Zastosowanie informatyki w planowaniu produkcji

Tematy projektów

Jarosław Rudy

Poniżej znajduje się lista tematów projektowych obejmująca podstawowy opis danego problemu, dane wejściowe oraz inne ważne założenia. Wszystkie problemy są pewnymi wariantami któregoś z poniższych standardowych problemów optymalizacji dyskretnej:

1. Permutacyjny przepływowy problem szeregowania zadań (permutation flowshop scheduling problem).
2. Niepermutacyjny przepływowy problem szeregowania zadań (non-permutation flowshop scheduling problem).
3. Gniazdowy problem szeregowania zadań (jobshop scheduling problem).
4. Problem szeregowania zadań z równoległymi maszynami (parallel shop scheduling problem).
5. Jednomaszynowy problem szeregowania zadań z ważoną sumą spóźnień (single machine scheduling problem with total weighted tardiness).

Dodatkowo:

- $\mathbb{N}_+$ oznacza zbiór liczb naturalnych dodatnich (bez zera),
- $\mathbb{R}_+$ oznacza zbiór liczb rzeczywistych dodatnich.
- $\mathbb{R}_-$ oznacza zbiór liczb rzeczywistych ujemnych.

1 Permutacyjny problem przepływowy z efektami uczenia

Dany jest system produkcyjny z $m \in \mathbb{N}_+$ maszynami na którym należy wykonać $n \in \mathbb{N}_+$ zadań. Każde zadanie musi zostać wykonane na wszystkich maszynach w kolejności $1 \to 2 \to \ldots \to m$ (innymi słowy każde zadanie składa się z ciągu m operacji). Podstawowy czas wykonywania operacji j na maszynie i dany jest przez $p_{i,j} \in \mathbb{N}_+$. W problemie występuje efekt uczenia tzn. faktyczny czas wykonywania operacji $\hat{p}_{j,i}$ zależny jest od tego ile operacji maszyna wykonała do tej pory:

$$\hat{p}_{j,i} = p_{j,i} \cdot q^{\tau}, \tag{1}$$

gdzie $q = k$ gdy jest to k-ta operacja wykonywana przez maszynę i, zaś $\tau < 0$ jest współczynnikiem uczenia danym w problemie. Wartości $\hat{p}_{j,i}$ mogą być całkowite (zaokrąglenie) lub rzeczywiste, do wyboru.

Należy określić harmonogram (czasy rozpoczęcia) wykonywania operacji, tak aby zminimalizować czas zakończenia wszystkich operacji (tzw. makespan) przy następujących założeniach:

- Maszyna może wykonywać co najwyżej jedno zadanie jednocześnie.
- Przed rozpoczęciem kolejnej operacji zadania należy najpierw zakończyć operację poprzednią.
- Wykonywania zadań nie można przerywać (brak wywłaszczeń).
- Kolejność wykonywania zadań na każdej maszynie musi być identyczna.

2 Permutacyjny problem przepływowy z przezbrojeniami zależnymi od kolejności

Dany jest system produkcyjny z $m \in \mathbb{N}_+$ maszynami na którym należy wykonać $n \in \mathbb{N}_+$ zadań. Każde zadanie musi zostać wykonane na wszystkich maszynach w kolejności $1 \to 2 \to \ldots \to m$ (innymi słowy każde zadanie składa się z ciągu m operacji). Czas wykonywania operacji j na maszynie i dany jest przez $p_{i,j} \in \mathbb{N}_+$. Ponadto przed każdą operacją należy wykonać przezbrojenie. Czas przezbrojenia jest zależny od (1) maszyny, (2) zadania które będzie wykonywane, (3) zadania które było wykonywane na tej maszynie poprzednio. Innymi słowy czas przezbrojenia z zadania j na zadanie k na maszynie i dany jest przez $s_{i,j,k} \in \mathbb{N}_+$. Jeśli zadanie k jest wykonywane na maszynie jako pierwsze to zakładamy $j = k$.

