

Optymalizacja Kombinatoryczna – CVRPTW

Metoda – ILS (Iterated Local Search)

Prowadzący – prof. Dr hab. inż. Maciej Drozdowski

Igor Simon – 155923

Bartłomiej Rudowicz – 155993

E-mail – igor.simon@student.put.poznan.pl

Data oddania sprawozdania:

1. Wstęp

CVRPTW jest problemem z klasy NP-trudnych. Ten problem zakłada, że każda dostawa musi być zrealizowana przez pojazd o ograniczonej pojemności, a każdy klient ma określony czas, w którym może być obsługiwany. Z racji, że problem jest wielokryterialny, celami kolejno są dopuszczalność rozwiązania, minimalizacja liczby ciężarówek, a następnie całkowity koszt.

Założenia są następujące:

- a) Poruszanie się po liniach prostych między klientami;
- b) Każdy klient odwiedzany jest tylko raz;
- c) Dane wejściowe są w formacie Solomona;
- d) Spełniane są ograniczenia dotyczące czasu oraz pojemności w wykonaniu obsługi klienta;
- e) Wynik programu jest zwracany do pliku „wynik.txt”;
- f) Przy braku dopuszczalności rozwiązania program zwraca -1;
- g) Przy dopuszczalnym rozwiązaniu program zwraca liczbę wykorzystanych ciężarówek, całkowity koszt trasy, a następnie każdą trasę, które są rozdzielane znakiem nowej linii.

2. Metoda rozwiązania problemu

Kryterium, według którego szukamy najlepszego rozwiązania jest minimalizacja wykorzystanej liczby ciężarówek, a następnej kolejności bierzemy pod uwagę jego koszt. Metodą, którą rozwiązujemy problem jest Iterated Local Search (ILS). Pierwotnym rozwiązaniem, które będziemy poprawiać, zostało wygenerowane jednokrotnie poprzez algorytm losowy. Przy tworzeniu tego jednokrotnego rozwiązania sprawdzamy jego dopuszczalność, by w razie niepoprawnych elementów móc natychmiast zakończyć działanie algorytmu. Przy dopuszczalności rozwiązania przechodzimy do „ulepszania” go.

Najpierw usuwamy daną liczbę ścieżek (która jest sparametryzowana) na 2 sposoby: greedy względem długości ścieżki (najkrótsze ścieżki są usuwane) oraz losowy. Sposób wyboru usunięcia ścieżki jest wybierany w sposób zrandomizowany, jednak prawdopodobieństwo wyboru danego sposobu jest sparametryzowane. Przez wykorzystanie 2 sposobów, unikamy jednocześnie utknięcia w lokalnym minimum oraz całkowitego zaburzenia aktualnego rozwiązania.

Proces budowania rozwiązania jest oparty na zburzonych elementach. Począwszy od losowego zburzonego klienta, sprawdzamy za każdym razem określoną liczbę najbliższych usuniętych klientów (w kolejności od najbliższego), czy jest możliwość dodania go do ścieżki. W przypadku, gdy kilka klientów jest równie blisko, wybierany jest losowy.

Natomiast jeżeli nie ma w zasięgu takiego klienta, ścieżka się kończy. Proces powtarza się, aż do wykorzystania wszystkich zburzonych klientów.

Ścieżki powstałe w ten sposób są następnie dołączane do obecnego rozwiązania, które, jeśli ma mniejszą liczbę przejazdów od zapisanego dotychczas najlepszego to jest nadpisywane jako to najlepsze. Jeśli po określonej liczbie zburzenia i stworzenia nowego rozwiązania algorytm nie znalazł żadnego bardziej zadowalającego rozwiązania, to cofa się do aktualnie najlepszego.

3. Złożoność obliczeniowa

Aby móc rozpocząć analizę złożoności przyjmijmy, że n to liczba klientów, k to liczba usuniętych łącznie klientów ze ścieżek, a q to liczba ścieżek w aktualnym rozwiązaniu.

Wczytywanie z pliku ma złożoność $O(n)$.

Aby przeanalizować złożoność obliczeniową naszej implementacji algorytmu rozbiliśmy całość na analizę trzech mniejszych problemów krok po kroku:

- a) Wygenerowanie bazowego rozwiązania losowego, które jest wykonywane jednokrotnie:
 - Mieszanie elementów - wykorzystując wbudowaną funkcję „shuffle” ten etap ma złożoność $O(n)$;
 - Rozdzielenie problemu na ścieżki - wykorzystując pojedynczą pętlę *for* oraz operacje porównujące osiągamy tutaj również złożoność $O(n)$;
- b) Burzenie ścieżek, które jest wykonywane co iterację:

Z racji, że burzymy korzystając z dwóch metod, które są wybierane co iterację losowo, podzielimy analizę na 2 metody:

 - Losowo
 - Zapis wszystkich usuniętych klientów ze wszystkich usuniętych ścieżek będzie uzależniony wyłącznie od liczby usuniętych klientów, więc złożoność wynosi $O(k)$;
 - Usunięcie zniszczonej ścieżki z aktualnego rozwiązania z pomocą funkcji *erase* ma złożoność $O(q)$, gdyż musi przesunąć późniejsze ścieżki z powodu usunięcia;
 - Greedy
 - Sortowanie z wykorzystaniem funkcji *sort* co iterację względem długości ścieżek ma złożoność $O(q \log q)$;
 - Zapis wszystkich usuniętych klientów ze wszystkich usuniętych ścieżek będzie uzależniony wyłącznie od liczby usuniętych klientów, więc złożoność wynosi $O(k)$;
 - Usunięcie zniszczonej ścieżki z aktualnego rozwiązania z pomocą funkcji *erase* ma złożoność $O(q)$, przesunąć późniejsze ścieżki z powodu usunięcia;
- c) Budowanie rozwiązania wykorzystując zburzone elementy co iterację:
 - Selekcja najbliższych klientów oraz dołączenie jednego do ścieżki metodą losową (jeżeli więcej niż jeden został włączony do listy wyboru) - $O(k)$, mimo, że maksymalnie jest sprawdzana dana liczba najbliższych klientów, to nie wpływa ona na złożoność tego etapu;

- Usunięcie wykorzystanego klienta z pomocą funkcji *erase* ma złożoność $O(k)$, ponieważ musi przesunąć później występujących klientów;
- Wszystkie usunięte elementy są wykorzystywane, więc te operacje wykonają się k razy;

Zapis do pliku ma złożoność $O(n)$, gdyż w najgorszym przypadku będzie musiał wypisać n ścieżek (czyli każda ścieżka wówczas ma 1 klienta).

