



Universität zu Köln
Praktikum B, Kernphysik

Versuchsauswertung

B3.4: Positronen-Emissions-Tomografie

Betreuer: Mario Ley
Durchgeführt und ausgewertet von:
Lucas Eipper
Benedikt Leicher

Durchführung: 25.12.2024

Abstract

Das Ziel dieses Versuchs ist es, die physikalischen und elektronischen Grundlagen der Positronen-Emissions-Tomografie kennenzulernen. Als Beispiel für eine mögliche Anwendung wird eine verschlossene Truhe gescannt, in der radioaktive Quellen versteckt sind, und mit Hilfe einer grundlegenden PET-Anordnung lokalisiert werden sollen. Des Weiteren ist es möglich, die relative Intensität dieser Quellen zu bestimmen.

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	1
1.1	Was ist PET	1
1.2	β -Zerfall	2
1.3	Paarvernichtung	3
1.4	Wechselwirkung von γ -Strahlung mit Materie	4
1.4.1	Photoeffekt	5
1.4.2	Compton-Effekt	5
1.4.3	Paarbildung	5
1.4.4	Relevanz der Wechselwirkungen	6
1.5	Szintillatoren und Photomultiplier	7
2	Elektronik	9
2.1	Verstärker	9
2.2	Diskriminatoren	9
2.3	Koinzidenzeinheit und Zähler	10
3	Versuchsdurchführung	11
3.1	Versuchsaufbau und Signalaufnahme	11
3.2	Ortsauflösung der Koinzidenzmessung	12
3.3	PET-Scan der Truhe	13
3.4	Winkelabhängigkeit der Paarvernichtung	14
4	Auswertung und Ergebnisse	15
4.1	Signale am Oszilloskop	15
4.1.1	Ausgangssignal des Vorverstärkers	15
4.1.2	Ausgangssignal des TFA	16
4.1.3	Ausgangssignal des CFD	17
4.2	Bestimmung der Ortsauflösung	18
4.3	Auswertung des PET-Scans	19
4.4	Analyse der Winkelabhängigkeit	23

5	Diskussion	26
6	Anhang	29
6.1	Messergebnisse	29
7	Abbildungsverzeichnis	34
8	Literaturverzeichnis	35

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Was ist PET

Die Positronen-Emissions-Tomographie (PET) ist ein innovatives Bildgebungsverfahren, das auf der Nutzung radioaktiver Stoffe basiert, um Stoffwechselprozesse und physiologische Aktivitäten sichtbar zu machen. Im Gegensatz zu anderen bildgebenden Verfahren, die primär Gewebeveränderungen aufzeigen, bietet die PET die Möglichkeit, metabolische Aktivitäten direkt zu erfassen. Das Verfahren nutzt die e^+e^- -Annihilation, bei der zwei Gammaquanten im 180° -Winkel zueinander emittiert werden.

Für die Untersuchung werden den Patient*innen sogenannte Tracer injiziert – radioaktive Substanzen, die gezielt in bestimmte Stoffwechselprozesse eingebunden werden. Diese Tracer, wie zum Beispiel ^{18}F -Fluordesoxyglucose, sind β^+ -Strahler mit kurzer Halbwertszeit, was die Strahlenexposition minimiert. Tumorzellen beispielsweise haben einen erhöhten Glukoseverbrauch, wodurch sie durch spezifische Tracer besonders gut sichtbar gemacht werden können.

Die bei der Annihilation entstehenden Gammaquanten werden von Detektoren erfasst, die durch Koinzidenzmessungen die Verbindungslinien zwischen den Zerfallsorten rekonstruieren. Diese „Lines of Response“ erlauben die Erstellung von 3D-Modellen, die Aussagen über den Stoffwechsel in verschiedenen Gewebeebenen ermöglichen. Die räumliche Genauigkeit ist jedoch auf etwa 2 mm begrenzt, da die Positronen im Gewebe eine gewisse Reichweite zurücklegen, bevor sie zur Annihilation kommen. Störungen wie falsche Koinzidenzen oder absorbierte Teilchen können die Bildqualität beeinträchtigen.[1][2]

Im Vergleich zu anderen Bildgebungsverfahren bietet die PET spezifische Vorteile, insbesondere bei der Analyse von Stoffwechselerkrankungen. Die Computertomographie (CT) nutzt hingegen Röntgenstrahlen, um strukturelle Veränderungen wie Knochenbrüche oder Lungenprobleme darzustellen, verursacht jedoch eine höhere Strahlenbelastung von 1,5–10 mSv[3], während die PET-typische Belastung bei etwa 7,6 mSv liegt[2]. Die Magnetreso-

nanztomographie (MRT) arbeitet ohne Strahlenbelastung, indem sie durch Magnetfelder und Resonanzsignale Gewebe detailliert abbildet.[4]

Zusammengefasst bietet die PET eine einzigartige Möglichkeit, Stoffwechselaktivitäten sichtbar zu machen und daraus wertvolle medizinische Informationen zu gewinnen. Die Wahl geeigneter Tracer mit kurzen Halbwertszeiten und guter Verträglichkeit ist dabei essenziell, um präzise und sichere Diagnosen zu ermöglichen.

1.2 β -Zerfall

Der β -Zerfall ist eine Form des radioaktiven Zerfalls, bei dem ein Atomkern seine Protonen- und Neutronenzahl verändert, während die Massenzahl A konstant bleibt. Es gibt verschiedene Arten des β -Zerfalls, darunter der β^+ -Zerfall, der β^- -Zerfall und der Elektroneneinfang (Electron Capture, EC). Die Position der Kerne auf der Nuklidkarte gibt Hinweise darauf, welche Zerfallsart auftritt:

- Protonenreiche Kerne (über dem Tal der Stabilität) neigen zum β^+ -Zerfall.
- Neutronenreiche Kerne (unterhalb des Tals der Stabilität) neigen zum β^- -Zerfall.

Arten des β -Zerfalls

1. β^+ -Zerfall: Beim β^+ -Zerfall wandelt sich ein Proton in ein Neutron, ein Positron e^+ und ein Elektronenneutrino ν_e um. Die Reaktion lautet:



2. β^- -Zerfall: Beim β^- -Zerfall wird ein Neutron in ein Proton, ein Elektron e^- und ein Antielektronenneutrino $\bar{\nu}_e$ umgewandelt. Die Reaktion lautet:



3. Elektroneneinfang (EC): Beim Elektroneneinfang wird ein Elektron aus der Atomhülle, oft aus der K-Schale, in den Kern gezogen. Dabei wandelt sich ein Proton in ein Neu-

tron und ein Elektronenneutrino ν_e um:



Voraussetzungen für die Zerfallsarten

- β^+ -Zerfall: Der Mutterkern muss eine höhere Gesamtenergie besitzen als der Tochterkern, das Positron (e^+) und das Elektronenneutrino (ν_e). Die Bedingung lautet:

$$M_{\text{Mutter}} > M_{\text{Tochter}} + 2m_e + m_{\nu_e} \quad (4)$$

Dabei entspricht $2m_e$ der Energie des erzeugten Positrons und Elektrons ($\sim 1022\text{keV}$).

- Elektroneneinfang: Hier muss der Mutterkern eine geringere Energiedifferenz aufweisen, da kein Positron erzeugt wird:

$$M_{\text{Mutter}} > M_{\text{Tochter}} + m_{\nu_e} \quad (5)$$

Beispiel: Zerfall von ${}^{22}\text{Na}$

Im Versuch wird der Zerfall von ${}^{22}\text{Na}$ betrachtet, das durch einen β^+ -Zerfall zerfällt:



Das entstandene Neon befindet sich zunächst in einem angeregten Zustand (${}^{22}\text{Ne}^*$) und emittiert ein γ -Quant mit einer Energie von 1275keV . Zusätzlich wird das emittierte Positron durch Paarvernichtung mit einem Elektron in zwei γ -Quanten mit jeweils 511keV umgewandelt, wie im nächsten Abschnitt näher erläutert wird.[5]

1.3 Paarvernichtung

Die Paarvernichtung ist ein physikalischer Prozess, bei dem ein Elektron und ein Positron miteinander annihilieren und dabei in zwei γ -Quanten zerfallen.

Damit die Paarvernichtung stattfinden kann, müssen sich das Elektron und das Positron nahezu in Ruhe befinden. Dies liegt an der starken Energieabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts, der die Wahrscheinlichkeit der Annihilation beschreibt. Im Ruhezustand werden

die beiden γ -Quanten im 180° -Winkel zueinander emittiert, um die Impulserhaltung zu gewährleisten.

