

通信原理



谢逸
中山大学·计算机学院
2024年·春季



作业

● 习题:4.3, 4.13, 4.15, 4.19

4.3 若一个信号为 $s(t) = \sin(314t)/314t$ 。试问最小抽样频率为多少才能保证其无失真地恢复? 在用最小抽样频率对其抽样时, 试问为保存 3 分钟的抽样, 需要保存多少个抽样值?

4.13 设信号 $m(t) = 9 + A\cos\omega t$, 其中 $A \leq 10\text{V}$ 。若 $m(t)$ 被均匀量化为 40 个电平, 试确定所需的二进制码组的位数和量化间隔。

4.15 设采用 13 折线 A 律编码, 最小量化间隔为 1 个单位, 已知抽样脉冲值为 +635 单位:

(1) 试求此时编码器输出码组, 并计算量化误差;

(2) 写出对应于该 7 位码(不包括极性码)的均匀量化 11 位码(采用自然二进制码)。

4.19 对 10 路带宽均为 300~3400 Hz 的模拟信号进行 PCM 时分复用传输。设抽样速率为 8000 Hz, 抽样后进行 8 级量化, 并编为自然二进制码, 码元波形是宽度为 τ 的矩形脉冲, 且占空比为 1。试求传输此时分复用 PCM 信号所需的奈奎斯特基带带宽。

作业

- 思考题：
 - 模拟信号数字化包括什么步骤？
 - 简述奈奎斯特抽样速率和抽样间隔。
 - 频谱发生混叠的原因是什么？会导致什么问题？
 - 什么是均匀量化和非均匀量化？为什么要采用非均匀量化？
 - 简述A律特性。
 - 信号量噪比是什么？产生原因是什么？它和信号带宽的关系是什么？
 - PCM于DPCM的区别是什么？

内容

- 模拟信号抽样：抽样定理；
- 抽样信号的量化：量化原理、均匀量化、非均匀量化（A律与 μ 律）；
- **PCM**：PCM原理、自然二进制码、噪声分析；
- **DPCM**：DPCM原理、噪声分析；
- 增量调制：调制原理、噪声分析；

- 重点与难点： **PCM**

第4章 模拟信号的数字化

4.1 引言

- 两类信源：模拟信号、数字信号
- 模/数变换的三步骤：抽样、量化和编码
- 最常用的模/数变换方法：脉冲编码调制 (PCM)

5

4.1 引言

- 两类信源：模拟信号、数字信号
- 自然界存在的都是模拟信号

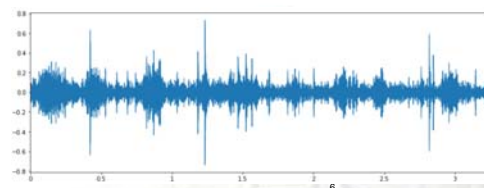
问题：怎样用
数字表达模
拟信号？



➡ (01010110...)

- 从时域看，一个传输信号，其中最重要的信息是什么？或者重构信号最重要的信息是什么？

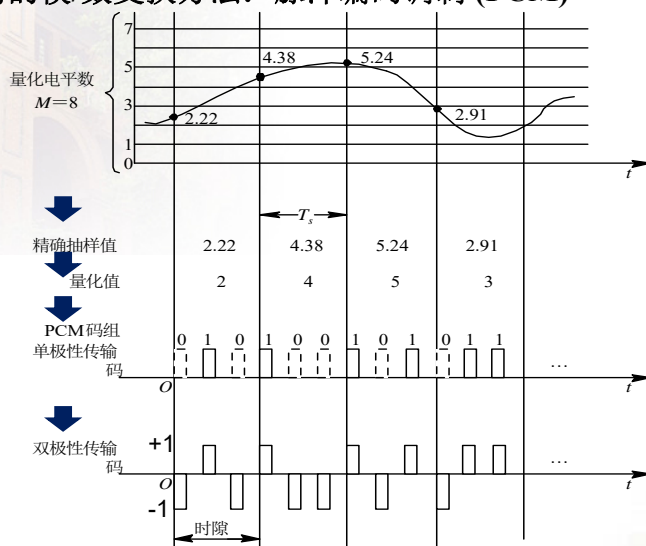
“幅度~时间”关系 $y=f(t)$



6

4.1 引言

- 模/数变换的三步骤：抽样、量化和编码
- 最常用的模/数变换方法：脉冲编码调制 (PCM)



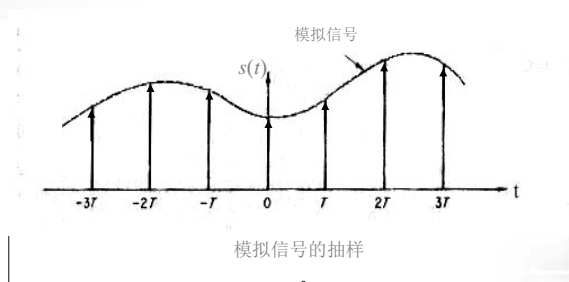
关键问题:

1. 模拟信号有无穷多个幅度值, 是否需要全部传输?
2. 如果不是, 那么隔多久传输一次合适?

4.2 模拟信号的抽样

4.2.1 低通模拟信号的抽样

- 通常是在等间隔 T 上抽样
- 理论上, 抽样过程 = 周期性单位冲激脉冲 \times 模拟信号
- 实际上, 抽样过程 = 周期性单位窄脉冲 \times 模拟信号
- 抽样定理: 若一个连续模拟信号 $s(t)$ 的最高频率小于 f_H , 则以间隔时间为 $T \leq 1/2f_H$ 的周期性冲激脉冲对其抽样时, $s(t)$ 将被这些抽样值所完全确定。



■ 抽样定理的证明:

设: $s(t)$ — 最高频率小于 f_H 的信号,

$\delta_T(t)$ — 周期性单位冲激脉冲, 其重复周期为 T , 重复频率为 $f_s = 1/T$

则抽样信号为: $s_k(t) = s(t)\delta_T(t) = \sum s(kT)$ 时域相乘

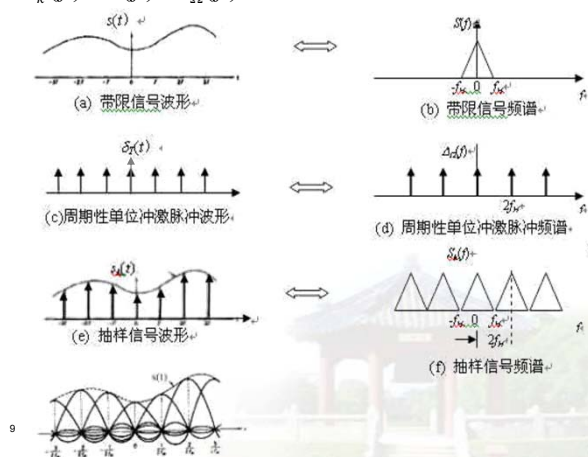
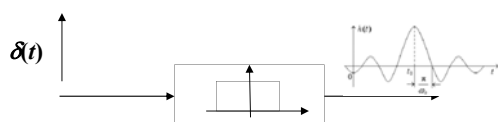
设 $s_k(t)$ 的傅里叶变换为 $S_k(f)$, 则有: $S_k(f) = S(f) * \Delta_\Omega(f)$ 频域卷积

式中: $S_k(f)$ — $s_k(t)$ 的频谱

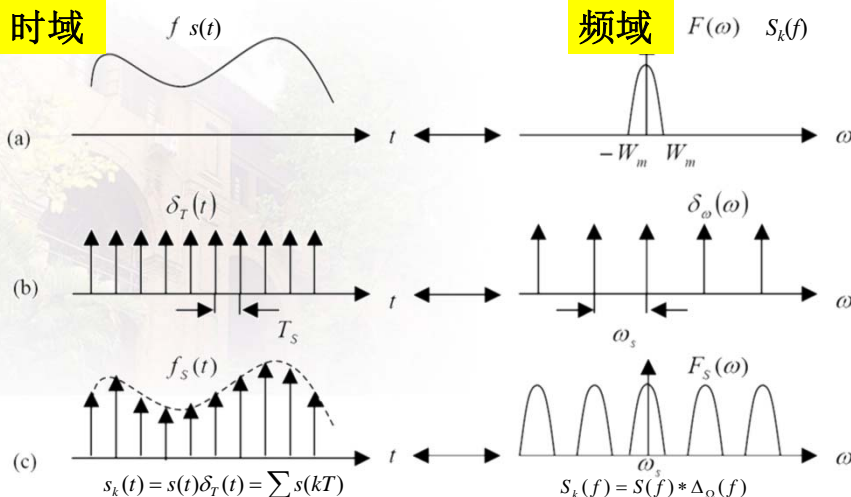
$S(f)$ — $s(t)$ 的频谱

$\Delta_\Omega(f)$ — $\delta_T(t)$ 的频谱

$\Delta_\Omega(f)$ 是周期性单位冲激脉冲的频谱: $\Delta_\Omega(f) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nf_s)$