4. Szczegóły pomiarowe

Jako ograniczenie czasowe przyjęliśmy 5 minut, gdyż taka wartość była sugerowana w treści zadania, jednak w celach pomiarowych może ono zostać zmienione.

Z racji, że między punktami, dla których dokonano pomiaru, nie ma żadnych innych pomiarów, zastosowaliśmy wykresy punktowe bez linii.

Pomiary były dokonywane pod względami:

- a) Rozwiązanie w czasie - dla czasów: 1 minuta, 3 minuty oraz 5 minut, pobieraliśmy aktualne najlepsze rozwiązanie, które było wykorzystywane do analizy;
- b) Liczba klientów, która narastała o 100;
- c) Po 200 iteracjach bez sukcesywnej poprawy rozwiązania wracaliśmy do aktualnie najlepszego. Nie kończymy pracy algorytmu, ponieważ ma aspekty, które są losowe, więc zawsze jest szansa na poprawę jakości rozwiązania, a tym samym rozwiązujemy problem utkwienia w lokalnym optimum albo całkowitego zaburzenia rozwiązania;
- d) Bazowym rozwiązaniem, które jest poprawiane, jest rozwiązanie z algorytmu losowego.

Testy były przeprowadzane na danych z pliku *rc21010.txt*

5. Parametryzacja w celu poprawy rozwiązania

„Tuning” był dokonywany na danych z pliku *rc21010.txt* i algorytm był realizowany z ograniczeniami czasowymi wynoszącymi minutę oraz 3 minuty o rozmiarach danych 100, 500 oraz 1000 trzykrotnie, by parametr był jak najbardziej uniwersalny. Zastosowaliśmy dłuższy czas pomiarowy w celach parametryzacji, gdyż algorytm nie tworzy nowego rozwiązania tylko poprawia aktualne, więc potrzebuje więcej czasu, by osiągnąć w miarę sensowne wyniki.

Naszymi parametrami, które konfigurowaliśmy były: wielkość burzenia, procentowa szansa na burzenie losowych ścieżek oraz maksymalna liczba klientów sprawdzanych przy wyznaczaniu najbliższego możliwego do dołączenia (sprawdzanie wszystkich klientów dawałoby najlepszy rezultat, lecz wymaga to zbyt dużego nakładu czasu).

Naszymi założeniami co do tuningu były:

- Dopasowywanie kolejnych parametrów, przy korzystaniu z uprzednio już wyznaczonych (jeśli jakiś parametr został już określony, ta wartość jest wykorzystywana przy dalszych pomiarach). W tym przypadku zdecydowaliśmy się na następującą kolejność:
 - I. Wielkość burzenia (% zburzonych ścieżek);
 - II. Procentowa szansa na burzenie losowych ścieżek;
 - III. Głębokość rekurencji;

Parametryzacja z porównywaniem wszystkich możliwych kombinacji byłaby lepsza, jednakże takich kombinacji byłoby zbyt wiele, aby rzetelnie przedstawić takie pomiary;

- Po wyborze potencjalnego parametru, który osiągał najlepsze wyniki w próbach, dodatkowa pojedyncza próba w czasie 5 minut dla 1000 klientów, by mieć pewność, że nie było to kwestią przypadku;
- Wybór parametru był dokonywany przy uwzględnieniu następujących czynników:
 - I. Większa uwaga była nakładana na wynik z próby 3 minut niż 1 minuty, gdyż ta metoda osiąga lepsze wyniki w czasie;
 - II. Uwzględnialiśmy w wyborze najlepszego parametru:
 - a) Rozrzut wyników, im wyniki z 3 prób były zbliżone do siebie, to wtedy ten parametr miał większą szansę na wybór;
 - b) Przeciętny wynik z 3 prób;
 - c) Najlepszy wynik z tych 3 prób;
 Największy priorytet wyboru miały wyniki spełniające warunki: I, II.a oraz II.b. W przypadku braku możliwości rozstrzygnięcia wyboru parametru z tych warunków kolejno były wykorzystywane warunki II.c, a potem wynik z próby 1 minuty.

Parametryzację zaczęliśmy od wielkości burzenia. Do wyznaczenia tego parametru, musieliśmy ustawić pozostałe na wartości bazowe. W tym przypadku zdecydowaliśmy się na kolejno wartości 50% dla szansy na burzenie drogą losową oraz 10 jako maksymalna liczba sprawdzanych najbliższych klientów. Poniżej znajdują się wyniki tej parametryzacji:

Liczba usuniętych klientów=10%		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	11	53	101	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	12	48	97	
	3	11	56	96	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	9	46	88	
	2	12	45	86	
	3	11	50	87	

Rys 1. (Wyniki dla Liczby usuniętych klientów=10%)

Liczba usuniętych klientów=11%		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	12	50	103	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	9	49	95	
	3	10	49	90	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	11	45	88	
	2	9	42	89	
	3	10	43	84	

Rys 2. (Wyniki dla Liczby usuniętych klientów=11%)

Liczba usuniętych klientów=12%		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	11	49	97	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	13	47	98	
	3	12	49	96	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	10	45	87	
	2	12	44	88	
	3	12	43	92	

Rys 3. (Wyniki dla Liczby usuniętych klientów=12%)

Liczba usuniętych klientów=13%		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	11	53	96	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	11	51	99	
	3	10	46	90	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	9	44	87	
	2	11	43	89	
	3	10	42	83	

Rys 4. (Wyniki dla Liczby usuniętych klientów=13%)

Liczba usuniętych klientów=14%		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	11	47	103	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	12	51	93	
	3	10	48	97	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	11	46	90	
	2	9	47	86	
	3	10	47	91	

Rys 5. (Wyniki dla Liczby usuniętych klientów=14%)

Jak można zaobserwować, z priorytetem na próby trwające 3 minuty, najlepiej wypada liczba usuniętych klientów wynosząca 13%. Ze względu na elementy losowości zawarte w algorytmie, wszystkie próby mogą się nieznacznie różnić od siebie.

Aby być pewnym wyboru parametru, to przed ostatecznym wyborem oraz konfiguracją przeprowadziliśmy pojedyncze testy 5-minutowe dla 1000 klientów. Poniżej są ich wyniki:

- 10% - 86 ciężarówek;
- 11% - 84 ciężarówki;
- 12% - 87 ciężarówek;
- 13% - 81 ciężarówek;
- 14% - 88 ciężarówek;

Również z tej próby wynika, że najlepiej zachowuje się parametr wynoszący 13%, więc dokonaliśmy takiego wyboru, jako najlepsza wartość dla tego parametru.

