Pontifícia Universidade Católica do Paraná
Escola Politécnica: BSI

Matemática Discreta e suas Aplicações – Prova RA1 - Valor: 10,0

Prof. Guilherme Schnirmann

Nome: ____

1. Sejam os conjuntos:

   S={2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 }

   A={ x | x $\in$ S $\wedge$ $(\exists\, a)\,(a \in \mathbb{N} \wedge x = 2a)$ } par: A = {2,4,6,8} A' = {3,5,7}
   B={ x | x $\in$ S $\wedge$ x $4 \leq x < 7$ } B = {4,5,6} B' = {2,3,7,8}
   C={ x | x $\in$ S $\wedge$ x é primo } C = {2,3,5,7} C' = {4,6,8}

Indique o resultado das operações:

a) A $\cap$ C {2}

$\boxed{2}$

b) A' $\cap$ C' { }

c) A' $\cap$ (C - B) {3,5,7} ^ {2,3,7} = {3,7}

d) (A U B)' $\cap$ (A' – B)

{2,4,5,6,8}' ^ {3,7} = {3,7} ^ {3,7} = {3,7}

e) B x C

{4,5,6} X {2,3,5,7} = {(4,2),(4,3),(4,5),(4,7),(5,2),(5,3),(5,5),(5,7),(6,2),(6,3),(6,5),(6,7)}

n(BXC) = 12

f) (C' $\cap$ B) {4,6}

g) P(B) {{4},{5},{6},{4,5},{4,6},{5,6},{4,5,6},{}} $\phi \in P(B)$

2

2. Sejam

$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x \leq 15\}$ {0,1,2,...15}

$B = \{12,14,15\}$

$C = \{x \mid (\exists y)(y \in \mathbb{N} \wedge x = 2y + 1\}$ {1,3,5,7,9,11,...} "ímpares"

$D = \{x \mid (\exists\, a)\ a \in \{2,3,4\} \wedge \boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}^2\}$ {4,9,16}

Indique V ou F e justifique de forma sucinta.

a) B $\subseteq$ C F
b) A $\subseteq$ C F
c) B $\subseteq$ A V
d) {11,13,15} $\subset$ C V
e) 3 $\in$ D F

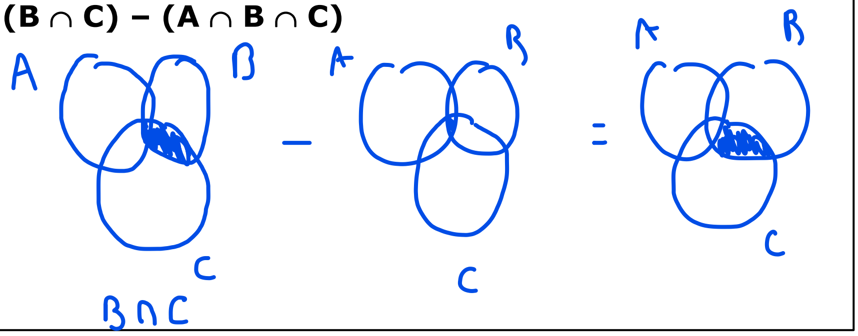
f) {2,4}$\subset$ D F
g) $\varnothing \in$ A F
h) D $\subseteq$ C′ F
i) $\varnothing \subseteq$ C V
j) D $\subseteq$ A F

k) $\varnothing \in$ P(A) V
l) 4 $\subseteq$ D F
m) 11 $\in$ C V
n) 8 $\in$ D F
o) $n(P(D)) = 16$ F

a) $12 \notin C$
b) $2 \notin C$
c) $3 \notin D$
f) $2 \notin D$
g) $\emptyset \subseteq A$
h) $9 \notin C'$
j) $16 \notin A$
l) $4 \in D$
o) $n(P(D)) = 2^3 = 8$

