Distance discrète – les masques de Chamfrein

L'idée de base des masques de chanfrein est la suivante :

— on ne considère plus qu'un voisinage restreint localement autour du pixel, ainsi les distances globales sont approchées par propagation de distances locales.

Les voisinages locaux sont typiquement des carrés de 3x3, 5x5 et même 7x7 (bien que ces derniers soient très peu utilisés car trop gourmands). Bien entendu, plus on augmente le nombre de pixels du carré de base, plus sont nombreux et précis les pixels accessibles directement. Quatres masques sont classiquement utilisés :

-	1	-
1	0	1
-	1	-

1	1	1
1	0	1
1	1	1

4	3	4
3	0	3
4	3	4

-	11	-	11	-
11	7	5	7	11
-	5	0	5	-
11	7	5	7	11
-	11	-	11	-

- 1° À quelles distances correspondent les deux premiers masques?
- 2° Sur certains masques la valeur est présente et semble donc différente de la valeur **0**. L'est-elle vraiment? Si elle est :
 - 1. Quelle propriété fondamentale permet d'avoir de tels masques incomplets et valides ?
 - 2. Donnez le masque complété pour les deux concernés.
- 3° Donnez un algorithme permettant de calculer une distance de Chamfrein. Calculez sa complexité.
- 4° En fait, on peut représenter génériquement les masque 3x3 et 5x5 par les valeurs sur les schémas suivants où a,b,c,d et e représentent des valeurs entières quelconques 1 .

b	a	b
a	0	a
b	a	b

-	c	-	С	-
С	b	a	b	c
-	a	0	a	-
С	b	a	b	С
-	c	-	С	-

e	d	-	d	e	-
-	С	-	c	-	e
c	b	a	b	c	d
-	a	0	a	-	-
c	b	a	b	c	d
-	С	-	c	-	e
e	d	-	d	e	-
	- c - c	- c c b - a c b - c	- c - c - c b a - a 0 c b a - c - c	- c - c c b a b - a 0 a c b a b - c - c	- c - c - c b a b c - a 0 a - c b a b c - c - c -

Parmis tous les masques suivants, lesquels sont les meilleurs pour chaque taille de masque ? Calculez l'erreur maximale dans le calcul de la distance entre deux points.

a	b
1	1
2	3
3	4
8	11
11	15

a	b	С
5	7	11

a	b	c	d	e
14	20	31	44	-
15	21	33	47	-
17	24	38	53	-
19	27	42	60	-
12	17	27	38	43
19	27	42	60	68

 5° Quelles conditions sur les valeurs a, b et c faut-il fixer pour garantir que la distance de chamfrein soit bien une distance?

^{1.} En réalité toutes les valeurs ne sont pas acceptables si l'on veut garantir les bonnes propriétés de distance, cf dernier exercice.