时域



频域

$$\delta_{T_s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C(jn\omega_s) e^{jn\omega_s t},$$

$$C(jn\omega_s) = \frac{1}{T_s} \int_{-T_s/2}^{+T_s/2} \delta_T e^{-jn\omega_s t} dt = \frac{1}{T_s}$$

在积分区间中, $e^{-jn\omega_s t}$ 仅在原点有值, 且为 1

$$\begin{aligned} F[\delta_T(t)] &= F\left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} C(jn\omega_s) e^{jn\omega_s t}\right] \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C(jn\omega_s) F[e^{jn\omega_s t}] \\ &= \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} F[e^{jn\omega_s t}] \end{aligned}$$

$F[1] = 2\pi\delta(\omega)$, 由频移特性:

$$F[e^{jn\omega_s t} \cdot 1] = 2\pi\delta(\omega - n\omega_s)$$

将 $\Delta_\Omega(f) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nf_s)$ 代入 $S_k(f) = S(f) * \Delta_\Omega(f)$

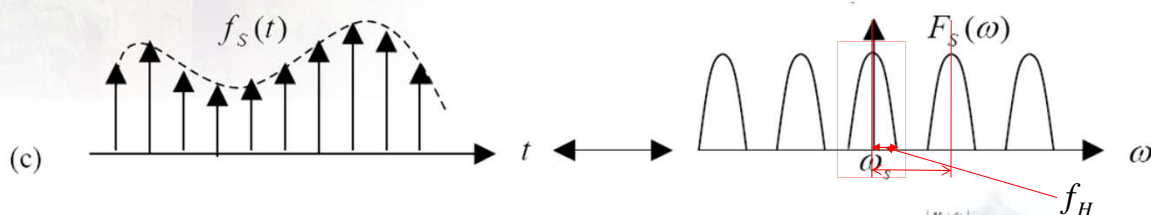
$$S_k(f) = \frac{1}{T} \left[S(f) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nf_s) \right] = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S(f - nf_s)$$

问题: 如何恢复信号? 要求是什么?

$$S_k(f) = \frac{1}{T} \left[S(f) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nf_s) \right] = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S(f - nf_s)$$

由于 $S(f - nf_s)$ 是信号频谱 $S(f)$ 在频率轴上**平移**了 nf_s 的结果，所以抽样信号的频谱 $S_k(f)$ 是无数间隔频率为 f_s 的原信号频谱 $S(f)$ 相叠加而成。

因已经假设 $s(t)$ 的最高频率小于 f_H ，所以若上式中的频率间隔 $f_s \geq 2f_H$ ，则 $S_k(f)$ 中包含的每个原信号**频谱 $S(f)$ 之间互不重叠**，如图C所示。这样就能够从 $S_k(f)$ 中分离出信号 $s(t)$ 的频谱 $S(f)$ ，并能够容易地从 $S(f)$ 得到 $s(t)$ ；也就是能从抽样信号中恢复原信号，或者说能由抽样信号决定原信号。



恢复原信号的条件是： $f_s \geq 2f_H$
 $2f_H$ 称为奈奎斯特(Nyquist)抽样速率。与此相应的最小抽样时间间隔称为奈奎斯特抽样间隔。

思考：
 $f_s > 2f_H$;
 $f_s = 2f_H$;
 $f_s < 2f_H$

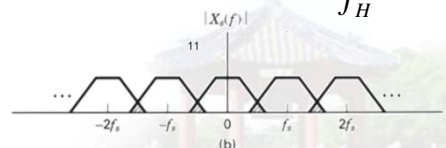
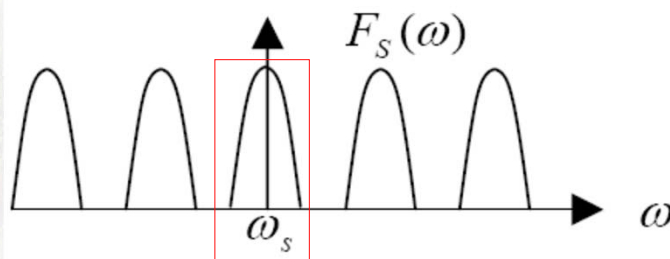


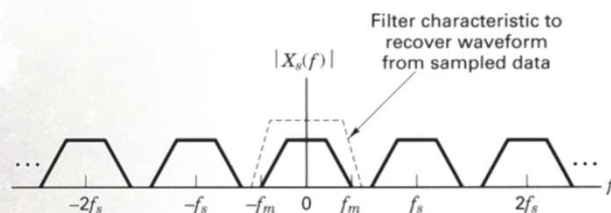
Figure 2.7 Spectra for various sampling rates. (a) Sampled spectrum ($f_s > 2f_H$). (b) Sampled spectrum ($f_s < 2f_H$).

◆从频域看：当 $f_s \geq 2f_H$ 时，用一个截止频率为 f_H 的理想低通滤波器就能够从抽样信号中分离出原信号。



◆理想滤波器是不能实现的。实用滤波器的截止边缘不可能做到如此陡峭。所以，实用的抽样频率 f_s 必须比 $2f_H$ 大较多，**相当于加大相邻频谱的距离**。

➢例如，典型电话信号的最高频率限制在3400 Hz，而抽样频率采用8000 Hz。



采样速率较低时:

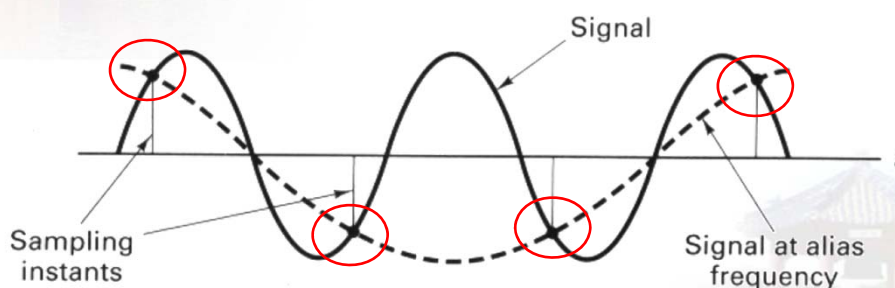


Figure 2.13 Alias frequency generated by sub-Nyquist sampling rate.