Należy określić harmonogram (czasy rozpoczęcia) wykonywania operacji, tak aby zminimalizować czas zakończenia wszystkich operacji (tzw. makespan) przy następujących założeniach:

- Maszyna może w danej chwili albo wykonywać jedno przezbrojenie, albo wykonywać jedno zadanie, albo być bezczynna (czyli maszyna nie może naraz wykonywać dwóch zadań, ani dwóch przezbrojeń, ani jednocześnie zadania i przezbrojenia).
- Przed rozpoczęciem kolejnej operacji zadania należy najpierw zakończyć operację poprzednią.
- Wykonywania zadań ani przezbrojeń nie można przerywać (brak wywłaszczeń).
- Przed rozpoczęciem wykonywania każdej operacji należy wykonać odpowiednie przezbrojenie.
- Kolejność wykonywania zadań na każdej maszynie musi być identyczna.

3 Permutacyjny problem przepływowy z typami przezbrojeń

Dany jest system produkcyjny z $m \in \mathbb{N}_+$ maszynami na którym należy wykonać $n \in \mathbb{N}_+$ zadań. Każde zadanie musi zostać wykonane na wszystkich maszynach w kolejności $1 \to 2 \to \ldots \to m$ (innymi słowy każde zadanie składa się z ciągu m operacji). Czas wykonywania operacji j na maszynie i dany jest przez $p_{i,j} \in \mathbb{N}_+$. Każde zadanie j ma typ dany przez $t_j \in \{0, 1\}$. Przed każdą operacją należy wykonać przezbrojenie, którego czas zależy od maszyny oraz klasy zadań. Tzn. czas przezbrojenia z zadania j na zadanie k na maszynie i dany jest przez s_i, jeśli $t_j = t_k$ oraz $10s_i$ jeśli $t_j \neq t_k$, gdzie $s_i \in \mathbb{N}_+$ jest dane jako parametr maszyny.

Należy określić harmonogram (czasy rozpoczęcia) wykonywania operacji, tak aby zminimalizować czas zakończenia wszystkich operacji (tzw. makespan) przy następujących założeniach:

- Maszyna może w danej chwili albo wykonywać jedno przezbrojenie, albo wykonywać jedno zadanie, albo być bezczynna (czyli maszyna nie może naraz wykonywać dwóch zadań, ani dwóch przezbrojeń, ani jednocześnie zadania i przezbrojenia).
- Przed rozpoczęciem kolejnej operacji zadania należy najpierw zakończyć operację poprzednią.
- Wykonywania zadań ani przezbrojeń nie można przerywać (brak wywłaszczeń).
- Przed rozpoczęciem wykonywania każdej operacji należy wykonać odpowiednie przezbrojenie.
- Kolejność wykonywania zadań na każdej maszynie musi być identyczna.

4 Permutacyjny problem przepływowy bez czekania

Dany jest system produkcyjny z $m \in \mathbb{N}_+$ maszynami na którym należy wykonać $n \in \mathbb{N}_+$ zadań. Każde zadanie musi zostać wykonane na wszystkich maszynach w kolejności $1 \to 2 \to \ldots \to m$ (innymi słowy każde zadanie składa się z ciągu m operacji). Czas wykonywania operacji j na maszynie i dany jest przez $p_{i,j} \in \mathbb{N}_+$.

Należy określić harmonogram (czasy rozpoczęcia) wykonywania operacji, tak aby zminimalizować czas zakończenia wszystkich operacji (tzw. makespan) przy następujących założeniach:

- Maszyna może wykonywać co najwyżej jedno zadanie jednocześnie.
- Przed rozpoczęciem kolejnej operacji zadania należy najpierw zakończyć operację poprzednią.
- Wykonywania zadań nie można przerywać (brak wywłaszczeń).
- Następna operacja zadania musi się zacząć natychmiast po zakończeniu poprzedniej operacji tego zadania (brak czekania w zadaniu).
- Kolejność wykonywania zadań na każdej maszynie musi być identyczna.

5 Permutacyjny problem przepływowy bez przestojów

Dany jest system produkcyjny z $m \in \mathbb{N}_+$ maszynami na którym należy wykonać $n \in \mathbb{N}_+$ zadań. Każde zadanie musi zostać wykonane na wszystkich maszynach w kolejności $1 \to 2 \to \ldots \to m$ (innymi słowy każde zadanie składa się z ciągu m operacji). Czas wykonywania operacji j na maszynie i dany jest przez $p_{i,j} \in \mathbb{N}_+$.

