Stw ZFC interpretuje PA, tzn. istn. fmy

$\varphi_{\mathbb{N}}(x)$, $\varphi_+(x,y,z)$, $\varphi_\cdot(x,y,z)$,

$\varphi_\leq(x,y)$, $\varphi_0(x)$, $\varphi_1(x)$ t. że

dla każdego γ aks. PA

$ZFC \vdash \gamma^{\varphi_{\mathbb{N}}}$ → zrelatywizowane do ...

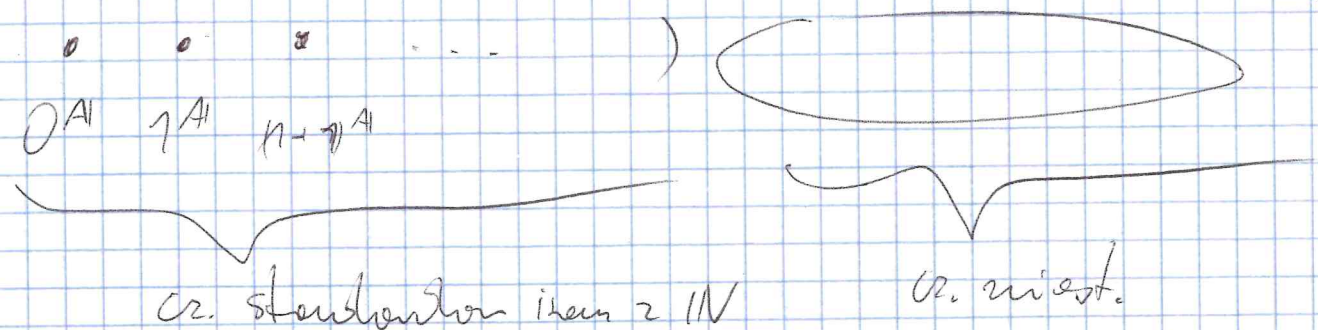
$x \leq y \to \varphi_\leq(x,y)$

$x+y=z \to \varphi_+(x,y,z)$

$\exists x\, \psi' \vdash \exists x\, (\varphi_{\mathbb{N}}(x) \wedge \psi^{\varphi_{\mathbb{N}}})$

$\forall x\, \psi \vdash \forall x\, (\varphi_{\mathbb{N}}(x) \Rightarrow \psi^{\varphi_{\mathbb{N}}})$

Stw Modele PA (nazwa PA⁻) mają zawsze postać



Przykład PA dowodzi:

$PA \vdash \forall x\, \exists y\, (y > x \wedge y \text{ pierwsze})$

Dow. Zał. ni x tze pow. x nie ma L. pierwszych

Wtedy ist. najw. l. pierw. (aks. ind.)

Przez ind. po $w \leq p$ dow. że ist. liczba z_w podzielna

przez wszystkie liczby $\leq w$. Potrzebujemy na z_p+1.

Sprawdzamy że ona nie dzieli się przez żadną liczbę

poniżej p (oprócz 1). Natomiast ma dzielnik pierwszy

i on musi być $> p$ ↯ □