4.2.2 带通模拟信号的抽样

■ 带通信号的频带限制在 f_L 和 f_H 之间，即其频谱低端截止频率明显大于零。

■ 要求抽样频率 f_s :
$$f_s = 2B + \frac{2kB}{n} = 2B(1 + \frac{k}{n})$$

式中, $B = f_H - f_L$ — 信号带宽, n — 小于 f_H/B 的最大整数, $0 < k < 1$ 。

■ 由图可见,

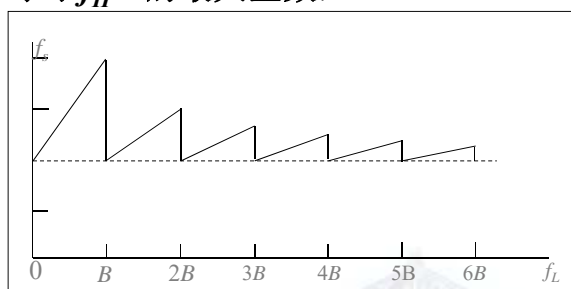
当 $f_L = 0$ 时, $f_s = 2B$,

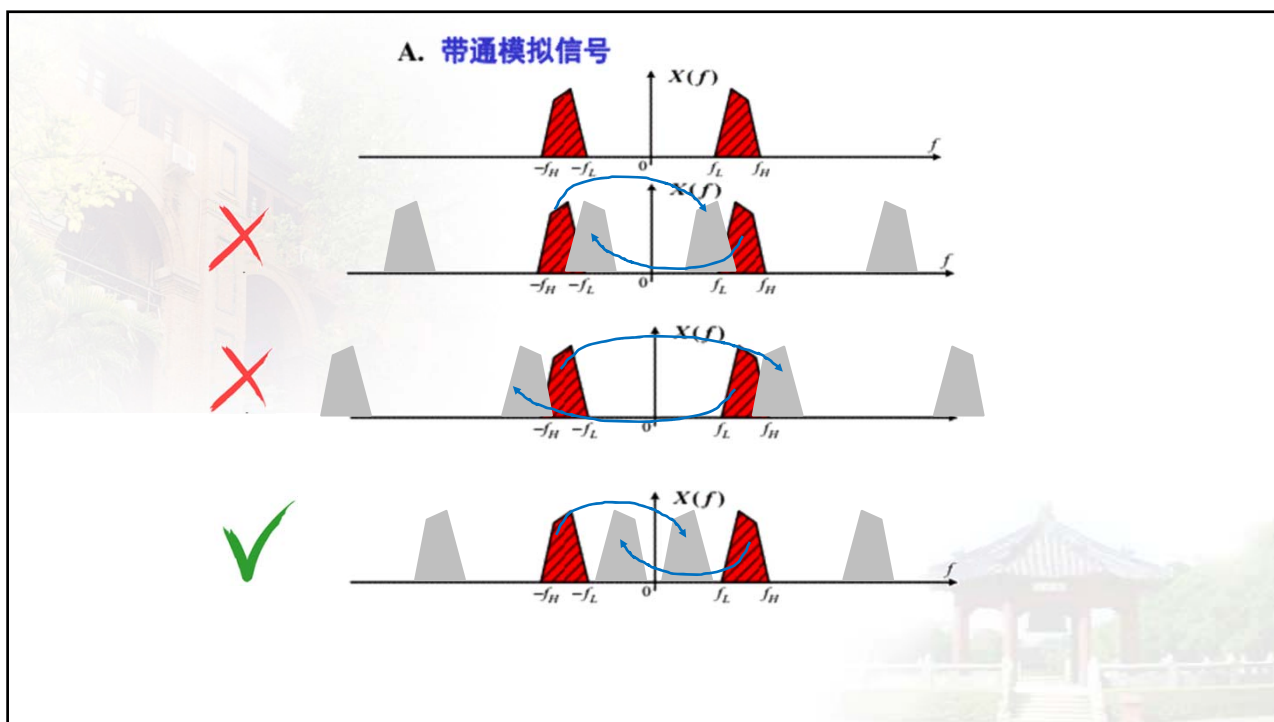
当 f_L 很大时, $f_s \rightarrow 2B$ 。

■ 图中的曲线表示要求

的最小抽样频率 f_s ,

但是这并不意味着用任何大于该值的频率抽样都能保证频谱不混叠。





4.2.3 模拟脉冲调制

- 脉冲振幅调制PAM
- 脉冲宽度调制PWM
- 脉冲位置调制PPM

■ PAM信号即4.3节中的抽样信号，PWM和PPM信号目前基本上不再应用于通信。

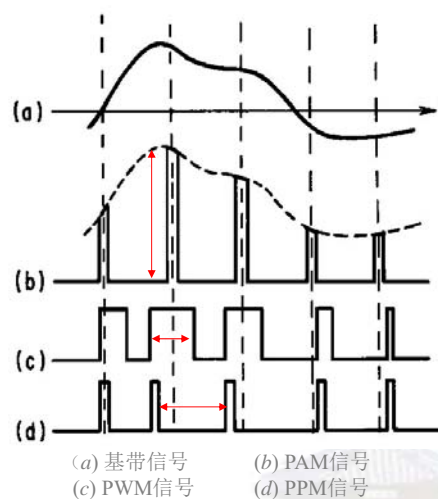
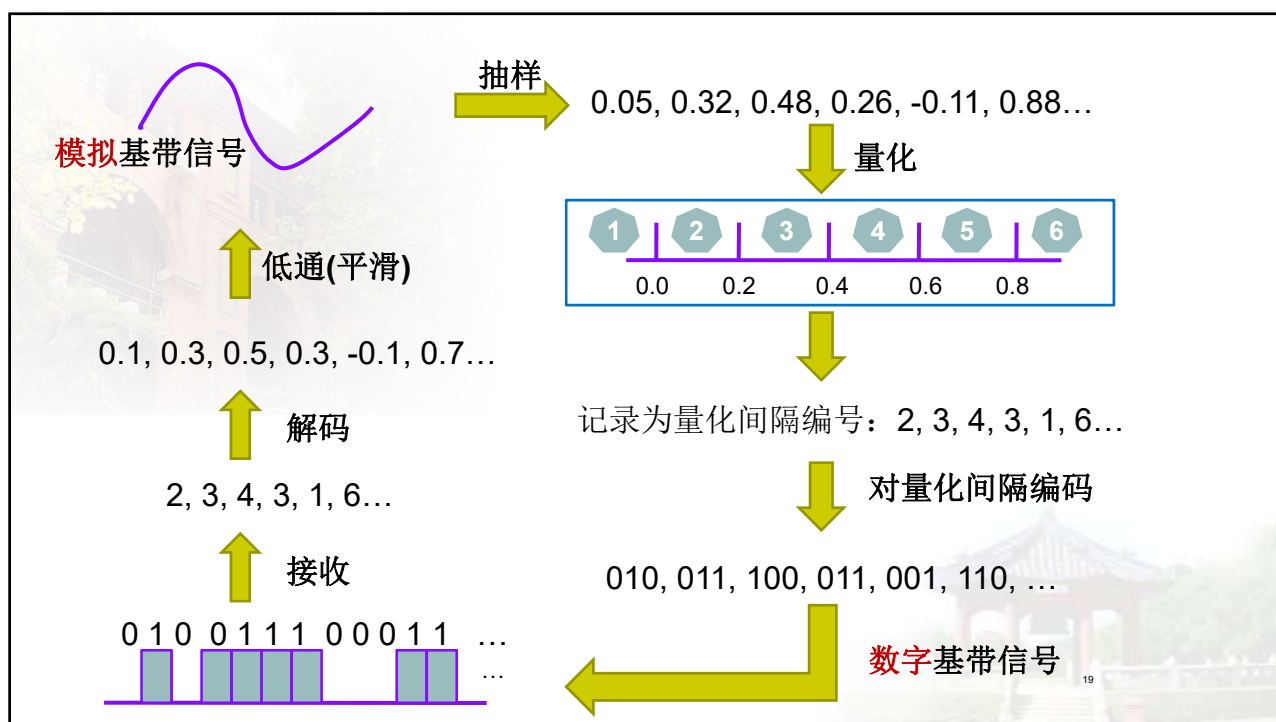


图4.2.6 模拟脉冲调制



4.3 抽样信号的量化

4.3.1 量化原理

■ 量化的目的: 将抽样信号数字化。

■ 量化的方法:

◆ 设 $s(kT)$ — 抽样值,

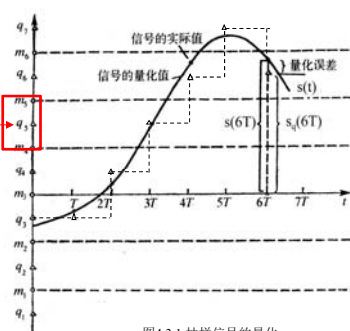
◆ 若用 N 位二进制码元表示,
则只能表示 $M = 2^N$ 个不同的
抽样值。

◆ 共有 M 个离散电平, 它们称为量化电平。

◆ 用这 M 个量化电平表示连续抽样值的方法称为量化。

◆ 例: 见图, $s_q(kT) = q_i, \text{ 当 } m_{i-1} \leq s(kT) < m_i$

◆ 图示为均匀量化。



横坐标: 抽样点
纵坐标: 量化点

4.3.2 均匀量化

- 设：模拟抽样信号的取值范围： $a \sim b$

量化电平数 = M

则均匀量化时的量化间隔为： $\Delta v = (b - a) / M$

量化区间的端点为： $m_i = a + i\Delta v$

- 若**量化输出**电平 q_i 取为量化间隔的**中点**，则有

$$q_i = \frac{m_i + m_{i-1}}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, M$$

- **量化噪声 = 量化输出电平和量化前信号的抽样值之差**
- **信号功率与量化噪声之比**（简称**信号量噪比**）

21

- 求量化噪声功率的平均值 N_q ：

$$N_q = E[(s_k - s_q)^2] = \int_a^b (s_k - s_q)^2 f(s_k) ds_k = \sum_{i=1}^M \int_{m_{i-1}}^{m_i} (s_k - q_i)^2 f(s_k) ds_k$$