Następnie przeszliśmy do wyznaczanie szansy na wybór usuwania ścieżek metodą losową. Tutaj bazowymi parametrami były wielkość burzenia, która została sparametryzowana z wartością 13% oraz liczba sprawdzanych najbliższych klientów o wartości 10.

Szansa na metodę usuwania losowego=40%		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	11	51	94	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	9	50	101	
	3	13	47	98	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	11	44	90	
	2	9	47	93	
	3	11	42	92	

Rys 6. (Wyniki dla szansy na metodę usuwania losowego=40%)

Szansa na metodę usuwania losowego=50%		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	11	53	96	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	11	51	99	
	3	10	46	90	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	9	44	87	
	2	11	43	89	
	3	10	42	83	

Rys 7. (Wyniki dla szansy na metodę usuwania losowego=50%)

Szansa na metodę usuwania losowego=60%		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	11	46	93	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	11	47	91	
	3	12	50	98	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	11	42	91	
	2	10	43	91	
	3	11	45	90	

Rys 8. (Wyniki dla szansy na metodę usuwania losowego=60%)

Szansa na metodę usuwania losowego=70%		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	11	49	90	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	13	48	91	
	3	11	46	94	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	10	43	87	
	2	11	45	90	
	3	10	44	92	

Rys 9. (Wyniki dla szansy na metodę usuwania losowego=70%)

Z tych wyników można wywnioskować, że najlepiej zachowuje się parametr z szansą 50% na metodę usuwania losowych ścieżek. Aby się utwierdzić w tym, poniżej znajdują się pojedyncze pomiary z ograniczeniem 5 minut dla 1000 klientów:

- 40% - 89 ciężarówek;
- 50% - 81 ciężarówek;
- 60% - 85 ciężarówek;
- 70% - 85 ciężarówek;

Tutaj również najlepiej wypadł parametr 50%, więc dokonaliśmy takiego wyboru. Wpadł on najlepiej, ponieważ zachowuje gwarancję na wykorzystanie różnych metod usuwania mając możliwość operacji na różnych klientach. Tym samym unika zapadnięcia w lokalne optimum albo duże zaburzenie rozwiązania nie „faworyzując” żadnego sposobu usuwania.

Najobszerniejsze badania zostały wykonane dla liczby sprawdzanych najbliższych klientów. Tym samym musimy znaleźć idealny stosunek czasu przeszukania do jego efektywności. Mając małą liczbę, szukanie wykonywałoby się bardzo szybko, jednakże kosztem niedokładności rozwiązania przez zbyt mały zasięg przeszukania (częściej zwracałoby brak możliwego do dołączenia klienta). Natomiast mając zbyt dużą liczbę, program znalazłby dość dokładne rozwiązanie, jednak często bardzo dużym kosztem czasu, tym samym wykonując mniejszą liczbę iteracji. Często ta dokładność mogłaby nie być wykorzystana przez brak możliwości dołączenia jakiegokolwiek elementu.

Jako bazowe parametry wykorzystaliśmy już wyznaczone:

- 13% wielkości burzenia;
- 50% szans na burzenie ścieżek metodą losową;

Poniżej znajdują się wyniki tej parametryzacji:

Głębokość rekurencji=8		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	12	52	101	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	10	52	103	
	3	12	50	99	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	12	45	94	
	2	10	48	97	
	3	11	48	94	

Rys 10. (Głębokość rekurencji=8)

Głębokość rekurencji=9		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	13	50	102	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	11	45	103	
	3	12	49	101	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	13	44	98	
	2	11	43	90	
	3	11	44	99	

Rys 11. (Głębokość rekurencji=9)

Głębokość rekurencji=10		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	11	53	96	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	11	51	99	
	3	10	46	90	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	9	44	87	
	2	11	43	89	
	3	10	42	83	

Rys 12. (Głębokość rekurencji=10)

Głębokość rekurencji=11		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	12	49	92	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	13	46	92	
	3	12	47	90	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	11	45	85	
	2	11	43	89	
	3	9	43	87	

Rys 12. (Głębokość rekurencji=11)

Głębokość rekurencji=12		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	13	46	91	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	11	51	85	
	3	11	48	92	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	13	44	83	
	2	11	44	84	
	3	10	42	87	

Rys 13. (Głębokość rekurencji=12)

Głębokość rekurencji=13		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	12	45	89	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	13	49	92	
	3	11	44	92	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	12	41	82	
	2	12	44	87	
	3	11	37	79	

Rys 14. (Głębokość rekurencji=13)

Głębokość rekurencji=14		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	11	48	91	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	13	46	85	
	3	12	46	85	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	11	41	78	
	2	10	41	85	
	3	11	39	78	

Rys 15. (Głębokość rekurencji=14)

Głębokość rekurencji=15		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	13	44	87	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	12	44	82	
	3	12	40	82	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	12	40	81	
	2	11	40	71	
	3	11	35	77	

Rys 16. (Głębokość rekurencji=15)

Głębokość rekurencji=16		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	11	47	79	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	10	43	82	
	3	11	38	83	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	11	43	74	
	2	10	42	77	
	3	9	36	81	

Rys 17. (Głębokość rekurencji=16)

Głębokość rekurencji=17		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	12	44	82	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	11	45	79	
	3	11	41	79	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	10	42	75	
	2	11	41	71	
	3	10	40	67	

Rys 18. (Głębokość rekurencji=17)

Głębokość rekurencji=18		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	13	43	82	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	12	45	80	
	3	11	43	75	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	10	38	75	
	2	11	40	73	
	3	9	38	74	

Rys 19. (Głębokość rekurencji=18)

Głębokość rekurencji=19		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	11	41	81	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	10	43	74	
	3	12	42	78	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	11	35	72	
	2	10	41	69	
	3	9	39	68	

Rys 20. (Głębokość rekurencji=19)

Głębokość rekurencji=20		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	12	44	73	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	11	43	77	
	3	11	44	71	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	9	36	71	
	2	10	36	69	
	3	11	40	68	

Rys 21. (Głębokość rekurencji=20)

Głębokość rekurencji=21		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	11	39	74	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	9	43	76	
	3	13	41	78	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	10	36	68	
	2	9	38	68	
	3	11	37	70	

Rys 22. (Głębokość rekurencji=21)

