Obliczenia naukowe - lista trzecia

Bartosz Rajczyk

22 listopada 2019

1 Zadania 1., 2. i 3.

1.1 Opis problemu

Pierwsze trzy zadania polegały na zaimplementowaniu algorytmów przybliżających miejsca zerowe funkcji. Tymi algorytmami są:

- metoda bisekcji
- metoda Newtona (stycznych)
- metoda siecznych

1.2 Rozwiązanie

Rozwiązanie zaprezentowane w pliku `module.jl` jest wzorowane na implementacjach zaprezentowanych na prezentacji z wykładu. Wszystkie funkcje zostały umieszczone w module `Solvers`, żeby można było je zaimportować do kolejnych zadań używając `include("./module.jl")` oraz `using .Solvers`. Każda funkcja została przetestowana testami jednostkowymi pod kątem zwracanych wyników lub błędów w pliku `test.jl`.

1.3 Wyniki i interpretacja

Same implementacje funkcji nie zwracają wyników.

1.4 Wnioski

Można zauważyć, że język Julia posiada prosty i wygodny w obsłudze system modułów.

2 Zadanie 4.

2.1 Opis problemu

Zadanie polegało na znalezieniu zera funkcji

$$f(x) = sin(x) - (\frac{1}{2}x)^2$$

WolframAlpha podpowiada, że poza trywialnym $x = 0$ funkcja ta posiada drugie miejsce zerowe dla $x \approx 1.93375$.

2.2 Rozwiązanie

Rozwiązanie zaprezentowane w pliku `4.jl` polega na uruchomieniu funkcji `bisect`, `newton` oraz `secant` z zadanymi w treści zadania parametrami.

2.3 Wyniki i interpretacja

Poniższa tabela przedstawia wyniki uzyskane przy pomocy trzech metod dla zadanych parametrów; x dla którego $f(x)$ było równe 0 z zadaną dokładnością, $f(x)$ oraz liczbę iteracji metody.

algorytm	**x**	**f(x)**	**iteracje**
bisect	1.9337539672851562	-2.7027680138402843e-7	16
newton	1.933753779789742	-2.2423316314856834e-8	4
secant	1.933753644474301	1.564525129449379e-7	4

Tabela 1: miejsca zerowe zadanej funkcji

Jak widać, każdy algorytm otrzymał poprawny wynik, lecz metoda Newtona i siecznych zrobiły to w zdecydowanie mniejszej liczbie iteracji, tj. w tym przypadku były szybciej zbieżne.

2.4 Wnioski

Dla poprawnie dobranych parametrów każda z metod zwraca poprawny wynik z zadaną dokładnością, różnią się za to liczbą iteracji potrzebnych do osiągnięcia go.

3 Zadanie 5.

3.1 Opis problemu

Zadanie polegało na znalezieniu punktów przecięcia funkcji

$$y = 3x$$

$$y = e^x$$

W tym celu możemy zapisać

$$e^x = 3x$$

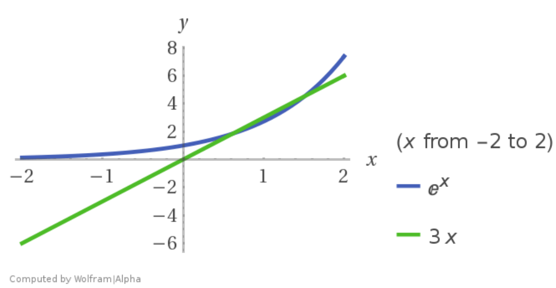
$$e^x - 3x = 0$$

i znaleźć miejsce zerowe uzyskanej funkcji. WolframAlpha podaje te miejsca zerowe jako $x \approx 0.619061$ oraz $x \approx 1.51213$.

3.2 Rozwiązanie

Rozwiązanie zaprezentowane w pliku `5.jl` polega na użyciu metody bisekcji do rozwiązania równania. Do wyboru odpowiednich parametrów startowych posłużyłem się wykresem przedstawiającym obie funkcje:

Rysunek 1: wykresy funkcji e^x i $3x$



Zauważyłem, że istnieją dwa punkty przecięta. Stąd parametry startowe a, b zostały ustalone kolejno na $0.0, 1.0$ oraz $1.0, 2.0$.

