Ch.5: Karnaugh Maps

5.1 Minimum Forums of Switching Functions

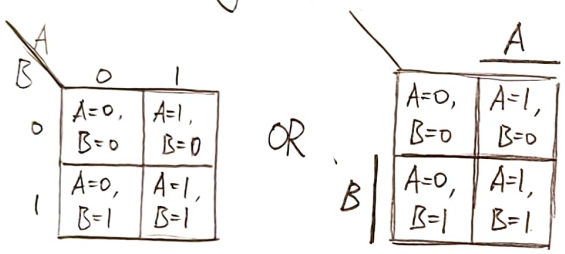
- 간단한 식을 구하는 방법들 : Algebraic Simplification
  1. Combine terms using $XY' + XY = X$.
     → $X + X = X$ 이므로 여러번 반복사용 가능.
  2. Eliminate redundant terms by using the consensus theorem
     $XY + X'Z + YZ = XY + X'Z$.

⇒ 체계적으로 와닿지 않음. 또한 어떤 소거법을 사용하냐에 따라서 달라질 수 있음.

5.2 Two- and Three-Variable Karnaugh Maps

- Karnaugh Maps.
  - 기존 방식 → 어렵고 복잡, 경우에 따라 불가능에 가까운 경우도 존재.
  - 카르노 맵 → 문제점을 해결함. 2차원 truth table 이며 통상적으로 6개의 변수까지 가능.

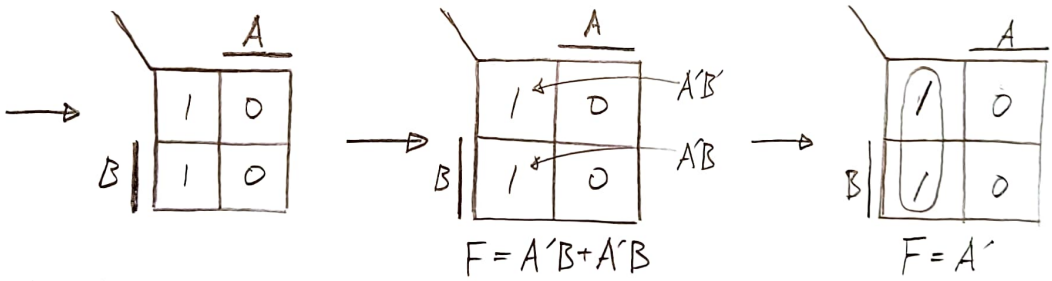
- 2-variable Karnaugh Map.



→ Truth table을 바꾼 형태.
칸칸 한칸이 전부 minterm 이며
그 칸은 0 또는 1로 채워짐.

example)

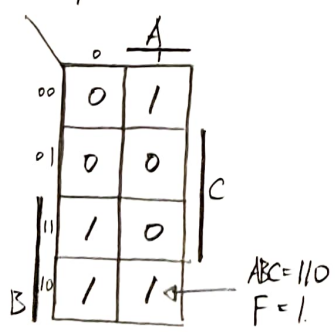
A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0



→ 여러 것끼리 결합하여 (grouping) 모으고 관찰하면 묶어도 불변하는 항은 살아있고 변하는 항은 소거됨.

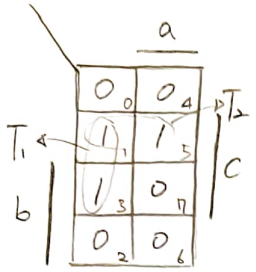
- Truth Table and Karnaugh Map for Three-Variable Function.

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



통상적인 순서와는 다르게 11 후에 10이 나옴. 순서의 여러 minterm 사이에 결합이 가능하도록 하기 위함.
한쪽 끝과 반대쪽 끝도 인접한다고 볼 수 있음.

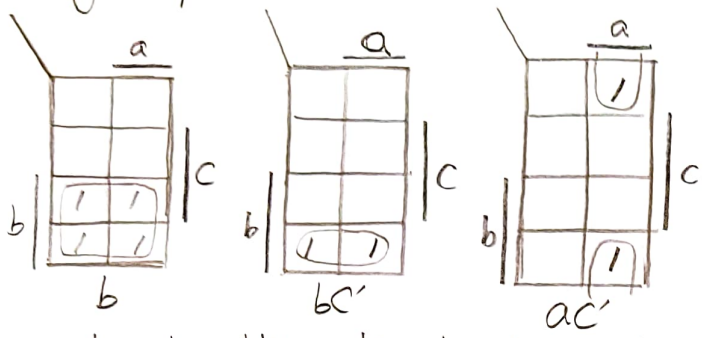
• Karnaugh Map of $F(a,b,c) = \Sigma m(1,3,5) = \Pi(0,2,4,6,7)$ & Simplification



$\Sigma m(1,3,5) = m_1 + m_3 + m_5 = T_1 + T_2 = a'c + b'c$

이런 소리.

