

## 1 Całkowanie numeryczne

Kwadratura jest rzędu  $r$  jeśli jest dokładna dla wszystkich wielomianów stopnia  $r - 1$  oraz istnieje wielomian stopnia  $r$  dla którego nie jest dokładna

**1.1 Trapezy**  $\xi \in (a, b)$   $E(f) = I(f) - S(f)$

$$E(f) = - \sum_{k=1}^N \frac{H^3 f''(\xi_k)}{12} = - \frac{(b-a)^3}{12N^2} f''(\xi)$$

**1.2 Prostokąty**  $\xi \in (a, b)$   $E(f) = I(f) - S(f)$

$$E(f) = \frac{(b-a)^3}{24N^2} f''(\xi) = \frac{H^2}{24} (b-a) f''(\xi)$$

**1.3 Simpson**  $\xi \in (a, b)$   $E(f) = I(f) - S(f)$

$$E(f) = - \sum_{k=1}^N \frac{H^5 f^{(4)}(\xi_k)}{90 \cdot 2^5} = - \frac{(b-a)^5}{2880N^4} f^{(4)}(\xi)$$

**1.4 Złożona**  $S_1$  na  $[a, b]$   $S_2$  na  $[c, d]$

$$\max_{y \in [c, d]} \left| S_1(f)(y) - \int_a^b f(x, y) dx \right| \leq e_1$$

$$\max_{x \in [a, b]} \left| S_2(f)(x) - \int_c^d f(x, y) dy \right| \leq e_2$$

$$\left| S(f) - \int_c^d \int_a^b f(x, y) dx dy \right| \leq (d-c)e_1 + (b-a)e_2$$