# Spis treści

1.	Treść zadania	3
2.	Wstęp teoretyczny [1].	3
3.	Implementacja algorytmu w środowisku Matlab	5
4.	Prezentacja działania algorytmu przy wykorzystaniu programu Microsoft Excell	6
5.	Wyniki otrzymane w programie Matlab	10
6.	Podsumowanie	11
7.	Bibliografia	12

#### 1. Treść zadania.

Rozwiązać problem minimalizacji wskaźnika NOx emisji zanieczyszczeń do atmosfery pochodzących od różnych typów elektrowni.

W poniższej tabeli przedstawione zostały dane odnośnie wskaźnika emisji NOx dla każdej z dziesięciu elektrowni w zależności od produkowanej przez nią mocy.

Tabela 1 Wartość współczynnika emisji w zależności od mocy generowanej przez dang elektrownię.

Power station	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10
Power										
generated										
[MW]										
0	0.2	0.1	0.4	0.3	0	0.1	0.1	0	0	0
50	1.3	0.3	2.3	1.7	0.1	0.6	0.9	2.2	1.3	0.2
100	2.2	1.1	3.3	2.5	0.4	1.3	1.6	6.6	2.9	0.4
150	1.1	2.2	3.4	3.6	0.7	2.1	2.3	4.1	4.4	0.7
200	2.2	3.8	3.5	4.1	0.8	2.6	2.9	3.3	3.7	0.9
250	3.3	5.1	3.8	4.5	0.9	3.3	2.0	N/A	N/A	N/A
300	4.0	6.3	3.9	4.9	1.1	2.0	1.7	N/A		
350	4.9	5.5	4.1	5.0	1.3	1.4	1.5			
400	3.5	4.1	4.8	5.1	N/A	N/A	N/A			
450	2.9	3.2	2.9	3.6						
500	2.2	2.3	2.5	2.4						

Jak należy zatem rozdzielić generowaną moc na poszczególne elektrownie aby sumaryczny współczynnik emisji NOx był minimalny?

Należy rozważyć trzy różne poziomy sumarycznego zapotrzebowania energetycznego:

- 1. 1000 [MW]
- 2. 2000 [MW]
- 3. 3000 [MW]

Problem należy rozwiązać metodą programowania dynamicznego.

# 2. Wstęp teoretyczny [1].

Podstawą teoretyczną, na której oparta jest metoda programowania dynamicznego jest zasada optymalności Bellmana. Brzmi ona następująco:

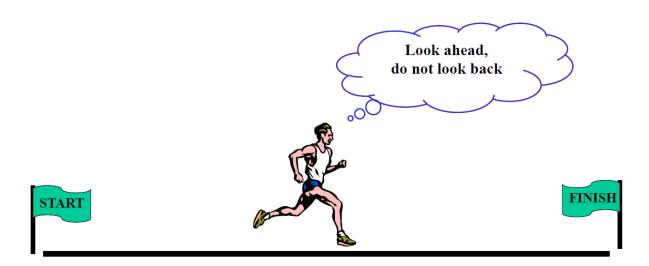
Optymalna strategia sterowania ma tę własność, że jakikolwiek by był stan początkowy i decyzja początkowa, to następne decyzje muszą tworzyć optymalną strategię sterowania względem stanu wynikającego z pierwszej decyzji.

Wniosek z powyższego jest następujący:

Każdy końcowy odcinek strategii optymalnej jest dla swoich warunków początkowych strategią optymalną.

Ilustracja powyższego jest następująca:

# **Dynamic Programming Method**



Rysunek 1 Wizualizacja metody programowania dynamicznego [2].

#### **ROZDZIAŁ ZASOBÓW - TEORIA**

Problem jest następujący:

Dysponujemy pewną ilością zasobów  $x_0$ , które należy rozdzielić między N obiektów. Przydzielenie obiektowi k ilości zasobów u(k) daje zysk (stratę) L(k,u(k)).

