Université Montpellier II – Master Informatique Janvier 2013
Module "Intelligence Artificielle" (GMIN101)

Examen

Durée : 2 heures
Documents autorisés

Merci de rendre l'exercice 4 sur une copie séparée

Exercice 1. Règles en logique des propositions (2 pts)

Soit la base de faits **BF** = {A,S} et les règles suivantes :

R1 : $B \wedge R \rightarrow C$
R2 : $A \rightarrow T$
R3 : $R \wedge U \rightarrow E$
R4 : $C \wedge E \rightarrow U$
R5 : $S \wedge T \rightarrow U$
R6 : $U \wedge T \rightarrow R$

1. Quelle est la base de faits obtenue en saturant BF avec les règles ? On ne vous demande pas de détailler les applications de règles.
2. On cherche à prouver U en chaînage arrière ; faites la trace correspondante, en supposant que l'algorithme considère les règles par numéro croissant.

Exercice 2. Algorithme de recherche d'homomorphisme (4 pts)

Dessinez l'arbre construit par l'algorithme de backtrack du cours recherchant s'il existe un homomorphisme de $\mathcal{A}1$ dans $\mathcal{A}2$ avec :

$\mathcal{A}1$ = { p(x,y), p(y,z),p(z,t), p(t,x) , r(x,y,x) }
$\mathcal{A}2$ = { p(a,b), p(b,c), p(c,a), r(a,b,a), r(a,b,c), r(b,c,b) }

Les variables de $\mathcal{A}1$ sont considérées dans l'ordre x y z t, et les constantes de $\mathcal{A}2$ dans l'ordre a b c.

- Indiquez à chaque niveau de l'arbre quels atomes de $\mathcal{A}1$ sont considérés pour le test de solution partielle.
- Marquez par X une feuille échec (la condition de solution partielle n'est pas satisfaite) et par O une solution, s'il en existe une.

Exercice 3. Chaînage avant avec des règles d'ordre 1 (4pts)

On considère la base de connaissances suivante :

- Règles (les quantificateurs universels sont implicites)
  R1: $p(x_1,y_1) \wedge p(y_1,z_1) \rightarrow q(x_1,z_1)$
  R2 : $p(x_2,y_2) \wedge q(y_2,z_2) \rightarrow p(x_2,z_2)$
- Faits
  p(a,b), p(b,a), p(b,c), q(c,d)

Saturez la base de faits avec les règles, en procédant en largeur (à chaque étape, calcul de tous les nouveaux homomorphismes des hypothèses de règles dans la base de faits courante, puis application des règles selon ces homomorphismes avant de passer à l'étape suivante). Présentez les résultats selon le format suivant :

Etape	**Règle applicable**	**Homomorphisme**	**Application utile ?**	**Fait ajouté (si application utile)**
n° étape	n° règle	…	oui/non	…
…	…	…	oui/non	…

Exercice 4. Modélisation en contraintes (5pts et +)

[à rendre sur feuille séparée]

Question 1 (de Q.I.) [1 point]
Vous connaissez le problème des *n* reines et les jeux de type Sudoku, partant d'une grille partiellement pré-remplie. Voici un problème hybride, dont la grille ci-dessous est une instance. Définissez ce problème et les propriétés à satisfaire pour le résoudre.

R	e	O	E	a	U	=	F	T	b	n	i	V	+
U	V	+	T	R	=	O	a	i	E	F	e	n	b
O	F	E	e	n	V	R	=	b	a	i	U	+	T
=	U	T	b	i	E	n	V	e	F	+	O	R	a
a	b	F	n	O	R	i	U	+	V	T	=	e	E
E	i	U	=	+	e	T	O	F	n	a	V	b	R
V	=	e	F	T	O	a	E	U	+	b	R	i	n
T	+	a	R	V	b	e	i	n	=	O	F	E	U
i	E	n	+	=	a	V	b	R	U	e	T	O	F
e	O	R	U	b	F	E	n	=	T	V	+	a	i
+	n	V	O	E	i	U	T	a	R	=	b	F	e
b	R	i	a	U	T	F	+	O	e	E	n	=	V
n	T	=	V	F	+	b	e	E	i	R	a	U	O

Question 2 (de C.S.P.) [3 points]
Fournissez le modèle CSP correspondant.[1]

Question 3 [1 point]
Le test d'arc-consistance suffit-il à résoudre le problème ici ? Justifiez votre réponse.

Question 4 [1 point bonus]
Quelle réponse est associée à la dernière ligne ?

Exercice 5. De "Homomorphisme" à "SAT" (5pts)

Le problème *Homomorphisme* prend en entrée deux ensembles d'atomes $\mathcal{A}1$ et $\mathcal{A}2$ et demande s'il existe un homomorphisme de $\mathcal{A}1$ dans $\mathcal{A}2$. Pour simplifier, on considère dans cet exercice que $\mathcal{A}1$ ne comporte que des variables et $\mathcal{A}2$ que des constantes. Le problème *SAT* prend en entrée une conjonction de clauses *S* (ou ensemble de clauses) en logique propositionnelle et demande si *S* est satisfiable.

On veut construire une réduction de Homomorphisme à SAT, c'est-à-dire une transformation *t* de toute instance $(\mathcal{A}1, \mathcal{A}2)$ de Homomorphisme en une instance de SAT $S = t(\mathcal{A}1, \mathcal{A}2)$ de façon à ce qu'il existe un homomorphisme de $\mathcal{A}1$ dans $\mathcal{A}2$ si et seulement si S est satisfiable.

[1] mon indice récurent ! VARIABLES / DOMAINES / CONTRAINTES

1. Exprimez d'abord en logique propositionnelle la notion de *substitution* : étant donnés $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$, construire une conjonction de clauses S tel que tout modèle de S fournit une application de l'ensemble des variables de $\mathcal{A}_1$ dans l'ensemble des constantes de $\mathcal{A}_2$, et réciproquement.

   Illustrez votre construction avec *variables*($\mathcal{A}_1$) = {x1,x2} et *constantes*($\mathcal{A}_2$) = {c1,c2,c3,c4}

2. Servez-vous de votre réponse à la question 1 pour construire la transformation de Homomorphisme à SAT.

   Indice : la condition sur les atomes peut s'exprimer ainsi : « pour tout atome A de $\mathcal{A}_1$, il existe au moins un atome B dans $\mathcal{A}_2$ qui a le même prédicat que A et tel que, pour tout i de 1 à l'arité du prédicat, le $i^{ème}$ argument de A a pour image le $i^{ème}$ argument de B, ».

   Illustrez votre transformation avec :
   $\mathcal{A}_1$ = {p(x1,x2), q(x2,x2)}
   $\mathcal{A}_2$ ={p(c1,c2), p(c3,c4), p(c2,c2),q(c1,c2), q(c2,c2)}