多个量化区间叠加

式中， s_k 为信号的抽样值，即 $s(kT)$

s_q 为量化信号值，即 $s_q(kT)$

$f(s_k)$ 为信号抽样值 s_k 的概率密度

E 表示求统计平均值

M 为量化电平数

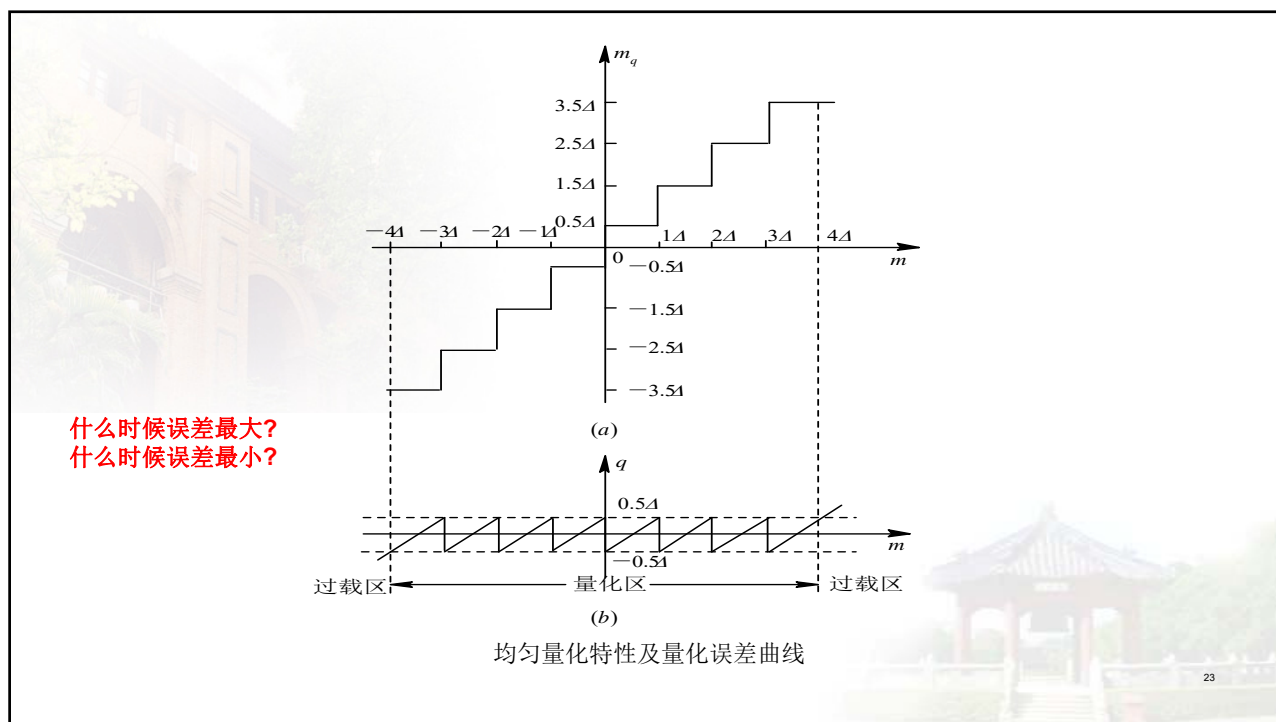
$$m_i = a + i\Delta v$$

$$q_i = a + i\Delta v - \frac{\Delta v}{2}$$

- 求信号 s_k 的平均功率： $S = E(s_k^2) = \int_a^b s_k^2 f(s_k) ds_k$

- 由上两式可以求出**平均量化信噪比**： S / N_q

22



【例4.1】 设一个均匀量化器的量化电平数为 M ，其输入信号抽样值在区间 $[-a, a]$ 内具有**均匀的概率密度**。试求该量化器的平均信号量噪比。

解：

$$\begin{aligned}
 N_q &= \sum_{i=1}^M \int_{m_{i-1}}^{m_i} (s_k - q_i)^2 f(s_k) ds_k = \sum_{i=1}^M \int_{m_{i-1}}^{m_i} (s_k - q_i)^2 \left(\frac{1}{2a} \right) ds_k \\
 &= \sum_{i=1}^M \int_{-a+(i-1)\Delta v}^{-a+i\Delta v} \left(s_k + a - i\Delta v + \frac{\Delta v}{2} \right)^2 \left(\frac{1}{2a} \right) ds_k \\
 &= \sum_{i=1}^M \left(\frac{1}{2a} \right) \left(\frac{\Delta v^2}{12} \right) = \frac{M(\Delta v)^3}{24a}
 \end{aligned}$$

$$\because M \Delta v = 2a \quad \therefore N_q = \frac{(\Delta v)^2}{12}$$

$$S = \int_{-a}^a s_k^2 \left(\frac{1}{2a} \right) ds_k = \frac{M^2}{12} (\Delta v)^2$$

$$\frac{S}{N_q} = M^2 \quad \text{或} \quad \left(\frac{S}{N_q} \right)_{dB} = 20 \lg M \quad (\text{dB})$$

4.3.3 非均匀量化

- 均匀量化的缺点：量化噪声 N_q 是确定的。但是，信号的强度可能随时间变化，例如语音信号。当信号小时，信号量噪比也就很小。非均匀量化可以**改善小信号**时的信号量噪比。

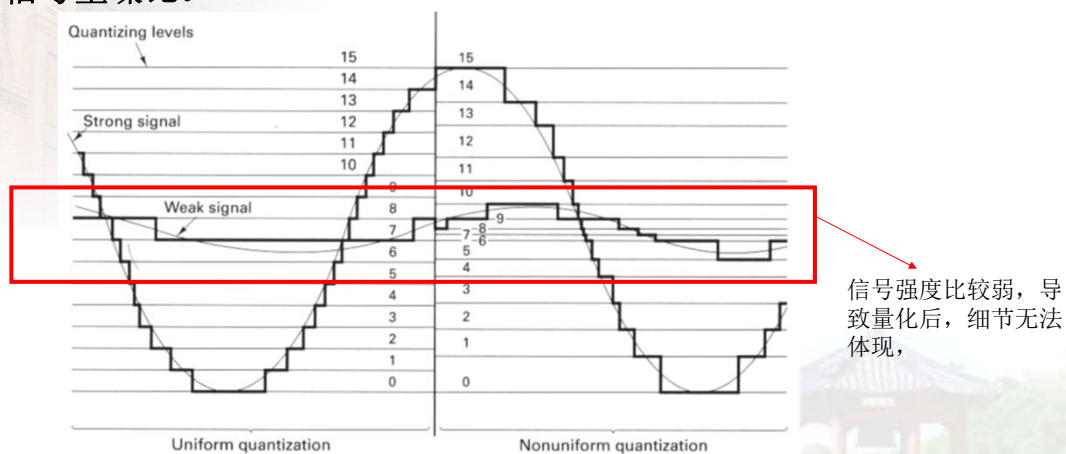


Figure 2.18 Uniform and nonuniform quantization of signals.

● 非均匀量化的思路：

- 问题：均匀量化中噪声功率与信号强度无关，只与量化间隔有关。 $N_q = \frac{(\Delta v)^2}{12}$
所以信噪比随信号强度的变化而变化 $\frac{S}{N_q}$

解决思路：

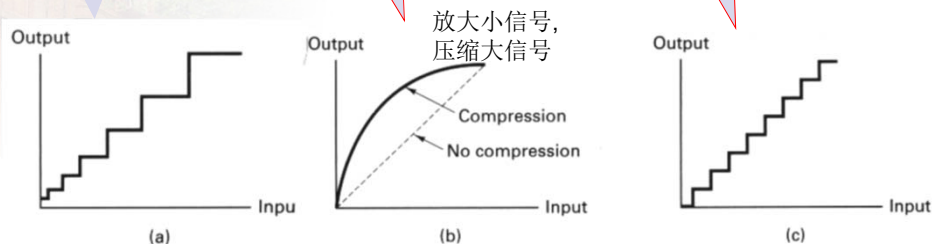
- 小信号的功率小，减小小信号的量化间隔，从而减小小信号区间的噪声功率；
- 大信号的功率大，加大大信号的量化间隔，从而加大大信号区间的噪声功率；
- 最后得到比较均匀的信噪比，即**解除信噪比与信号强度的关系**。

■ 实际处理: 先将信号的抽样值压缩,再进行均匀量化

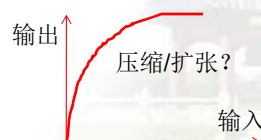
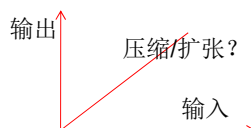
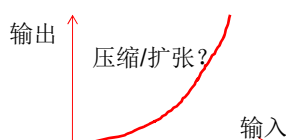
非均匀量化器: 加密小信号区量化层次, 增大大信号区

先压缩(大信号)

再送均匀量化器



思考:



27

4.3.3 非均匀量化

- 非均匀量化原理: 用一个非线性电路将输入电压 x 变换成输出电压 y : $y = f(x)$

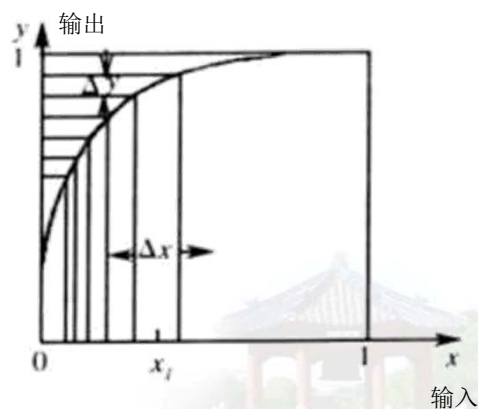
当量化区间划分很多时, 在每一量化区间内压缩特性曲线可以近似看作为一段直线。因此, 这段直线的斜率可以写为

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} = y' \quad \text{或} \quad \Delta x = \frac{dx}{dy} \Delta y$$

