

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТУ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота № 2

з дисципліни

«Дискретна математика»

Виконав:

Дребот Владислав Олегович

студент групи КН-112

Викладач:

Мельникова Н.І.

Львів – 2019 р.

Тема: Моделювання основних операцій для числових множин

Мета роботи: Ознайомитись на практиці із основними поняттями теорії множин, навчитись будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїти принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.

Теоретичні відомості:

Основні поняття теорії множин. Операції над множинами.

Множина – це сукупність об'єктів, які називають елементами. Кажуть, що множина A є підмножиною множини S (цей факт позначають $A \subseteq S$, де \subseteq – знак нестрогого включення), якщо кожен її елемент автоматично є елементом множини S . Досить часто при цьому кажуть, що множина A міститься в множині S .

Якщо $A \subseteq S$ і $S \neq A$, то A називають власною (строгою, істинною) підмножиною S (позначають $A \subset S$, де \subset – знак строгого включення). Дві множини A та S називаються рівними, якщо вони складаються з однакових елементів. У цьому випадку пишуть $A=S$.

Якщо розглядувані множини є підмножинами деякої множини, то її називають універсумом або універсальною множиною і позначають літерою U (зауважимо, що універсальна множина існує не у всіх випадках). Множини як об'єкти можуть бути елементами інших множин, Множину, елементами якої є множини, інколи називають сімейством.

Множину, елементами якої є всі підмножини множини A і тільки вони (включно з порожньою множиною та самою множиною A), називають булеаном або множиною-степенем множини A і позначають $P(A)$.

Потужністю скінченної множини A називають число її елементів, позначають $|A|$. Множина, яка не має жодного елемента, називається порожньою і позначається \emptyset . Вважається, що порожня множина є підмножиною будь-якої множини, а також $A \subset A$.

Варіант № 4

Завдання 1:

1. Для даних скінчених множин $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, $B = \{4,5,6,7,8,9,10\}$, $C = \{2,4,6,8,10\}$ та універсума $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а) $B \setminus (C \setminus A)$;

б) $\neg B \Delta \neg C$.

Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

а) $B \setminus (C \setminus A)$, $C \setminus A = \{8,10\}$, $B \setminus \{8,10\} = \{4,5,6,7,9\}$ то $B \setminus (C \setminus A) = \{0,0,0,1,1,1,1,0,1,0\}$

б) $\neg B \Delta \neg C$, $\neg B = \{1,2,3\}$, $\neg C = \{1,3,5,7,9\}$, $\neg B \Delta \neg C = \{2,5,7,9\}$ то $\neg B \Delta \neg C = \{0,1,0,0,1,0,1,0,1,0\}$

Завдання 2:

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $(A \setminus B) \cup C \cap A$. Знайти його потужність.

$$A \setminus B = \{1, 2, 3\} \quad (A \setminus B) \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10\} \quad \neg ((A \setminus B) \cup C) = \{5, 7, 9\}$$

$$(\neg ((A \setminus B) \cup C)) \cap A = \{5, 7\}.$$

Булеан $\{\emptyset, \{5\}, \{7\}, \{5, 7\}\}$ отже потужність булеану дорівнює $2^2=4$.

Завдання 3:

Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірному твердженні достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $\{1, 2\} \subset \{\{1, 2\}, 2, 3\}$;

в) $N \cap R \subset Z$;

б) $Q \cup R = R$;

г) $Z \setminus N \subset Q \setminus N$;

д) якщо $A \cap \overline{B} \subset C$, то $A \subset B \cup C$.

а) Твердження є правильним.

б) Так як Q є підмножиною R , тому $Q \cup R = R$, отже $R=R$, то твердження правильне.

в) $N \cap R = N$, $N \subset Z$ отже твердження є правильним;

г) $Z \setminus N$ – множина від'ємних цілих чисел, $Q \setminus N$ – множина періодичних чисел, отже твердження хибне так від'ємні цілі числа не можуть входити до множини періодичних чисел.