Sterowaniem w naszym układzie będzie zatem przydział zasobów do danego obiektu u(k). Przez stan układu rozumiemy ilość zasobów, które jeszcze zostają do rozdzielenia. Równanie stanu ma zatem postać:

$$x(k+1) = x(k) - u(k)$$

z warunkiem początkowym  $x_0$  oraz ewentualnie warunkiem końcowym x(N)=0.

Ograniczenie na sterowanie jest następujące:

$$u(k) \le x(k)$$

Wskaźnik jakości ma postać:

$$J = \sum_{k=1}^{N} L(k, u(k))$$

gdzie k jest numerem obiektu.

#### Zatem w naszym zadaniu:

- Stan układu *x(k)* reprezentowany jest przez pozostałą do rozdzielenia na poszczególne elektrownie energię,
- Sterowaniem układu jest przydzielenie danej elektrowni k mocy u(k),
- Stan początkowy układu  $x_0$  jest równy sumarycznemu zapotrzebowaniu energetycznemu w naszym przypadku 1000 MW / 2000 MW / 3000 MW,
- Stan końcowy układu x(N) = 0, ponieważ konieczne jest rozdzielenie całej dostępnej energii,
- Liczba elektrowni N = 10.

## 3. Implementacja algorytmu w środowisku Matlab.

Dane wejściowe do projektu zostały wprowadzone do programu za pomocą odpowiednich macierzy:

#### Macierz wskaźników emisji NOx

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.2000	0.1000	0.4000	0.3000	0	0.1000	0.1000	0	0	0
2	1.3000	0.3000	2.3000	1.7000	0.1000	0.6000	0.9000	2.2000	1.3000	0.2000
3	2.2000	1.1000	3.3000	2.5000	0.4000	1.3000	1.6000	6.6000	2.9000	0.4000
4	1.1000	2.2000	3.4000	3.6000	0.7000	2.1000	2.3000	4.1000	4.4000	0.7000
5	2.2000	3.8000	3.5000	4.1000	0.8000	2.6000	2.9000	3.3000	3.7000	0.9000
6	3.3000	5.1000	3.8000	4.5000	0.9000	3.3000	2	Inf	Inf	Inf
7	4	6.3000	3.9000	4.9000	1.1000	2	1.7000	Inf	Inf	Inf
8	4.9000	5.5000	4.1000	5	1.3000	1.4000	1.5000	Inf	Inf	Inf
9	3.5000	4.1000	4.8000	5.1000	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf
10	2.9000	3.2000	2.9000	3.6000	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf
11	2.2000	2.3000	2.5000	2.4000	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf

Rysunek 2 Macierz wskaźników emisji NOx.

#### • Macierz możliwych sterowań (przydzieleń energii) PG

	1	
1		0
2		50
3		100
4		150
5		200
6		250
7		300
8		350
9		400
10		450
11		500

Rysunek 3 Macierz możliwych sterowań PG.

Algorytm programu tworzy w każdej iteracji nową macierz, która odpowiada możliwym przydzieleniom energii danej elektrowni poczynając od elektrowni nr 10 a kończąc na elektrowni nr 1.

Po uruchomieniu programu, użytkownik jest proszony o podanie poziomu sumarycznego zapotrzebowania na energię:

```
Give me the level of energy demand:
```

Rysunek 4 Okno dialogowe wprowadzania zapotrzebowania na energię.

Po podaniu odpowiedniej wartości program wylicza optymalny rozdział energii na poszczególne elektrownie i drukuje użytkownikowi optymalny rozdział oraz sumaryczny wskaźnik emisji NOx:

```
Give me the level of energy demand: 1000
Minimum emission of Nox: 5

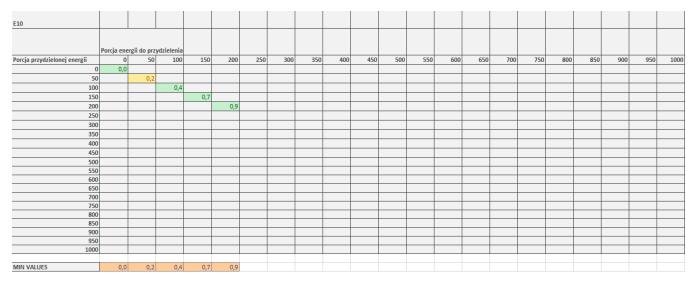
Optimal choice of power plants:
Power plant 1 power: 0 ,emission: 0.2
Power plant 2 power: 0 ,emission: 0.1
Power plant 3 power: 0 ,emission: 0.4
Power plant 4 power: 0 ,emission: 0.3
Power plant 5 power: 250 ,emission: 0.9
Power plant 6 power: 350 ,emission: 1.4
Power plant 7 power: 350 ,emission: 1.5
Power plant 8 power: 0 ,emission: 0
Power plant 9 power: 0 ,emission: 0
Power plant 10 power: 50 ,emission: 0.2
```

