Porównanie drzew binarnych

Bartosz Rajczyk

20 maja 2019

1 Wstęp

Drzewo binarne T jest strukturą zdefiniowaną na skończonym zbiorze węzłów, która:

- nie zawiera żadnych węzłów, albo
- składa się z trzech rozłącznych zbiorów węzłów: korzenia, drzewa binarnego zwanego lewym poddrzewem i drzewa binarnego zwanego prawym poddrzewem.[1]

W tym dokumencie zaprezentujemy przeprowadzone badania na trzech rodzajach drzew binarnych: binarnym drzewie przeszukiwań, drzewie czerwono-czarnym oraz drzewie splay. Algorytmy zostały zaimplementowane w języku Java.

2 Opisy algorytmów

2.1 BST

Drzewem wyszukiwań binarnych nazywamy drzewo binarne spełniające własność drzewa BST:

> Niech x będzie węzłem drzewa BST. Jeśli y jest węzłem znajdującym się w lewym poddrzewie węzła, to $y.key \leqslant x.key$. Jeśli y jest węzłem znajdującym się w prawym poddrzewie węzła x, to $y.key \geqslant x.key$.[2]

gdzie przez N.key rozumiemy wartość w danym węźle.

2.2 RBT

Drzewo czerwono czarne jest drzewem wyszukiwań, w którym na każdy węzeł przypada jeden dodatkowy bit informacji - kolor - który może przyjmować wartości RED lub $BLACK$ (stąd nazwa). Spełnia ono następujące własności:

- każdy węzeł jest czarny lub czerwony
- korzeń jest czarny
- każdy liść (NIL) jest czarny
- jeżeli węzeł jest czerwony, to obaj jego synowie są czarni
- każda ścieżka prosta z ustalonego węzła do liścia ma tyle samo czarnych węzłów

Własności te sprawiają, że drzewo to zawsze będzie w przybliżeniu zrównoważone.[3]

2.3 Splay Tree

Drzea splay są samodostosowującymi się drzewami wyszukiwań binarnych o zamortyzowanych kosztach wstawiania, usuwania i wyszukiwania $O(log(n))$, gdzie n jest liczbą elementów w drzewie.[4]

[1] Cormen, „Wprowadzenie do algorytmów", ISBN 978-83-09-16911-4, strona 1201
[2] Cormen, „Wprowadzenie do algorytmów", ISBN 978-83-09-16911-4, strona 288
[3] Cormen, „Wprowadzenie do algorytmów", ISBN 978-83-09-16911-4, strony 309, 310
[4] http://www.cs.cmu.edu/ sleator/papers/self-adjusting.pdf

3 Metodologia

Testowane są trzy parametry:

- czas pracy algorytmu,
- liczba porównań,
- liczba przepięć węzłów

dla każdego z trzech typów drzew. Do drzew wstawiane są ciągi znaków rozpoczynające się zawsze literą, porządkiem na nich określonym jest porządek alfabetyczny. Ciągi znaków pochodzą z czterech plików testowych:

- aspell_wordlist - lista wszystkich słów w języku angielskim w porządku alfabetycznym,
- kjb - King James Bible,
- lotr - pierwsza część Władcy Pierścieni,
- sample - tekst instruktażowy obsługi Świętego Granatu Ręcznego z filmu "Monty Python i Święty Graal".

Najdłuższym plikiem jest *kjb*, najkrótszym - *sample*. Plik *aspell_wordlist* jest jedynym w kolejności alfabetycznej. Pozostałe można traktować w przybliżeniu jako będące w losowej kolejności. W przeprowadzonych testach słowa najpierw ładowane są do listy w kodzie, następnie dodawane do drzewa po kolei, wyszukiwane w drzewie po kolei oraz usuwane również po kolei.

4 Wyniki

Uzyskane wyniki prezentują poniższe wykresy:

- czasy działania:
  - lotr,
  - sample,
  - kjb,
  - aspell_wordlist
- liczba porównań,
- liczba przepięć

oraz tabelki z danymi:

- czasy działania:
  - lotr,
  - sample,
  - kjb,
  - aspell_wordlist
- liczba porównań,
- liczba przepięć

	insert	**search**	**delete**
rbt	89.56	38.48	61.36
splay	33.54	116.17	66169.80
bst	34332.69	44888.70	16.84

Tabela 1: czasy operacji w ms na pliku aspell

	insert	**search**	**delete**
rbt	682.99	173.57	366.41
splay	544.89	329.76	815.435
bst	405795.41	406.75	202.77

Tabela 2: czasy operacji w ms na pliku kjb

	insert	**search**	**delete**
rbt	178.23	62.03	94.67
splay	163.50	113.25	174.44
bst	7397.92	71.90	53.67

Tabela 3: czasy operacji w ms na pliku lotr

	insert	**search**	**delete**
rbt	0.0092	0.015	0.0118
splay	0.013	0.01	0.0124
bst	0.0058	0.0044	0.009

