## POLITECHNIKA WROCŁAWSKA WYDZIAŁ INFORMATYKI I ZARZĄDZANIA

KIERUNEK: INFORMATYKA

## **PROJEKT**

Teoria i inżynieria ruchu teleinformatycznego

Analiza sieci systemów autonomicznych przy użyciu algorytmów grafowych

**AUTORZY:** 

Bartosz Cieśla, Bartosz Janusz, Bartosz Kardas

# Spis treści

| 1. | Alg  | orytmy                            |
|----|------|-----------------------------------|
|    | 1.1. | Centralność w grafach             |
|    | 1.2. | Betweenness Centrality            |
|    |      | 1.2.1. Algorytm wyznaczania       |
|    | 1.3. | Closeness Centrality              |
|    | 1.4. | Eigenvector Centrality - Pagerank |

# Spis rysunków

| 1.1.  | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 6  |
|-------|---|----|
| 1.2.  | Działanie Closeness Centrality na przykładowym grafie   | 7  |
| 1.3.  | Działanie Eigenvector Centrality na przykładowym grafie | 8  |
| 1.4.  | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 9  |
| 1.5.  | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 9  |
| 1.6.  | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 10 |
| 1.7.  | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 10 |
| 1.8.  | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 11 |
| 1.9.  | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 11 |
| 1.10. | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 12 |
| 1.11. | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 12 |
| 1.12. | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 13 |
| 1.13. | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 13 |
| 1.14. | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 14 |
| 1.15. | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 15 |
| 1.16. | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 16 |
| 1.17. | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 16 |
| 1.18. | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 17 |
| 1.19. | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 17 |
| 1.20. | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 18 |
| 1.21. | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 19 |
| 1.22. | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 20 |
| 1.23. | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 20 |
| 1.24. | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 21 |
| 1.25. | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 21 |
| 1.26. | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 22 |
| 1.27. | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 23 |
| 1.28. | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 24 |
| 1.29. | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 24 |
| 1.30. | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 25 |
| 1.31. | Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie | 25 |

# Spis tabel

## Rozdział 1

# Wstęp

## 1.1. Cel projektu

Celem projektu jest ukazanie oraz dokonanie pomiarów zmienności rzeczywistych sieci systemów autonomicznych. Sieci te są reprezentowane za pomocą grafów nieskierowanych. Do ich analizy zastosowano algorytmy typowo wykorzystywane w przypadku badania sieci społecznościowych, tak zwane miary centralności grafu. Oprócz nich szczególną uwagę zwrócono na stopień poszczególnych węzłów.

#### 1.2. Dane sieci

Znalezienie odpowiednich danych wejściowych wymagało trochę czasu. Z racji niedeterministycznej struktury badanych sieci, niemożliwe było wygenerowanie danych testowych. Konieczne okazało się wykorzystanie danych pochodzących z badań istniejącej sieci internetu. Zdecydowano się wykorzystać zestaw pochodzący z projektu University of Oregon Route Views. Zawiera on 733 instancje grafu, tworzonego poprzez codzienne badania począwszy od 8 listopada 1997 roku. Ostania instancja pochodzi z 2 stycznia 2000 roku. Dane były zbierane za pomocą techniki multi-hop BGP sessions.

### 1.3. Systemy autonomiczne

Oryginalnie projekt miał opierać się na analizie grafów, gdzie każdy wierzchołek odpowiadał pojedynczemu urządzeniu - routerowi. Ze względu jednak na niską dostępność takich zestawów danych oraz ich gigantyczny rozmiar (niemożliwy do przetworzenia na dostępnym sprzęcie), zdecydowano się na badanie większych jednostek. System autonomiczny to sieć lub grupa sieci opartych na protokole IP pod wspólną administracyjną kontrolą, w której utrzymywany jest spójny schemat trasowania. Struktury te są podstawową jednostką budulcową Internetu na poziomie domen. Większość dostępnych topologii sieci internetowej opiera się na ich strukturze, dlatego uznano, że i w opisywanym projekcie znajdą zastosowanie.