Rysunek 5 Informacja zwrotna do użytkownika - wynik działania algorytmu.

# 4. Prezentacja działania algorytmu przy wykorzystaniu programu Microsoft Excell.

Z racji tego, iż ciężko jest przedstawić algorytm działania programu w przypadku metody programowania dynamicznego w środowisku Matlab (brak możliwych wizualizacji zmian pomiędzy stanami itp.), zdecydowano o implementacji analogicznego algorytmu w środowisku Excell.

Algorytm rozpoczyna się od wyznaczenia macierzy emisji dla elektrowni nr 10:



Rysunek 6 Macierz rozdzieleń energii dla elektrowni nr 10.

Pokazany na powyższym rysunku rozdział energii wynika z przyjętego w zadaniu warunku końcowego x(N) = 0. Mówi on nam tyle, że musimy rozdzielić na elektrownie całą dostępną energię. Z tego wynika, że jeśli tylko została nam do przydzielenia jakaś energia do ostatniej elektrowni – to ta energia musi zostać jej przydzielona. Stąd w stanie dla k=10 musi zachodzić warunek:

$$x(k+1) = 0 = x(k) - u(k) \leftrightarrow x(k) = u(k)$$

Zatem sterowanie dla k=10 musi być równe stanowi x.

Następnie algorytm wykonuje kolejne iteracje, aż dojdziemy do elektrowni nr 1:

E9																					
	Porcja ene	rgii do prz	ydzielenia																		
Porcja przydzielonej energii	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000
0	0,0	0,2	0,4	0,7	0,9																
50		1,3	1,5	1,7	2,0	2,2															
100			2,9	3,1	3,3	3,6	3,8														
150				4,4			5,1	5,3													
200					3.7	3,9	4.1	4,4													
250									- 1												
300																					
350																					
400																					
450																					
500																					
550																					
600																					
650																					
700																					
750																					
800																					
850																					
900																					
950																					
1000																					
1000																					
MIN VALUES	0,0	0,2	0,4	0,7	0,9	2,2	3,8	4,4	4,6												
WIII VALUES	0,0	0,2	∪,⊤	0,7	0,5	2,2	5,0	7,7	7,0												

Rysunek 7 Macierz rozdzieleń energii dla elektrowni nr 9.

E8																					
	Porcja ene	ergii do prz	ydzielenia																		
Porcja przydzielonej energii	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000
0	0,0	0,2	0,4	0,7	0,9	2,2	3,8	4,4	4,6												
50		2,2	2,4	2,6	2,9	3,1	4,4	6,0	6,6	6,8											
100			6,6	6,8	7,0	7,3	7,5	8,8	10,4	11,0	11,2										
150				4,1	4,3	4,5	4,8	5,0	6,3	7,9	8,5	8,7									
200					3,3	3,5	3,7	4,0	4,2	5,5	7,1	7,7	7,9								
250																					
300																					
350																					
400																					
450																					
500																					
550																					
600																					
650																					
700																					
750																					
800																					
850																					
900																					
950																					
1000																					
MIN VALUES	0,0	0,2	0,4	0,7	0,9	2,2	3,7	4,0	4,2	5,5	7,1	7,7	7,9								

Rysunek 8 Macierz rozdzieleń energii dla elektrowni nr 8.