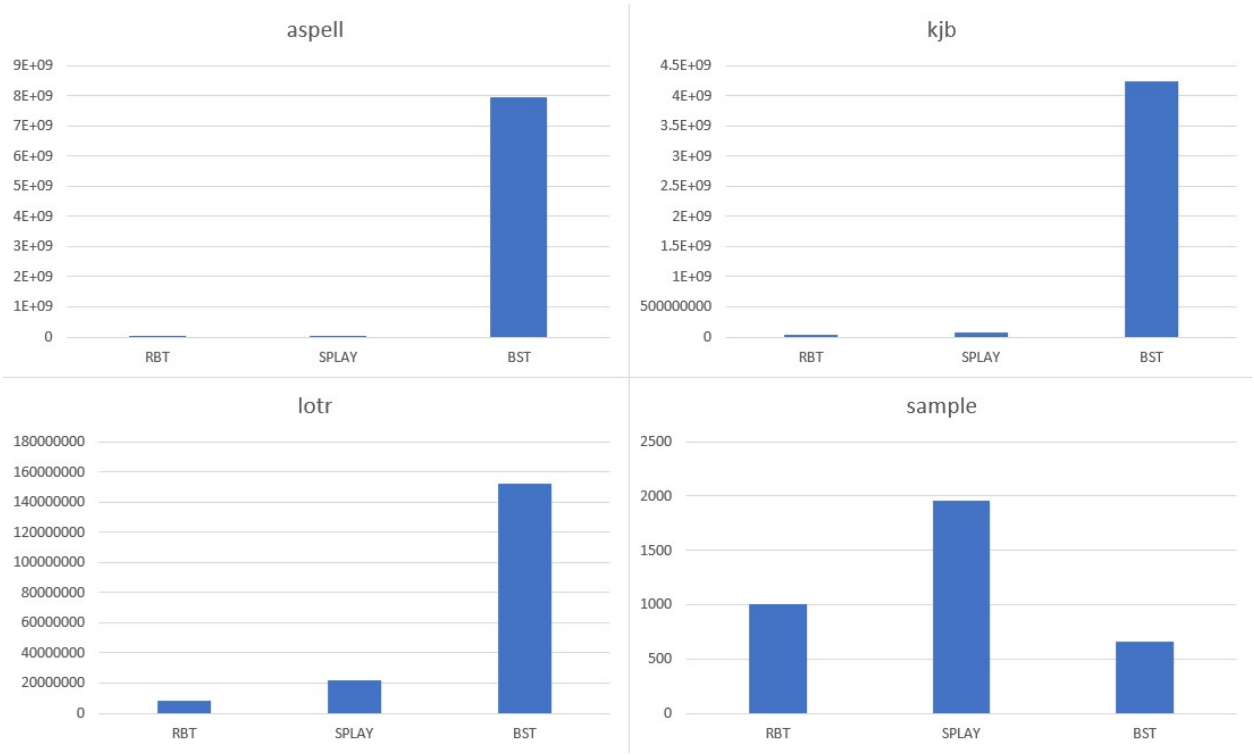
Tabela 4: czasy operacji w ms na pliku sample

plik	**algo.**	**porównania**	**przepięcia**
aspell	**rbt**	5403973	19910958
	splay	1742009	23811685818
	bst	7935165248	39674692474
kjb	**rbt**	37478562	106015737
	splay	81738426	263444125
	bst	4239212077	8546201352
lotr	**rbt**	7911101	22982699
	splay	21511318	69340916
	bst	152641493	323964616
sample	**rbt**	1003	2096
	splay	1960	6768
	bst	658	2418