## Rozdział 2

# Algorytmy

## 2.1. Centralność w grafach

W teorii grafów wskaźniki centralności informują o najbardziej znaczących wierzchołkach grafu. Ich przykładowymi zastosowaniami mogą być: znalezienie lidera, przywódcy spośród danej grupy osób, ustalenie kluczowego elementu infrastruktury sieciowej lub miejskiej bądź znalezienie osobnika o największym potencjale do roznoszenia choroby. Istnieje wiele odmiennych wskaźników centralności. Zrealizowany projekt implementuje trzy z nich: Closeness Centrality, Betweenness Centrality oraz Pagerank ( jedna z odmian Eigenvector Centrality)

## 2.2. Betweenness Centrality

Określa kluczowość wierzchołka w zakresie komunikacji - przechodność, pośredniczenie. Czyli w jakim stopniu dany wierzchołek jest spoiwem dla danej sieci. Jest to miara o bardzo wielkiej wartości, gdyż dzięki niej można znaleźć punkty krytycznej sieci bądź grafu.

### 2.2.1. Algorytm wyznaczania

- 1. Wyznaczyć ilość najkrótszych ścieżek między wierzchołkami u i v (  $d_{uv}$  )
- 2. Wyznaczyć ilość najkrótszych ścieżek między wierzchołkami u i v, które przechodzą przez wierzchołek w (  $d_{uv}(w)$  )
- 3. Suma stosunków oznacza stopień centralności wierzchołka w

$$c_b(w) = \sum_{u \neq v \neq w} \frac{d_{uv}(w)}{d_{uv}}$$

images/betweenness\_demo.png

Rys. 2.1: Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie

## 2.3. Closeness Centrality

Jest to stopień bliskości. Określa jak blisko (daleko) wierzchołek ma do pozostałych w grafie. Wysoki stopień biskości świadczy o dobrej własności propagacji informacji w grafie - element ten szybko rozprowadzi daną wiadomość (wirusa itp) po całej sieci.

#### Algorytm wyznaczania

- 1. Wyznaczyć odległości pomiędzy wierzchołkiem u a pozostałymi wierzchołkami w grafie v (  $d_{uv}$  )
- 2. W zależności od rodzaju grafu zsumować otrzymane odległości:
  - 1. Dla grafów rzadkich

$$c_c(u) = \frac{1}{\sum d_{uv}}$$

2. Dla grafów silnie połączonych

$$c_c(u) = \sum_{u \neq v} \frac{1}{d_{uv}}$$

images/closeness\_demo.png

Rys. 2.2: Działanie Closeness Centrality na przykładowym grafie

## 2.4. Eigenvector Centrality - Pagerank

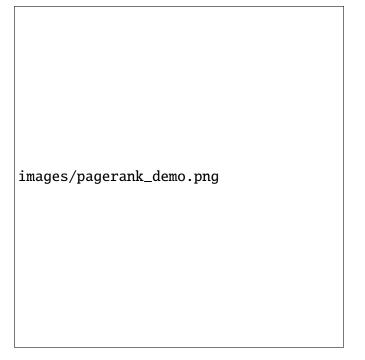
Określa wpływ, oddziaływanie wierzchołka na pozostałe w grafie. Wykorzystuje nie tylko ilość połączeń danego wierzchołka z innymi, a przede wszystkim ich jakość. Wartości przypisane do każdego z wierzchołków bazują na koncepcji w której wysoko ocenione wierzchołki bardziej wpływają na ostateczną ocenę połączonego wierzchołka, niż te, których ocena jest niska. Jedną z odmian Eigenvector Centrality jest algorytm PageRank. Poniżej przedstawiono uproszczony algorytm jego działania.

#### Algorytm wyznaczania

- 1. Wyznaczyć ilość wierzchołków w grafie (N)
- 2. Wyznaczyć stopień każdego z wierzchołków (l(u))
- 3. Zainicjować wartości początkowe dla każdego wierzchołka wartością początkową  $(c_e(u)=1)$
- 4. Określić współczynnik tłumienia, zwykle wynosi on około 0.85 ( d=0.85 )
- 5. Obliczyć nową wartość PageRank każdego wierzchołka