Należy określić harmonogram (czasy rozpoczęcia) wykonywania operacji, tak aby zminimalizować czas zakończenia wszystkich operacji (tzw. makespan) przy następujących założeniach:

- Maszyna może wykonywać co najwyżej jedno zadanie jednocześnie.
- Przed rozpoczęciem kolejnej operacji zadania należy najpierw zakończyć operację poprzednią.
- Wykonywania zadań nie można przerywać (brak wywłaszczeń).
- Następne zadanie wykonywane na maszynie musi się zacząć natychmiast po zakończeniu poprzedniego zadania na tej maszynie (brak przestojów maszyn).
- Kolejność wykonywania zadań na każdej maszynie musi być identyczna.

6 Permutacyjny problem przepływowy z sprzężeniami czasowymi

Dany jest system produkcyjny z $m \in \mathbb{N}_+$ maszynami na którym należy wykonać $n \in \mathbb{N}_+$ zadań. Każde zadanie musi zostać wykonane na wszystkich maszynach w kolejności $1 \to 2 \to \ldots \to m$ (innymi słowy każde zadanie składa się z ciągu m operacji). Czas wykonywania operacji j na maszynie i dany jest przez $p_{i,j} \in \mathbb{N}_+$. Ponadto każda maszyna i posiada minimalny i maksymalny czas pomiędzy wykonywaniem operacji dane jako odpowiednio a_i oraz b_i.

Należy określić harmonogram (czasy rozpoczęcia) wykonywania operacji, tak aby zminimalizować czas zakończenia wszystkich operacji (tzw. makespan) przy następujących założeniach:

- Maszyna może wykonywać co najwyżej jedno zadanie jednocześnie.
- Przed rozpoczęciem kolejnej operacji zadania należy najpierw zakończyć operację poprzednią.
- Wykonywania zadań nie można przerywać (brak wywłaszczeń).
- Minimalny odstęp pomiędzy wykonwywaniem kolejnych zadań na maszynie musi być zachowany.
- Maksymalny odstęp pomiędzy wykonwywaniem kolejnych zadań na maszynie musi być zachowany.
- Kolejność wykonywania zadań na każdej maszynie musi być identyczna.

7 Stochastyczny permutacyjny problem przepływowy

Dany jest system produkcyjny z $m \in \mathbb{N}_+$ maszynami na którym należy wykonać $n \in \mathbb{N}_+$ zadań. Każde zadanie musi zostać wykonane na wszystkich maszynach w kolejności $1 \to 2 \to \ldots \to m$ (innymi słowy każde zadanie składa się z ciągu m operacji). Czas wykonywania operacji j na maszynie i dany jest rozkładem $\mathcal{N}(p_{i,j}, \sigma_{i,j}^2)$ tzn. rozkładem normalnym z wartością oczekiwaną $p_{i,j} \in \mathbb{N}_+$ oraz odchyleniem standardowym $\sigma_{i,j} \in \mathbb{R}_+$. Innymi słowy, czasy wykonywania dane są zmiennymi losowymi i mogą mieć rózne realizacje. Można założyć że wynikowe czasy wykonywania (realizacje) są liczbami rzeczywistymi. W praktyce warto zadbać, by szansa wystąpienia czasów ujemnych była mała.

Należy określić harmonogram (czasy rozpoczęcia) wykonywania operacji, tak aby zminimalizować wartość oczekiwaną czasu zakończenia wszystkich operacji (wartość oczekiwaną tzw. makespan) przy następujących założeniach:

- Maszyna może wykonywać co najwyżej jedno zadanie jednocześnie.
- Przed rozpoczęciem kolejnej operacji zadania należy najpierw zakończyć operację poprzednią.
- Wykonywania zadań nie można przerywać (brak wywłaszczeń).
- Kolejność wykonywania zadań na każdej maszynie musi być identyczna.

Ze względu na probablistyczny charakter problemu, należy jedynie estymować wartość funkcji celu. Poleca się użycie metody Monte Carlo (próbkowanie rozkładu).