E7																					
	Porcja ene																				
Porcja przydzielonej energii	0	50	100	150	200		300	350			500	550		650	700	750	800	850	900	950	1000
0	0,1	0,3	0,5	0,8	1,0	2,3	3,8	4,1	4,3	5,6	7,2	7,8	8,0								
50		0,9	1,1	1,3	1,6	1,8	3,1	4,6	4,9	5,1	6,4	8,0	8,6	8,8							
100			1,6	1,8	2,0	2,3	2,5	3,8	5,3	5,6	5,8	7,1	8,7	9,3	9,5						
150				2,3	2,5	2,7	3,0	3,2	4,5	6,0	6,3	6,5	7,8	9,4	10,0	10,2					
200					2,9	3,1	3,3	3,6	3,8	5,1	6,6	6,9	7,1	8,4	10,0	10,6	10,8				
250						2,0	2,2	2,4	2,7	2,9	4,2	5,7	6,0	6,2	7,5	9,1	9,7	9,9			
300							1,7	1,9	2,1	2,4	2,6	3,9	5,4	5,7	5,9	7,2	8,8	9,4	9,6		
350								1,5	1,7	1,9	2,2	2,4	3,7	5,2	5,5	5,7	7,0	8,6	9,2	9,4	
400																					
450																					
500																					
550																					
600																					
650																					
700																					
750																					
800																					
850																					
900																					
950																					
1000																					
MIN VALUES	0,1	0,3	0,5	0,8	1,0	1,8	1,7	1,5	1,7	1,9	2,2	2,4	3,7	5,2	5,5	5,7	7,0	8,6	9,2	9,4	

Rysunek 9 Macierz rozdzieleń energii dla elektrowni nr 7.

		$\overline{}$												_							
E6																					
	Porcja ene	rgii do prz	ydzielenia																		
Porcja przydzielonej energii	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000
0	0,2	0,4	0,6	0,9	1,1	1,9	1,8	1,6	1,8	2,0	2,3	2,5	3,8	5,3	5,6	5,8	7,1	8,7	9,3	9,5	ĺ
50		0,7	0,9	1,1	1,4	1,6	2,4	2,3	2,1	2,3	2,5	2,8	3,0	4,3	5,8	6,1	6,3	7,6	9,2	9,8	10,0
100			1,4	1,6	1,8	2,1	2,3	3,1	3,0	2,8	3,0	3,2	3,5	3,7	5,0	6,5	6,8	7,0	8,3	9,9	10,5
150				2,2	2,4	2,6	2,9	3,1	3,9	3,8	3,6	3,8	4,0	4,3	4,5	5,8	7,3	7,6	7,8	9,1	10,7
200					2,7	2,9	3,1	3,4	3,6	4,4	4,3	4,1	4,3	4,5	4,8	5,0	6,3	7,8	8,1	8,3	
250						3,4	3,6	3,8	4,1	4,3	5,1	5,0	4,8	5,0	5,2	5,5	5,7	7,0	8,5	8,8	9,0
300							2,1	2,3	2,5	2,8	3,0	3,8	3,7	3,5	3,7	3,9	4,2	4,4	5,7	7,2	7,5
350								1,5	1,7	1,9	2,2	2,4	3,2	3,1	2,9	3,1	3,3	3,6	3,8	5,1	6,6
400																					
450																					
500																					
550																					
600																					
650																					
700																					
750																					
800																					
850	-	$\overline{}$																			
900																					
950																					<b>—</b>
1000																					
MIN VALUES	0.2	0.4	0.6	0.9	1.1	1.6	1.8	1.5	1.7	1.9	2.2	2.4	3.0	3.1	2.0	2.1	2.2	2.6	2.0	E 1	
IVIIIV VALUES	0,2	0,4	0,6	0,9	1,1	1,6	1,8	1,5	1,/	1,9	2,2	2,4	3,0	3,1	2,9	3,1	3,3	3,6	3,8	5,1	6,6

Rysunek 10 Macierz rozdzieleń energii dla elektrowni nr 6.

