

## TD4

### Raisonnement en logique d'ordre 0

#### Exercice 1. Algorithme DPLL

---

- 1) Transformer la formule suivante en une instance de SAT.

$$(A \leftrightarrow (C \vee E)) \wedge ((B \wedge F) \rightarrow \neg C) \wedge (E \rightarrow C) \wedge (C \rightarrow F) \wedge (C \rightarrow B)$$

- 2) Résoudre cette instance de SAT avec DPLL en sélectionnant d'abord la variable E, puis la variable C, et en commençant par affecter les variables à vrai.
- 3) Résoudre cette instance de SAT avec DPLL en utilisant l'heuristique MOMS (littéral qui apparaît le plus souvent dans des clauses de taille minimale)

#### Exercice 2. Réduction de SAT à CSP

---

Illustrer la réduction de SAT à CSP vue en cours sur l'instance SAT ci-dessous :

$$(\neg A \vee B \vee C) \wedge (\neg B \vee E) \wedge (\neg C \vee \neg E) \wedge (A \vee E)$$

#### Exercice 3. Réunion d'amis (avec DPLL)

---

Base de règles BR :

**R1** : si Benoît et Djamel et Emma alors Félix

**R2** : si Gaëlle et Djamel alors Amandine

**R3** : si Cloé et Félix alors Amandine

**R4** : Si Benoît alors Xéna

**R5** : si Xéna et Amandine alors Habiba

**R6** : si Cloé alors Djamel

**R7** : si Xéna et Cloé alors Amandine

**R8** : si Xéna et Benoît alors Djamel

Base de faits BF = {Benoît, Cloé}

Prenons la question de savoir si Habiba doit être invité, soit en termes logiques : le symbole Habiba est-il conséquence de la base de connaissances composée des faits et des règles ?

- 1) Formuler cette question en termes de problème SAT ou UNSAT.
- 2) Exécuter DPLL sur l'instance de SAT correspondante.

La propagation unitaire suffit-elle à résoudre cette instance de SAT ?

Pensez-vous que ceci s'applique à toute instance de SAT formée de clauses définies ?

#### Exercice 4. Règles conjonctives positives

---

Soit la base de faits  $\mathbf{BF} = \{S, A\}$  et les règles suivantes :

- $R1 : B \wedge R \rightarrow C$
- $R2 : A \rightarrow T$
- $R3 : R \wedge U \rightarrow E$
- $R4 : C \wedge E \rightarrow U$
- $R5 : S \wedge T \rightarrow U$
- $R6 : U \wedge T \rightarrow R$

1. Calculer la saturation  $\mathbf{BF}^*$  de  $\mathbf{BF}$  par les règles en utilisant l'algorithme de chaînage avant à base de compteurs.
2. On cherche à prouver  $U$  en chaînage arrière. Dessiner l'arbre de recherche correspondant à la remontée du graphe ET-OU, en supposant que l'algorithme considère les règles **par numéro croissant**. Vous indiquerez sur chaque feuille traitée : *échec*, *boucle*, ou *prouvé*.

#### Exercice 5. Règles conjonctives positives

---

On considère la base de faits  $\mathbf{BF} = \{D, E\}$  et la base de règles  $\mathbf{BR}$  suivante :

- $R1 : B \wedge C \rightarrow A$
- $R2 : E \wedge F \rightarrow B$
- $R3 : C \rightarrow F$
- $R4 : H \rightarrow C$
- $R5 : B \rightarrow C$
- $R6 : E \wedge G \rightarrow C$
- $R7 : D \rightarrow G$

- 1) Que contient la base de règles  $\mathbf{BF}^*$  (saturation de  $\mathbf{BF}$  par  $\mathbf{BR}$ ) ?
- 2) Dessiner l'arbre de recherche visant à prouver  $A$  en chaînage arrière (comme dans la question 2 de l'exercice précédent). Vous pouvez réutiliser l'information qu'un certain atome a déjà conduit à un échec, ou a déjà été prouvé.
- 3) Adapter l'algorithme de chaînage arrière du cours (BC3) de façon à exploiter les informations "échec" et "déjà prouvé"  
[Indication : maintenir 2 listes et tester si  $Q$  apparaît dans l'une des 2 pour conclure directement]

#### Exercice 6. Règles conjonctives

---

On considère des règles conjonctives pas forcément positives : la partie condition est une conjonction de littéraux et la conclusion un littéral. La notion de fait correspondante est donc un littéral.

1. Montrer que le chaînage avant reste adéquat sur de telles bases de connaissances : autrement dit, la base de faits saturée est conséquence de la base de connaissances. Vous procéderez par récurrence sur le nombre d'applications de règles ayant conduit à la base de faits saturée.
2. Montrer que le chaînage avant n'est plus complet sur de telles bases de connaissances. Quelle méthode complète pourriez-vous proposer pour calculer l'ensemble des littéraux conséquences de la base de connaissances ?