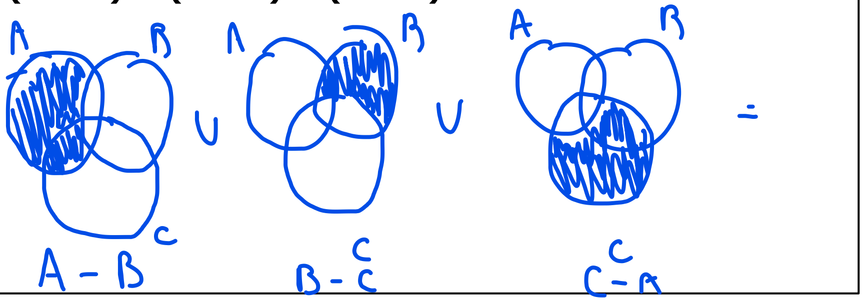
3. Desenhe o diagrama de Venn para as seguintes relações:

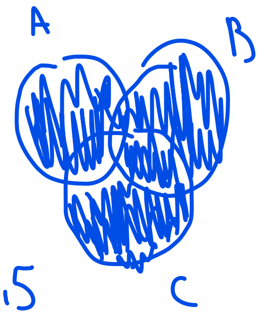
(B ∩ C) − (A ∩ B ∩ C)



0,5

(A − B) ∪ (B − C) ∪ (C − A)





0,5

4. Sejam $\boldsymbol{\rho}$ e $\boldsymbol{\sigma}$ duas relações binárias definidas por
$x\ \boldsymbol{\rho}\ y \leftrightarrow x \neq y$
$x\ \boldsymbol{\sigma}\ y \leftrightarrow x > y$ descreva as seguintes relações:

a) $\boldsymbol{\rho}' \cup \boldsymbol{\sigma}$ $\rho' \leftrightarrow x = y \cup x > y : x \geq y$

b) $\boldsymbol{\rho}'$ $x = y$

c) $\boldsymbol{\sigma}'$ $x \leq y$

d) $\boldsymbol{\rho}' \cap \boldsymbol{\sigma}$ $x = y \cap x > y : \phi$

$\boxed{1}$

5. Considerando o conjunto **A = {1,2,3,4}** e as relações de

$$A \to A: \begin{array}{l} x\,\boldsymbol{\rho}\,y \leftrightarrow x = y + 1 \\ x\,\boldsymbol{\sigma}\,y \leftrightarrow x > y - 1 \end{array}$$

(3,2)   3 = 2+1 → 3=3

a) Represente $\boldsymbol{\rho}$ pela notação de pares ordenados
b) Represente $\boldsymbol{\rho}'$ pela notação matricial.
c) Represente $\boldsymbol{\sigma}$ pela notação de pares ordenados.
d) Represente $\boldsymbol{\sigma}'$ pela notação matricial.

$$\rho = \begin{array}{c|c} & \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ x\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$(\cancel{1,1})$
x y

$(3,\cancel{1})$

a) $\rho = \{(2,1),(3,2),(4,3)\}$

b) $\rho' = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$x \neq y+1$

$$\sigma = \begin{array}{c|c} & \begin{array}{cccc} 1 & \overset{4}{2} & 3 & 4 \end{array} \\ x\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

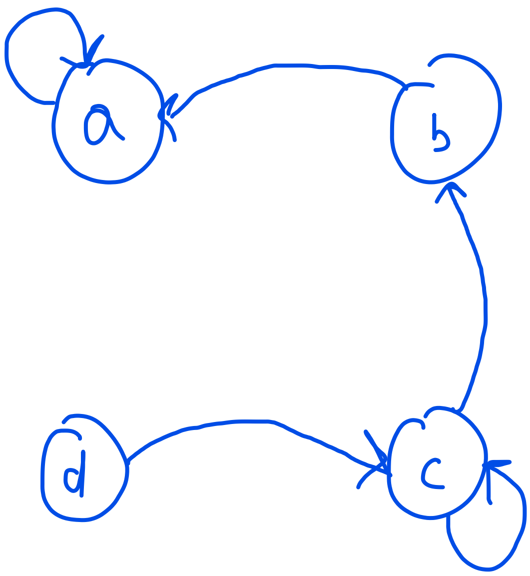
$\sigma = \{(1,1),(2,1),(2,2),(3,1),(3,2),(3,3),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4)\}$

$$\sigma' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

6. Para a relação $\boldsymbol{\rho}$ em S = {a,b,c,d} desenhe o grafo e **identifique as propriedades**. Encontre os fechos reflexivo, simétrico e transitivo (se existirem).