E5																					
	Porcja ene	ergii do prz	ydzielenia																		
Porcja przydzielonej energii	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000
0	0,2	0,4	0,6	0,9	1,1	1,6	1,8	1,5	1,7	1,9	2,2	2,4	3,0	3,1	2,9	3,1	3,3	3,6	3,8	5,1	6,6
50		0,3	0,5	0,7	1,0	1,2	1,7	1,9	1,6	1,8	2,0	2,3	2,5	3,1	3,2	3,0	3,2	3,4	3,7	3,9	5,2
100			0,6	0,8	1,0	1,3	1,5	2,0	2,2	1,9	2,1	2,3	2,6	2,8	3,4	3,5	3,3	3,5	3,7	4,0	4,2
150				0,9	1,1	1,3	1,6	1,8	2,3	2,5	2,2	2,4	2,6	2,9	3,1	3,7	3,8	3,6	3,8	4,0	4,3
200					1,0	1,2	1,4	1,7	1,9	2,4	2,6	2,3	2,5	2,7	3,0	3,2	3,8	3,9	3,7	3,9	4,1
250						1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,5	2,7	2,4	2,6	2,8	3,1	3,3	3,9	4,0	3,8	4,0
300							1,3	1,5	1,7	2,0	2,2	2,7	2,9	2,6	2,8	3,0	3,3	3,5	4,1	4,2	4,0
350								1,5	1,7	1,9	2,2	2,4	2,9	3,1	2,8	3,0	3,2	3,5	3,7	4,3	4,4
400																					
450																					
500																					
550																					
600																					
650																					
700																					
750																					
800																					
850																					
900																					
950																					
1000																					
MIN VALUES	0,2	0,3	0,5	0,7	1,0	1,1	1,3	1,5	1,6	1,8	2,0	2,3	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,7	3,8	4,0

Rysunek 11 Macierz rozdzieleń energii dla elektrowni nr 5.

E4																					
	Porcja ene	ergii do prz																			
Porcja przydzielonej energii	0	50			200	250		350	400		500	550	600	650	700	750	800		900	950	1000
0	0,5			-	1,3			1,8	1,9		2,3	2,6	2,7	2,9		3,3	3,5		4,0	4,1	4,3
50		1,9	_	-	2,4	2,7		3,0	3,2	3,3	3,5		4,0	4,1	4,3	4,5	4,7	-	5,1	5,4	5,5
100			2,7	2,8	3,0	3,2	-	3,6	3,8	4,0	4,1	4,3	4,5	4,8	4,9	5,1	5,3	-	5,7	5,9	6,2
150				3,8	3,9	4,1	_	4,6	4,7		5,1		5,4	5,6		6,0	6,2		6,6	6,8	7,0
200					4,3	4,4	4,6	4,8	5,1	5,2	5,4	5,6	5,7	5,9	6,1	6,4	6,5	-	6,9	7,1	7,3
250						4,7	-	5,0	5,2	5,5	5,6		6,0	6,1	6,3	6,5	6,8		7,1	7,3	7,5
300							5,1	5,2	5,4	5,6	5,9		6,2	6,4	6,5	6,7	6,9		7,3	7,5	7,7
350								5,2	5,3	5,5	5,7	6,0	6,1	6,3	6,5	6,6	6,8	-	7,3	7,4	7,6
400									5,3	5,4	5,6		6,1	6,2	6,4	6,6	6,7	-	7,1	7,4	7,5
450										3,8	3,9	4,1	4,3	4,6	4,7	4,9	5,1	5,2	5,4	5,6	5,9
500											2,6	2,7	2,9	3,1	3,4	3,5	3,7	3,9	4,0	4,2	4,4
550																					
600																					
650																					
700																				$\rightarrow$	
750																					
800 850																					
900																					
950																					
1000																					
1000																					
MIN VALUES	0,5	0,6	0,8	1,0	1,3	1,4	1,6	1,8	1,9	2,1	2,3	2,6	2,7	2,9	3,1	3,3	3,5	3,7	4,0	4,1	4,3

Rysunek 12 Macierz rozdzieleń energii dla elektrowni nr 4.