Falls die Teilchen Restenergie oder -impuls besitzen, weicht der Winkel der emittierten γ -Quanten vom idealen 180° -Winkel ab. Unter bestimmten Bedingungen, insbesondere wenn das Elektron und Positron ein gebundenes Zwischenstadium namens Positronium bilden, können auch mehr als zwei γ -Quanten emittiert werden. Nach den Gesetzen der Lorentzinvarianz zerfällt das Positronium in diesem Fall in genau drei γ -Quanten.[6]

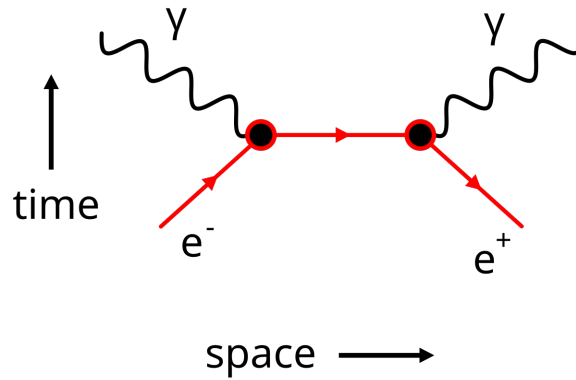


Abbildung 1: Schematische Darstellung der Paarvernichtung in einem Feynman-Diagramm [7]

1.4 Wechselwirkung von γ -Strahlung mit Materie

Als γ -Strahlung wird elektromagnetische Strahlung mit einer Wellenlänge $\lambda \leq 10^{-12}m$ [8]. Diese Art der Strahlung entsteht bei natürlichen radioaktiven Zerfallsprozessen, wenn der Mutterkern in einen angeregten Zustand E_i des Tochterkerns zerfällt. Der Tochterkern gibt dann beim Übergang in einen energetisch günstigeren Zustand E_f ein Photon mit einer Energie von $\Delta E = E_i - E_f \approx 10^4 - 10^7 eV$) ab.

Wie schon in 1.3 beschrieben wurde, zerstrahlt ein Positron-Eletron-Paar in zwei γ -Quanten, und bildet somit eine weitere natürliche Quelle von γ -Strahlung.

Um eine Positron-Elektron-Annihilation lokalisieren zu können (1.1), ist es essentiell die Wechselwirkungen von γ -Strahlung und Materie zu kennen. Dabei sind drei Prozesse von

besonderer Bedeutung: der Photoeffekt, der Compton-Effekt und die Paarbildung.

1.4.1 Photoeffekt

Wenn ein Photon in die Hülle eines Atoms eindringt, kann es von einem der Hüllenelektronen absorbiert werden, sobald die Photonenenergie größer ist als die Austrittsarbeit des Materials ist. Die Restenergie geht in Form von kinetischer Energie auf das Elektron über, und wird damit aus der Hülle entfernt (Ionisation) dabei gilt: $E_{kin} = h\nu - E_b$, wobei $h\nu$ die Photonenenergie und E_b die Austrittsarbeit ist.

Der Wirkungsquerschnitt dieser ist

$$\sigma_{Ph} \propto \begin{cases} \frac{Z^5}{E_\gamma^{7/2}} & , E_\gamma > E_b \\ \frac{Z^5}{E_\gamma} & , E_\gamma \gg E_b \end{cases} \quad (7)$$

Wobei Z die Ordnungszahl des Absorberkerns ist. [5]

1.4.2 Compton-Effekt

Der Compton-Effekt beschreibt die Wellenlängenänderung eines Photons nachdem es mit einem Atom gestreut hat. Durch den elastischen Stoß wird Energie vom Photon auf ein Hüllenelektron übertragen, wodurch sich die Wellenlänge des Photons vergrößert. Die Änderung der Wellenlänge wird dabei beschrieben durch

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \varphi)$$

Dabei wird $\frac{h}{m_e c}$ als Compton-Wellenlänge des Elektrons, und φ als Streuwinkel bezeichnet. Der Wirkungsquerschnitt dieser Reaktion ist [5]

$$\sigma_c \propto \begin{cases} \frac{Z}{E_\gamma} & , E_\gamma \gg m_e c^2 \\ Z(1 - \frac{2E_\gamma}{m_e c^2} + \frac{26}{5}(\frac{E_\gamma}{m_e c^2})^2 + \dots) & , E_b \ll E_\gamma \ll m_e c^2 \end{cases} \quad (8)$$

1.4.3 Paarbildung

Wie schon in 1.3 beschrieben, annihilieren Positronen und Elektronen zu einem zwei γ -Quanten. Andersherum, gibt es eine Wahrscheinlichkeit, dass ein γ -Quant mit Energie $E_\gamma \geq$

$2m_e c^2 = 1022 \text{ MeV}$ ein Positron-Elektron Paar bildet. Dieser Prozess findet statt, wenn sich ein hochenergetisches Photon durch ein elektromagnetisches Feld, wie das Coulomb-Potential des Atomkerns bewegt. Anders als beim Photoeffekt wird hier kein Elektron entfernt. Die Energie des Photons reicht dafür nicht aus, sondern regt es lediglich an, wobei das Photon selbst eine Impulsänderung erfährt. Der Wirkungsquerschnitt dieser Reaktion ist beschrieben durch [5]

$$\sigma_p \propto \begin{cases} Z^2 \ln E_\gamma & , E_\gamma \geq 2m_e c^2 \\ Z^2 & , E_\gamma \gg 2m_e c^2 \end{cases} \quad (9)$$

1.4.4 Relevanz der Wechselwirkungen

Welche der Wechselwirkungen im Versuch relevant wird, hängt also im wesentlichen von zwei Faktoren ab: Die Kernladungszahl des Szintillatormaterials (Siehe 1.5) und der Energie der γ -Quanten. Da wir mit Natriumiodid ein Szintillatormaterial haben das mit Iod eine hohe Kernladungszahl $Z = 53$ und wir uns auf γ -Photonen ($E_\gamma \geq 511 \text{ keV}$) einschränken, kann man in Abb. 2 sehr gut erkennen, dass hier vor allem der Compton-Effekt dominiert.

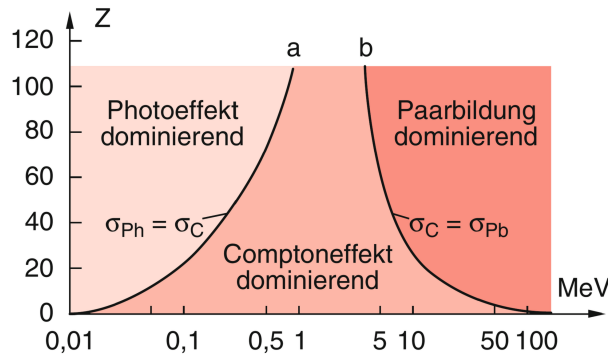


Abbildung 2: Bereiche für die Wirkungsquerschnitte der verschiedenen Wechselwirkungen von Photonen in Materie [5]

Damit wird klar, dass die Energie E_γ hauptsächlich durch Compton-Streuung im Szintillator deponiert wird.

1.5 Szintillatoren und Photomultiplier

Damit man die Positron-Elektron-Annihilation detektieren und damit lokalisieren kann, braucht es noch ein geeignetes Messprinzip um einen geeigneten Sensor zu realisieren.

Dafür werden üblicherweise sogenannte Szintillatorzähler verwendet. Sie bestehen aus einem Szintillator und einem Photomultiplier.[1]

Szintillation ist ein Phänomen ähnlich zur Fluoreszenz. Dabei werden Szintillatormaterialien durch Stöße angeregt, und geben elektromagnetische Strahlung, meist im UV-Bereich ab. Der Unterschied zur Fluoreszenz ist dabei, dass Szintillation besonders sensitiv auf hochenergetische Strahlung, wie γ -Strahlung ist. Dabei stößt ein γ -Quant mit einem Hüllenelektron des Szintillators und regt dieses an. Dann relaxiert das Elektron und gibt dabei elektromagnetische Strahlung ab. [9]

Table 2.1 Properties of different solid scintillation detectors

Detectors	Effective atomic no (Z)	Density (g/cm ³)	Scintillation decay time (ns)	Photon yield (per keV)	Linear attenuation coefficient (cm ⁻¹) of 511 keV	Energy resolution (% at 511 keV)
NaI(Tl)	51	3.67	250	38	0.34 ^a	7.8
BGO	74	7.13	300	6	0.96	20
BaF ₂	54	4.89	0.6	2	0.44	11.4
GSO	59	6.71	50	10	0.67	9.5
Anthracene	—	—	26	30	—	—
LSO	66	7.40	40	29	0.87	10.1
YSO	34	4.53	70	46	0.39	12.5
CsI(Tl) ^b	54	4.51	1000	52	0.483	4.53
LYSO	65	7.2	50	25	0.87	20
YAP	39	5.4	27	18	0.46 ^c	2.5
LaBr ₃	47	5.3	25	61	0.47	5.3

Abbildung 3: Eigenschaften verschiedener Szintillatormaterialien [9]

Dabei unterscheidet man zwischen organischen und anorganischen Szintillatoren. Organische Szintillatoren haben den Vorteil, dass sie eine sehr schnelle Reaktionszeit von wenigen Nanosekunden oder weniger, und eine hohe Photonenausbeute vorweisen. Jedoch weisen diese Stoffe üblicherweise eine geringe Dichte auf, weshalb die Wahrscheinlichkeit, dass ein γ -Quant seine komplette Energie im Szintillator deponiert recht gering ist. Damit kommt diese Art der Szintillatoren für diesen Versuch eher nicht in Frage. Anorganische Szintillatoren zeichnen sich jedoch durch ihre verhältnismäßig hohe Dichte aus, was sie zu einem geeigneteren Kandidaten für unseren Versuch machen, auch wenn die Ansprechzeit deutlich

höher ist.[10]

Für die PET eignet sich NaI besonders gut geeignet, da die hohe Kernladungszahl für einen hohen Wirkungsquerschnitt sorgt (1.4.4) Dabei erzeugt jedes γ -Quant mit einer Energie von 511keV etwa ≈ 19500 Photonen im Szintillator. Diese Strahlung kann nun mit einer Photozelle durch den Photoeffekt detektiert werden. Der dabei entstehende Photostrom wäre aber wegen der niedrigen Intensität des Signals nicht sehr klein, weswegen ein Photomultiplier verwendet wird, um die Photoelektronen zu vervielfältigen.