设 x 和 y 的范围都限制在 0 和 1 之间, 且纵座标 y 在 0 和 1 之间均匀划分成 N 个量化区间, 则有区间间隔为:

$$\therefore \Delta y = \frac{1}{N}$$

$$\Delta x = \frac{dx}{dy} \Delta y = \frac{1}{N} \frac{dx}{dy}$$



28

■ 由 $\Delta x = \frac{dx}{dy} \Delta y = \frac{1}{N} \frac{dx}{dy}$

$$N_q = \frac{(\Delta x)^2}{12}$$

有 $\frac{dx}{dy} = N \Delta x$

Δx : 量化间隔

为了保持信号量噪比恒定，要求量化间隔随信号强度线性变化，即： $\Delta x \propto x$

即要求： $dx/dy \propto x$ 或 $dx/dy = kx$ ，式中 k = 常数

由上式解出： $\ln x = ky + c$

为了求 c ，将边界条件(当 $x = 1$ 时， $y = 1$)，代入上式，得到

$k + c = 0$ ，即求出： $c = -k$ ，将 c 值代入上式，得到

$$\ln x = ky - k \quad y = 1 + \frac{1}{k} \ln x$$

由上式看出，为了保持信号量噪比恒定，在理论上要求压缩特性为对数特性。

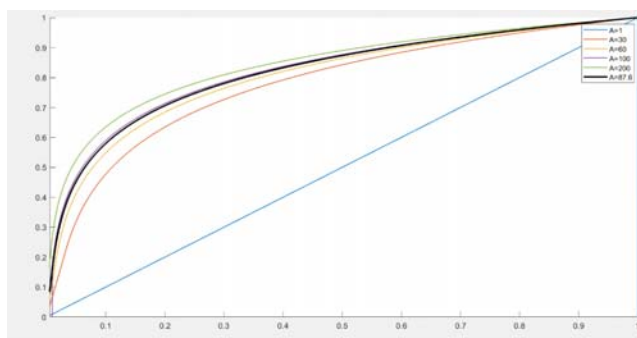
对于电话信号，ITU制定了两种建议，即 A 压缩律和 μ 压缩律，以及相应的近似算法 — 13折线法和15折线法。

29

■ A 压缩率

$$y = \begin{cases} \frac{Ax}{1 + \ln A}, & 0 < x \leq \frac{1}{A} \\ \frac{1 + \ln Ax}{1 + \ln A}, & \frac{1}{A} \leq x \leq 1 \end{cases}$$

式中， x 为压缩器归一化输入电压；
 y 为压缩器归一化输出电压；
 A 为常数，决定压缩程度。



A 律中的常数 A 不同，则压缩曲线的形状不同。它将特别影响小电压时的信号量噪比的大小。在实用中，选择 A 等于 87.6。



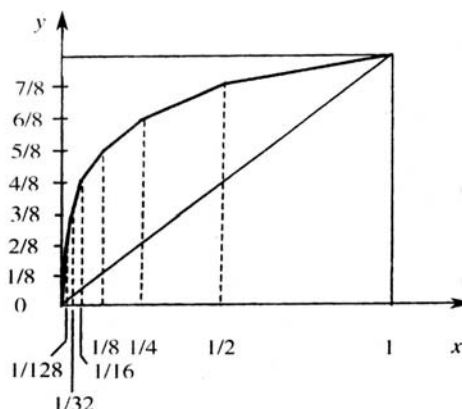
30

■ 13折线压缩特性 — A律的近似

- ◆ A律是平滑曲线，用电子线路很难准确地实现，但很容易用数字电路来近似实现。
- ◆ 13折线特性就是近似于A律的特性。
- ◆ 图中x在0~1区间中分为不均匀的8段。1/2至1间的线段称为第8段；1/4至1/2间称为第7段；1/8至1/4间称为第6段；依此类推，直到0至1/128间的线段称为第1段。
- ◆ 纵坐标y则均匀地划分作8段。将这8段相应的座标点(x, y)相连，就得到了一条折线。
- ◆ 除第1和2段外，其他各段折线的斜率都不相同：

折线段号	1	2	3	4	5	6	7	8
斜 率	16	16	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

- ◆ 对交流信号，正负第1和2段斜率相同，故共有13段折线。
(折线特性和对数特性之间的误差，见二维码4.3。)



31

A律和13折线法比较

i	8	7	6	5	4	3	2	1	0
$y=1-i/8$	0	1/8	2/8	3/8	4/8	5/8	6/8	7/8	1
A律x值	0	1/128	1/60.6	1/30.6	1/15.4	1/7.79	1/3.93	1/1.98	1
13折线法 $x=1/2^i$	0	1/128	1/64	1/32	1/16	1/8	1/4	1/2	1
折线段号	1	2	3	4	5	6	7	8	
折线斜率	16	16	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	

从表中看出，13折线法和A = 87.6时的A律压缩法十分接近。

32

■ μ 压缩律和15折线压缩特性

◆ A 律中，选用 $A=87.6$ 有两个目的：

1. 使曲线在原点附近的斜率=16，使16段折线简化成13段；
2. 使转折点上 A 律曲线的横坐标 x 值 $\approx 1/2^i$ ($i = 0, 1, 2, \dots, 7$)。

- #### ◆ 若仅要求满足第二个目的：仅要求满足
- 当 $x = 1/2^i$ 时， $y = 1 - i/8$ ，则可以得到 μ 律：

$$y = \frac{\ln(1 + \mu x)}{\ln(1 + \mu)}$$

式中 $\mu = 255$

(上式的推导见二维码4.4。)

◆ 15折线：近似 μ 律

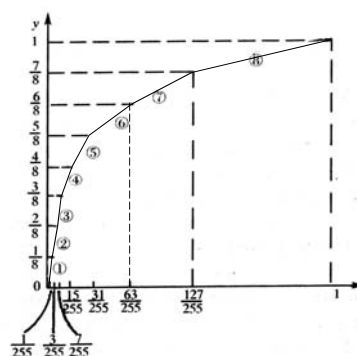
$$x = \frac{256^y - 1}{255} = \frac{256^{i/8} - 1}{255} = \frac{2^i - 1}{255}$$

33

15折线法的转折点坐标和各段斜率

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$y = i/8$	0	1/8	2/8	3/8	4/8	5/8	6/8	7/8	1
$x = (2^i - 1)/255$	0	1/255	3/255	7/255	15/255	31/255	63/255	127/255	1
斜率 $\times 255$	1/8	1/16	1/32	1/64	1/128	1/256	1/512	1/1024	
段号	1	2	3	4	5	6	7	8	

- #### ◆ 由于其第1段和第2段的斜率不同，
- 不能合并为一条直线，故考虑
交流电压正负极性后，共得到
15段折线。



34

■ 13折线法和15折线法比较

比较13折线特性和15折线特性的第一段斜率可知，15折线特性第一段的斜率（ $255/8$ ）大约是13折线特性第一段斜率（16）的两倍。

所以，15折线特性给出的小信号的信号量噪比约是13折线特性的两倍。

但是，对于大信号而言，15折线特性给出的信号量噪比要比13折线特性时稍差。这可以从对数压缩式(4.3-22)看出，在A律中A值等于87.6；但是在m律中，相当A值等于94.18。A值越大，在大电压段曲线的斜率越小，即信号量噪比越差。

35

■ 非均匀量化和均匀量化的比较

现以13折线法为例作一比较。若用13折线法中的（第1和第2段）最小量化间隔作为均匀量化时的量化间隔，则13折线法中第1至第8段包含的均匀量化间隔数分别为16、16、32、64、128、256、512、1024，共有2048个均匀量化间隔，而非均匀量化时只有128个量化间隔。

因此，在保证小信号的量化间隔相等的条件下，均匀量化需要11比特编码，而非均匀量化只要7比特就够了。

36

4.4 脉冲编码调制

4.4.1 脉冲编码调制 (PCM) 的基本原理

■ 抽样 → 量化 → 编码

■ 例：见右图

方框图：

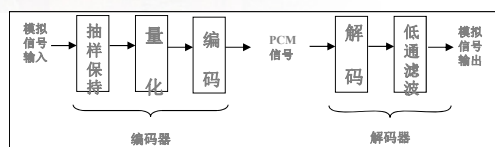
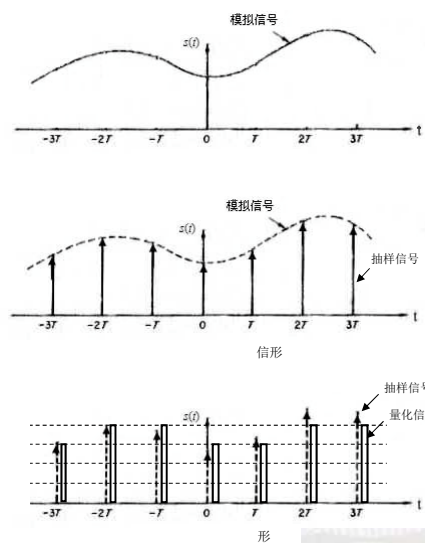