$$c_e(u) = \frac{1-d}{N} + d\sum_{v \in B_u} \frac{c_e(v)}{l(v)}$$

 $B_u$  oznacza zbiór wszystkich wierzchołków, które odnoszą się do wierzchołka u



Rys. 2.3: Działanie Eigenvector Centrality na przykładowym grafie

| Przykład  |
|---|
| images/Outliers.png   |
| Rys. 2.4: Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie |
| Przykład  |
|   |
| <pre>images/number_edges.png</pre>                                |
| Thiages/ Humber_edges.phg   |
|   |
| Rys. 2.5: Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie |
| Przykład  |

|  | 2.4.   | Eigenvector Centrality - Pagerank |
|--|--------|-----------------------------------|
| images/number_vertices.png                             |        |                                   |
| Rys. 2.6: Działanie Betweenness Centrality na          | a przy | kładowym grafie                   |
| Przykład   |        |                                   |
| <pre>images/degree_percentiles.png</pre>               |        |                                   |
| Rys. 2.7: Działanie Betweenness Centrality na Przykład | a przy | kładowym grafie                   |

|   |               |               | 2.4.              | Eigenvector Cent | rality - Pagerank |
|---|---------------|---------------|-------------------|------------------|-------------------|
| images/graph_densi  | ty.png        |               |                   |                  |                   |
| Rys. 2.8:   | : Działanie B | Betweenness C | Centrality na prz | ykładowym grafie |                   |
| Przykład  |               |               |                   |                  |                   |
| images/nodes_degre  | ees.png       |               |                   |                  |                   |
| Rys. 2.9: Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie |               |               |                   |                  |                   |
| Przykład  |               |               |                   |                  |                   |

|  | 2.4.    | Eigenvector Centrality - Pagerank |
|--|---------|-----------------------------------|
| <pre>images/nodes_degree_max.png</pre>                                     |         |                                   |
| Rys. 2.10: Działanie Betweenness Centrality n                              | a prz   | ykładowym grafie                  |
|  |         |                                   |
| Przykład   |         |                                   |
| images/nodes_degree_min.png  Rys. 2.11: Działanie Betweenness Centrality n | ia przy | vkładowym grafie                  |
| Kys. 2.11: Działanie Betweenness Centrality n                              | ia prz  | уклаdowym grafie                  |
| Przykład   |         |                                   |

| 2.4. Eigenvector Centrality - Pageran                              |
|--|
| <pre>images/nodes_degrees_mean.png</pre>                           |
| Rys. 2.12: Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie |
|  |
| Przykład   |
|  |
| <pre>images/nodes_degrees_median.png</pre>                         |
| Rys. 2.13: Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie |
|  |
| Przykład   |

|                        | 2.4. | Eigenvector Centrality - Pagerank |
|------------------------|------|-----------------------------------|
|                        |      |                                   |
|                        |      |                                   |
|                        |      |                                   |
|                        |      |                                   |
|                        |      |                                   |
|                        |      |                                   |
|                        |      |                                   |
|                        |      |                                   |
| images/betweenness.png |      |                                   |
|                        |      |                                   |
|                        |      |                                   |
|                        |      |                                   |
|                        |      |                                   |
|                        |      |                                   |
|                        |      |                                   |
|                        |      |                                   |

Rys. 2.14: Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie

|  | 2.4.        | Eigenvector Centrality - Pagerank |
|--|-------------|-----------------------------------|
|  |             |                                   |
|  |             |                                   |
|  |             |                                   |
|  |             |                                   |
|  |             |                                   |
|  |             |                                   |
|  |             |                                   |
|  |             |                                   |
|  |             |                                   |
|  |             |                                   |
| <pre>images/betweenness_8k.png</pre>   |             |                                   |
| agas, assessed to the property of the property |             |                                   |
|  |             |                                   |
|  |             |                                   |
|  |             |                                   |
|  |             |                                   |
|  |             |                                   |
|  |             |                                   |
|  |             |                                   |
|  |             |                                   |
|  |             |                                   |
|  |             |                                   |
| Rys. 2.15: Działanie Betweenness Centra  | lity na prz | ykładowym grafie                  |

|            | 2.4. Eigenvector Centrali  | ty - Pagerank |
|------------|--|---------------|
| images/bet | weenness_max.png   |               |
|            | Rys. 2.16: Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie |               |
| Przykład   |  |               |
| images/bet | weenness_min.png   |               |
| Przykład   | Rys. 2.17: Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie |               |

