1 - Triangles, cercles, points et droites remarquables

Document et code utile au démarrage

- Rappels de programmation de Java2D
- Programme de démarrage pour ce tp

1) Calcul des aires

Dans la classe Triangle, ajouter des méthodes pour

1. Calculer l'aire totale du triangle.
2. Calculer les aires des trois triangles formés par le centre de gravité et les sommets du triangle et vérifier qu'elles sont égales entre elles et de somme égale à l'aire du triangle.
3. Calculer les aires des six triangles formés par les médianes. Vérifier que ces aires sont égales entre elles et de somme égale à l'aire du triangle.

2) Test d'alignement, points remarquables, et droite d'Euler

Ecrire des méthodes permettant de calculer

- les coordonnées du centre de gravité, G
- les coordonnées de l'orthocentre, H
- et du centre du cercle circonscrit, Ω.

Ecrire une méthode permettant de tester si trois points sont alignés et tester cette méthode et les méthodes de calcul de coordonnées précédemment écrites pour vérifier empiriquement que

- Ω, H, G, sont bien alignés, et
- HG = 2 * GΩ

3) Tests de cocyclicité

- En utilisant les résultats du cours, donner trois méthodes permettant de tester si 4 points sont cocycliques.
- Tester ces méthodes sur les points du cercle des neufs points pour les triangles non dégénérés donnés avec le programme de démarrage.

4) Positions relatives de trois points

- Créer une méthode `orientation` qui prend trois points A,B,C comme paramètres et retourne +1 si les points ABC forment un tour horaire (aussi appelé tour droit ou sens indirect), -1 s'ils forment un tour antihoraire (aussi appelé tour gauche, sens direct) et 0 s'ils sont alignés.
- Tester votre méthode sur les triangles utilisés donnés avec le programme de démarrage.

5) Tests d'appartenance d'un point à un segment

- En utilisant les résultats du cours, donner une méthode permettant de tester l'appartenance d'un point à un segment.

6) Tests d'intersection de deux segments

- Donner une méthode permettant de tester si deux segments ont une intersection non vide ou pas.

7) Calcul de l'intersection de deux segments

- Donner une méthode permettant de calculer l'intersection de deux segments dans le cas où les deux segments sont non-nuls et où ils sont portés par des droites NON parallèles.
- Donner une méthode permettant de calculer l'intersection de deux segments dans le cas général.

8) Cercle circonscrit à un triangle

On considère le triangle (A,B,C) dans lequel on note a, b, c les longueurs respectives des côtés [BC], [CA], et [AB]

1. Calculer les coordonnées du point C, centre du cercle circonscrit au triangle (A,B,C).
2. Calculer le rayon du cercle circonscrit à (A,B,C).
3. Calculer les coordonnées des points A_D,B_D,C_D, diamétralement opposés respectivement à A, B, C.
4. En utilisant les résultats des questions précédentes, écrire un programme qui calcule et affiche le triangle (A,B,C) et qui affiche de manière interactive (clic, menus, boutons, touches clavier ou autre):
    - le cercle circonscrit ainsi que son centre.
    - les points A_D,B_D,C_D
    - les triangles construits à partir de deux points de (A,B,C) et le point diamétralement opposé au point restant comme, par exemple, le triangle: A,B,C_D
5. Tester votre programme sur les points donnés avec le programme de démarrage.

9) Segments de Céva

Dans cet exercice, on considère un triangle (A,B,C) et A', B', C' des points appartenant respectivement à [BC], [CA], [AB]. Les segments AA', BB' et CC' sont appelés segments de Ceva.

1. Calculer le produit des rapports des longueurs liés aux points A',B', C':

   B A ' A ' C × C B ' B ' A × A C ' C ' B
2. Modifier interactivement A', B' ou C', et afficher dynamiquement la valeur du produit des rapports.
3. Sous quelle condition les segments de Céva concourent-ils en un point unique?

10) Bissectrices, cercle inscrit, cercles exinscrits

1. Calculer les coordonnées du centre du cercle inscrit en utilisant les coordonnées barycentriques.
2. Donner les coordonnées de deux points permettant de caractériser chaque bissectrice intérieur dans un triangle quelconque et vérifier, en calculant les coordonnées du point d'intersection des bissectrices intérieures que ces coordonnées sont bien celles du cercle inscrit données par les coordonnées barycentriques.
3. Calculer les coordonnées du point d'intersection des bissectrices avec les côtés du triangle. En déduire le rayon du cercle inscrit. Vérifier le résultat trouvé avec une autre technique de calcul du rayon de cercle inscrit.
4. Pour un triangle quelconque, afficher le cercle inscrit, ainsi que son centre.
5. Donner les caractéristiques des bissectrices extérieures et calculer les caractéristiques des cercles exinscrits (coordonnées du centre et rayon) pour les afficher.