图4.4.1 脉冲编码调制过程



37

4.4.2 自然二进制码和折叠二进制码

量化值序号	量化电压极性	自然二进制码	折叠二进制码
15	正极性	1111	1111
14		1110	1110
13		1101	1101
12		1100	1100
11		1011	1011
10		1010	1010
9		1001	1001
8		1000	1000
7	负极性	0111	0000
6		0110	0001
5		0101	0010
4		0100	0011
3		0011	0100
2		0010	0101
1		0001	0110
0		0000	0111

除极性码之外，一样、

■ 折叠二进制码的特点：

- ◆ 有映像关系，最高位可以表示极性，使编码电路简化；
- ◆ 误码对小电压影响小，可减小语音信号平均量化噪声。

■ 13折线法中采用的折叠码

◆ 共8位: c_1 至 c_8

➢ c_1 : 极性

➢ $c_2 \sim c_4$: 段落码 — 8种段落斜率

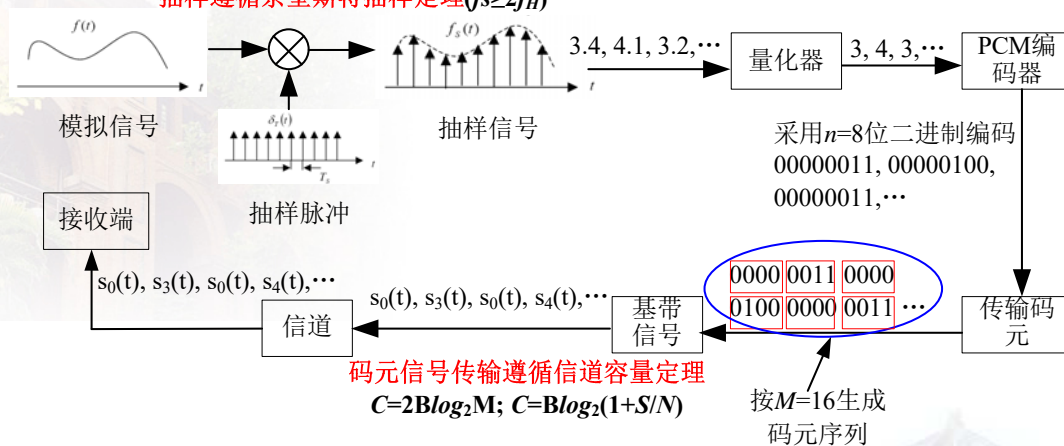
➢ $c_5 \sim c_8$: 段内码 — 16个量化电平

段落序号	段落码 $c_2 c_3 c_4$
8	111
7	110
6	101
5	100
4	011
3	010
2	001
1	000

量化间隔	段内码 $c_5 c_6 c_7 c_8$
15	1111
14	1110
14	1101
12	1100
11	1011
10	1010
9	1001
8	1000
7	0111
6	0110
5	0101
4	0100
3	0011
2	0010
1	0001
0	0000

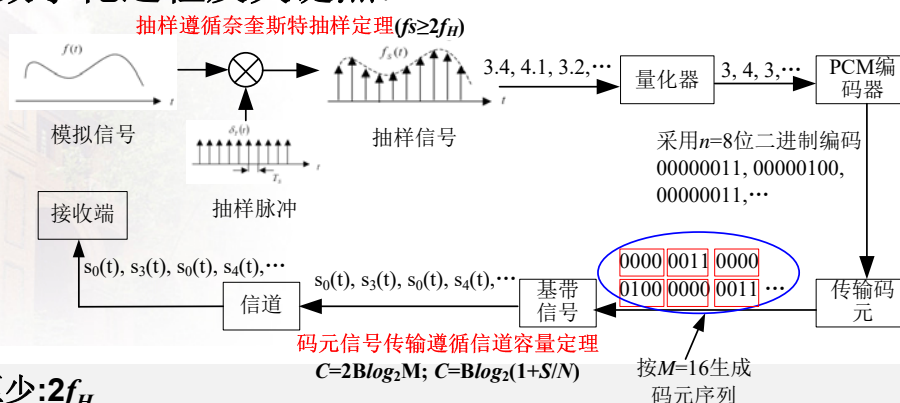
模拟信号数字化过程及关键点:

抽样遵循奈奎斯特抽样定理($f_s \geq 2f_H$)



- 抽样速率至少: ?
- 信源编码器输出比特率至少: ?
- 信道编码器输出码元速率: ?
- 假设信源编码器与信道编码器没有缓存, 信道带宽 B 与 f_H 有什么关系?

模拟信号数字化过程及关键点：



- 抽样速率至少: $2f_H$
- PCM 编码器输出比特率至少: $2nf_H$
- 传输码元输出码元速率: $2nf_H \log_2 M$
- 假设 PCM 编码器与传输码元编码器没有缓存, 即: 信源编码器生成 1bit, 则信道发送 1bit. 所以要求信道的最小传输速率应该达到 $2nf_H$, 即: $C = 2nf_H$, 代入信道容量定理: $C = 2Blog_2 M$, 可以推断系统对信道带宽的最低要求: $2nf_H = 2Blog_2 M$. 即: $B = nf_H / (\log_2 M)$. 对 PCM, $M=2$, 所以信道带宽至少应满足: $B = nf_H$ (Hz)。

4.4.3 PCM 系统的量化噪声

在 4.3.2 节中, 已求出: 均匀量化时的信号量噪比为

$$S/N_q = M^2$$

当采用 N 位二进制码编码时, $M = 2^N$, 故有

$$S/N_q = 2^{2N}$$

由抽样定理, 若信号为限制在 f_H 的低通信号, 则抽样速率不应低于每秒 $2f_H$ 次。

$$C = 2Blog_2 M \text{ (bit/s)}$$

对于 PCM 系统, 这相当于要求链路传输速率 $\geq 2Nf_H$ b/s, 故要求系统带宽 $B = Nf_H$, 即要求: $N = B/f_H$, 代入上式, 得到

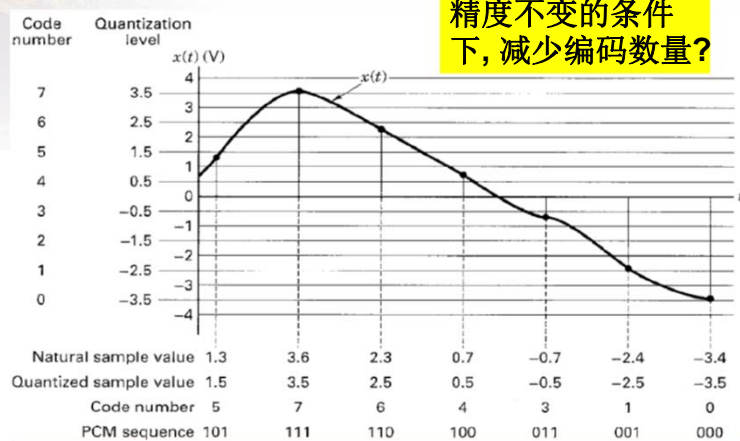
$$S/N_q = 2^{2(B/f_H)}$$

上式表明, PCM 系统的输出信号量噪比随系统的带宽 B 按指数规律增长。

4.5 差分脉冲编码调制

4.5.1 差分脉冲编码调制(DPCM)的原理

- 在PCM中，每个波形样值都**独立编码**，与其他样值无关，这样，样值的**整个幅值**编码需要较多位数，比特率较高，造成数字化的信号带宽大大增加。



- 大多数自然信号具有以下特点：

- 信号是一种慢变过程，相邻信号的幅度值相近；
- 以奈奎斯特或更高速率抽样的信源信号在**相邻抽样间**表现出**很强的相关性**，有很大的冗余度。

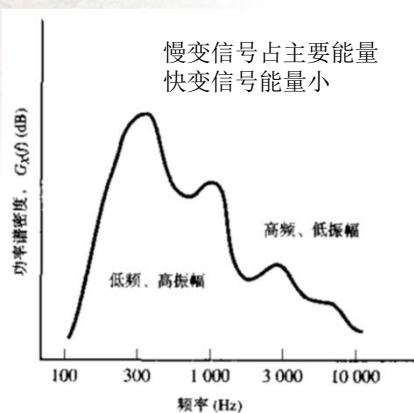


图 13.18 典型语音信号的功率谱

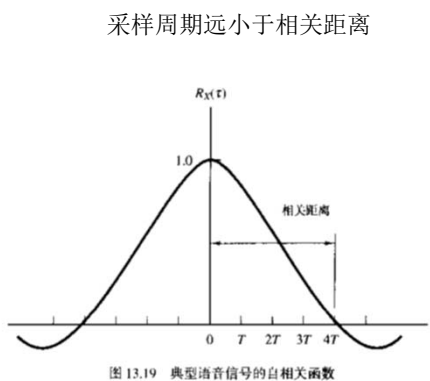


图 13.19 典型语音信号的自相关函数

- 利用信源的这种相关性，设计一种比较简单的编码方法：
 - 对**相邻样值的差值**而不是样值本身进行编码。可以在量化台阶不变的情况下（即量化噪声不变），**编码位数显著减少**，从而大大压缩信号带宽。
 - ◆ 例如：
 - 10010,10015,10030,10043,10058 (每个需要14bit)
 - 10010, 05, 15, 13, 15 (除第一个外，每个需要4bit)
 - 这种利用差值的PCM编码称为差分PCM（DPCM）。
- 如果将样值之差仍用N位编码传送，则DPCM的量化信噪比显然优于PCM系统。（原因？）