Głębokość rekurencji=22		Liczba uwzględnionych klientów			
		100	500	1000	
Próba badawcza w czasie 1 min	1	11	45	79	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	11	37	78	
	3	13	43	78	
Próba badawcza w czasie 3 min	1	11	38	70	
	2	9	37	76	
	3	11	41	71	

Rys 23. (Głębokość rekurencji=22)

Po uwzględnieniu wszystkich czynników wymienionych na początku tego punktu, najlepiej zachowuje się głębokość rekurencji o wartości 21, jednak bardzo bliski wyboru był też parametr o wartości 20. Jeszcze przed finalnym wyborem, by wybór był zdecydowany, został dokonany pojedynczy test 5-minutowy 1000 klientów. Poniżej znajdują się wyniki tej próby:

- 8 - 93 ciężarówki;
- 9 - 91 ciężarówek;
- 10 - 82 ciężarówki;
- 11 - 86 ciężarówek;
- 12 - 80 ciężarówek;
- 13 - 77 ciężarówek;
- 14 - 76 ciężarówek;
- 15 - 70 ciężarówek;
- 16 - 73 ciężarówki;
- 17 - 70 ciężarówek;
- 18 - 74 ciężarówki;
- 19 - 69 ciężarówek;
- 20 - 67 ciężarówek;
- 21 - 62 ciężarówki;
- 22 - 71 ciężarówki;

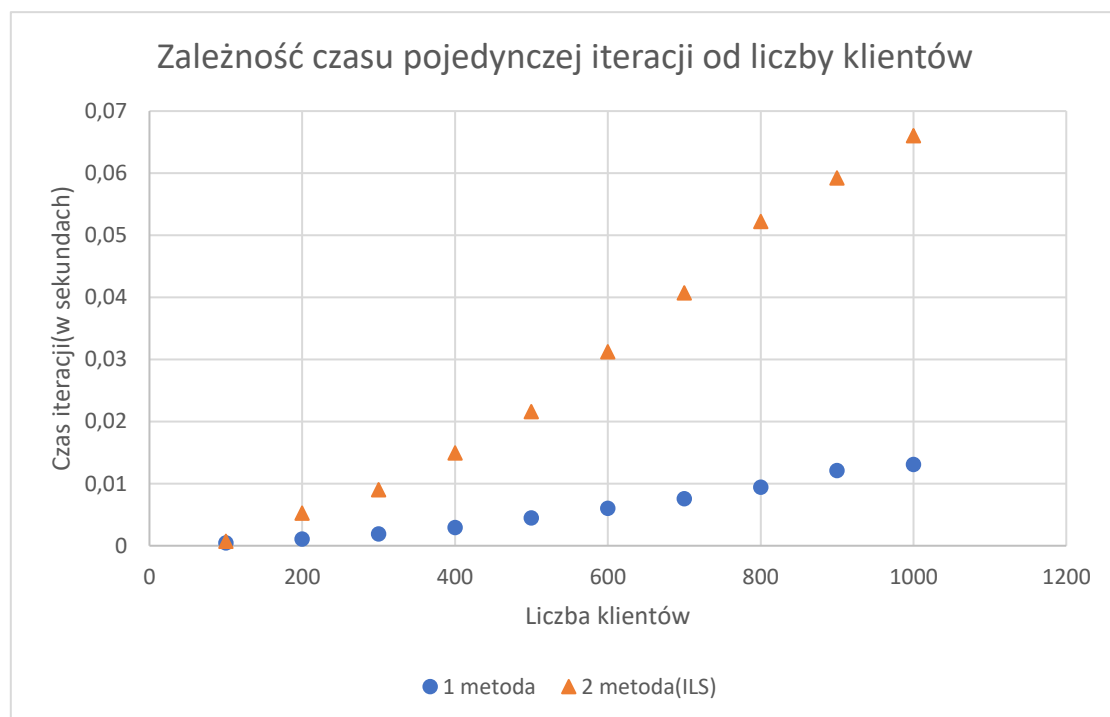
Teraz wyraźnie widać, że parametr o wartości 21 zwrócił lepszy wynik od parametru o wartości 20, więc ta wartość została wybrana jako najlepsza.

6. Ocena porównawcza jakości i czasu I oraz II metody

Do porównania efektywności czasowej obu metod wykorzystujemy zależność czasu od liczby klientów dla pojedynczej iteracji.

Liczba klientów	Czas pojedynczej iteracji	
	1 metoda	2 metoda (ILS)
100	0,000437	0,000727
200	0,001059	0,005254
300	0,001925	0,009033
400	0,002939	0,014971
500	0,004455	0,021586
600	0,006048	0,031252
700	0,007564	0,040737
800	0,009449	0,052224
900	0,012097	0,059231
1000	0,013067	0,066057

Rys 24. (Tabela przedstawiająca czas pojedynczej iteracji dla danej liczby klientów)