Mit einer Kombination aus Szintillator und Photomultiplier, lässt sich somit ein Sensor realisieren, mit der sich γ -Strahlung messen lässt.

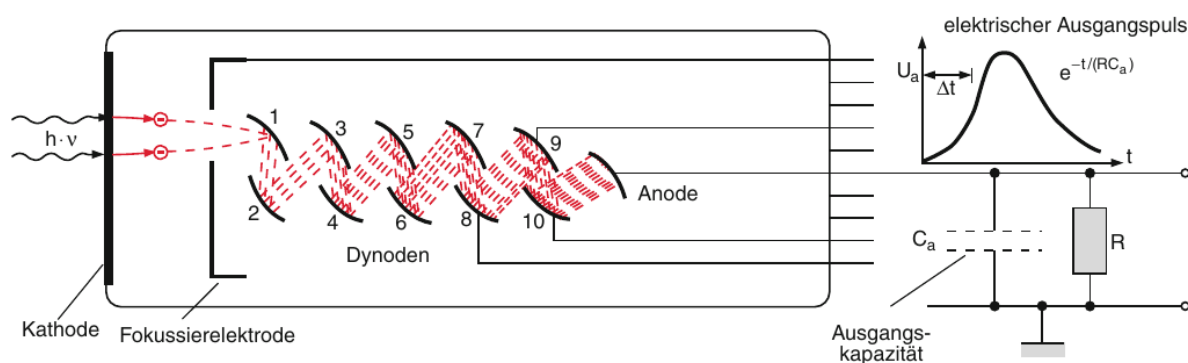


Abbildung 4: Schematischer Aufbau eines Photomultipliers [11]

Ein Photomultiplier besteht dabei aus einer Kathode, auf die die γ -Quanten auftreffen und durch den Photoeffekt (siehe 1.4.1) Elektronen erzeugen. Diese sogenannten Primärelektronen treffen dann auf eine Reihe sogenannter Dynoden. Durch den Stoß werden aus der Dynode durch jedes Elektron mehrere Sekundärelektronen erzeugt. Dabei hat jede Dynode ein positives Potential in Relation zu seinem Vorgänger, was zu einer Beschleunigung der Elektronen zur nächsten Dynode führt. Durch einen Kaskadeneffekt wird somit für jedes Primärelektron, dass durch ein γ -Quant erzeugt wurde, $\approx 10^7$ Sekundärelektronen erzeugt. Damit ist das Signal viel deutlicher messbar.

2 Elektronik

2.1 Verstärker

Die meisten Sensoren geben Pulse mit kleiner Amplitude aus. Durch die Impedanz der Kabel, kann es zu Verlusten, aber vor allem zu rauschen durch Interferenz mit externen Feldern kommen. Um diesen Effekten entgegen zu wirken, wird direkt an den Sensor ein Vorverstärker angeschlossen, der die Amplitude des Signals verstärkt, also vergrößert. An der Messanordnung befindet sich der Hauptverstärker, der je nach gewünschtem Verhalten, das Ausgangssignal formt und weitergibt. Dabei kann das Ausgangssignal des Verstärkers z.B. besonders proportional zum Eingangssignal sein, was bei Spektren Sinn ergibt, oder besonders ausgeprägte Flanken haben, was bei Messungen Sinn ergibt in denen einzelne Ereignisse gemessen werden (timing amplifier).[1] In unserem Fall sind wir an möglichst steilen Ausgangsflanken interessiert, da wir Ereignisse zählen wollen, weswegen an dieser Stelle ein Timing Amplifier verwendet wird.

2.2 Diskriminatoren

Nachdem das Signal des Photomultipliers verstärkt wurde, muss es in ein logisches Signal übersetzt werden, damit eine konsistente Zählung vorgenommen werden kann. Diskriminatoren sind Geräte, die ein Analoges Signal in ein logisches umwandeln. Das Eingangssignal aus dem Photomultiplier wird in ein Rechteck-Signal mit konstanter Breite und Höhe umgewandelt.

Um ein logisches Signal zu triggern, kann man messen, wann das Signal einen bestimmten Schwellwert (Threshold) überschreitet und das logische Signal zu diesem Zeitpunkt ausgeben (leading edge discriminator). Dies führt jedoch, wie in Abb. 5 erkennbar, dazu, dass zwei koinzidente Signale verschiedener Amplitude den Grenzwert zu verschiedenen Zeiten überschreiten, was zu einem versetzten Triggern des logischen Ausgangssignals führt. Der zeitliche Unterschied der beiden Signale, der dabei entsteht, wird als Walk bezeichnet. Desweiteren, ist kann der Schwellwert auch durch das statistische "Zittern" des Signals getriggert werden, was als Jitter bezeichnet wird. Um Walk und Jitter effektiv zu minimieren, gibt es eine weitere Methode um Koinzidenzen zu messen, der sogenannte

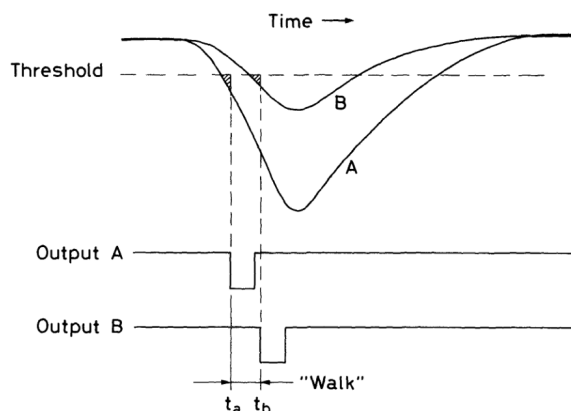


Abbildung 5: Schematische Darstellung der leading-edge-discrimination und dem Walk effekt [10]

Constant-Fraction-Discriminator(CFD). Dabei wird das Eingangssignal vom Diskriminator in zwei Teile gespalten. Die eine Hälfte wird um einen konstanten Faktor seiner maximal Amplitude gestaucht (constant fraction) und invertiert, das andere Signal wird zeitlich etwas verschoben (delay). Dann werden die beiden Signale wieder überlagert. Die Superposition beider Signale weist jetzt einen Nulldurchgang auf. Dieser Nulldurchgang wird als zero-crossing-time bezeichnet, und stellt den Zeitpunkt des logischen Triggers, also der gemessenen Koinzidenz dar.[10] [12]

2.3 Koinzidenzeinheit und Zähler

Im Versuchsaufbau befinden sich zwei Detektoren mit jeweils einem CFD. Um die Koinzidenz dieser beiden Signale zu bestimmen, werden die logischen Ausgangssignale des CFD in die Koinzidenzeinheit geleitet. Die Koinzidenzeinheit wiederum, führt lediglich eine einfache logische Operation durch: Sie prüft ob sich Signal A und B überlagern $A \wedge B$. Wenn dies der Fall ist, wird ein Signal ausgegeben, welches dann vom Zähler als Koinzidenz interpretiert wird, und einen count ausführt. Sobald der Start Knopf betätigt wird, läuft die Zeit ab und es werden Koinzidenzen in dieser Zeit gezählt.[1]

Mit dieser Anordnung ist es uns nun möglich einzelne Positron-Elektron annihilationen zu detektieren und zu zählen. Der Zähler kann auf eine Zeit eingestellt werden.

3 Versuchsdurchführung

In diesem Versuch wird die Funktionsweise der Positronen-Emissions-Tomografie (PET) demonstriert. Mithilfe einer grundlegenden PET-Anordnung wird eine verschlossene Truhe mit einer oder mehreren radioaktiven Quellen gescannt. Ziel ist es, die Position und die relative Intensität der Quellen zu bestimmen.

