# Metody Numeryczne – Zadanie NUM1

Bartosz Bochniak

## Wstęp

### Założenia

Zakładamy, że:

$$f(x) = \sin(x^3)\,, f'(x) = 3x^2\cos(x^3)\ \ dla\ x =\ 0.2$$

W poleceniu zadania podane mamy dwa wzory wyliczające przybliżenia pochodnej zapisane poniżej:

$$D_{h_1}f(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h};\ \ D_{h_2}f(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

Za pomocą powyższych przybliżeń definiujemy także funkcję ich błędu w porównaniu do normalnej pochodnej:

$$E_1(x) = \left|D_{h_1}f(x) - f'(x)\right|;\ \ E_2(x) = |D_{h_2}f(x) - f'(x)|$$

### Hipoteza

Rozpatrujemy wartości parametru dla $h \in (0;1)$. Spodziewamy się dwóch rodzajów błędów:

- Dla $h \cong 1$ otrzymamy błąd związany z parametrem $h$ będącym „daleko” od zera, co powoduje niedokładność przybliżenia
- Dla $h \cong 0$ otrzymamy błąd związany z niedokładnością naszego typu danych (`float`, `double`)

Biorąc pod uwagę zanotowane powyżej błędy przy obu „brzegach” zbioru $(0,1) \ni h$, możemy spodziewać się optymalnego $h$ w tym oto przedziale, które oznaczymy jako $h_*$.

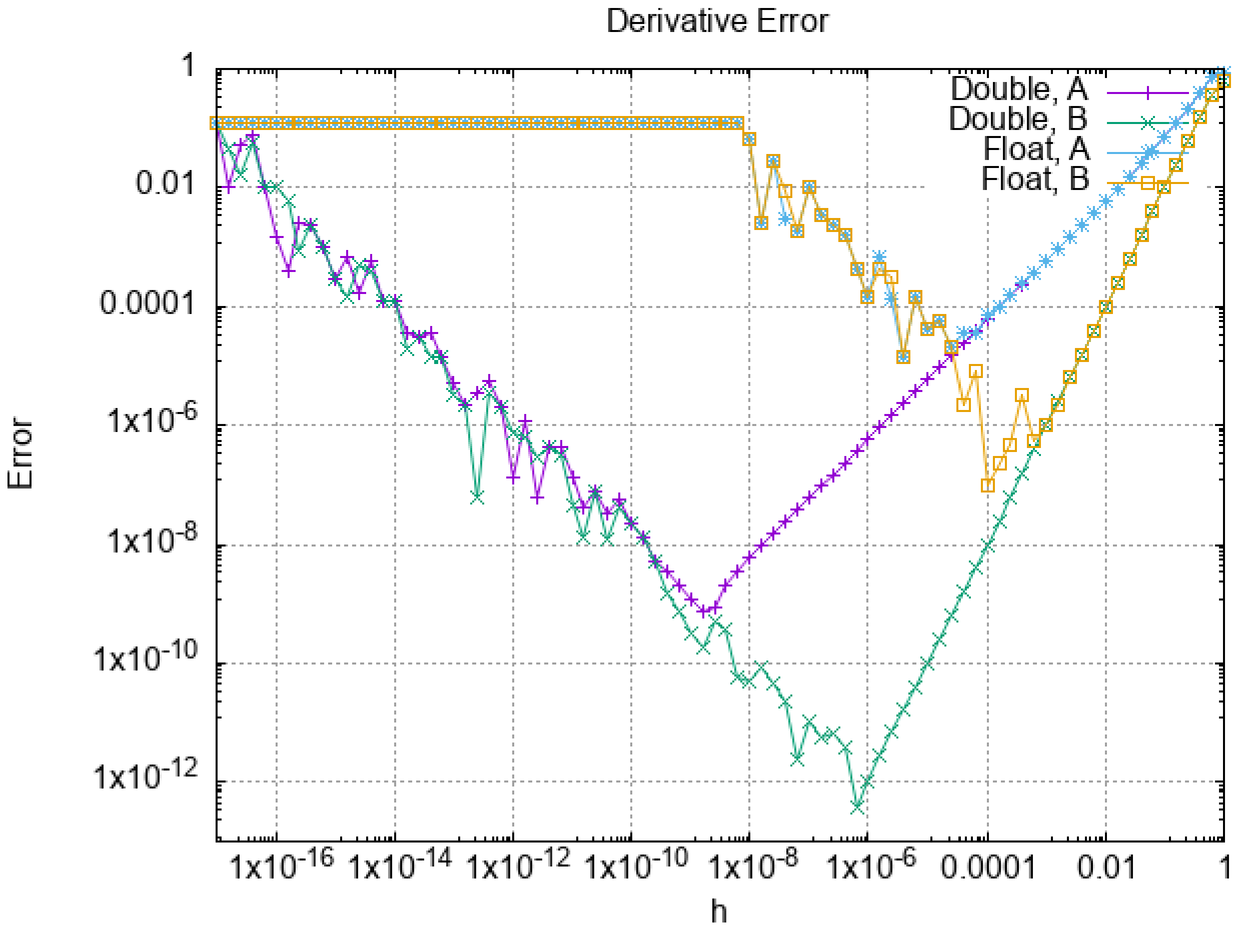
## Rozwiązanie

W pliku `Numeryczne1.cpp` napisany jest kod definiujący wszystkie potrzebne funkcję z Założeń, oraz rysujący wykres w zależności od metody przybliżenia pochodnej jak i użytego typu danych, co daje nam cztery wykresy. Korzysta on z biblioteki `gnuplot`.

Program Numeryczne1.cpp tworzy tablicę dwuwymiarową w której przetrzymuję wartości $h$ jak i odpowiadające temu parametrowi wartości $E_1\ i\ E_2$, dla obu typów danych. Następnie przechowuje ją w pliku FileTable, po czym gnuplot tworzy na podstawie tych danych wykres logarytmiczny błędu w zależności od h, i porównuje go między metodami i typami.

W pliku DisplayGraph.txt zawarte są dane potrzebne programowi gnuplot do generacji wykresu.

# Wynik




Powyżej posiadamy wszystkie cztery wykresy w zależności od typu danych oraz metody przybliżenia pochodnej (A - $D_{h_1}$; B - $D_{h_2}$).

## Wnioski

1. Dzięki typowi danych `double`, jesteśmy w stanie osiągnąć o wiele mniejsze wartości błędu ($E(h_{*1}) \approx 10^{-9}, E(h_{*2}) \approx 10^{-12}$), niż gdybyśmy korzystali z typu `float` ($E(h_{*1}) \approx 10^{-5}, E(h_{*2}) \approx 10^{-7}$).
2. Możemy zauważyć (m. in. po pokrywającym się nachyleniu wykresów po prawej stronie), że metoda przybliżania $D_{h_2}$ jest dokładniejsza oraz zwraca mniejszy błąd.
3. Po lewej stronie wykresu występują pewnego rodzaju „zaburzenia". Są one wynikiem utraty dokładności liczb zmiennoprzecinkowych przy dzieleniu przez bardzo małe liczby.
4. Dla typu `float` $h_*$ jest znacznie bliższe 1, co wynika z tego, że mantysa tego typu danych korzysta z mniejszej ilości bitów.