3.3 Wyniki i interpretacja

Otrzymane wyniki prezentują się nastepująco:

x	**f(x)**	**iteracje**
0.619140625	-9.066320343276146e-5	9
1.5120849609375	-7.618578602830439e-5	13

Tabela 2: miejsca zerowe zadanej funkcji

3.4 Wnioski

Jak widać, metoda bisekcji pozwala na poprawne obliczenie miejsc zerowych zadanej funkcji przy poprawnie dobranych punktach startowych.

4 Zadanie 6.

4.1 Opis problemu

Zadanie polegało na znalezieniu miejsc zerowych funkcji

$$f_1(x) = e^{1-x} - 1$$

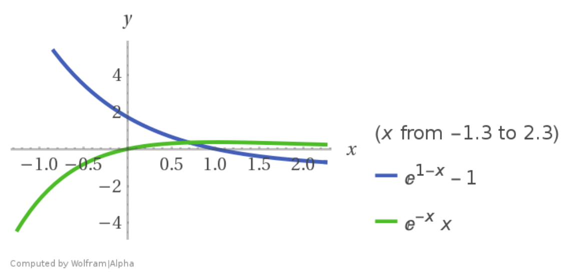
$$f_2(x) = xe^{-x}$$

używając wszystkich dostępnych metod z odpowiednimi parametrami startowymi oraz przetestowaniu zachowania metody Newtona dla konkretnych parametrów startowych. Miejscem zerowym funkcji f_1 jest $x = 1$, a funkcji f_2 $x = 0$.

4.2 Rozwiązanie

Rozwiązanie zaprezentowane w pliku `6.jl` oparte jest na analizie wykresów obu funkcji w celu dobrania odpowiednich parametrów startowych. Wykresy prezentują się następująco:

Rysunek 2: wykresy funkcji $e^{1-x} - 1$ i xe^{-x}



Na tej podstawie dobrałem odpowiednie parametry startowe do kolejnych metod:

metoda	**funkcja**	**parametry**
bisect	f1	$a = 0.0, b = 2.0$
bisect	f2	$a = -1.0, b = 1.0$
newton	f1	$x_0 = 0.0$
newton	f2	$x_0 = -1.0$
secant	f1	$x_0 = 0.0, x_1 = 0.1$
secant	f2	$x_0 = -1.0, x_1 = -0.9$

Tabela 3: wybrane parametry startowe funkcji

4.3 Wyniki i interpretacja

Poniższe tabele przestawiają wyniki kolejno dla funkcji f_1 i funkcji f_2.

algorytm	**x**	**f(x)**	**iteracje**
bisect	1.0	0.0	1
newton	0.9999984358892101	1.5641120130194253e-6	4
secant	0.9999999935791432	6.420856957234378e-9	6

Tabela 4: miejsca zerowe zadanej funkcji f_1

algorytm	**x**	**f(x)**	**iteracje**
bisect	0.0	0.0	1
newton	-3.0642493416461764e-7	-3.0642502806087233e-7	5
secant	-3.304447675535891e-8	-3.304447784729637e-8	7

Tabela 5: miejsca zerowe zadanej funkcji f_2

Jak widać, przy dobrze dobranych argumentach początkowych (gdzie liczba pomiędzy nimi jest równo miejscem zerowym), metoda bisekcji znajduje zero od razu, co wynika bezpośrednio ze sposobu jej działania. Metoda siecznych potrzebowała w przeprowadzonych testach kilku iteracji więcej niż metoda Newtona.

Dodatkowo przeprowadzone zostały testy zachowania metody Newtona dla $x_0 > 1$ dla f_1 i f_2 oraz sprawdzenia, czy można wybrać $x_0 = 1$ dla f_2.

TODO

4.4 Wnioski

Metody zwracają poprawne wyniki. TODO: napisać coś mądrego o zbieżnościach i wynikach.