3.1 Versuchsaufbau und Signalaufnahme

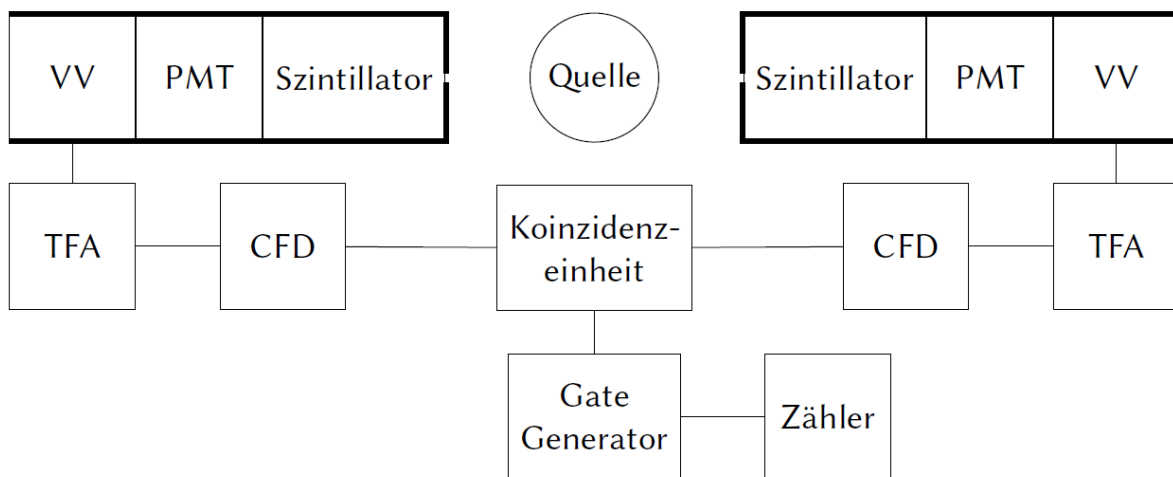


Abbildung 6: Schematische Schaltskizze der Koinzidenzmessung. PMT: Photomultiplier; VV: Vorverstärker, TFA: Timing Filter Amplifier, CFD: Constant-Fraction-Discriminator.[1]

Signalaufzeichnung

1. Vorverstärkersignal am Oszilloskop:

- Positionieren Sie die radioaktive Quelle in der Mitte der Detektorfläche.
- Verbinden Sie den Ausgangskanal eines Detektors mit Kanal 1 des Oszilloskops.
- Mithilfe der Autoset-Funktion passen Sie Größe, Signalform und Triggerlevel an.
- Wählen Sie ein repräsentatives Signal mit der Funktion Single/Seq aus und speichern Sie es ab.

2. TFA-Signal am Oszilloskop:

- Verbinden Sie den Eingang des Timing Filter Amplifiers (TFA) mit dem Detektor und den Ausgang des TFA mit Kanal 1 des Oszilloskops.
- Gehen Sie analog zur Vorverstärkersignalmessung vor, speichern Sie ein Signal ab.

3. Diskriminatorsignal am Oszilloskop:

- Verbinden Sie den Ausgang des TFAs mit dem Eingang des Constant-Fraction Discriminators (CFD).
- Schließen Sie den BK-Out-Ausgang des CFD an Kanal 1 und den CF-Mon-Ausgang an Kanal 2 des Oszilloskops an.
- Beobachten Sie das Signal und testen Sie verschiedene Schwellenwerteinstellungen. Speichern Sie ein typisches Signal ab.

4. Einstellung der Diskriminatoren:

- Passen Sie die Schwellen der CFDs an, sodass nur γ -Quanten mit einer Energie von 511keV akzeptiert werden.
- Verbinden Sie beide CFDs mit der Koinzidenzeinheit. Das Kontrolllämpchen sollte leuchten. Drehen Sie den Detektor, um zu beobachten, wie sich das Lämpchen bei Änderungen im Winkelverhalten verhält, denn dieses sollte erlöschen.

3.2 Ortsauflösung der Koinzidenzmessung

Zur Bestimmung der Ortsauflösung und der Fehlergrenzen für den PET-Scan:

1. Positionieren Sie die Quelle mittig auf einem beweglichen Wagen.
2. Verschieben Sie den Wagen in festen Schrittweiten durch den relevanten Bereich, der von den Detektoren abgedeckt wird.
3. Messen Sie für jede Position 60s lang die Anzahl der Koinzidenzen. Verwenden Sie im interessanten Bereich kleinere Schrittweiten.

4. Wiederholen Sie die Messung, bis insgesamt 20 Werte aufgenommen wurden.

3.3 PET-Scan der Truhe

Die verschlossene Truhe besteht aus einem 10x10-Raster, in dem sich eine oder mehrere ^{22}Na -Quellen unterschiedlicher Intensität befinden.

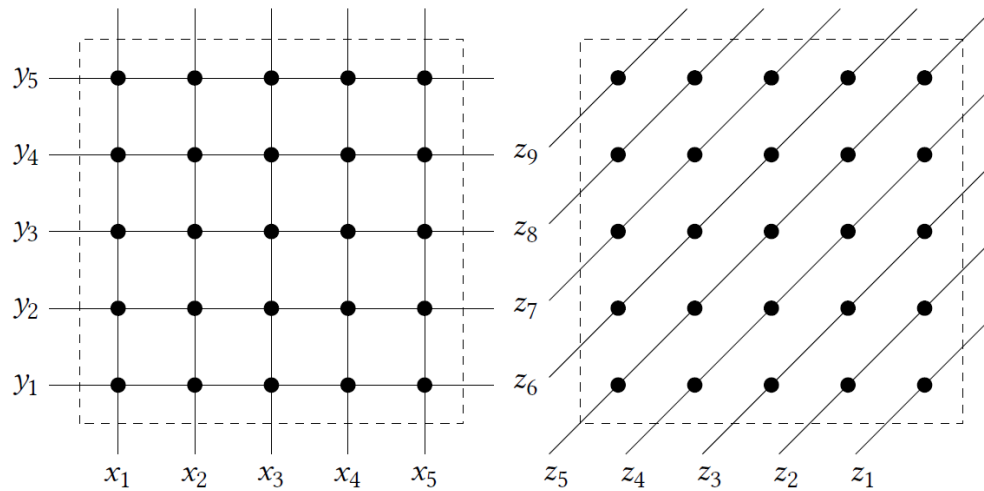


Abbildung 7: Aufbau der Diagonalmessung. Hier am Beispiel mit 5 Werten in der x - und y -Richtung, wodurch 25 Messwerte der Reihen und 9 Diagonalmessungen entstehen[1]

1. Messverfahren:

- Scannen Sie zunächst die Truhe in x -Richtung.
- Drehen Sie die Truhe um 90° und wiederholen Sie die Messung in y -Richtung.
- Führen Sie abschließend eine Diagonalmessung (45°) durch, um Artefakte zu vermeiden und eindeutige Ergebnisse zu erhalten.

2. Positionsbestimmung:

- Aus den Messungen in x - und y -Richtung ergeben sich potenziell 4 mögliche Positionen für jede Quelle.

- Die Diagonalmessung ermöglicht es, die korrekten Positionen zu identifizieren. Der Abstand der Diagonalmessungen beträgt $\frac{1}{\sqrt{2}}\text{cm}$, da der Abstand zwischen den Messpunkten 1cm beträgt.

3.4 Winkelabhängigkeit der Paarvernichtung

In diesem Abschnitt wird die Kollinearität der Photonen aus der e^+e^- -Paarvernichtung untersucht.

1. Stellen Sie die CFDs so ein, dass nur γ -Quanten mit 511keV gemessen werden.
2. Positionieren Sie die Quelle auf der Line of Response (LoR) der Detektoren.
3. Vermessen Sie den Winkelbereich von -5° bis 5° in Schritten von 0.5° für jeweils 60s.
4. Passen Sie die CFDs so an, dass mit einem Detektor die 511keV- und mit dem zweiten Detektor die 1275keV-Linie erfasst wird. Wiederholen Sie die Winkelmessung unter denselben Bedingungen.

Erwartung: Bei der zweiten Messung wird aufgrund der zusätzlichen Anforderung, dass beide γ -Quanten spezifische Energien haben, eine geringere Anzahl an Koinzidenzen registriert.

4 Auswertung und Ergebnisse

4.1 Signale am Oszilloskop

Zunächst müssen die in 2 beschriebenen Bauteile untersucht werden. Dazu werden Vorverstärker, TFA und CFD an einem Oszilloskop angeschlossen und anschließend die Ausgangssignale aufgezeichnet und an dieser Stelle bewertet.

4.1.1 Ausgangssignal des Vorverstärkers

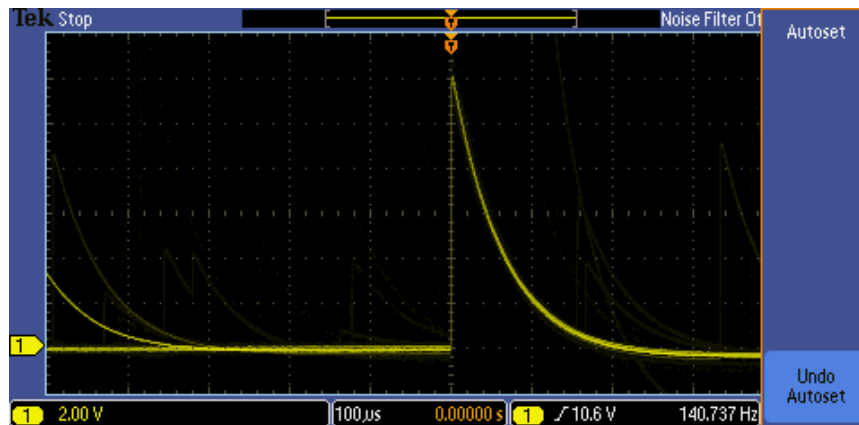


Abbildung 8: Signal des Vorverstärkers.