• Karnaugh Maps for Product Terms



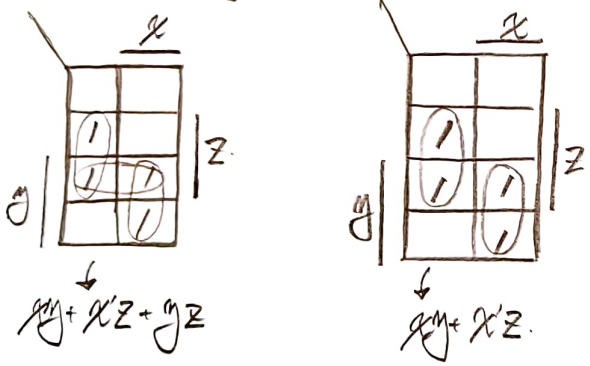
→ 앞에서 말했듯 Grouping을 통해 왕창처리하는 부분을 전부 상수라고 고려된 부분만 살려서 결합함.

2개가 그루핑되면 변수 1개 탈락
4개가 그루핑되면 변수 2개 탈락 → 2의 거듭제곱

* 참고: 역으로 상수하면 식을 맵으로 나타낼 수 있음.

• Karnaugh Maps Which Illustrate the Consensus Theorem

$xy + x'z + yz = xy + x'z$ 를 증명할 수 있다.



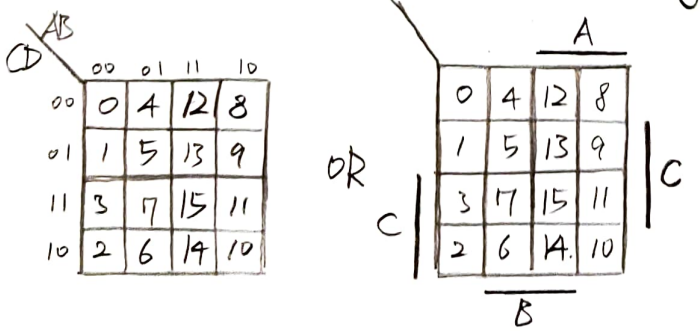
양쪽으로도 다 구비가 되니까
가운데 Grouping은 쓸모가 없음.
yz는 redundant term이다

• Function with Two Minimal Forms

최적의 그루핑을 통해 간소화 했는데도 경우의 수가 여러가지일 때가 존재함. → 둘 다 맞음.
최적인지만 확인하면 됨.

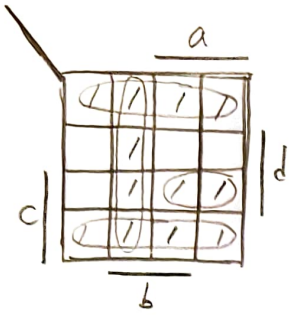
5.3 Four-Variable Karnaugh Maps.

• Location of Minterms on Four-Variable Karnaugh Map.



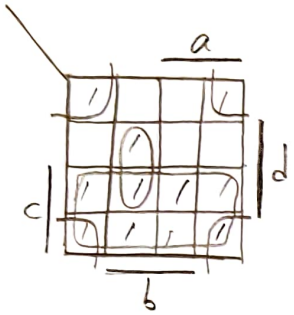
→ 순서에 유의하자!
00 01 11 10 순이다.
(좌우로, 상하로도)

• Plot of $acd + a'b + d'$



→ $f(a, b, c, d) = acd + a'b + d'$

• Simplification of Four-Variable Functions

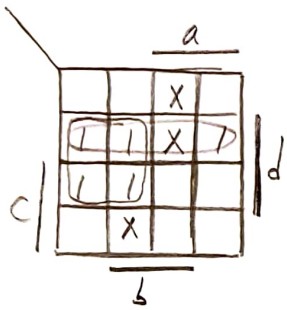


→ $F = \Sigma m(0, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 14, 15)$

$= c + b'd + a'bd$

⇒ 네 가지에도 그루핑이 가능하다.

• Simplification of an Incompletely Specified Function.

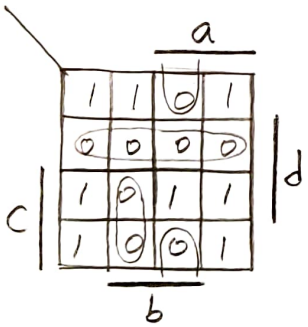


X: Don't Care term

→ $f = \Sigma m(1, 3, 5, 7, 9) + \Sigma d(6, 12, 13)$

$= a'd + c'd$

• 만약 maxterm expansion을 통한 POS 형태를 원한다면.



→ 0을 기준으로 그루핑한 후 f'의 SOP를 얻은 후 드모르간 취함.