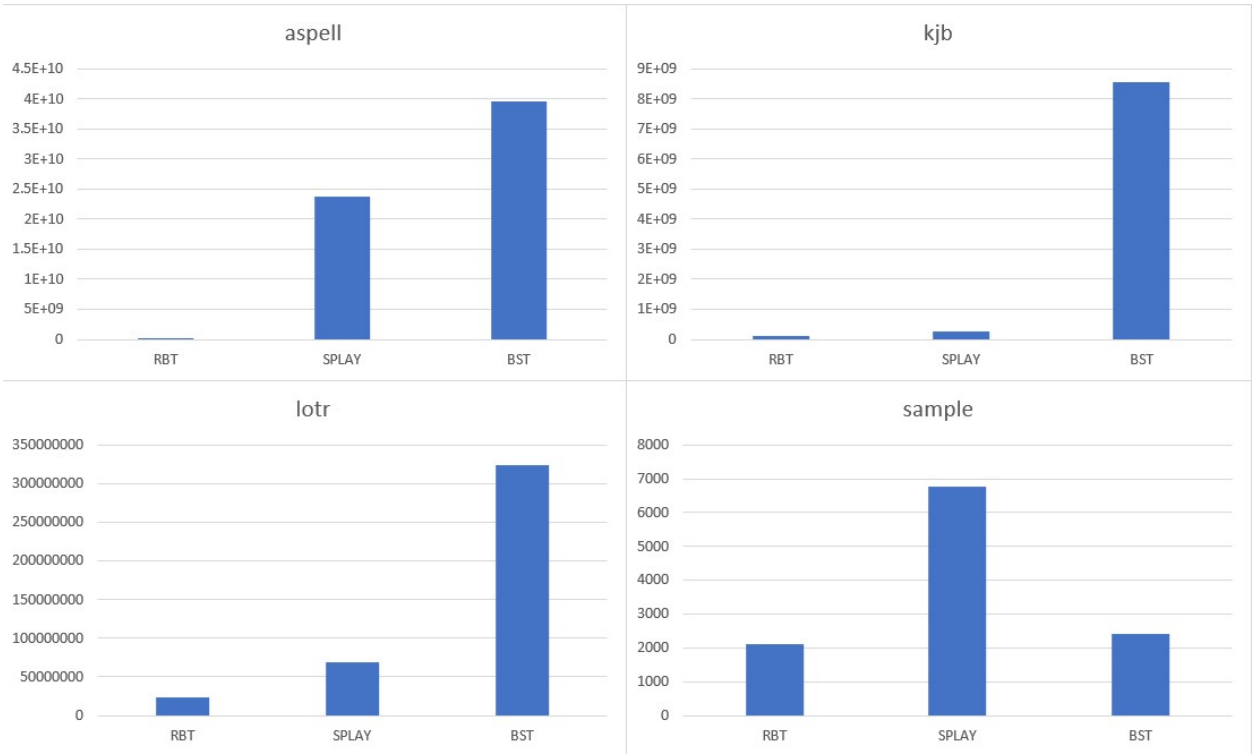
Tabela 5: porównania i przepięcia

Rysunek 1: czas działania - lotr, sample

Rysunek 2: czas działania - kjb, aspell



Rysunek 3: liczba przepięć węzłów



Rysunek 4: liczba porównań węzłów

5 Dane idealne

Spróbujmy wyznaczyć, dla jakich danych każde drzewo zachowuje się najlepiej.

5.1 BST

Aby uzyskać możliwie zbalansowane drzewo przeszukiwań binarnych możemy przyjąć następującą taktykę dla danych wejściowych A:

1. Posortować dane A
2. Wybrać środkowy element danych A i dodać do drzewa
3. Podzielić dane A na dwie połowy, wybrać ich środkowe elementy i dodać do drzewa
4. Kontynuować dzielenie na połowy i wybieranie ich środkowych elementów aż do wybrania wszystkich

W ten sposób zawsze wypełniamy po kolei kolejne rzędy drzewa aż do ich zapełnienia, a następnie przechodzimy do wypełniania rzędu niżej (środkowy element niższej części połowy tablicy idzie na lewo, wyższej - na prawo; rekurencyjnie). Dane te można wygenerować postępując wedle wymienionych wyżej kroków lub np. czytając je rzędami z drzewa RBT (bowiem to jest drzewem zbalansowanym). Dane testowe znajdują się tutaj.

5.2 RBT

Z przeprowadzonych testów wynika, że drzewo RBT zachowuje się najlepiej dla danych posortowanych, a te zostały sprawdzone już w przypadku pliku *aspell_wordlist*.

5.3 Splay

Splay najlepiej zachowuje się w przypadku częstego pytania o te same dane; jest to wynikiem sposobu jego działania, czyli przesuwaniu węzłów z kluczami, o które pytaliśmy, w górę drzewa. Można więc stwierdzić, że najlepiej będzie zachowywał się on dla danych losowych zyskując nad innymi drzewami w przypadku często powtarzanych zapytań. Tabela z danymi z wywołania polegającym na częstym pytaniu o te same klucze znajduje się poniżej.

algo.	**insert**	**search**	**delete**
bst	3.80586	2.80981	2.130020
splay	2.56725	3.46802	3.398935
rbt	3.35222	2.81433	2.422735

Tabela 6: średnia z 20 wywołań "idealnych" danych dla BST w ms

algo.	**insert**	**search**	**delete**
bst	0.175878	0.00568	0.003226
splay	0.020753	0.004299	0.004521
rbt	0.049078	0.003573	0.013229

Tabela 7: średnia z 20 wywołań "idealnych" danych dla splay w ms

6 Wnioski

Z przeprowadzonych doświadczeń można wyciągnąć kilka wniosków:

- Zwykłe drzewo BST nie jest najlepszym rozwiązaniem, jeżeli nasze dane nie są już odpowiednio uporządkowane. Jedyną przewagę przy danych "losowych" w tym typie drzewa widzieliśmy przy bardzo małej ilości danych w pliku *sample*, co jest rezultatem prostoty wykorzystywanego algorytmu.
- Drzewa RBT są dosyć uniwersalnym typem drzewa dobrze zachowującym swoje własności dla wszystkich przetestowanych danych.
- Splay w niektórych testach potwierdza fakt, że jest drzewem o kosztach zamortyzowanych $log(n)$, a nie - tak jak RBT - rzeczywistych. Przy pracy z posortowanymi danymi jego wydajność znacząco spada.