Wie in 6 zu erkennen ist, ist der Szintillator direkt mit einem Vorverstärker verbunden. Damit ist dieser, die erste zu untersuchende Signalquelle. Man kann in Abb. 8 erkennen, dass das Signal eine Amplitude von ca. 6 Kästchen und eine Breite von ca. 2 Kästchen hat. Mit einer Kästchenhöhe von $2V$ pro Kästchen und einer Breite von $100\mu s$ pro Kästchen, ergibt sich

$$U_{VV} \approx 12,0V$$

$$t_{VV} \approx 200,0\mu s$$

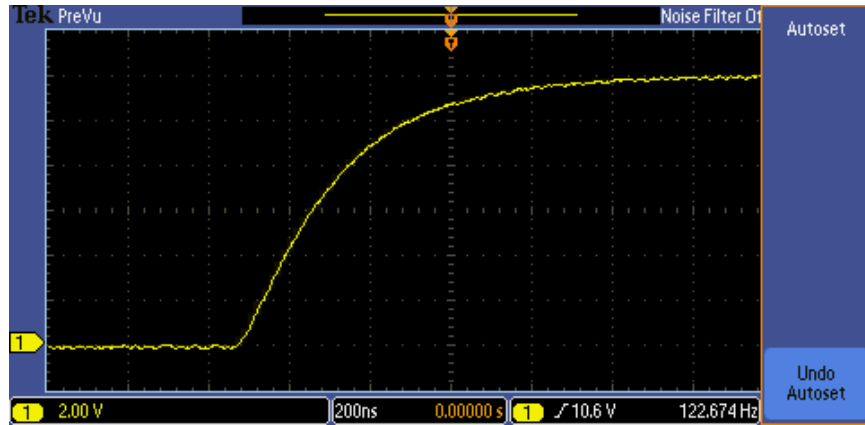


Abbildung 9: Steigende Flanke des Vorverstärkersignals

Betrachtet man die steigende Flanke des Signals in Abb. 9 sieht man, dass die maximale Amplitude nach ca. 6 Kästchen erreicht ist. Bei einer Kästchenbreite von 200 ns ergibt dies eine Anstiegszeit von

$$t_{VV}^A \approx 1000,0\text{ ns}$$

4.1.2 Ausgangssignal des TFA

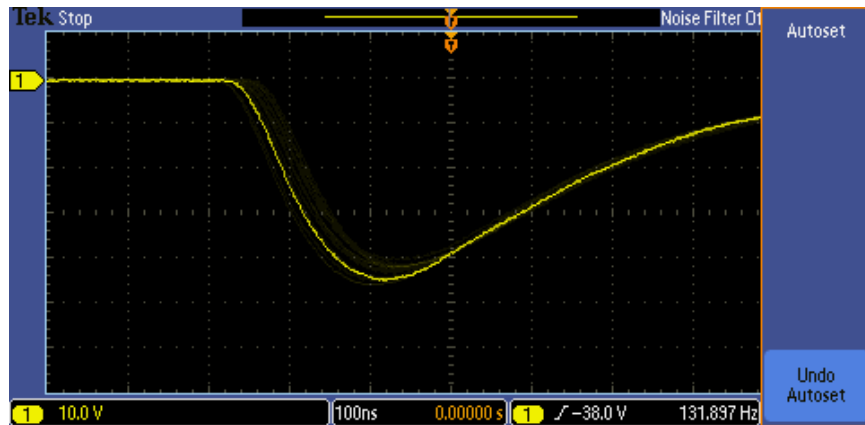


Abbildung 10: Signal des TFA

Wie in Abb. 6 zu erkennen ist, ist das nächste zu untersuchende Ausgangssignal das des TFA (Timing Filter Amplifier). Ziel ist es, das Signal nochmals zu Verstärken und eine möglichst kleine Anstiegszeit zu erzeugen. Aus der Abb. 10 geht eine Amplitude von ca.

–4,5 Kästchen und eine Anstiegszeit von ca. 2 Kästchen hervor. In der Abbildung lässt sich die Kästchenhöhe von $10,0V$ pro Kästchen und die Breite von $100,0ns$ pro Kästchen ablesen. Damit ergibt sich die Amplitude

$$U_{TFA} \approx -45V$$

und die Anstiegszeit

$$t_{TFA}^A \approx 200ns$$

4.1.3 Ausgangssignal des CFD

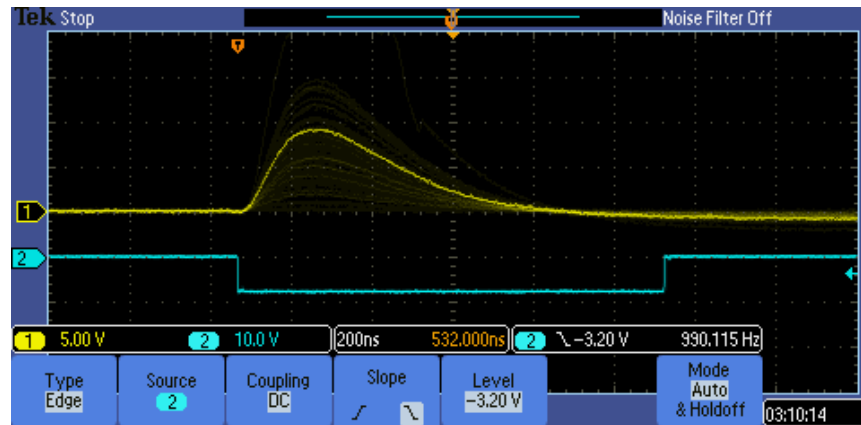


Abbildung 11: Signal des CFD

Das letzte zu messende Signal kommt vom CFD, welches in der Abb. 11 zu sehen ist. Dabei wird das logische Ausgangssignal auf ein Kanal (blau) des Oszilloskops gelegt, und das Signal wie es in 2.2 beschrieben wurde, auf den anderen Kanal (gelb).

Aus der Abbildung lässt sich eine Kästchenhöhe von $5V$ pro Kästchen und eine Breite von $200ns$ pro Kästchen ablesen. Folglich hat das Signal des CFD folgende Eigenschaften

$$U_{CFD} \approx 10,0V$$

$$t_{CFD} \approx 1000,0ns$$

Der Kanal des Logiksignals hat eine Kästchenhöhe von $10V$ pro Kästchen wobei die Kästchenbreite gleich ist.

$$U_{Log} \approx 10,0V$$

Zu erkennen ist, dass die Länge des Logiksignals der des CFD Signals entspricht. Die steigende Flanke des CFD ist wie in 2.2 beschrieben zusammengesetzt aus dem einlaufenden Signal und seinem gestauchten invertierten. An der Stelle, an der das logische Signal getriggert wird, ist ein Nulldurchgang zu erwarten. Dieser Zusammenhang ist in der Abbildung leider nicht erkennbar, kann jedoch durch die Funktionsfähigkeit des Moduls angenommen werden.

4.2 Bestimmung der Ortsauflösung

Um die Genauigkeit unseres Aufbaus einschätzen zu können, wird zunächst die Ortsauflösung untersucht. In Abb. 12 lässt sich gut der normalverteilte Verlauf der Messungen (siehe Tabelle 1) erkennen, wobei der Verlauf in der y-Achse etwas um einen Wert b verschoben ist.

Die Fit-Funktion hat folgende Form.

$$f(x) = A \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)^2\right) + b \quad (10)$$

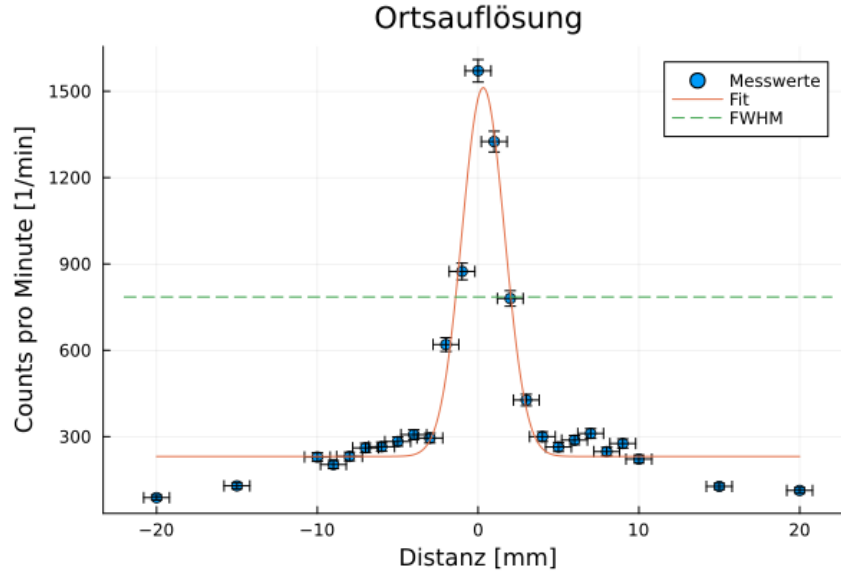


Abbildung 12: Plot zur Ortsauflösung

Die Durchführung des Fits ergibt folgende Zahlenwerte für die Parameter

$$A = (1282,0 \pm 63,0) \cdot \frac{1}{\text{min}}$$

$$\mu = (0,32 \pm 0,07) \cdot \text{mm}$$

$$\sigma = (1,33 \pm 0,08) \cdot \text{mm}$$

$$b = (231,0 \pm 18,0) \cdot \frac{1}{\text{min}}$$

Da durch den Fit die Standardabweichung σ bekannt ist, kann die Halbwertsbreite und dessen Fehler bestimmt werden durch

