

TD5

Systèmes à base de règles d'ordre 0

Exercice 1. Règles conjonctives positives (chaînage avant)

Soit la base de faits **BF** = {S,A} et les règles suivantes :

R1 : $B \wedge R \rightarrow C$
R2 : $A \rightarrow T$
R3 : $R \wedge U \rightarrow E$
R4 : $C \wedge E \rightarrow U$
R5 : $S \wedge T \rightarrow U$
R6 : $U \wedge T \rightarrow R$
R7 : $S \wedge U \rightarrow A$

1. Calculer la saturation **BF*** de **BF** par les règles en utilisant l'algorithme de chaînage avant naïf.
2. Calculer la saturation **BF*** de **BF** par les règles en utilisant l'algorithme de chaînage avant à base de compteurs (rappelé ci-dessous).

```
Algorithme FC(K) // saturation de la base K
// Données : K = (BF, BR)
// Résultat : BF* : BF saturée par application des règles de BR
Début
  ATraiter ← BF
  Pour toute règle R de BR
    Compteur(R) ← Nombre de littéraux de l'hypothèse de R
  Tant que ATraiter n'est pas vide
    Retirer F de ATraiter
    Pour toute règle R : H → C de BR ayant F dans son hypothèse
      Décrémenter Compteur(R)
      Si Compteur(R) = 0 // R est applicable
        Soit C la conclusion de R
        Si C n'est pas dans (BF ∪ ATraiter)
          Ajouter C à ATraiter
          Ajouter C à BF
    FinPour
  FinTantQue
Fin
```

Exercice 2. Implémentation efficace d'un algorithme de chaînage avant

On considère l'algorithme à base de compteurs de l'exercice précédent.

- 1) Montrer sur un exemple que la condition « $C \notin BF \cup ATraiter$ » n'a pas seulement pour but d'éviter d'ajouter des faits en double dans **BF** ou **ATraiter** mais que sans elle l'algorithme serait incorrect : il produirait des faits qui ne devraient pas être produits.
- 2) Imaginer des structures de données qui permettent :
 - a. de ne considérer que les règles dont l'hypothèse contient F, lorsque F est traité
 - b. de tester en temps constant si C est dans **BF**.

Etant données ces structures, montrer que l'algorithme a une complexité *linéaire* en la taille de K, c'est-à-dire effectue un nombre d'opérations « élémentaires » borné par *constante* x *taille(K)*.

Exercice 3. Règles conjonctives positives (chaînage arrière)

On considère la base de connaissances de l'exercice 1.

1. Dessiner le graphe ET-OU associé à la base de règles.
2. On cherche à prouver U en chaînage arrière. Dessiner l'arbre de recherche correspondant à la remontée du graphe ET-OU, en supposant que l'algorithme considère les règles **par numéro croissant**. Vous indiquerez sur chaque feuille traitée : *échec*, *boucle*, ou (*appartient à*) *BF*.

Exercice 4. Règles conjonctives positives (chaînage arrière)

On considère la base de faits $BF = \{D, E\}$ et la base de règles BR suivante :

$$\begin{array}{llll} R1 : B \wedge C \rightarrow A & R2 : E \wedge F \rightarrow B & R3 : C \rightarrow F & R4 : H \rightarrow C \\ R5 : B \rightarrow C & R6 : E \wedge G \rightarrow C & R7 : D \rightarrow G & \end{array}$$

- 1) Que contient la base de règles BF^* (saturation de BF par BR) ?
- 2) Dessiner l'arbre de recherche visant à prouver A en chaînage arrière (comme dans la question 2 de l'exercice précédent). Vous pouvez utiliser l'information qu'un certain atome a *déjà* conduit à un échec, ou a *déjà* été prouvé.
- 3) Adapter l'algorithme de chaînage arrière du cours (BC3) de façon à exploiter les informations "échec" et "déjà prouvé"
[Indication : maintenir 2 listes et tester si Q apparaît dans l'une des 2 pour conclure directement]

Exercice 5. Règles conjonctives positives (chaînage arrière)

On considère la base de faits $BF = \{A, B, G\}$ et la base de règles BR suivante :

$$\begin{array}{lll} R1 : J \wedge H \rightarrow I & R2 : A \wedge J \wedge C \rightarrow L & R3 : B \wedge C \rightarrow L \\ R4 : I \wedge F \rightarrow H & R5 : E \wedge J \rightarrow K & R6 : G \wedge F \rightarrow H \\ R7 : A \wedge C \rightarrow J & R8 : H \wedge K \rightarrow D & R9 : A \wedge B \rightarrow C \\ R10 : I \wedge H \rightarrow J & R11 : B \wedge L \wedge J \rightarrow F & \end{array}$$

ainsi que l'algorithme de chaînage arrière optimisé construit à l'étape précédente. Dessiner les arbres de recherche obtenus en chaînage arrière pour les buts suivants : L, I puis E. Vous indiquerez sur chaque feuille traitée : *échec*, *boucle*, *BF*, *déjà prouvé*, ou *déjà échec*.

Exercice 6. Règles conjonctives

On considère des règles conjonctives pas forcément positives : la partie condition est une conjonction de littéraux et la conclusion un littéral. La notion de fait correspondante est donc un littéral.

1. Montrer que le chaînage avant reste adéquat sur de telles bases de connaissances : autrement dit, la base de faits saturée est conséquence de la base de connaissances. Vous procéderez par récurrence sur le nombre d'applications de règles ayant conduit à la base de faits saturée.
2. Montrer que le chaînage avant n'est plus complet sur de telles bases de connaissances. Quelle méthode complète pourriez-vous proposer pour calculer l'ensemble des littéraux conséquences de la base de connaissances ?