д) Елементи які в A та $\neg B$ спільні містяться у множині C , а елементи A , що не спільні з $\neg B$ входять у множину B . Отже, якщо об'єднати B та C , то усі елементи A будуть входити в множину $B \cup C$, а отже $A \subset B \cup C$.

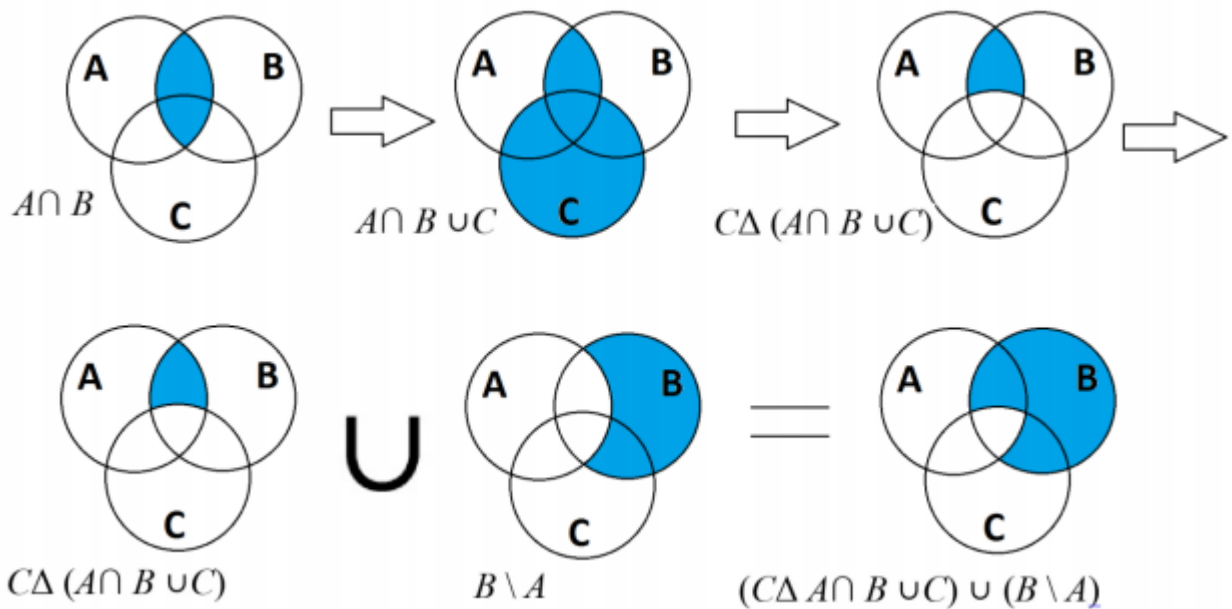
Завдання 4:

Логічним методом довести тотожність: $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$.

$$\begin{aligned}
 &\text{Нехай } x \in A \setminus (B \cup C) \xrightarrow{\text{позбав. операції різниці}} A \cap \overline{(B \cup C)} \xrightarrow{\text{де Моргана}} A \cap (\overline{B} \cap \overline{C}) \xrightarrow{\text{асоціативність}} \\
 &A \cap \overline{B} \cap \overline{C} \xrightarrow{\text{позб. диз'юнкції}} (A \setminus B) \cap \overline{C} \xrightarrow{\text{позб. диз'юнкції}} (A \setminus B) \setminus C \\
 &\text{Отже } x \in (A \setminus B) \setminus C \\
 &\text{Нехай } x \in (A \setminus B) \setminus C \xrightarrow{\text{позбав. операції різниці}} (A \setminus B) \cap \overline{C} \xrightarrow{\text{позбав. операції різниці}} (A \cap \overline{B}) \cap \overline{C} \xrightarrow{\text{асоціативність}} \\
 &A \cap \overline{B} \cap \overline{C} \xrightarrow{\text{де Моргана}} A \cap \overline{(B \cup C)} \xrightarrow{\text{позб. диз'юнкції}} A \setminus (B \cup C) \\
 &\text{Отже } x \in A \setminus (B \cup C) \\
 &\text{Отже } A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C
 \end{aligned}$$