																					$\overline{}$
E3																					
	Porcja ene	ergii do prz	ydzielenia																		
Porcja przydzielonej energii	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000
0	0,9	1,0	1,2	1,4	1,7	1,8	2,0	2,2	2,3	2,5	2,7	3,0	3,1	3,3	3,5	3,7	3,9	4,1	4,4	4,5	4,7
50		2,8	2,9	3,1	3,3	3,6	3,7	3,9	4,1	4,2	4,4	4,6	4,9	5,0	5,2	5,4	5,6	5,8	6,0	6,3	6,4
100			3,8	3,9	4,1	4,3	4,6	4,7	4,9	5,1	5,2	5,4	5,6	5,9	6,0	6,2	6,4	6,6	6,8	7,0	7,3
150				3,9	4,0	4,2	4,4	4,7	4,8	5,0	5,2	5,3	5,5	5,7	6,0	6,1	6,3	6,5	6,7	6,9	7,1
200					4,0	4,1	4,3	4,5	4,8	4,9	5,1	5,3	5,4	5,6	5,8	6,1	6,2	6,4	6,6	6,8	7,0
250						4,3	4,4	4,6	4,8	5,1	5,2	5,4	5,6	5,7	5,9	6,1	6,4	6,5	6,7	6,9	7,1
300							4,4	4,5	4,7	4,9	5,2	5,3	5,5	5,7	5,8	6,0	6,2	6,5	6,6	6,8	7,0
350								4,6	4,7	4,9	5,1	5,4	5,5	5,7	5,9	6,0	6,2	6,4	6,7	6,8	7,0
400									5,3	5,4	5,6	5,8	6,1	6,2	6,4	6,6	6,7	6,9	7,1	7,4	7,5
450										3,4	3,5	3,7	3,9	4,2	4,3	4,5	4,7	4,8	5,0	5,2	5,5
500											3,0	3,1	3,3	3,5	3,8	3,9	4,1	4,3	4,4	4,6	4,8
550																					
600																					
650																					
700																					
750																					
800																					
850																					
900																					
950																					
1000																					
MIN VALUES	0,9	1,0	1,2	1,4	1,7	1,8	2,0	2,2	2,3	2,5	2,7	3,0	3,1	3,3	3,5	3,7	3,9	4,1	4,4	4,5	4,7

Rysunek 13 Macierz rozdzieleń energii dla elektrowni nr 3.

E2																					
	Porcja ene	rgii do prz	ydzielenia																		
Porcja przydzielonej energii	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000
0	1,0	1,1	1,3	1,5	1,8	1,9	2,1	2,3	2,4	2,6	2,8	3,1	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0	4,2	4,5	4,6	4,8
50		1,2	1,3	1,5	1,7	2,0	2,1	2,3	2,5	2,6	2,8	3,0	3,3	3,4	3,6	3,8	4,0	4,2	4,4	4,7	4,8
100			2,0	2,1	2,3	2,5	2,8	2,9	3,1	3,3	3,4	3,6	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	5,2	5,5
150				3,1	3,2	3,4	3,6	3,9	4,0	4,2	4,4	4,5	4,7	4,9	5,2	5,3	5,5	5,7	5,9	6,1	6,3
200					4,7	4,8	5,0	5,2	5,5	5,6	5,8	6,0	6,1	6,3	6,5	6,8	6,9	7,1	7,3	7,5	7,7
250						6,0	6,1	6,3	6,5	6,8	6,9	7,1	7,3	7,4	7,6	7,8	8,1	8,2	8,4	8,6	8,8
300							7,2	7,3	7,5	7,7	8,0	8,1	8,3	8,5	8,6	8,8	9,0	9,3	9,4	9,6	9,8
350								6,4	6,5	6,7	6,9	7,2	7,3	7,5	7,7	7,8	8,0	8,2	8,5	8,6	8,8
400									5,0	5,1	5,3	5,5	5,8	5,9	6,1	6,3	6,4	6,6	6,8	7,1	7,2
450										4,1	4,2	4,4	4,6	4,9	5,0	5,2	5,4	5,5	5,7	5,9	6,2
500											3,2	3,3	3,5	3,7	4,0	4,1	4,3	4,5	4,6	4,8	5,0
550																					
600																					
650																					
700																					
750																					
800																					
850																					
900																					
950																					
1000																					
MIN VALUES	1,0	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	2,1	2,3	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0	4,2	4,4	4,6	4,8

Rysunek 14 Macierz rozdzieleń energii dla elektrowni nr 2.