|   | 2.4.   | Eigenvector Centrality - Pagerank |
|---|--------|-----------------------------------|
| <pre>images/betweenness_mean.png</pre>        |        |                                   |
| Rys. 2.18: Działanie Betweenness Centrality i | na prz | vkładowym grafie                  |
|   | r      | y                                 |
| Przykład                                      |        |                                   |
| images/betweenness_median.png                 |        |                                   |
| Rys. 2.19: Działanie Betweenness Centrality   | na prz | ykładowym grafie                  |
|   |        |                                   |
| Przykład                                      |        |                                   |

|                      | 2.4. | Eigenvector Centrality - Pagerank |
|----------------------|------|-----------------------------------|
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
| images/closeness.png |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |

Rys. 2.20: Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie

|   | 2.4.   | Eigenvector Centrality - Pagerank |
|---|--------|-----------------------------------|
|   |        |                                   |
|   |        |                                   |
|   |        |                                   |
|   |        |                                   |
|   |        |                                   |
|   |        |                                   |
|   |        |                                   |
|   |        |                                   |
|   |        |                                   |
|   |        |                                   |
| images/closeness_8k.png                     |        |                                   |
|   |        |                                   |
|   |        |                                   |
|   |        |                                   |
|   |        |                                   |
|   |        |                                   |
|   |        |                                   |
|   |        |                                   |
|   |        |                                   |
|   |        |                                   |
| Rys. 2.21: Działanie Betweenness Centrality | na prz | ykładowym grafie                  |

|             | 2.4. Eigenvector Centrality - Pagerank                             |
|-------------|--|
| images/clos | seness_max.png   |
|             | Rys. 2.22: Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie |
| Przykład    |  |
| images/clos | seness_min.png   |
| Przykład    | Rys. 2.23: Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie |

| 2.4. Eigenvector Cen   | trality - Pagerank |
|--|--------------------|
| images/closeness_mean.png  |                    |
| Rys. 2.24: Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie |                    |
|  |                    |
| Przykład   |                    |
|  |                    |
| <pre>images/closeness_median.png</pre>                             |                    |
| Rys. 2.25: Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie |                    |
|  |                    |
| Przykład   |                    |

|                      | 2.4. | Eigenvector Centrality - Pagerank |
|----------------------|------|-----------------------------------|
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
| images/pagerank.png  |      |                                   |
| Images/ pagerank.png |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |
|                      |      |                                   |

Rys. 2.26: Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie

|                                 | 2.4.                | Eigenvector Centrality - Pagerank |
|---------------------------------|---------------------|-----------------------------------|
|                                 |                     |                                   |
|                                 |                     |                                   |
|                                 |                     |                                   |
|                                 |                     |                                   |
|                                 |                     |                                   |
|                                 |                     |                                   |
|                                 |                     |                                   |
|                                 |                     |                                   |
|                                 |                     |                                   |
|                                 |                     |                                   |
| images/pagerank_8k.png          |                     |                                   |
| 5 71 5 - 1 5                    |                     |                                   |
|                                 |                     |                                   |
|                                 |                     |                                   |
|                                 |                     |                                   |
|                                 |                     |                                   |
|                                 |                     |                                   |
|                                 |                     |                                   |
|                                 |                     |                                   |
|                                 |                     |                                   |
|                                 |                     |                                   |
| D 44 D 11 1 D                   | ~                   |                                   |
| Rys. 2.27: Działanie Betweennes | s Centrality na prz | ykładowym grafie                  |

|  | 2.4.    | Eigenvector Centrality - Pagerank |
|--|---------|-----------------------------------|
| images/pagerank_max.png                                |         |                                   |
| Rys. 2.28: Działanie Betweenness Centrality i          | na przy | kładowym grafie                   |
| Przykład   |         |                                   |
| <pre>images/pagerank_min.png</pre>                     |         |                                   |
| Rys. 2.29: Działanie Betweenness Centrality i Przykład | na przy | kładowym grafie                   |

| 2.4. E   | igenvector Centrality - Pagerank |
|--|----------------------------------|
| images/pagerank_mean.png                                       |                                  |
| Rys. 2.30: Działanie Betweenness Centrality na przykł Przykład | adowym grafie                    |
| images/pagerank_median.png                                     |                                  |

Rys. 2.31: Działanie Betweenness Centrality na przykładowym grafie