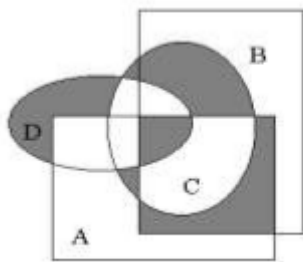
Завдання 5:

Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину: $(C \cap A \cap B \cup C) \cup (B \setminus A)$.



Завдання 6:

Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



$$((A \cap B) \Delta C) \Delta D \setminus ((D \cap A) \setminus C).$$

Завдання 7:

Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$((A \Delta B \cup C) \cup \neg A) \cap C.$$

$$\begin{aligned} A \Delta (B \cup C) &= ((A \Delta B \cup C) \cup \bar{A}) \cap C = ((A \cap \overline{B \cup C}) \cup ((B \cup C) \cap \bar{A}) \cup \bar{A}) \cap C = \\ &= ((A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup ((B \cup C) \cap \bar{A}) \cup \bar{A}) \cap C = ((A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup ((\bar{A} \cup B) \cup (\bar{A} \cap C)) \cup \bar{A}) \cap C = \\ &= (\bar{A} \cup A) \cap ((\bar{A} \cup \bar{B}) \cap (\bar{A} \cup \bar{C})) \cup (\bar{A} \cap B) \cup (\bar{A} \cap C) \cap C = ((\bar{A} \cap \bar{B}) \cap (\bar{A} \cap \bar{C})) \cup (\bar{A} \cap B) \cup (\bar{A} \cap C) \cap C = \\ &= ((\bar{A} \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap B) \cup (\bar{A} \cap C)) \cap C \end{aligned}$$

Завдання 8:

Скільки існує натуральних чисел, що менші за 1000, які не діляться ні на 11, ні на 17?

```
#include <stdio.h>
```

```
#include <stdlib.h>
```

```

int main()
{
    int b=0;
    for (int n=1;n<=1000;n++)
    {
        if(n%11==0 || n%17==0)
        {
            b++;
        }
    }
    printf("%d\n",1000-b);
    return 0;
}

```

Відповідь:857 чисел.

Додаток 2

Ввести з клавіатури дві множини цілих чисел. Реалізувати операції перерізу та симетричної різниці над цими множинами. Вивести на екран новоутворені множини. Знайти програмно їх потужність.

```
#include <iostream>
```

```
using namespace std;
```

```
int removeDuplicate(int a[], int size)
```

```

{
    int prev = 0;
    for (int i = 0; i < size; ++i) {
        if (a[i] != a[prev])
            a[++prev] = a[i];
    }
    int count = prev + 1;
    return count;
}