$$FWHM = 2\sqrt{2 \ln 2} \sigma \quad (11)$$

Der Fehler ergibt sich dann wie folgt

$$\Delta FWHM = FWHM \cdot \Delta \sigma \quad (12)$$

$$\rightarrow FWHM = (3,12 \pm 0,2) \cdot \text{mm}$$

Die Halbwertsbreite kann als maximale Auflösung unseres Aufbaus gesehen werden. Jede Distanz die kleiner ist als die Halbwertsbreite, kann somit nicht mehr sinnvoll gemessen werden. Da die Halbwertsbreite deutlich kleiner ist als das später gemessene Gitter, kann angenommen werden, dass die Genauigkeit unseres Aufbaus für den Versuch ausreicht.

4.3 Auswertung des PET-Scans

Jetzt wird die Truhe auf wie zuvor beschrieben in [3.3](#) auf Radioaktivität der Proben untersucht. Dazu erzeugt man eine Matrix, wobei jeder Steckplatz einem Matrixeintrag entspricht [13](#).

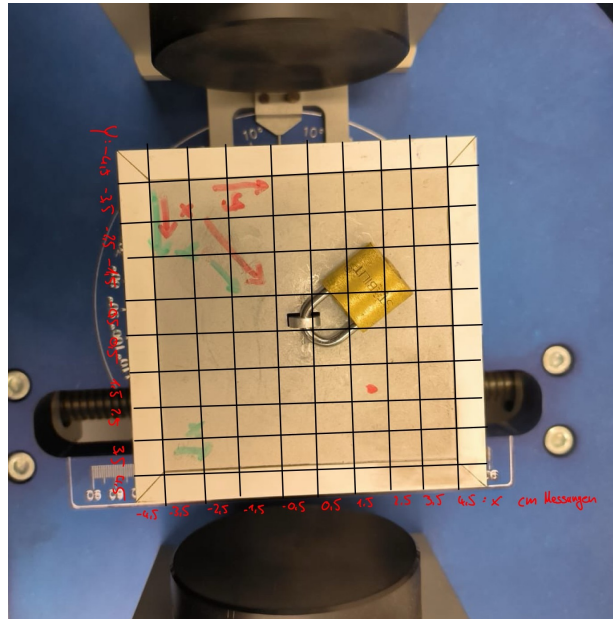


Abbildung 13: Verschlossene Truhe mit Spalten und Zeilen in xy-Koordinaten mit cm Messungen

Dann wird zuerst die Matrix mit den x und y Einträgen erzeugt aus den Messwerten [2](#), wobei dann die Matrix $A_{ij} = x_i \cdot y_j$ entsteht mit Einträgen in $(\frac{Count}{Min})^2$ [5](#). Wenn man diese Matrix jetzt mithilfe einer Heatmap Plotet, erhält man das zuvor beschriebene Problem, bei welchem man 4 Mögliche Positionen für die 2 Proben erhält [14](#).

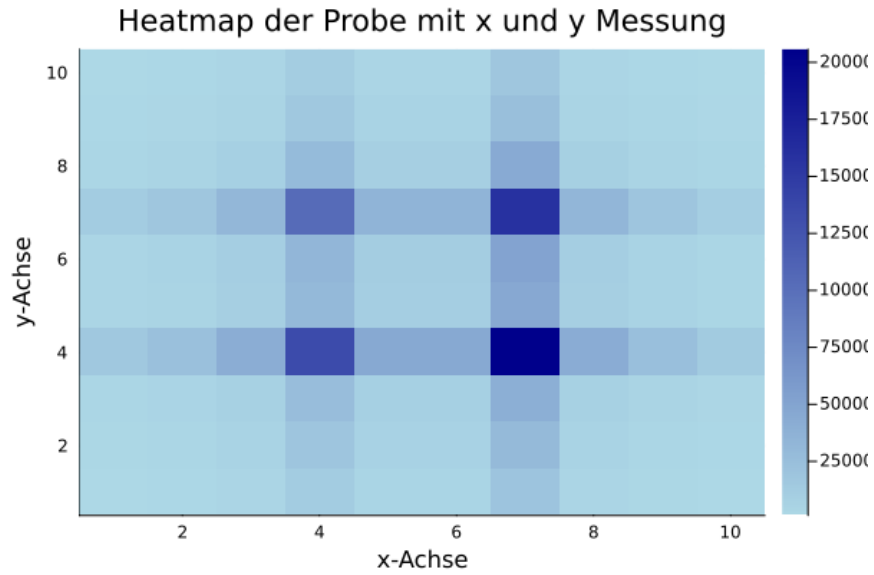


Abbildung 14: x-Achse sind die Spalten und auf der y-Achse die Reihen. Die Matrixelemente werden in $(\frac{Count}{Min})^2$ angegeben

Um nun genau herauszufinden wo sich die beiden Proben befinden Multipliziert man noch die Diagonalen Messungen in die Matrix A_{ij} 6. Dadurch erhält man folgende Heatmap in $(\frac{Count}{Min})^3$:

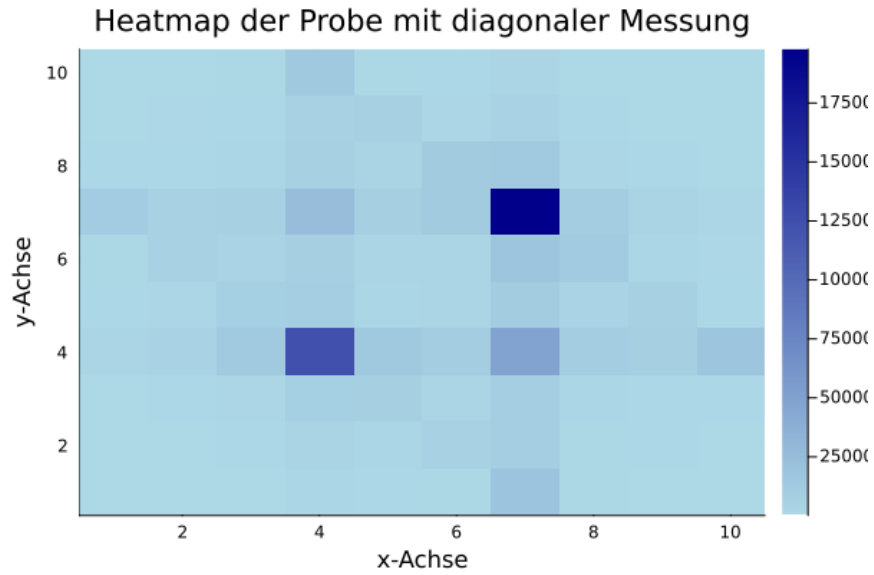


Abbildung 15: 14 mit diagonalen Einträgen. Die Matrixelemente werden in $(\frac{Count}{Min})^3$ angegeben

In der Heatmap ist deutlich zu erkennen, dass die Proben sich auf den Steckplätzen A_{44} und A_{77} befinden. Zudem kann man erkennen dass die Probe A_{77} stärker strahlt. Dieses Ergebnis kann nun mit der Öffnung des Truhe bestätigt werden und man kann in 16 erkennen, dass die Messung und Auswertung stimmen.

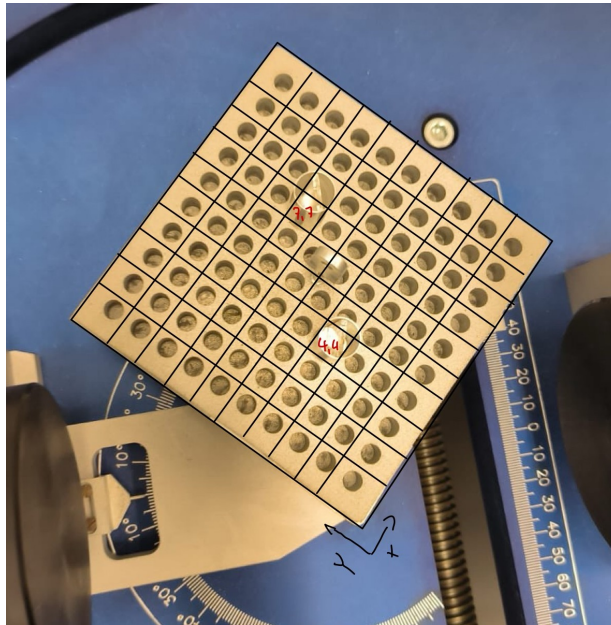


Abbildung 16: Geöffnete Truhe mit 2 Proben

4.4 Analyse der Winkelabhängigkeit

Als nächstes wird überprüft, ob die annihilerten γ -Quanten mit 511keV tatsächlich kollinear voneinander abgestrahlt werden. Dazu werden, wie oben erklärt, beide CFD auf die 511keV Linie justiert. Eine der beiden Szintillatoren lässt sich drehen. Nun werden die Koinzidenzen unter Drehungen von $0,5$ gemessen. Die entsprechenden Messwerte sind in Tabelle 3 zu finden.