E1																					
Porcja energii do przydzielenia																					
Porcja przydzielonej energii	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000
0	1,2	1,3	1,5	1,7	1,9	2,1	2,3	2,5	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0
50		2,3	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,7	3,9	4,1	4,3	4,5	4,7	4,9	5,1	5,3	5,5	5,7	5,9
100			3,2	3,3	3,5	3,7	3,9	4,1	4,3	4,5	4,6	4,8	5,0	5,2	5,4	5,6	5,8	6,0	6,2	6,4	6,6
150				2,1	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,5	3,7	3,9	4,1	4,3	4,5	4,7	4,9	5,1	5,3
200					3,2	3,3	3,5	3,7	3,9	4,1	4,3	4,5	4,6	4,8	5,0	5,2	5,4	5,6	5,8	6,0	6,2
250						4,3	4,4	4,6	4,8	5,0	5,2	5,4	5,6	5,7	5,9	6,1	6,3	6,5	6,7	6,9	7,1
300							5,0	5,1	5,3	5,5	5,7	5,9	6,1	6,3	6,4	6,6	6,8	7,0	7,2	7,4	7,6
350								5,9	6,0	6,2	6,4	6,6	6,8	7,0	7,2	7,3	7,5	7,7	7,9	8,1	8,3
400									4,5	4,6	4,8	5,0	5,2	5,4	5,6	5,8	5,9	6,1	6,3	6,5	6,7
450										3,9	4,0	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	5,2	5,3	5,5	5,7	5,9
500											3,2	3,3	3,5	3,7	3,9	4,1	4,3	4,5	4,6	4,8	5,0
550																					
600																					
650																					
700																					
750																					
800																					
850																					
900																					
950																					
1000																					
MIN VALUES	1.2	1.3	1.5	1.7	1,9	2,1	2,3	2,5	2,6	2.8	3,0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4,4	4.6	4.8	5,0
WIIIV VALUES	1,2	1,5	1,5	1,/	1,9	2,1	2,3	2,5	2,0	2,0	3,0	3,2	3,4	3,0	3,8	4,0	4,2	4,4	4,0	4,0	5,0

Rysunek 15 Macierz rozdzieleń energii dla elektrowni nr 1.

Po wyznaczeniu macierzy emisji dla wszystkich elektrowni wybieramy optymalną wartość emisji dla elektrowni nr 1 dla porcji energii do przydzielenia odpowiadającej naszemu sumarycznemu zapotrzebowaniu do rozdzielenia. Zatem wartość tą wybieramy z ostatniej kolumny:

1000
5,0
5,9
6,6
5,3
6,2
7,1
7,6
8,3
6,7
5,9
5,0

Rysunek 16 Kolumna odpowiadająca zakładanemu zapotrzebowaniu energetycznemu - początek rozwiązania w przód.

W kolumnie te znajdują się dwie komórki, które przechowują najmniejszą wartość współczynnika emisji NOx, zatem wybieramy dowolną z nich. Następnie poruszamy się do kolejnej elektrowni (nr 2) i wybieramy optymalny dla niej współczynnik emisji z kolumny, która odpowiada porcji energii pozostałej do rozdzielenia – czyli zależy od tego ile mieliśmy do rozdzielenia energii na początku oraz jaką część tej energii przydzieliliśmy do elektrowni nr 1. Analogicznie przemieszczamy się do kolejnej elektrowni aż dojdziemy do elektrowni nr 10. Łańcuch poszczególnych rozdziałów energii, który wykonaliśmy aby dostać się do elektrowni nr 1 jest optymalnym rozdziałem energii pod kątem minimalizacji współczynnika emisji NOx.