```

```
int main()
{
    setlocale(LC_ALL, "Ukrainian");

    int M, M1;

    int MN1[100];
    int MN[100];

    //Введення потужності першої множини
    cout << "Введіть потужність першої множини" << endl;
    for (int i = 0; i < 1; i++) {
        cin >> M;
        if (cin.fail()) {
            cout << "Error" << endl << endl << endl << endl;

            }break;

        }

    //Введення потужності першої множини
    cout << "Введіть потужність другої множини" << endl;
    for (int i = 0; i < 1; i++) {
        cin >> M1;
        if (cin.fail()) {
            cout << "Error" << endl << endl << endl << endl;

            }break;

        }

    //Введення першої множини
    cout << endl << endl << "Введіть першу множину" << endl;
    for (int i = 0; i < M; i++) {
        cin >> MN[i];
```

```
if (cin.fail()) {
    cout << "Error" << endl;
    break;
}
}

cout << endl;

//Введення другої множини
cout << "Введіть другу множину" << endl;
for (int i = 0; i < M1; i++) {
    cin >> MN1[i];
    if (cin.fail()) {
        cout << "Error" << endl;
        break;
    }
}

//Виведення першої множини
cout << endl << endl << "Перша множина" << endl;
for (int i = 0; i < M; i++) {
    cout << MN[i] << " ";
}

//Виведення другої множини
cout << endl << endl << "Друга множина" << endl;
for (int i = 0; i < M1; i++) {
    cout << MN1[i] << " ";
}

//переріз
```

```

int n = 0;
for (int k = 0; k < M; ++k) {
    for (int i = 0; i < M1; ++i) {
        if (MN[k] == MN1[i])
            ++n;
    }
}

int Peretun[n], f = 0;
for (int k = 0; k < M; ++k) {
    for (int i = 0; i < M1; ++i) {
        if (MN[k] == MN1[i])
            Peretun[f++] = MN[k];
    }
}

int tmpp;

for (int i = 0; i < n - 1; i++) {
    for (int j = 0; j < n - i - 1; j++) {
        if (Peretun[j] > Peretun[j + 1]) {
            tmpp = Peretun[j];
            Peretun[j] = Peretun[j + 1];
            Peretun[j + 1] = tmpp;
        }
    }
}

//Виведення перетину
int counter = 0;
cout << endl << endl << "Перетин" << endl;
for (int j = 0; j < n; ++j) {
    cout << Peretun[j] << " ";
    counter++;
}

```



```

}

cout << endl << endl << "Потужність = " << counter;

//Сортування 1

int temp, size = M;

for (int i = 0; i < size - 1; i++) {
    for (int j = 0; j < size - i - 1; j++) {
        if (MN[j] > MN[j + 1]) {
            temp = MN[j];
            MN[j] = MN[j + 1];
            MN[j + 1] = temp;
        }
    }
}

//Сортування 2

int temp1, size1 = M1;

for (int i = 0; i < size1 - 1; i++) {
    for (int j = 0; j < size1 - i - 1; j++) {
        if (MN1[j] > MN1[j + 1]) {
            temp1 = MN1[j];
            MN1[j] = MN1[j + 1];
            MN1[j + 1] = temp1;
        }
    }
}

int tmp;

size = M + M1;

int DODAV[M + M1];

for (int i = 0; i < M; i++) {

```

```

for (int j = 0; j < M1; j++) {
    DODAV[i] = MN[i];
    DODAV[j + M] = MN1[j];
}
}

```

```

for (int i = 0; i < size - 1; i++) {
    for (int j = 0; j < size - i - 1; j++) {
        if (DODAV[j] > DODAV[j + 1]) {
            tmp = DODAV[j];
            DODAV[j] = DODAV[j + 1];
            DODAV[j + 1] = tmp;
        }
    }
}

```

```

for (int i = 0; i < size - 1; i++) {
    for (int j = 0; j < size - i - 1; j++) {
        if (DODAV[j] > DODAV[j + 1]) {
            tmp = DODAV[j];
            DODAV[j] = DODAV[j + 1];
            DODAV[j + 1] = tmp;
        }
    }
}

```

```

int count = removeDuplicate(DODAV, size);

```

```

cout << endl << endl << "Додавання масивів" << endl;
for (int j = 0; j < count; ++j) {
    cout << DODAV[j] << " ";
}

```

```
for (int i = 0; i < n; i++) {  
    for (int j = 0; j < count; j++) {  
        if (Peretun[i] == DODAV[j]) {  
            for (int l = j; l <= count; l++) {  
                DODAV[l] = DODAV[l + 1];  
            }  
            count--;  
        }  
    }  
}
```

```
cout << endl << endl << "Симетрична різниця" << endl;  
for (int j = 0; j < count; ++j) {  
    cout << DODAV[j] << " ";  
}  
cout << endl << endl << "Потужність = " << count << endl;  
return 0;  
}
```