DPCM的实现方法：

- 实现差分编码的一个办法是根据前面的k个样值**预测**当前时刻的样值。
- 当前抽样值和预测值之差，称为**预测误差**。
- 编码信号只是当前样值与预测值之间的**差值**的量化编码。

➤ 线性预测编解码器原理方框图:

■ 编码器:

$s(t)$ — 输入信号;

$s_k = s(kT)$ — $s(t)$ 的抽样值;

s'_k — 预测值;

e_k — 预测误差;

r_k — 量化预测误差;

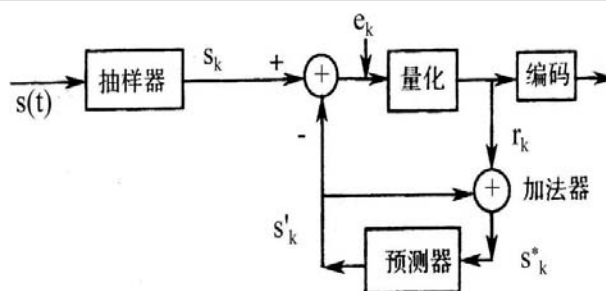
s_k^* — 预测器输入;

s_k^* 的含义: 当无量化误差时, $e_k = r_k$, 则由图可见: $s_k^* = r_k + s'_k = e_k + s'_k = (s_k - s'_k) + s'_k = s_k$

故 s_k^* 是带有量化误差的 s_k 。

预测器的输入~输出关系:
$$s'_k = \sum_{i=1}^p a_i s_{k-i}^*$$

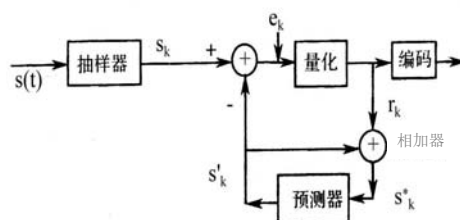
式中, p 是预测阶数, a_i 是预测系数。



(a) 编码器

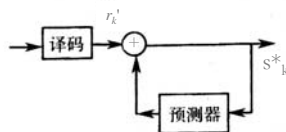
DPCM示例:

- 抽样 s_0
- 预测器输出初始 $s_0' = 0$,
- $e_0 = s_0 - s_0'$
- $r_0 = e_0$; 编码 r_0 并发送
- $s_0^* = s_0' + r_0$; $s_0^* \approx s_0$; 在没有量化误差时, $s_0^* = s_0$
- 抽样 s_1
- 预测器根据 s_0^* 输出 s_1'
- $e_1 = s_1 - s_1'$
- $r_1 = e_1$; 编码 r_1 并发送
- $s_1^* = s_1' + r_1$; $s_1^* \approx s_1$; 在没有量化误差时, $s_1^* = s_1$



(a) 编码器

► 解码器：见下图



(b) 解码器

编码器中预测器和相加器的连接电路和解码器中的完全一样。故当无传输误码时，即当编码器的输出就是解码器的输入时，这两个相加器的输入信号相同，即 $r_k = r'_k$ 。所以，此时解码器的输出信号 $s_k^{*'}$ 和编码器中相加器输出信号 s_k^* 相同，即等于带有量化误差的信号抽样值 s_k 。 (注意：第一个值必须完整传送)

- DPCM基本原理：当 $p = 1$, $a_1 = 1$ 时， $s'_k = s_{k-1}^*$ ，预测器简化成延迟电路，延迟时间为 T 。这时，线性预测就成为DPCM。

4.5.2 DPCM系统的量化噪声和信号量噪比

- 量化噪声：即量化误差 q_k ，其定义为

$$q_k = s_k - s_k^* = (s_k' + e_k) - (s_k' + r_k) = e_k - r_k$$

式中， s_k — 编码器输入模拟信号抽样值；

s_k^* — 量化后带有量化误差的抽样值。

设： $(+\sigma, -\sigma)$ — 预测误差 e_k 的范围；

M — 量化器的量化电平数；

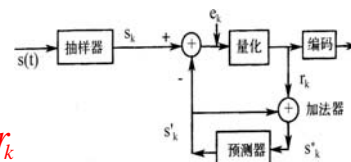
Δv — 量化间隔；

则有

$$\Delta v = \frac{2\sigma}{(M-1)}, \quad \sigma = \frac{(M-1)}{2} \Delta v$$

设：量化误差 q_k 在 $(-\Delta v, +\Delta v)$ 间均匀分布

则 q_k 的概率分布密度 $f(q_k)$ 可以表示为： $f(q_k) = \frac{1}{\Delta v}$



(a) 编码器

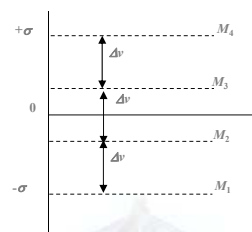


图4.5.2 σ 和 M 之间关系

并且, q_k 的平均功率可以表示成:

$$E(q_k^2) = \int_{-\Delta v/2}^{\Delta v/2} q_k^2 f(q_k) dq_k = \frac{1}{\Delta v} \int_{-\Delta v/2}^{\Delta v/2} q_k^2 dq_k = \frac{(\Delta v)^2}{12}$$

设: f_s — 抽样频率,

$N = \log_2 M$ — 每个抽样值编码的码元数,

Nf_s — DPCM编码器输出的码元速率,

$E(q_k^2)$ 在 $(0, Nf_s)$ 间均匀分布,

则 $E(q_k^2)$ 的功率谱密度为:

$$P_q(f) = \frac{(\Delta v)^2}{12Nf_s}, \quad 0 < f < f_s$$

此量化噪声通过截止频率为 f_L 的低通滤波器之后, 其功率等于:

$$N_q = P_q(f) f_L = \frac{(\Delta v)^2}{12N} \left(\frac{f_L}{f_s} \right)$$

— DPCM系统输出的量化噪声

■ 信号功率:

- ◆ 当预测误差 e_k 的范围限制在 $(+\sigma, -\sigma)$ 时, 同时也限制了信号的变化速度。

这就是说, 在相邻抽样点之间, **信号抽样值的增减不能超过此范围**。一旦超过此范围, 编码器将发生**过载**。若抽样点间隔为 $T = 1/f_s$, 则将限制信号的斜率不能超过 σ/T 。

- ◆ 设: **输入信号是一个正弦波**: $m(t) = A \sin \omega_0 t$

式中, A — 振幅; ω_0 — 角频率

其斜率为 $\frac{dm(t)}{dt} = A\omega_0 \cos \omega_0 t$ — 最大斜率等于 $A\omega_0$

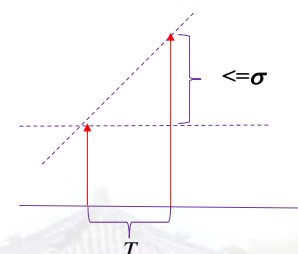
为了不发生过载, 信号的最大斜率不应超过 σ/T , 即要求

$$A\omega_0 \leq \sigma/T = \sigma f_s$$

故最大允许信号振幅为: $A_{\max} = \sigma f_s / \omega_0$

最大允许信号功率为:

$$S = \frac{A_{\max}^2}{2} = \frac{\sigma^2 f_s^2}{2\omega_0^2} = \frac{\sigma^2 f_s^2}{8\pi^2 f_0^2}$$



将 $\sigma = \frac{(M-1)}{2} \Delta v$

代入 $S = \frac{A_{\max}^2}{2} = \frac{\sigma^2 f_s^2}{2\omega_0^2} = \frac{\sigma^2 f_s^2}{8\pi^2 f_0^2}$

得到 $S = \frac{\left(\frac{M-1}{2}\right)^2 (\Delta v)^2 f_s^2}{8\pi^2 f_0^2} = \frac{(M-1)^2 (\Delta v)^2 f_s^2}{32\pi^2 f_0^2}$

■ 信号量噪比: $\frac{S}{N_q} = \frac{3N(M-1)^2}{8\pi^2} \cdot \frac{f_s^3}{f_0^2 f_L}$