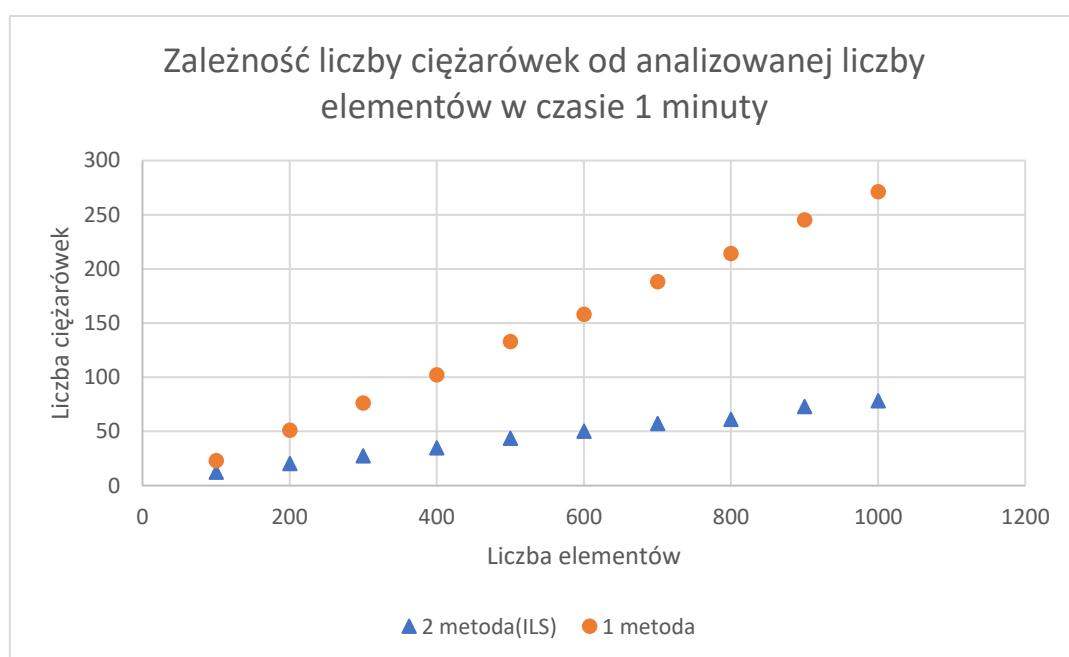


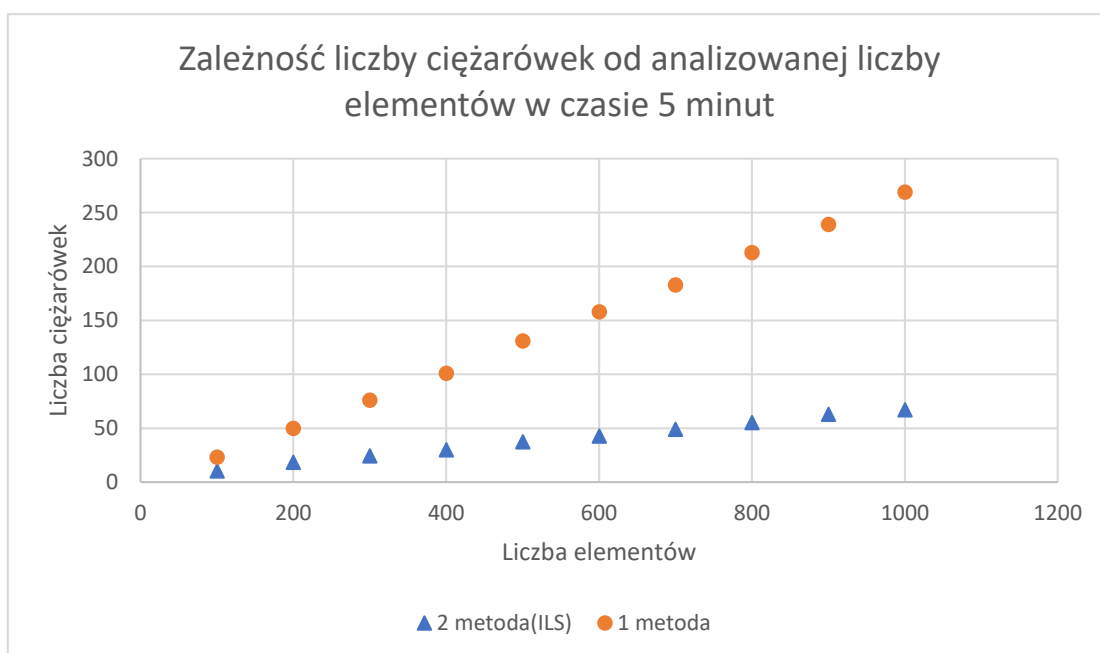
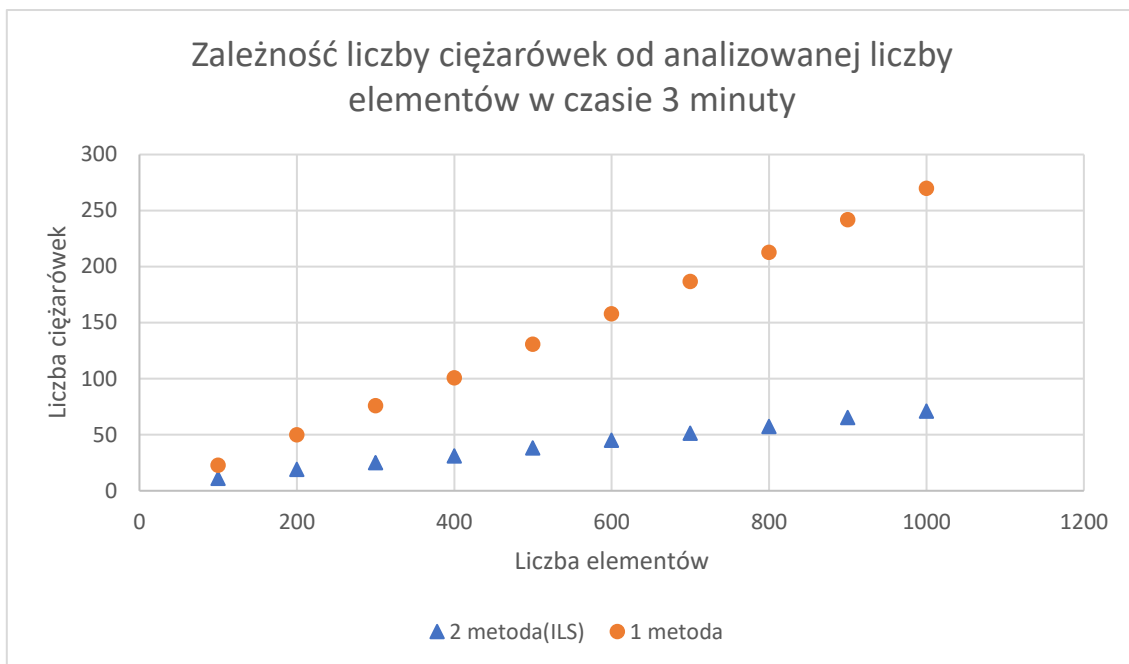
Jak można zaobserwować, czas iteracji metody ILS jest dłuższy niż dla sparametryzowanego algorytmu losowego, a ta różnica zwiększa się parokrotnie wraz z narastającą liczbą klientów. Wynika to z większej liczby operacji, porównań, która została zastosowana w algorytmie ILS.

Do porównania jakości obu metod wykorzystaliśmy limity czasowe wynoszące kolejno: 1 minutę, 3 minuty oraz 5 minut. Dla pierwszej metody nie uwzględniliśmy rozrzutu wyników, gdyż wtedy nie był wymagany. Dla drugiej metody w tym punkcie przedstawiliśmy wyniki jako średnia z 4 pomiarów oraz wyznaczone odchylenie standardowe z tych 4 pomiarów (które będzie na wykresie jako słupek błędu).