### 5. Wyniki otrzymane w programie Matlab.

#### • 1000 MW

Dla zapotrzebowania równego 1000 MW otrzymaliśmy następujący optymalny rozdział energii:

```
Give me the level of energy demand: 1000
Minimum emission of Nox: 5

Optimal choice of power plants:
Power plant 1 power: 0 ,emission: 0.2
Power plant 2 power: 0 ,emission: 0.1
Power plant 3 power: 0 ,emission: 0.4
Power plant 4 power: 0 ,emission: 0.3
Power plant 5 power: 250 ,emission: 0.9
Power plant 6 power: 350 ,emission: 1.4
Power plant 7 power: 350 ,emission: 1.5
Power plant 8 power: 0 ,emission: 0
Power plant 9 power: 0 ,emission: 0
Power plant 10 power: 50 ,emission: 0.2
```

Rysunek 17 Otrzymane wyniki dla zapotrzebowania energetycznego na poziomie 1000 MW.

#### 2000 MW

Dla zapotrzebowania równego 2000 MW otrzymaliśmy następujący optymalny rozdział energii:

```
Give me the level of energy demand: 2000
Minimum emission of Nox: 9.1

Optimal choice of power plants:
Power plant 1 power: 500 ,emission: 2.2
Power plant 2 power: 0 ,emission: 0.1
Power plant 3 power: 0 ,emission: 0.4
Power plant 4 power: 500 ,emission: 2.4
Power plant 5 power: 250 ,emission: 0.9
Power plant 6 power: 350 ,emission: 1.4
Power plant 7 power: 350 ,emission: 1.5
Power plant 8 power: 0 ,emission: 0
Power plant 9 power: 0 ,emission: 0
Power plant 10 power: 50 ,emission: 0.2
```

Rysunek 18 Otrzymane wyniki dla zapotrzebowania energetycznego na poziomie 2000 MW.

#### • 3000 MW

Dla zapotrzebowania równego 3000 MW otrzymaliśmy następujący optymalny rozdział energii:

```
Give me the level of energy demand: 3000
Minimum emission of Nox: 13.4

Optimal choice of power plants:
Power plant 1 power: 500 ,emission: 2.2
Power plant 2 power: 500 ,emission: 2.3
Power plant 3 power: 500 ,emission: 2.5
Power plant 4 power: 500 ,emission: 2.4
Power plant 5 power: 250 ,emission: 0.9
Power plant 6 power: 350 ,emission: 1.4
Power plant 7 power: 350 ,emission: 1.5
Power plant 8 power: 0 ,emission: 0
Power plant 9 power: 0 ,emission: 0
Power plant 10 power: 50 ,emission: 0.2
```

Rysunek 19 Otrzymane wyniki dla zapotrzebowania energetycznego na poziomie 3000 MW.

#### 6. Podsumowanie

Metoda programowania dynamicznego sprawdziła się w zadaniu rozdziału zasobów na poszczególne elektrownie energetyczne pod kątem minimalizacji współczynnika emisji spalin NOx. Otrzymane wyniki sumarycznej emisji zanieczyszczeń są minimalne, zatem można uznać, że zaimplementowany kod w programie Matlab działa poprawnie.

Dzięki zaimplementowaniu algorytmu także w programie Microsoft Excell mogliśmy w znacznie łatwiejszy sposób pokazać istotę programowania dynamicznego oraz potwierdzić poprawność wyników otrzymanych z programu Matlab.

Parametryzacja programu pozwala na wprowadzenie dowolnego zapotrzebowania na energię (warunek, że musi być wielokrotnością liczby 50 MW), na podstawie którego program policzy odpowiedni rozdział energii na poszczególne elektrownie.

## 7. Bibliografia.

[1] prof. dr hab. Inż. Andrzej Ordys: Teoria i Metody Optymalizacji: Programowanie Dynamiczne.

[2] prof. Dr hab. Inż. Andrzej Ordys: Zaawansowane Techniki Sterowania: Sterowanie Optymalne.