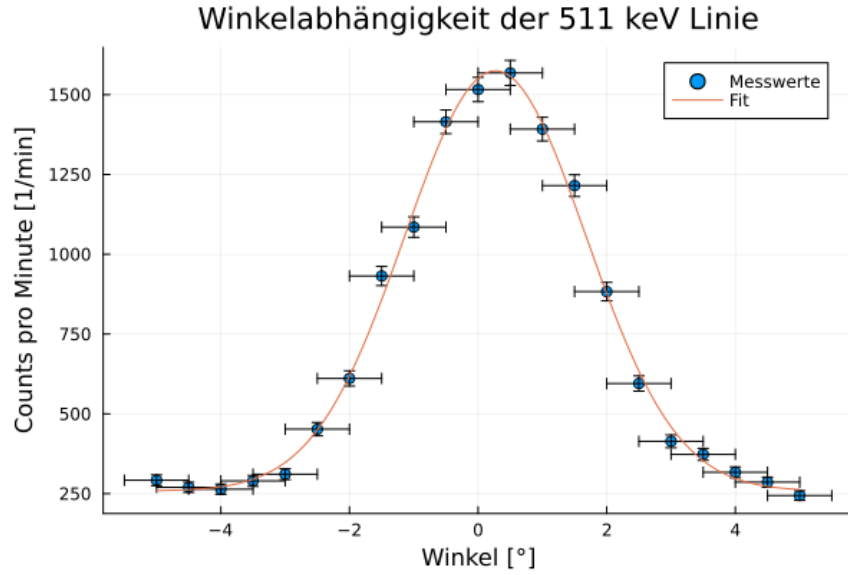


Abbildung 17: Winkelabhängigkeit der 511keV Linie

In der Abb. 17 lässt sich eine Gaußförmige verteilung erkennen. Ebenfalls in der Abbildung zu sehen ist der Gaußförmige Fit, mit der Funktion

$$f(x) = A \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)^2\right)$$

Wobei die Standardabweichung σ , der Erwartungswert μ und der Parameter A folgende Werte annehmen

$$A = (1317 \pm 22) \cdot \frac{1}{min}$$

$$\mu = (0,27 \pm 0,02)$$

$$\sigma = (1,41 \pm 0,03)$$

Die Halbwertsbreite (FWHM) berechnet sich durch die Gleichung 11 und ergibt somit

$$FWHM = (3,32 \pm 0,08)$$

Um zu zeigen, dass die beim β -Zerfall entstehenden 1275keV-Quanten Radialsymmetrisch abgestrahlt werden, wird der eben durchgeführte Versuch nochmal durchgeführt, wobei eine beider CFDs statt auf 511keV auf 1275keV justiert wird. Die Messwerte sind in Tabelle 4 zu finden.

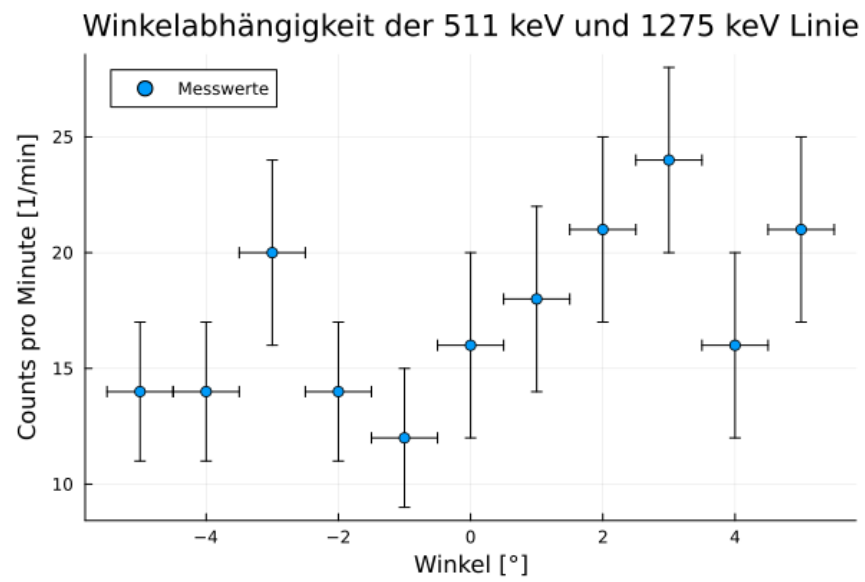


Abbildung 18: Winkelabhängigkeit der 511keV und 1275keV Linie

In der Abb. 18 lässt sich gut erkennen, dass es keine Winkelabhängigkeit zwischen den Koinzidenzen gibt.

5 Diskussion

Im folgenden sollen nun die Ergebnisse des Versuches erläutert und bewertet werden. Die Auswertung der Signale am Oszilloskop hat ergeben, dass die Verläufe den Erwartungen entsprechen. Alle verwendeten Geräte haben Erwartungsgemäß funktioniert. Während des Versuches hat besonders die Kalibrierung des CFDs eine Fehlerquelle dargestellt, da es schwer fiel die tatsächlichen Grenzwerte für die 511keV und 1275keV Quanten zu finden. Dies lag nicht zuletzt auch an der Beschaffenheit der Regler des CFD. Kleinste Bewegungen an entsprechenden Reglern hat das Ergebnis stark verfälscht. Dennoch hatte die Justage die nötige Genauigkeit um den weiteren Versuch durchzuführen.

Die Untersuchung der Ortsauflösung hat ergeben, dass der Versuchsaufbau mit einer Auflösung von $(3, 12 \pm 0, 2) \cdot \text{mm}$ die nötige Genauigkeit aufweist, um den PET-Scan durchzuführen. Der Gaußförmige Verlauf in Abb. 12 zeigt gerade in unteren Bereichen eine gewisse Abweichung zu den Messwerten. Zusätzlich ist die Gaußkurve um einen Parameter b verschoben. Es könnte sich als Sinnvoll erweisen die Flanken um den Hochpunkt mit noch mehr Messpunkten zu versehen, dass der Verlauf besser übereinstimmt. Die Verschiebung b könnte auf einen Strahlungshintergrund im Labor deuten. Trotz der Ungenauigkeiten und dem Hintergrund ist jedoch eindeutig, dass die Genauigkeit ausreichend ist, für das von uns abgefahrene Raster des Scans.

Die Ergebnisse des PET-Scans entsprachen den Erwartungen und bestätigten sowohl die Position der beiden Proben als auch das Verhältnis der gemessenen Strahlungsintensitäten zwischen ihnen. Es traten keine unerwarteten Probleme auf, und keine äußeren Einflüsse führten zu Fehlern oder Störungen während des Scans. Der Ablauf war reibungslos und der Scan verlief erfolgreich.

Die Untersuchung der Winkelabhängigkeit hat ergeben, dass die 511keV -Quanten tatsächlich kollinear voneinander abgestrahlt werden. Die Gaußverteilten Koinzidenten die in Abb. 17 zeigen dies deutlich. Die Koinzidenzen nehmen mit zunehmenden Winkel ab. Die kleine Halbwertsbreite $(3, 32 \pm 0, 08)$ der Verteilung zeigt diesen Zusammenhang sehr deutlich.

Im Gegensatz dazu zeigt die Abb. 18 dass es keinerlei Zusammenhang zwischen den 511keV und den 1275keV Quanten gibt. Es muss angemerkt werden, dass die Justage der Winkel eine gewissen Ungenauigkeit mitgebracht hat. Die Winkel sollten in halbzahligen Schritten eingestellt werden. Der Versuchsaufbau ist jedoch in ganzzahligen Schritten eingerastet, weshalb die halbzahligen Werte in Zwischenstellungen gemessen wurden. Als Ausgleich wurde ein recht großer Fehler von $\pm 0,5$ gewählt. Trotz des großen Fehlers sind die Ergebnisse jedoch eindeutig und zeigen die Kollinearität der 511keV Quanten.

Abschließend lässt sich also sagen, dass die Lokalisation der radioaktiven Proben mit dem PET-Scan trotz einiger Fehlerquellen erstaunlich gut funktioniert hat. Ebenfalls erstaunlich ist, wie gut der Versuch die Kollinearität der γ - Quanten bei Paarvernichtung zeigt.

