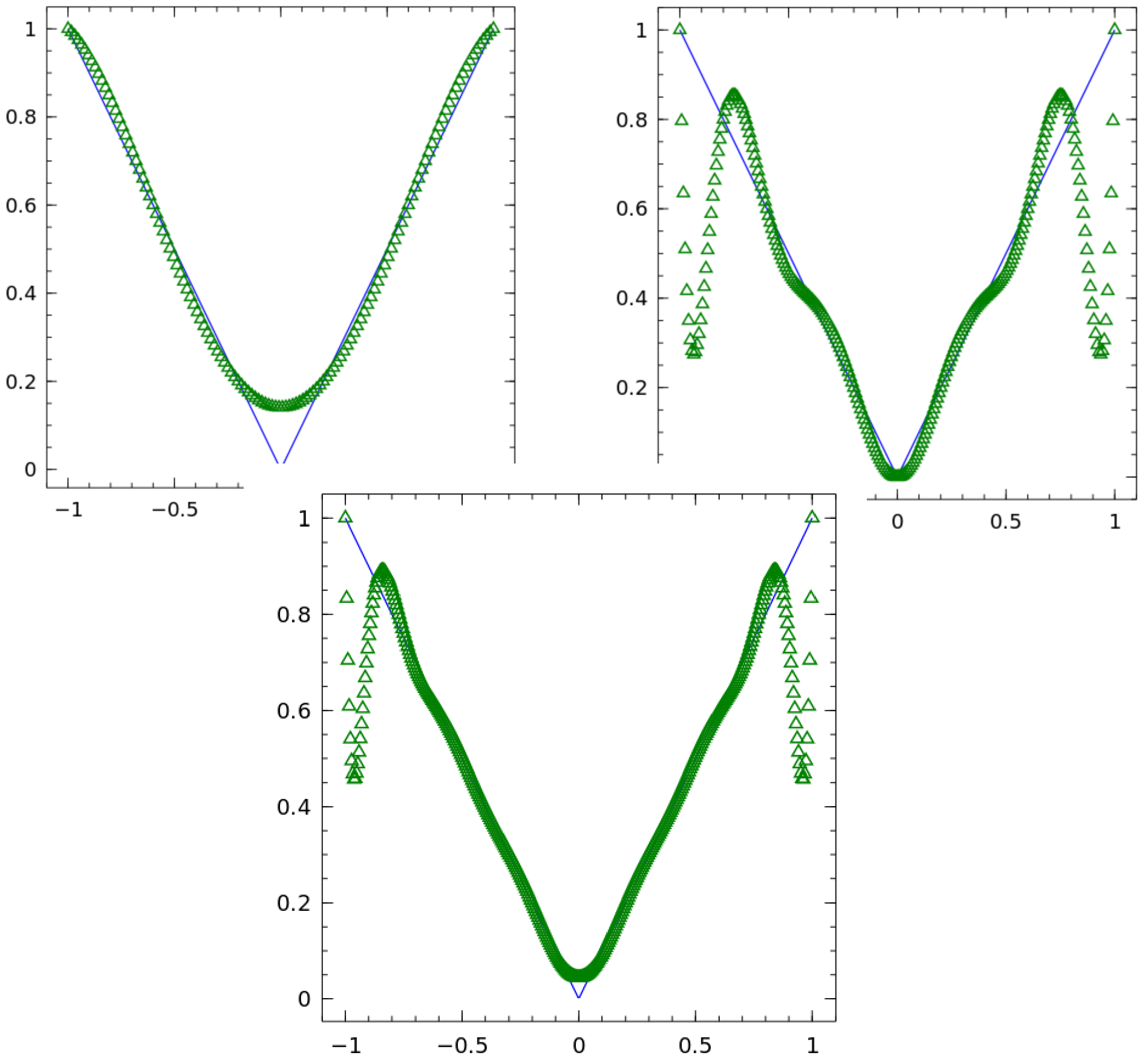
1. $f(x) = |x|, \; x \in [-1, 1]$, n = 5, 10, 15
2. $f(x) = 1/(1+x^2), \; x \in [-5, 5]$, n = 5, 10, 15