Liczba elementów	Liczba ciężarówek					
	1 metoda w czasie			2 metoda (ILS) w czasie		
	1 minuta	3 minuty	5 minut	1 minuta	3 minuty	5 minut
100	23	23	23	12,25±0,4330127	11,25±0,8291562	10,25±1,0897247
200	51	50	50	20,25±0,8291562	19,25±1,0897247	18,5±1,118034
300	76	76	76	27,5±1,5	25,25±0,8291562	24,25±0,4330127
400	102	101	101	34,75±3,1124749	31,25±3,2691742	30±3,2403703
500	133	131	131	43,5±1,118034	38,25±2,0463382	37,25±1,2990381
600	158	158	158	50±1	45,25±0,8291562	42,75±0,4330127
700	188	187	183	57,25±1,2990381	51,5±1,118034	49±1,4142136
800	214	213	213	61±3,082207	57,5±1,8027756	55,25±2,0463382
900	245	242	239	72,75±2,4874686	65,5±2,2912878	63±1
1000	271	270	269	78,25±3,2691742	71,25±1,0897247	67±1,8708287

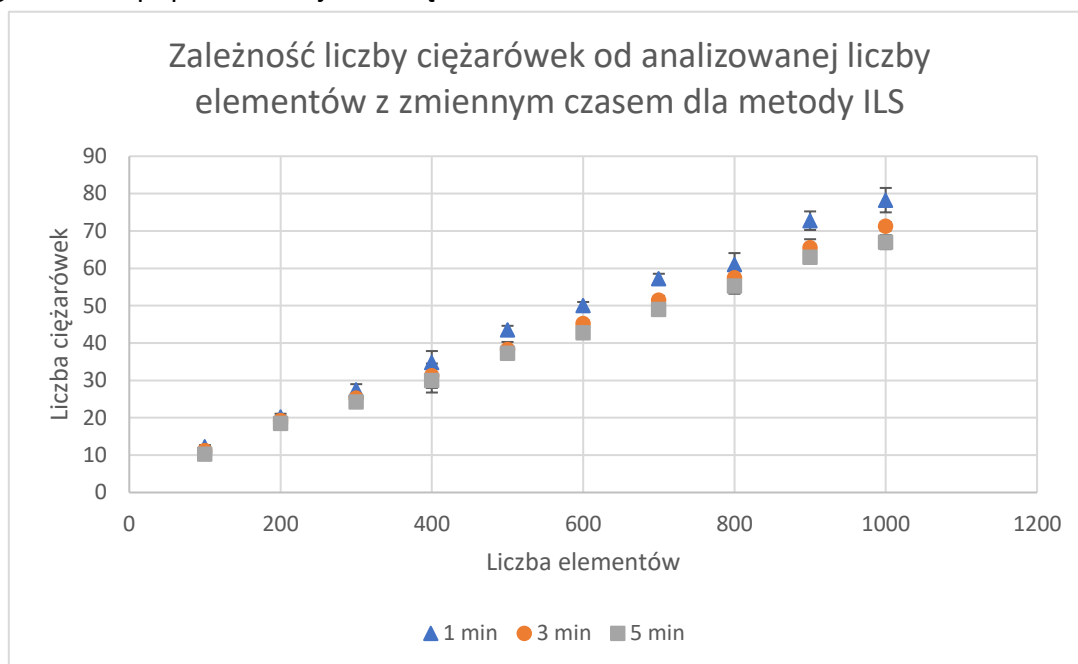
Rys 25.(Tabela przedstawiająca liczbę ciężarówek dla ograniczeń czasowych, metody oraz liczby elementów)





Jak można zauważyć, w każdym ograniczeniu czasowym metoda ILS radzi sobie dużo lepiej od sparametryzowanego algorytmu losowego. Im więcej elementów jest uwzględnianych, tym większa jest różnica w wykorzystanych ciężarówkach. Taka dysproporcja wyników wynika z tego, że algorytm wykorzystany w pierwszej metodzie działa na dużo większym zakresie wykorzystując losowość, przez co ciężko jest uzyskać dobre rozwiązanie. Natomiast ILS pomimo wykorzystywania losowości, wykorzystuje ją w inteligentny sposób oraz na mniejszym zakresie elementów, tym samym dając lepsze rozwiązanie.

Z racji, że odchylenie standardowe zaznaczone na wykresie nie jest widoczne ze względu na zbyt dużą dysproporcję wyników, postanowiliśmy również porównać, jak bardzo druga metoda poprawia swoje rozwiązanie w czasie.



Z wykresu wynika, że rozwiązanie poprawia się w czasie. Dla mniejszej liczby elementów poprawa jest mniejsza, jednak z uwzględnianiem większej liczby klientów, jest znacznie bardziej zauważalna.

Wyniki każdej próby zostaną przedstawione w kolejnym punkcie, podejmując tym samym ich analizę.

Również porównaliśmy koszt trasy dla każdej metody. Poniżej znajdują się rezultaty:

Liczba elementów	Koszt trasy		
	1 metoda w czasie		
	1 minuta	3 minuty	5 minut
100	109065.36041618	109065.36041618	109065.36041618
200	254846.75791441	249301.07492181	249301.07492181
300	371579.71220116	371579.71220116	371579.71220116
400	488279.25060515	488075.10309376	488075.10309376
500	615277.89264012	611390.99364990	611390.99364990
600	725099.29244135	725099.29244135	725099.29244135
700	844266.99827799	841261.59153990	835663.13974476
800	964895.06789853	966219.05125326	966219.05125326
900	1076795.52205735	1073082.00854596	1075684.89204564
1000	1191621.35084952	1189976.09016723	1191908.42197790

Rys 26.(Koszty trasy dla 1 metody)

	Koszt trasy		
	2 metoda (ILS) w czasie		
Liczba elementów	1 minuta	3 minuty	5 minut
100	52278,33739±2485,77304	51242,50521±3109,4244	50070,61186±3731,26302
200	84137,09027±5493,06935	83076,10935±6350,16353	81113,6118±5115,45233
300	118126,40088±4829,47821	110570,66129±2443,28823	108359,59443±1222,35269
400	143660,91029±11780,49182	133880,56183±14373,03339	130180,17943±13660,58759
500	176345,44888±2996,41693	162850,90046±11242,7741	160966,37073±10853,68733
600	204170,21649±3690,94103	191679,11658±4594,73542	184370,8384±6671,1013
700	229960,63056±6096,81118	211575,04288±6746,5834	207828,19771±7557,8969
800	243486,7112±9378,78356	232229,29878±4854,88531	228548,06607±6318,22214
900	300251,71589±8153,15738	277401,73118±13047,73184	268062,87301±6393,75574
1000	323981,34007±19803,68184	294745,67529±12671,71544	282047,43815±14644,40423

Rys 27. (Koszty trasy dla 2 metody (ILS))

Jak można zauważyć, przeciętny koszt trasy jest mniejszy w metodzie ILS. Również można zauważyć, że z większym ograniczeniem czasowym, koszt sukcesywnie maleje.

