Dow Przez indukcję po n

$(n=1)$ Jest (wersja zasady szufladkowej)

$(n \Rightarrow n+1)$ Dane $f : [\mathbb{N}]^{n+1} \to l$

Skonstruujemy:

rozważmy ciąg taki $0 = a_1 < a_2 < a_3 < \dots$

zstępujący ciąg nieskończonych zbiorów $\mathbb{N} \supseteq H_1 \supseteq H_2 \supseteq \dots$

ciąg kolorów $c_1, c_2, c_3, \dots$

$a_1 := 0$

Na mocy $\omega \to (\omega)^n_l$ istn. niest. zbiór $H_1 \subseteq \mathbb{N} \setminus \{0\}$ oraz kolor $c_1 < l$ ~~t.że~~ taki, że dla dow. $(x_1, \dots, x_n) \in [H_1]^n$

$f(0, \bar{x}) = c_1$

Ogólnie: mamy $a_1, \dots, a_i$, $H_1, \dots, H_i$, $c_1, \dots, c_i$

takie z konstrukcji $H_i \subseteq \mathbb{N} \setminus \{0, \dots, a_i\}$

Kładziemy $a_{i+1} := \min H_i$

Na mocy $\omega \to (\omega)^n_l$ istn. niesk. $H_{i+1} \subseteq H_i \setminus \{a_{i+1}\}$ oraz kolor $c_{i+1} < l$ t.że dla $x_1, \dots, x_n \in H_{i+1}$

$$f(a_{i+1}, \bar{x}) = c_{i+1}$$

itd.

Na mocy konstrukcji dla dow. i:

- $a_{i+1}, a_{i+2}, \dots \in H_i$
- dla dow $\bar{b} \in [H_i]^n$, $f(a_i, \bar{b}) = c_i$
- w szczególności, dla dow. $i_1 < \dots < i_{n+1}$

$$f(a_{i_1}, \dots, a_{i_{n+1}}) = c_{i_1}$$

Z $\omega \to (\omega)^1_l$ mamy $c < l$ że $\{i : c_i = c\}$ jest nieskończony. W takim razie zbiór $H := \{a_i : c_i = c\}$ jest nieskończonym zbiorem dla

$$f\restriction_{[H]^{n+1}} = c \quad \square$$