Université de Montpellier
Faculté des Sciences

Session : 1
Date : Université de Montpellier
Licence ☒ **Master** ☐
Mention : SV

Durée de l'épreuve : 2h
Documents autorisés : Aucun

Matériels autorisés : Aucun

Code de l'UE et libellé : HMMA 237 – Séries Temporelles Avancées

Le soin apporté à la rédaction sera un élément important d'appréciation.

Questions de cours

QdC - 1. Rappeler la définition de l'estimateur Ridge comme solution d'un problème de minimisation. On pourra noter $X \in \mathbb{R}^{n\times p}$ la matrice des variables explicatives, et $y \in \mathbb{R}^n$ le signal observé. Donner également une formule explicite de cet estimateur.

QdC - 2. Donner la formule de mise à jour pour effectuer une étape de descente de gradient (avec un pas α) afin de minimiser la fonction

Exercice I

Soit $G = (V, E)$ un graphe (non-orienté) à n sommets, $V = [\![1, n]\!]$, et p arrêtes, $E = [\![1, p]\!]$. Le graphe peut être représenté par sa matrice d'incidence arrête-sommet $D^\top \in \mathbb{R}^{p\times n}$ définie par

$$(D^\top)_{e,v} = \begin{cases} +1, & \text{si } v = \min(i, j), \\ -1, & \text{si } v = \max(i, j), \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases} \tag{1}$$

où $e = \{i, j\}$.

I - 1. Dans le graphe décrit en Figure 2, trouver le plus court chemin pour aller de A vers G.

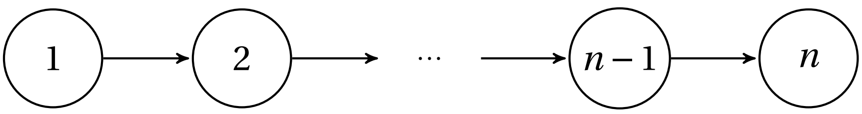

FIGURE 1 – Graphe en ligne avec des arêtes non-pondérées.

Dans la suite on ne considère plus que des graphes non orientés sans poids : on négligera les "flèches" et les poids des arrêtes.

I - 2. Pour les graphes donnés en Figure 1 et 2, calculer la matrice d'incidence $D^\top$ décrite ci-dessus ainsi que la matrice $L = DD^\top \in \mathbb{R}^{n\times n}$.

I - 3. Pour un graphe général, déterminer les valeurs des éléments de la matrice L, notamment en fonction des degré des sommets, où le degré d'un sommet est le nombre de sommets qui lui sont reliés par une arrête (sans préjugé de la direction). Ainsi, pour tout $v \in V$, $\deg(v) = |\{v' \in V : (v, v') \in E \text{ ou } (v', v) \in E\}|$.

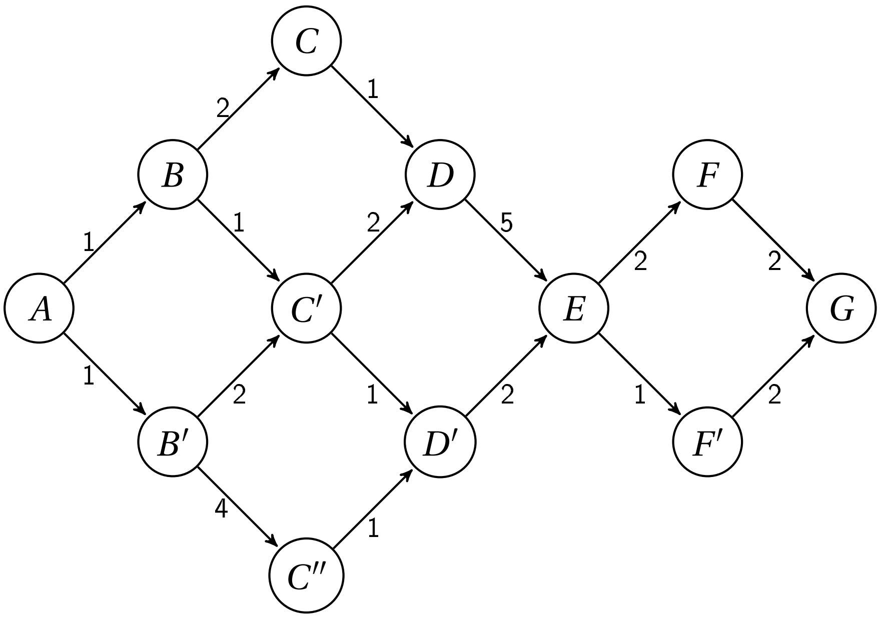

FIGURE 2 – Graphe de A à G avec des arêtes pondérées.