7. Rozrzut wyników

W tym punkcie będziemy się przyglądać wyłącznie metodzie ILS oraz liczbie ciężarówek. Nie podejmujemy się analizy kosztu trasy, gdyż nie jest to kryterium z większym priorytetem, tym samym z tej analizy nic by nie wynikało.

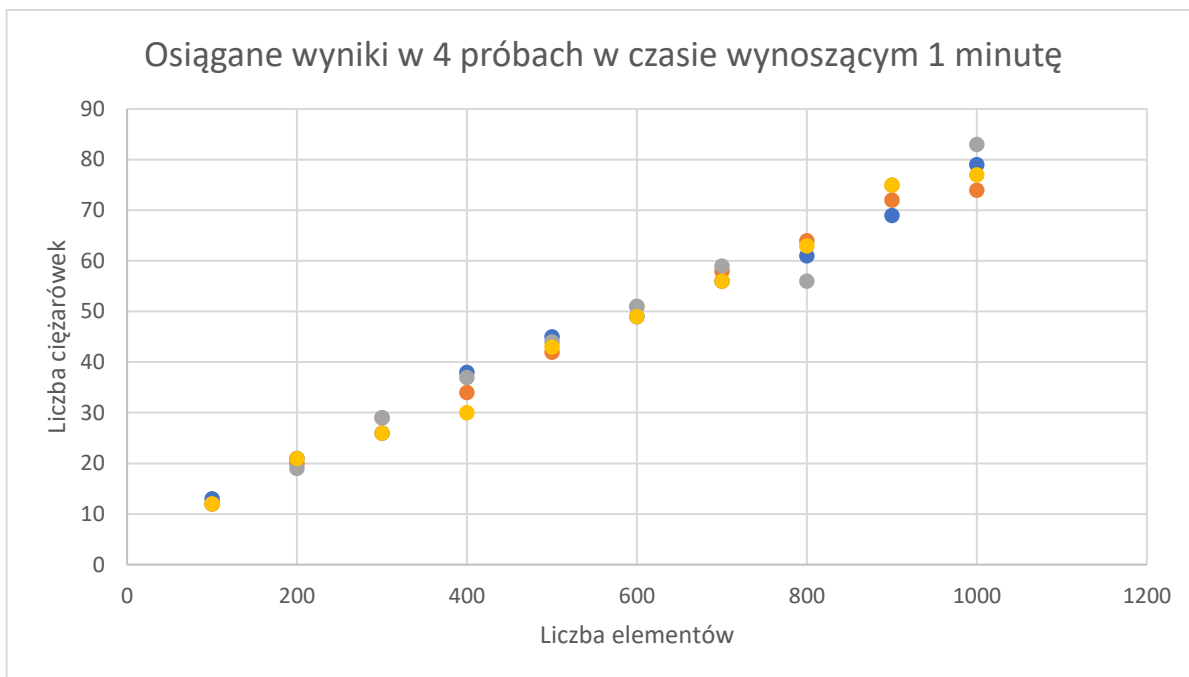
Przeprowadziliśmy łącznie 4 próby dla każdego analizowanego ograniczenia czasowego w punkcie powyżej. Procentowy rozrzut między minimalną, a maksymalną liczbą ciężarówek postanowiliśmy przedstawić jako:

$$100\% - \left(\frac{\text{Minimalna liczba ciężarówek}}{\text{Maksymalna liczba ciężarówek}} * 100\% \right)$$

Natomiast na wykresach przedstawimy wyłącznie wszystkie wyniki prób dla ograniczeń czasowych.

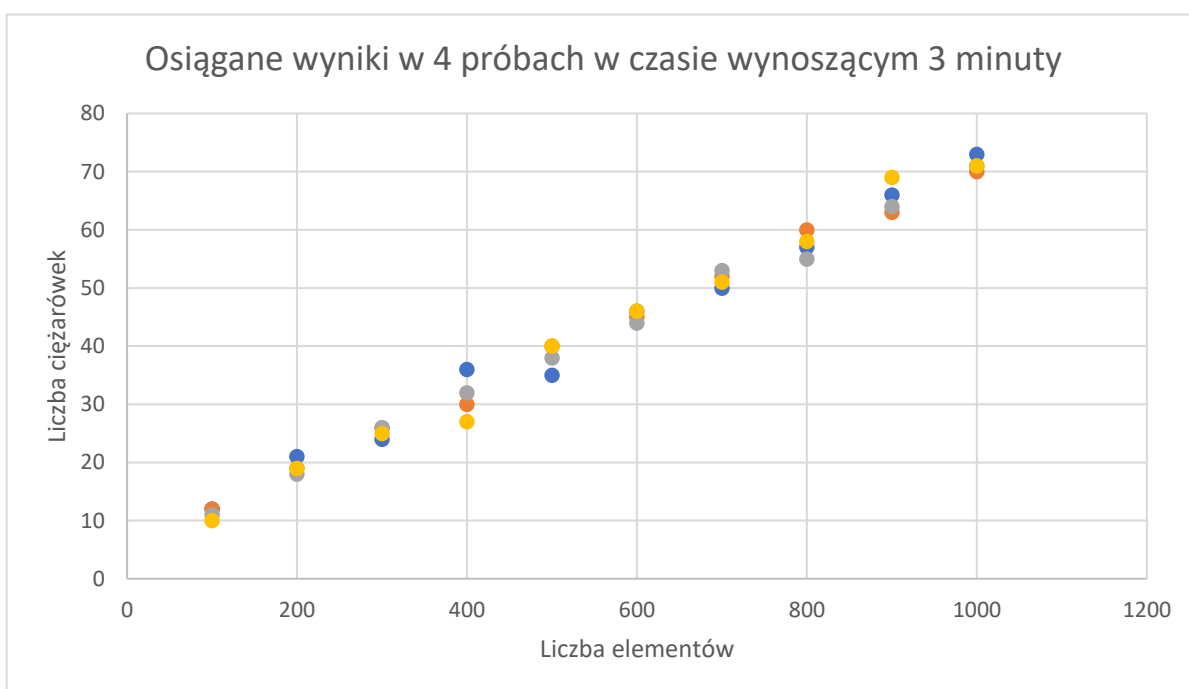
Czas próby=1 min		100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
Numer próby	1	13	21	26	38	45	49	56	61	69	79	
	2	12	20	29	34	42	51	58	64	72	74	
	3	12	19	29	37	44	51	59	56	75	83	
	4	12	21	26	30	43	49	56	63	75	77	
	% rozrzut	7,69%	9,52%	10,34%	21,05%	6,67%	3,92%	5,08%	12,50%	8,00%	10,84%	