上式表明，信号量噪比随编码位数 N 和抽样频率 f_s 的增大而增加。

54

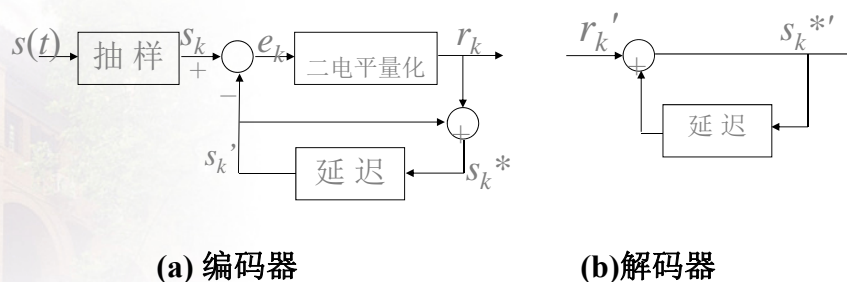
4.6 增量调制

4.6.1 增量调制(DM)原理

- 增量调制：当DPCM系统中量化器的量化电平数取为2，且预测器仍是一个延迟时间为 T 的延迟线时，此DPCM系统就称作增量调制系统。
- 编码规则：
 - 用前一个抽样值作为当前抽样值的预测值；
 - 当前的抽样值大于或等于前一个译码样值时，用“1”表示，
 - 当前的抽样值小于前一个译码样值时，用“0”表示

55

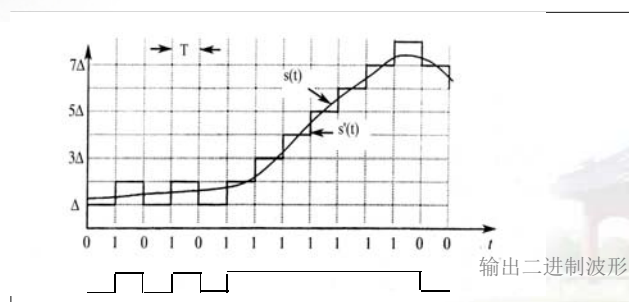
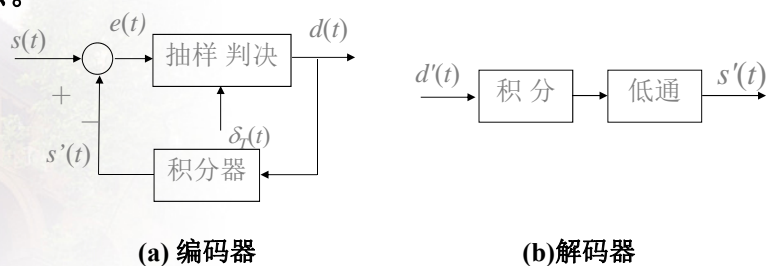
• 原理方框图



- ◆ 预测误差 $e_k = s_k - s_k^*$ 被量化成两个电平 $+Δ$ 和 $-Δ$ 。
- ◆ $Δ$ 值称为**量化台阶**。
- ◆ r_k 只取两个值 $+Δ$ 或 $-Δ$ 。
- ◆ 例如，可以用“1”表示“ $+Δ$ ”，及用“0”表示“ $-Δ$ ”。
- ◆ 当无传输误码时， $s_k^{*'} = s_k^*$ 。

56

- 在实用中，为了简单起见，通常用一个积分器来代替上述“延迟相加电路”，如下图所示。



57

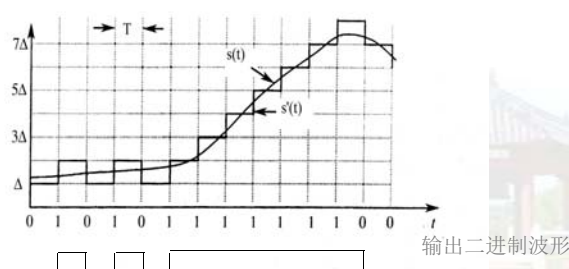
■ 解码原理:

在解码器中，积分器只要每收到一个“1”码元就使其输出升高 ΔV ，每收到一个“0”码元

就使其输出降低 ΔV ，这样就可以恢复出图中的阶梯形电压。这个阶梯电压通过低通滤波器平滑后，就得到十分接近编码器原输入的模拟信号。



(b) 解码器



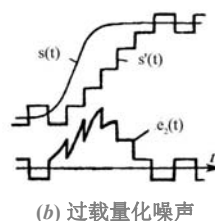
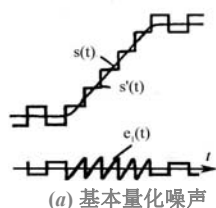
4.6.2 增量调制系统中的量化噪声

■ 量化噪声的产生

◆ 两种产生原因:

1. 由于编解码时用的**阶梯波形近似**模拟信号的电压产生的，见图(a)。这是基本量化噪声，称为 $e_1(t)$ 。它伴随着信号永远存在，即只要有信号，就有这种噪声。
2. **过载量化噪声**，见图(b)。它发生在**输入信号斜率的绝对值过大**时。若信号上升的斜率超过阶梯波的最大可能斜率，则阶梯波的上升赶不上信号的上升，就发生了过载量化噪声 $e_2(t)$ 。

◆ 图中示出的这两种量化噪声是经过低通滤波器前的波形。



■ 降低量化噪声的途径

◆ 基本量化噪声：减小量化台阶 Δ 。

◆ 过载量化噪声：

设抽样周期为 T ，抽样频率为 $f_s = 1/T$ ，量化台阶为 Δ ，则一个阶梯台阶的斜率 k 为：

$$k = \Delta/T = \Delta \cdot f_s \quad \text{— 最大跟踪斜率}$$

当输入信号斜率 > 最大跟踪斜率时，将发生过载量化噪声。

◆ 避免发生过载量化噪声的途径：使 $\Delta \cdot f_s$ 的乘积足够大。

◆ 因若取 Δ 值太大，将增大基本量化噪声。所以，只能用增大 f_s 的办法增大乘积 $\Delta \cdot f_s$ ，才能保证基本量化噪声和过载量化噪声两者都不超过要求。

◆ 实际中增量调制采用的抽样频率 f_s 值比PCM和DPCM的抽样频率值都大很多。

◆ 当输入电压 < $\Delta/2$ 时，输出为“1”和“0”交替序列。

◆ 起始编码电平： $\Delta/2$

60

■ 量化噪声功率

假设：无过载量化噪声，仅考虑基本量化噪声。

低通滤波前，基本量化噪声 $e(t)$ 为均匀分布： $f(e) = \frac{1}{2\Delta}$, $-\Delta \leq e \leq +\Delta$

则 $e(t)$ 的平均功率为： $E[e^2(t)] = \int_{-\Delta}^{\Delta} e^2 f(e) de = \frac{1}{2\Delta} \int_{-\Delta}^{\Delta} e^2 de = \frac{\Delta^2}{3}$

假设此功率均匀分布在 $0 \sim Nf_s$ 间，则其功率谱密度为： $P(f) = \frac{\Delta^2}{3f_s}$, $0 < f < f_s$

N=1

故通过截止频率为 f_L 的低通滤波器之后，量化噪声功率为 $N_q = P(f)f_L = \frac{\Delta^2}{3} \left(\frac{f_L}{f_s} \right)$

由上式看出，它只和量化台阶 Δ 与 (f_L/f_s) 有关，和输入信号大小无关。

61

■ 量化信噪比 仅考虑基本量化噪声

◆ 求信号功率：设输入信号为： $s(t) = A \sin \omega_0 t$

则其斜率为： $\frac{ds(t)}{dt} = A \omega_0 \cos \omega_0 t$ — 斜率最大值等于 $A \omega_0$

为了保证不发生过载，要求： $A \omega_0 \leq \frac{\Delta}{T} = \Delta \cdot f_s$

∴ 保证不过载的临界振幅 A_{\max} 应该等于： $A_{\max} = \frac{\Delta \cdot f_s}{\omega_0}$

由上式得最大信号功率： $S_{\max} = \frac{A_{\max}^2}{2} = \frac{\Delta^2 f_s^2}{2 \omega_0^2} = \frac{\Delta^2 f_s^2}{8 \pi^2 f_0^2}$

◆ 求出量化信噪比： $\frac{S_{\max}}{N_q} = \frac{\Delta^2 f_s^2}{8 \pi^2 f_0^2} \left[\frac{3}{\Delta^2} \left(\frac{f_s}{f_L} \right) \right] = \frac{3}{8 \pi^2} \left(\frac{f_s^3}{f_0^2 f_L} \right)$

◆ 上式表明，最大量化信噪比和 f_s^3 成正比，而和 f_0^2 成反比。

所以，提高抽样频率 f_s 将能显著增大量化信噪比。

谢 谢

Q & A

Email: xieyi5@mail.sysu.edu.cn
<https://cse.sysu.edu.cn/content/2462>