6.2 Rozwiązanie

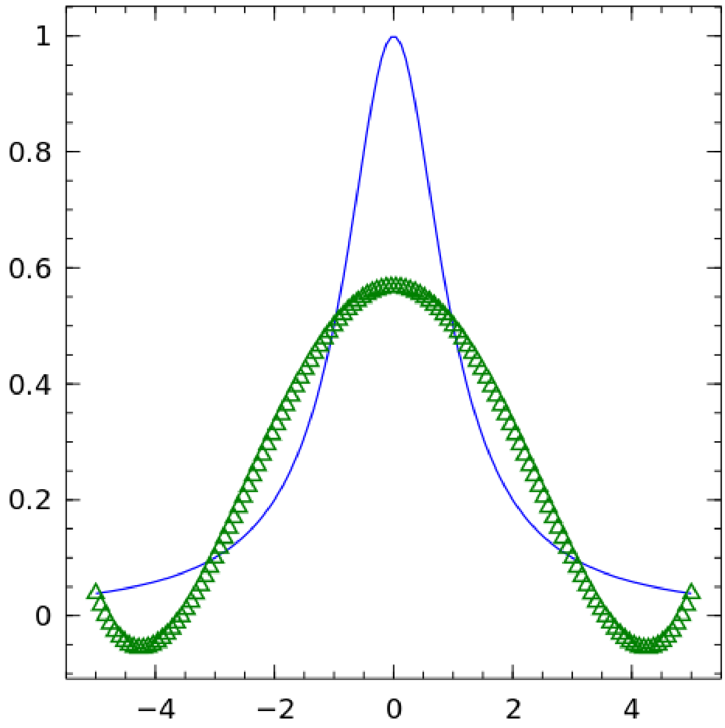
Identycznie jak w zadaniu 4 tylko dla innych funkcji. Wywołuje funkcje z zadania trzeciego tj. rysujNnfx() najpierw dla podpunktu 1. później dla 2.

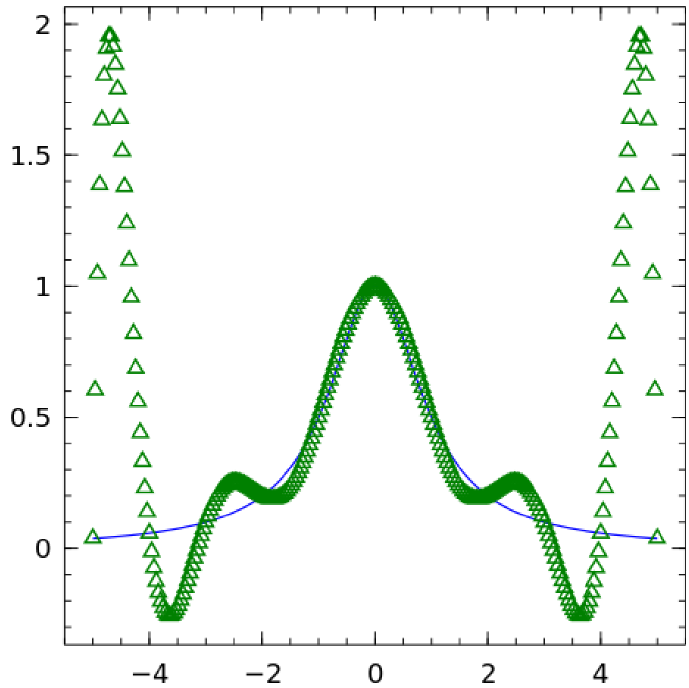
6.3 Wyniki programu i wnioski

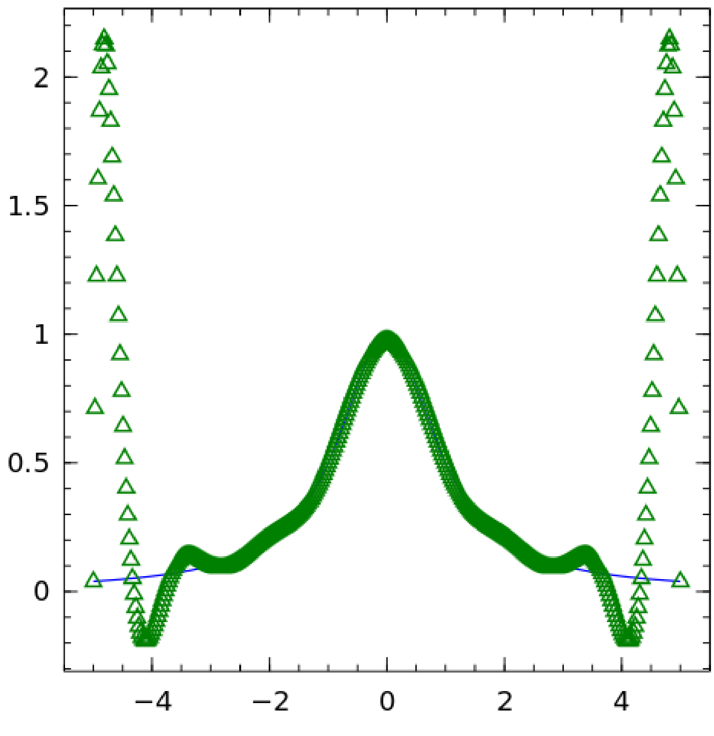
Podpunkt 1. $f(x) = |x|$



Podpunkt 2. $f(x) = 1/(1+x^2)$







Zwiększając stopień wielomianu otrzymujemy większe rozbieżności. Są one też szczególnie widoczne na końcach przedziałów. Różnice między wielomianem interpolacyjnym a funkcją interpolowaną są większe niż w zadaniu 4.