6 Anhang

6.1 Messergebnisse

Distanz [mm]	Counts pro Minute [1/min]
-20,0	88 ± 9
-15,0	129 ± 11
-10,0	229 ± 15
-9,0	203 ± 14
-8,0	231 ± 15
-7,0	261 ± 16
-6,0	265 ± 16
-5,0	283 ± 16
-4,0	307 ± 17
-3,0	295 ± 17
-2,0	620 ± 24
-1,0	874 ± 29
0,0	1571 ± 39
1,0	1325 ± 36
2,0	780 ± 27
3,0	427 ± 20
4,0	300 ± 17
5,0	264 ± 16
6,0	288 ± 16
7,0	311 ± 17
8,0	248 ± 15
10,0	222 ± 14
15,0	127 ± 11
20,0	113 ± 10

Tabelle 1: Messwerte zur Ortsauflösung, Bei der Distanz wird stets eine Ungenauigkeit von $\pm 0,8\text{mm}$ angenommen. Die Ungenauigkeit der Counts pro Minute N ist gegeben durch \sqrt{N}

x-Achse [$\frac{Counts}{Min}$]	Position [cm]	y-Achse [$\frac{Counts}{Min}$]	Position [cm]	z-Achse [$\frac{Counts}{Min}$]	Position [cm]
326	0,5	354	0,5	237	0
1454	1,5	1096	1,5	232	0,7
301	2,5	306	2,5	348	1,4
175	3,5	174	3,5	1241	2,1
99	4,5	125	4,5	303	2,8
323	-0,5	318	-0,5	190	3,5
953	-1,5	1415	-1,5	143	4,2
295	-2,5	277	-2,5	110	4,9
166	-3,5	204	-3,5	123	5,6
116	-4,5	137	-4,5	97	6,3
				230	-0,7
				319	-1,4
				927	-2,1
				333	-2,8
				209	-3,5
				154	-4,2
				139	-4,9
				92	-5,6
				84	-6,3

Tabelle 2: Messwerte zum PET-Scan

Winkel [°]	Counts pro Minute [1/min]
-5,0	292 ± 17
-4,5	270 ± 16
-4,0	264 ± 16
-3,5	290 ± 17
-3,0	311 ± 17
-2,5	452 ± 21
-2,0	611 ± 24
-1,5	932 ± 30
-1,0	1085 ± 32
-0,5	1415 ± 37
0,0	1516 ± 38
0,5	1568 ± 39
1,0	1392 ± 37
1,5	1215 ± 34
2,0	883 ± 29
2,5	595 ± 24
3,0	414 ± 20
3,5	373 ± 19
4,0	317 ± 17
4,5	286 ± 16
5,0	244 ± 15

Tabelle 3: Messwerte zur Winkelabhängigkeit der 511keV -Quanten, Bei dem Winkel wird stets eine Ungenauigkeit von $\pm 0,5$ angenommen. Die Ungenauigkeit der Counts pro Minute N ist gegeben durch \sqrt{N}

Winkel [°]	Counts pro Minute [1/min]
-5,0	14 ± 3
-4,0	14 ± 3
-3,0	20 ± 4
-2,0	14 ± 3
-1,0	12 ± 3
0,0	$16,4 \pm 4$
1,0	18 ± 4
2,0	21 ± 4
3,0	24 ± 4
4,0	16 ± 4
5,0	21 ± 4

Tabelle 4: Messwerte zur Winkelabhängigkeit der $511keV$ und $1275keV$ -Quanten, Bei dem Winkel wird stets eine Ungenauigkeit von $\pm 0,5$ angenommen. Die Ungenauigkeit der Counts pro Minute N ist gegeben durch \sqrt{N}

15892	22742	40415	130561	44251	44662	199198	41237	23975	13563
23664	33864	60180	194412	65892	66504	296616	61404	35700	20196
32132	45982	81715	263981	89471	90302	402758	83377	48475	27423
164140	234890	417425	1348495	457045	461290	2057410	425915	247625	140085
36888	52788	93810	303054	102714	103668	462372	95718	55650	31482
41064	58764	104430	337362	114342	115404	514716	106554	61950	35046
127136	181936	323320	1044488	354008	357296	1593584	329896	191800	108504
35496	50796	90270	291618	98838	99756	444924	92106	53550	30294
20184	28884	51330	165822	56202	56724	252996	52374	30450	17226
14500	20750	36875	119125	40375	40750	181750	37625	21875	12375

Tabelle 5: Matrix der Auswertung des PET-Scans in xy-Richtung. Die Einträge haben die Einheit $(\frac{Count}{Min})^2$

1334928	2092264	5617685	20106394	9248459	14872446	184656546	13154603	5514250	3214431
2177088	4707096	9267720	40632108	21942036	61649208	94620504	14122920	8460900	4685472
4466348	7081228	17078435	87905673	82939617	28806338	92634340	19760349	11246200	9543204
25277560	49092010	139002525	1250054865	145797355	106096700	487606170	98812280	86173500	173845485
7709592	17578404	86961870	96674226	23624220	24569316	107270304	33309864	69061650	9539046
13674312	54474228	33313170	77593260	27099054	26773728	179121168	132233514	18770850	6658740
117855072	58037584	74363600	247543656	82129856	124339008	1977637744	99958488	36442000	15516072
11323224	11683080	21393990	67655376	34395624	123797196	134811972	17500140	7657650	3332340
4642320	6845508	11908560	57706056	69746682	17187372	48069240	7489482	3349500	2118798
3436500	4814000	12832500	147834125	12233625	7742500	25990250	4138750	2690625	1200375

Tabelle 6: Matrix der Auswertung des PET-Scans in diagonalen Richtung. Die Einträge haben die Einheit $(\frac{Count}{Min})^3$

7 Abbildungsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

1	Schematische Darstellung der Paarvernichtung in einem Feynman-Diagramm [7]	4
2	Bereiche für die Wirkungsquerschnitte der verschiedenen Wechselwirkungen von Photonen in Materie [5]	6
3	Eigenschaften verschiedener Szintillatormaterialien [9]	7
4	Schematischer Aufbau eines Photomultipliers [11]	8
5	Schematische Darstellung der leading-edge-discrimination und dem Walk effekt [10]	10
6	Schematische Schaltskizze der Koinzidenzmessung. PMT: Photomultiplier; VV: Vorverstärker, TFA: Timing Filter Amplifier, CFD: Constant-Fraction-Discriminator.[1]	11
7	Aufbau der Diagonalmessung. Hier am Beispiel mit 5 Werten in der x- und y-Richtung, wodurch 25 Messwerte der Reihen und 9 Diagonalmessungen entstehen[1]	13
8	Signal des Vorverstärkers.	15
9	Steigende Flanke des Vorverstärkersignals	16
10	Signal des TFA	16
11	Signal des CFD	17
12	Plot zur Ortsauflösung	18
13	Verschlossene Truhe mit Spalten und Zeilen in xy-Koordinaten mit cm Messungen	20
14	x-Achse sind die Spalten und auf der y-Achse die Reihen. Die Matrixelemente werden in $(\frac{Count}{Min})^2$ angegeben	21
15	14 mit diagonalen Einträgen. Die Matrixelemente werden in $(\frac{Count}{Min})^3$ angegeben	22
16	Geöffnete Truhe mit 2 Proben	23
17	Winkelabhängigkeit der 511keV Linie	24
18	Winkelabhängigkeit der 511keV und 1275keV Linie	25

8 Literaturverzeichnis

Literatur

- [1] U. Köln. „B3.4: Positronen-Emissions-Tomografie“. In: (2021).
- [2] Radiologie. „Positron emission tomography“. In: (). URL: <https://www.radiologie.de/untersuchungsmethoden-im-uberblick/pet-und-pet-ct/grundlagen-und-technik/>.
- [3] S. Gesundheitswissen. „Computertomografie“. In: (). URL: <https://www.stiftung-gesundheitswissen.de/gesund-es-leben/koerper-wissen/was-ist-eine-computertomographie-ct>.
- [4] T. H. Mittelhessen. „Magnetresonanztomographie“. In: (). URL: <https://www.thm.de/mni/forschung/institute-gruppen/imps/imps-strahlung-information/radiologie/modalitaeten/magnetresonanztomographie-mrt.html>.
- [5] W. Demtröder. *Experimentalphysik 4*. Springer, 2017. URL: <https://shorturl.at/CWuQh>.
- [6] U. Bielefeld. „Inelastische Prozesse zweiter Ordnung“. In: (). URL: https://www.physik.uni-bielefeld.de/~borghini/Teaching/Teilchen20/12_15b.pdf.
- [7] „Feynmandiagramm der Annihilation“. In: *Wikipedia* (2022). URL: <https://shorturl.at/DBLe4>.
- [8] W. Demtröder. *Experimentalphysik 2*. Springer, 2017. URL: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-662-55790-7>.
- [9] G. B. Saha. *Basics of PET Imaging*. Springer, 2016. URL: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-16423-6>.
- [10] W. R. Leo. *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*. Springer, 2010. URL: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-642-57920-2>.
- [11] W. Demtröder. *Experimentalphysik 3*. Springer, 2017. URL: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-662-49094-5>.

- [12] G. Knoll. *Radiation Detection and Measurement*. Wiley, 2010. URL: <https://www.wiley-vch.de/de/fachgebiete/naturwissenschaften/radiation-detection-and-measurement-978-0-470-13148-0>.