Wykład 8 V 2017

Dwie uwagi o tw. Gödla.

1. W I tw. G. dowodzimy, że „jeśli T niesprzeczne to $T \nvdash \gamma$"
   Dowód II tw. polega na sprawdzeniu, że przy dodatkowych założeniach na T, T dowodzi —"—
2. Prosty dowód niezupełności PA:
   jeśliby PA było zupełne, to $Pr_{PA}(x)$ przeczyłby tw. Tarskiego o nied. prawdy.

FORMUŁY UNIWERSALNE I HIERARCHIA ARYTM.

Cel na dziś:

formuła o numerze x jest prawdziwa przy wartościowaniu v

<u>Tw</u> Dla każdego $n \geq 1$ ist. fla $Sat_{\Sigma_n}(x, v)$ klasy Σ_n t. że dla dow. $\varphi(\bar{y}) \in \Sigma_n$
$PA \vdash \forall \bar{y} (\varphi(\bar{y}) \iff Sat_{\Sigma_n}(\ulcorner \varphi \urcorner, \langle \bar{y} \rangle))$

<u>Lemat</u> Ist. fla $Sat_{\Delta_0}(x, v)$ klasy $\Delta_0(exp)$ — ograniczono jeśli dopuścimy termy z użyciem exp
która ma własność dla $\varphi \in \Delta_0$

<u>Dow</u> (to głównie jest dość oczywiste) (zapiszemy algorytm)
Najpierw konstruujemy fla $val(x, v) = w$ wyrażającą „wartość termu o nrze Gödla x przy wartościowaniu danym przez v wynosi w".

$\boxed{val(x, v) = w}$:= x jest termem $\wedge$
$\wedge\ \exists s = \langle s_0, \dots, s_k \rangle$ ciąg t. że $\forall i \leq k\ [\exists t, u < s\ (s_i = \langle t, u \rangle$
$\wedge$ t jest podtermem x $\wedge\ [(t$ jest i-tą zmienną $\wedge\ u = (v)_i)$
$\vee\ (t = \ulcorner 0 \urcorner \wedge u = 0) \vee (t = \ulcorner 1 \urcorner \wedge u = 1)$
$\vee\ \exists j, l < i\ (s_j = \langle t_j, u_j \rangle \wedge s_l = \langle t_l, u_l \rangle \wedge t = \ulcorner t_j + t_l \urcorner \wedge u = u_j + u_l$
$\vee$ (analogicznie dla „·") $]] \wedge \dots$