8 Odporny permutacyjny problem przepływowy

Dany jest system produkcyjny z $m \in \mathbb{N}_+$ maszynami na którym należy wykonać $n \in \mathbb{N}_+$ zadań. Każde zadanie musi zostać wykonane na wszystkich maszynach w kolejności $1 \to 2 \to \ldots \to m$ (innymi słowy każde zadanie składa się z ciągu m operacji). Czas wykonywania operacji j na maszynie i dany jest rozkładem $\mathcal{N}(p_{i,j}, \sigma_{i,j}^2)$ tzn. rozkładem normalnym z wartością oczekiwaną $p_{i,j} \in \mathbb{N}_+$ oraz odchyleniem standardowym $\sigma_{i,j} \in \mathbb{R}_+$. Innymi słowy, czasy wykonywania dane są zmiennymi losowymi i mogą mieć rózne realizacje. Można założyć że wynikowe czasy wykonywania (realizacje) są liczbami rzeczywistymi. W praktyce warto zadbać, by szansa wystąpienia czasów ujemnych była mała.

Należy określić harmonogram (czasy rozpoczęcia) wykonywania operacji, tak aby zminimalizować czasu zakończenia wszystkich operacji (tzw. makespan) dla 95% percentyla przy następujących założeniach:

- Maszyna może wykonywać co najwyżej jedno zadanie jednocześnie.
- Przed rozpoczęciem kolejnej operacji zadania należy najpierw zakończyć operację poprzednią.
- Wykonywania zadań nie można przerywać (brak wywłaszczeń).
- Kolejność wykonywania zadań na każdej maszynie musi być identyczna.

Ze względu na probablistyczny charakter problemu, należy jedynie estymować wartość funkcji celu. Poleca się użycie metody Monte Carlo (próbkowanie rozkładu), wtedy dla próbki określa się po prostu 95% percentyl.

9 Cykliczny permutacyjny problem przepływowy

Dany jest system produkcyjny z $m \in \mathbb{N}_+$ maszynami na którym należy cyklicznie wykonać $n \in \mathbb{N}_+$ zadań. Każde zadanie musi zostać wykonane na wszystkich maszynach w kolejności $1 \to 2 \to \ldots \to m$ (innymi słowy każde zadanie składa się z ciągu m operacji). Czas wykonywania operacji j na maszynie i dany jest przez $p_{i,j} \in \mathbb{N}_+$.

Należy określić harmonogram (czasy rozpoczęcia) wykonywania operacji, tak aby zminimalizować czasu cyklu pomiędzy kolejnymi harmonogramami przy następujących założeniach:

- Maszyna może wykonywać co najwyżej jedno zadanie jednocześnie.

- Przed rozpoczęciem kolejnej operacji zadania należy najpierw zakończyć operację poprzednią.
- Wykonywania zadań nie można przerywać (brak wywłaszczeń).
- Kolejność wykonywania zadań na każdej maszynie musi być identyczna.
- Operacje następnego cyklu są przesunięte dokładnie o czas cyklu w stosunku do odpowiednich operacji poprzedniego cyklu.

10 Hybrydowy permutacyjny problem przepływowy

Dany jest system produkcyjny z $s \in \mathbb{N}_+$ etapami na którym należy wykonać $n \in \mathbb{N}_+$ zadań. Każde zadanie musi zostać wykonane na wszystkich etapach w kolejności $1 \to 2 \to \ldots \to s$ (innymi słowy każde zadanie składa się z ciągu s operacji). Czas wykonywania operacji j na etapie i dany jest przez $p_{i,j} \in \mathbb{N}_+$. Ponadto każdy etap i składa się z $m_i \in \mathbb{N}_+$ identycznych maszyn (przy czym dla co najmniej jednego i powinno być $m_i > 1$). W danym etapie zadanie może zostać wykonane na dowolnej maszynie tego etapu.

Należy określić harmonogram (czasy rozpoczęcia) wykonywania operacji oraz przydział operacji do maszyn, tak aby zminimalizować czas zakończenia wszystkich operacji (tzw. makespan) przy następujących założeniach:

- Maszyna może wykonywać co najwyżej jedno zadanie jednocześnie.
- Przed rozpoczęciem kolejnej operacji zadania należy najpierw zakończyć operację poprzednią.
- Wykonywania zadań nie można przerywać (brak wywłaszczeń).
- Kolejność wykonywania zadań dla każdego etapu musi być identyczna.