• Basic Karnaugh Map Groupings

강의 PDF 23, 24 페이지 참고

수업 안봐도 될듯...

5.4 Determination of Minimal Expressions Using Essential Prime Implicants

- 카르노 맵을 이용한 단순화 과정에서의 조금 더 체계화 version.

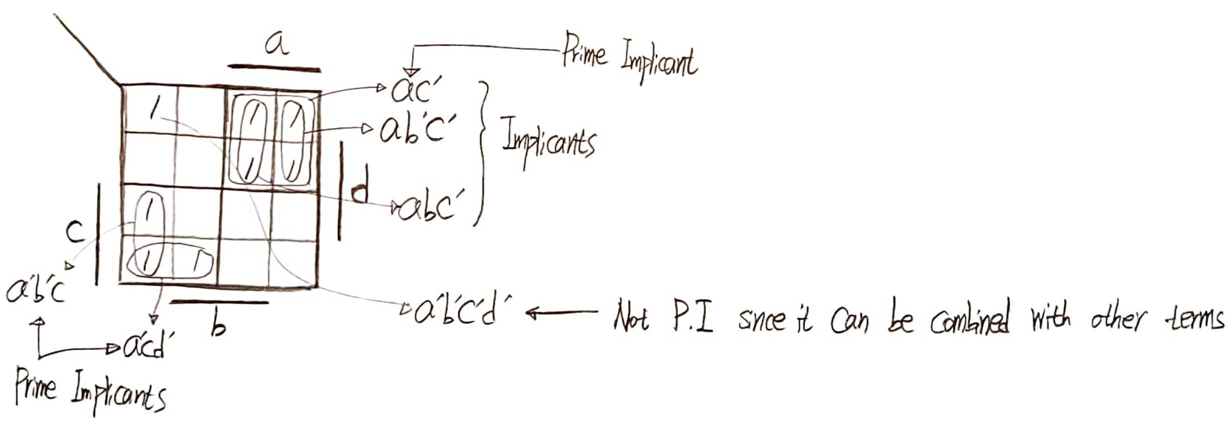
Implicants of F : 셀을 1이거나 결합된 덩어리 하나하나를 설함.
→ Any single '1' or any group of '1's which can be combined together on a map
: each grouping of any size is thus an implicant.

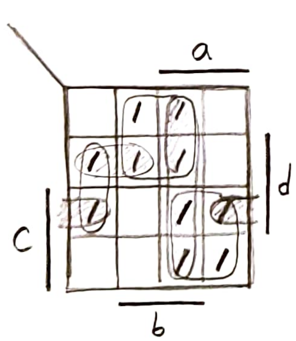
Prime Implicants of F : Implicants 중에서 가장 큰 크기의 grouping
→ A product term if it cannot be combined with other terms to eliminate variable.
∴ a largest possible grouping.

Essential Prime Implicants of F (EPI) : Prime Implicants 중에서 특정한 1을 커버 가능한 Prime Implicants
→ A prime implicant that is the ONLY cover for some 1's on the map
(essential is relative to a particular minterm) ∴ always look for E.P.I. first in simplification.

*** Simplification Procedure ***
Step 1) Identify those groupings that are maximal
Step 2) Use the fewest possible number of maximal groupings.