Rys 28. (Tabela przedstawiająca rozrzut oraz wyniki dla prób z czasem 1 minuty)



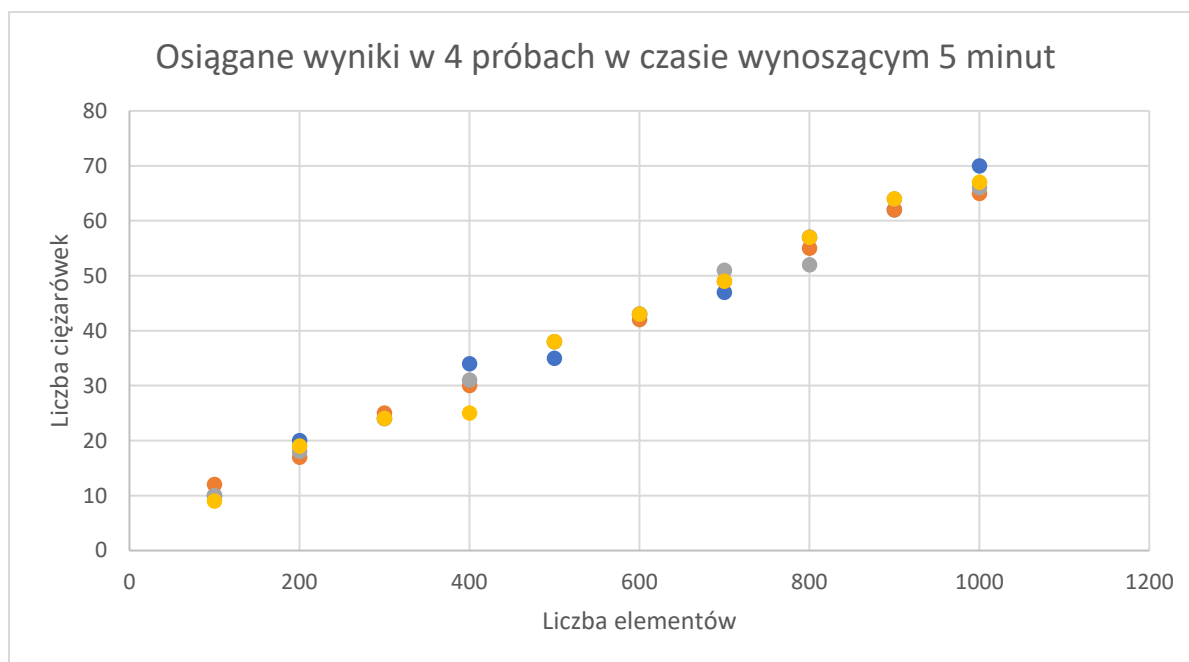
Czas próby=3 min		100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	Liczba ciężarów uzyskanych w rozwiązaniu
Numer próby	1	12	21	24	36	35	46	50	57	66	73	
	2	12	19	26	30	40	45	52	60	63	70	
	3	11	18	26	32	38	44	53	55	64	71	
	4	10	19	25	27	40	46	51	58	69	71	
% rozrzut		16,67%	14,29%	7,69%	25,00%	12,50%	4,35%	5,66%	8,33%	8,70%	4,11%	

Rys 26.(Tabela przedstawiająca rozrzut oraz wyniki dla prób z czasem 3 minut)



Czas próby=5 min		100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	
Numer próby	1	10	20	24	34	35	43	47	57	62	70	Liczba ciężarówek uzyskanych w rozwiązaniu
	2	12	17	25	30	38	42	49	55	62	65	
	3	10	18	24	31	38	43	51	52	64	66	
	4	9	19	24	25	38	43	49	57	64	67	
% rozrzut		25,00%	15,00%	4,00%	26,47%	7,89%	2,33%	7,84%	8,77%	3,13%	7,14%	

Rys 27.(Tabela przedstawiająca rozrzut oraz wyniki dla prób z czasem 5 minut)



Można zauważyć, że dla większych instancji rozrzut zazwyczaj jest mniejszy, niż dla małych. Jednak, jeśli chcemy uzyskiwać powtarzające się rozwiązanie z dobrym wynikiem, to ta metoda jest ryzykowna, gdyż rozrzut jest duży, zwłaszcza dla małych instancji. Ta metoda chcąc uzyskiwać powtarzające się rozwiązanie, nadaje się bardziej do większych danych. Jednak przez to, że są schematy opierające się na losowości, to pozwala na szersze eksplorowanie aktualnego rozwiązania, tym samym tworząc rozwiązania, które mogłyby zostać pominięte.

Można również stwierdzić, że wyniki pomimo takich rozrzutów, zazwyczaj są poprawiane w czasie.

8. Wnioski i podsumowanie

Z przeprowadzonych testów można wyciągnąć następujące wnioski:

- ILS jest wolniejszy od sparymetryzowanego algorytmu losowego, jednak zwraca parokrotnie lepsze wyniki;
- Algorytm ILS znacznie lepiej poprawia rozwiązanie w czasie, tym samym związek między czasem działania algorytmu, a jakością rozwiązania jest zauważalny;
- Rozrzut wyników w przypadku metody ILS jest zazwyczaj większy dla mniejszych instancji;
- Parametryzacja algorytmu pozwala na osiągnięcie lepszych wyników;

- Algorytm ILS jest dobrą metodą rozwiązywania problemu CVRPTW. Przez modyfikowalność parametrów oraz sposobu działania można osiągać dużo lepsze wyniki.

9. Bibliografia

<https://www.cs.put.poznan.pl/mdrozdowski/dyd/ok/index.html#info>

<https://stackoverflow.com/questions/32586825/why-is-stdshuffle-as-slow-or-even-slower-than-stdsort>

<https://www.cs.put.poznan.pl/mhapke/TO-Ant.pdf>

<https://stackoverflow.com/questions/39288595/why-not-just-use-random-device>

<https://neo.lcc.uma.es/vrp/>

Optymalizacja Kombinatoryczna – CVRPTW, Metoda – Sparametryzowany algorytm losowy – Igor Simon, Bartłomiej Rudowicz