11 Niepermutacyjny problem przepływowy z czasami dostarczenia

Dany jest system produkcyjny z $m \in \mathbb{N}_+$ maszynami na którym należy wykonać $n \in \mathbb{N}_+$ zadań. Każde zadanie musi zostać wykonane na wszystkich maszynach w kolejności $1 \to 2 \to \ldots \to m$ (innymi słowy każde zadanie składa się z ciągu m operacji). Czas wykonywania operacji j na maszynie i dany jest przez $p_{i,j} \in \mathbb{N}_+$. Ponadto dla każdego zadania j dany jest czas dostarczenia $r_j \in \mathbb{N}_+$.

Należy określić harmonogram (czasy rozpoczęcia) wykonywania operacji, tak aby zminimalizować czas zakończenia wszystkich operacji (tzw. makespan) przy następujących założeniach:

- Maszyna może wykonywać co najwyżej jedno zadanie jednocześnie.
- Przed rozpoczęciem kolejnej operacji zadania należy najpierw zakończyć operację poprzednią.
- Wykonywania zadań nie można przerywać (brak wywłaszczeń).
- Pierwsza operacja zadanie nie może zacząć się przed czasem dostarczenia zadania.

Należy zauważyć, że problem jest niepermutacyjny tzn. nie ma założenia, że na każdej maszynie kolejność wykonywania musi być taka sama.

12 Problem gniazdowy z czasami transportu

Dany jest system produkcyjny z $m \in \mathbb{N}_+$ maszynami na którym należy wykonać $n \in \mathbb{N}_+$ zadań. Każde zadanie musi zostać wykonane na wszystkich maszynach (innymi słowy każde zadanie składa się z ciągu m operacji). Operacja i-ta zadania j musi zostać wykonana na maszynie $n_{i,j} \in \{1, 2, \ldots, m\}$. Należy zaznaczyć, że wszystkie wartości $n_{i,j}$ dla danego j są różne tzn. zadanie jest wykonywane na danej maszynie dokładnie raz. Czas wykonywania operacji j na maszynie i dany jest przez $p_{i,j} \in \mathbb{N}_+$. Ponadto czas transportu z maszyny i na maszynę k dany jest przez $t_{i,k} \in \mathbb{N}_+$.

Należy określić harmonogram (czasy rozpoczęcia) wykonywania operacji, tak aby zminimalizować czas zakończenia wszystkich operacji (tzw. makespan) przy następujących założeniach:

- Maszyna może wykonywać co najwyżej jedno zadanie jednocześnie.
- Przed rozpoczęciem kolejnej operacji zadania należy najpierw zakończyć operację poprzednią.
- Wykonywania zadań nie można przerywać (brak wywłaszczeń).
- Pomiędzy operacjami danego zadania musi być odstęp równy co najmniej czasowi transportu dla danej pary maszyn.

13 Problem szeregowanie zadań na równoległych maszynach z czasami dostarczenia i operacjami

Dany jest system produkcyjny z $m \in \mathbb{N}_+$ identycznymi maszynami oraz $n \in \mathbb{N}_+$ zadań. Zadanie j składa się z ciągu $m_j \in \mathbb{N}_+$ operacji. Czas wykonywania operacji i zadania j dany jest przez $p_{i,j} \in \mathbb{N}_+$. Ponadto dla każdego zadania j dany jest czas dostarczenia $r_j \in \mathbb{N}_+$.

Należy określić harmonogram (czasy rozpoczęcia) wykonywania operacji oraz przydział operacji do maszyn, tak aby zminimalizować średni czas przepływu zadania (tzw. average flowtime) przy następujących założeniach:

- Maszyna może wykonywać co najwyżej jedną operację jednocześnie.
- Wykonywania operacji nie można przerywać (brak wywłaszczeń).
- Nie można zacząć żadnej operacji danego zadania przed czasem dostarczenia tego zadania.

W tym kontekście przepływ zadania definiujemy jako różnicę pomiędzy czasem zakończenia najpóźniejszej operacji tego zadania a czasem dostarczenia zadania.