그림 예시



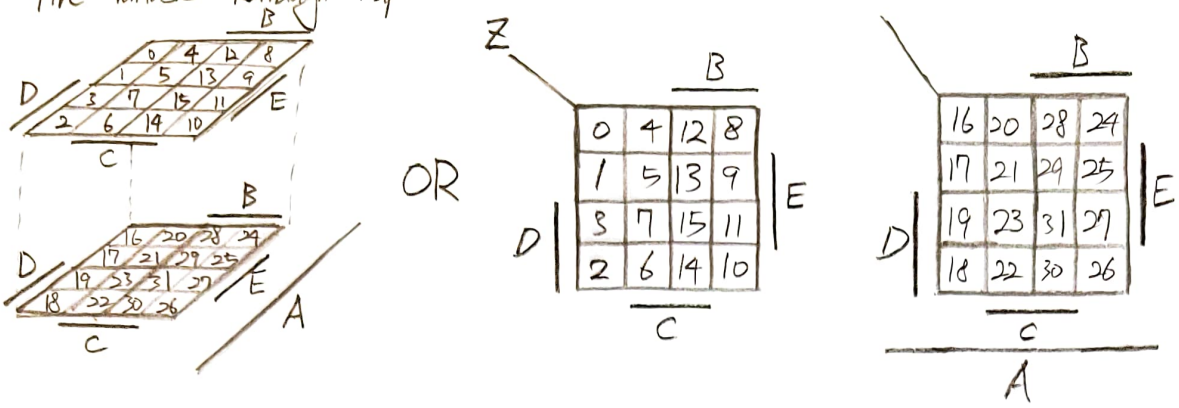


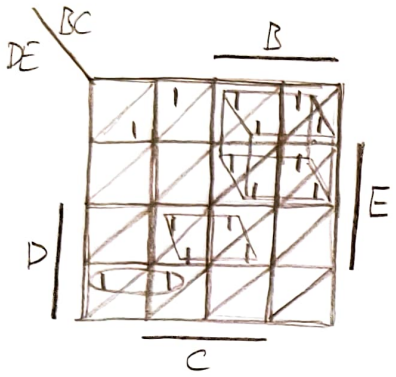
PI라는 관점에서 색칠한 것 / 색칠 안한 것 모두 맞긴 함.
but 최소의 표현식을 얻는다는 관점에서는 4칸짜리 정사각형 2개가 EPI임.
→ 4, 15번 커버 가능한 유일한 수단이기 때문.
EPI 취한 후 커버 안된 그루핑을 만듦.

- 절차
  1. First, find essential prime implicants
  2. If minterms are not covered by essential prime implicants only, more implicants must be added to form minimum expression.

5.5 Five-Variable Karnaugh Maps

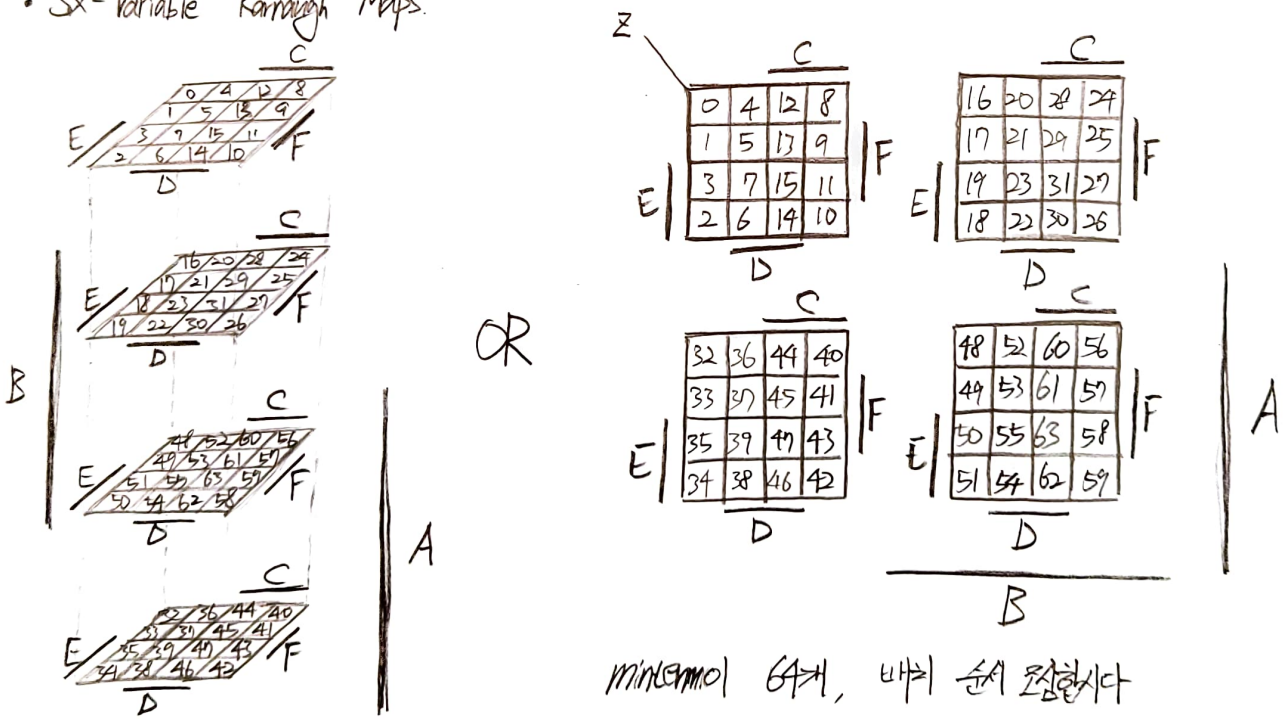
- Five-Variable Karnaugh Map





→ 여러 식으로도 표현됩니다.
타고 구하는 것을 제일 중요하게 생각하자.

- Six-Variable Karnaugh Maps.



minterm이 64개, 내가 순서 조절한다

5.6 Other Uses of Karnaugh Maps

Minterm · Maxterm expansion을 할 수 있다 & 그것에서 표현 가능하다 & 간소도 Simplification : Consensus.
1 조절 0 조절 앞에서 주관적 말함

5.7 Other Forms of Karnaugh Maps Programmed Exercises Problems

다른 표현 방식에 관한 간단한 내용. 강의 PDF만 참고해도 될 듯하다.