• $num(x) :=$ numer Gödla liczebnika dla x
(np. $num(0) = 3$)

• $subst(x, y) := \begin{cases} \ulcorner\varphi(t)\urcorner & x \text{ jest postaci } \ulcorner\varphi(u)\urcorner, \\ & y \text{ jest } \ulcorner t\urcorner \\ & \text{i } t \text{ podstawialny za } u \text{ w } \varphi \\ 0 & \text{wpp} \end{cases}$

Uw W istocie wszystkie powyższe relacje / funkcje są definiowalne formułami $\Delta_0(exp)$ tzn Δ_0 z ograniczeniem ~~termów~~ typu 2^{x^x}

Def $Pr_T(y) := \exists_x Prov_T(y, x)$

„y jest zdaniem dowodliwym w T"

Uw Ta własność jest rek. przel., ale nie jest rozstrzygalna!

Lemat (przekątniowy Gödla) (pierwszy raz sformułowany przez Carnapa) (zwany również jako lemat o punkcie stałym, [illegible])

Niech $\varphi(x)$ fla ~~języka~~ z jedną zmienną wolną x.
Wtedy ist. zdanie ψ t.że $PA^- \vdash \psi \Leftrightarrow \varphi(\ulcorner\psi\urcorner)$
Ponadto jeśli φ jest Σ_n / Π_n, $n>0$, to ψ bdzie też.

Dow Rozważmy $\xi(x) := \varphi(subst(x, num(x)))$.
Niech m będzie $\ulcorner\xi\urcorner$. Niech $\psi := \xi(\underline{m})$
$(= \varphi(subst(\underline{m}, num(\underline{m})))$
Zauważmy, że $\ulcorner\psi\urcorner = subst(m, num(m))$
Zatem $PA^- \vdash \ulcorner\psi\urcorner = subst(\underline{m}, num(\underline{m}))$
Zatem $PA^- \vdash \psi \Leftrightarrow \varphi(subst(\underline{m}, num(\underline{m}))) \Leftrightarrow \varphi(\ulcorner\psi\urcorner)$ $\square$