14 Problem szeregowanie zadań na równoległych maszynach z czasami dostarczenia i pojemnościami maszyn

Dany jest system produkcyjny z $m \in \mathbb{N}_+$ maszynami oraz $n \in \mathbb{N}_+$ zadań. Czas wykonywania zadania j dany jest przez $p_j \in \mathbb{N}_+$, zaś jego rozmiar przez $s_j \in \mathbb{N}_+$. Pojemność maszyny i dana jest przez c_i (przy czym dla co najmniej jednego i wartość $c_i \geq s_j$ dla wszystkich j). Ponadto dla każdego zadania j dany jest czas dostarczenia $r_j \in \mathbb{N}_+$.

Należy określić harmonogram (czasy rozpoczęcia) wykonywania zadań oraz przydział zadań do maszyn, tak aby zminimalizować średni czas przepływu zadania (tzw. average flowtime) przy następujących założeniach:

- Suma rozmiarów zadań wykonywanych na maszynie w każdym momencie nie może być większa niż jej pojemność.
- Wykonywania zadań nie można przerywać (brak wywłaszczeń).
- Nie można zacząć zadania przed czasem dostarczenia tego zadania.

W tym kontekście przepływ zadania definiujemy jako różnicę pomiędzy czasem zakończenia zadania a czasem jego dostarczenia.

15 Problem szeregowanie zadań na równoległych maszynach z typami i szybkością maszyn

Dany jest system produkcyjny z $m \in \mathbb{N}_+$ maszynami oraz $n \in \mathbb{N}_+$ zadań. Bazowy czas wykonania zadania j dany jest przez $p_j \in \mathbb{N}_+$, zaś jego typ przez $t_j \in \{0, 1\}$. Typ maszyny i dany jest przez $T_i \in \{0, 1\}$ (przy czym powinna występować co najmniej jedna maszyna z każdego typu). Ponadto dla każdej maszyny i dana jest jej szybkość $s_i \in \mathbb{N}_+$. Faktyczny czas wykonania zadania j na maszynie i wynosi $\frac{p_j}{s_i} \in \mathbb{R}_+$.

Należy określić harmonogram (czasy rozpoczęcia) wykonywania zadań oraz przydział zadań do maszyn, tak aby zminimalizować czas zakończenia wszystkich zadań (tzw. makespan) przy następujących założeniach:

- Zadanie może być wykonywane tylko na maszynie o takim samym typie jak zadanie.
- Maszyna może wykonywać co najwyżej jedno zadanie jednocześnie.
- Wykonywania zadań nie można przerywać (brak wywłaszczeń).

16 Jednomaszynowy problem szeregowania zadań z ważoną sumą spóźnień oraz przezbrojeniami

Dany jest system produkcyjny z jedną maszyną na której należy wykonać $n \in \mathbb{N}_+$ zadań. Dla każdego zadania j dany jest czas wykonywania $p_j \in \mathbb{N}_+$, żądany termin zakończenia (deadline) $d_j \in \mathbb{N}_+$ oraz waga (priorytet) $w_j \in \mathbb{N}_+$. Ponadto przed każdym zadaniem należy wykonać przezbrojenie. Czas przezbrojenia jest zależny od (1) zadania które będzie wykonywane, (2) zadania które było wykonywane na maszynie poprzednio. Innymi słowy czas przezbrojenia z zadania j na zadanie k dany jest przez $s_{j,k} \in \mathbb{N}_+$. Jeśli zadanie k jest wykonywane na maszynie jako pierwsze to zakładamy $j = k$.

Należy określić harmonogram (czasy rozpoczęcia) wykonywania zadań tak aby zminimalizować sumę ważonych spóźnień (total weighted tardiness) przy następujących założeniach:

- Maszyna może w danej chwili albo wykonywać jedno przezbrojenie, albo wykonywać jedno zadanie, albo być bezczynna (czyli maszyna nie może naraz wykonywać dwóch zadań, ani dwóch przezbrojeń, ani jednocześnie zadania i przezbrojenia).
- Wykonywania zadań ani przezbrojeń nie można przerywać (brak wywłaszczeń).
- Przed rozpoczęciem wykonywania każdego zadania należy wykonać odpowiednie przezbrojenie.

Spóźnienia ujemne traktowane są jako 0.