$\boxed{1,5}$

$$\boldsymbol{\rho} = \{(\boldsymbol{a},\boldsymbol{a}), (\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}), (\boldsymbol{c},\boldsymbol{b}), (\boldsymbol{c},\boldsymbol{c}), (\boldsymbol{d},\boldsymbol{c})\}$$



ANTI-SIMÉTRICA

$\rho_R^* = \rho \cup \{(b,b),(d,d)\}$

$\rho_S^* = \rho \cup \{(a,b),(b,c),(c,d)\}$

$\rho_{T_1}^* = \{(c,a),(d,b)\}$

$\rho_{T_2}^* = \{(d,a)\}$

$\rho_T^* = \rho \cup \rho_{T_1}^* \cup \rho_{T_2}^*$

ρ_T : $(b,a)(a,a) \rightarrow (b,a)$ ✓

$(c,b)(b,a) \rightarrow (c,a)$ X

$(d,c)(c,b) \rightarrow (d,b)$ X

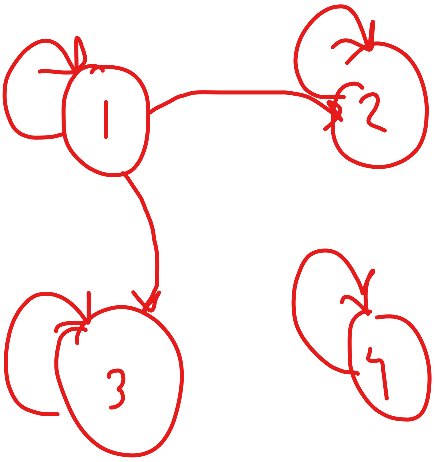
$(c,a)(a,a) \rightarrow (c,a)$ ✓

$(d,b)(b,a) \rightarrow (d,a)$ X

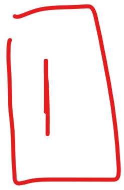
7. Considerando o conjunto $\overset{S}{\mathbf{A}}$ **= {1,2,3,4}** e a relação $\boldsymbol{\rho} \subseteq AXA$. Crie um exemplo de $\boldsymbol{\rho}$ com cardinalidade de mínimo **6** que respeite a propriedade:

$$(\forall\, \boldsymbol{x})\ (\forall\, \boldsymbol{y})\ (\boldsymbol{x}\ \in\ \boldsymbol{S}\ \wedge\ \boldsymbol{y}\ \in\ \boldsymbol{S}\ \wedge\ \underline{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\ \in\ \boldsymbol{\rho} \wedge (\boldsymbol{y},\boldsymbol{x})}\ \in\ \boldsymbol{\rho} \rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{y})$$

Apresente sua resposta com notação de grafo e matriz.

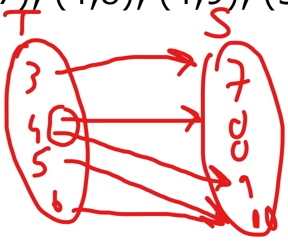


anti-simétrico



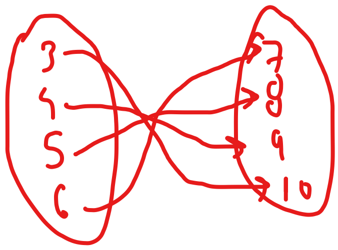
8. Considere os conjuntos T = {3,4,5,6} e S = {7,8,9,10}. Avalie se as seguintes relações são funções de T em S e justifique. No caso afirmativo, descreva se a função é injetiva, sobrejetiva ou nenhuma das opções.

a) f = {(3,7), (4,8), (4,9), (5,10), (6,10)}



não é função

b) f = {(3,10), (4,9), (5,8), (6,7)}



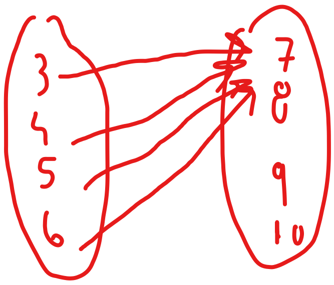
1x1 → Inj.

Im = C.D → Sob.

bijetora

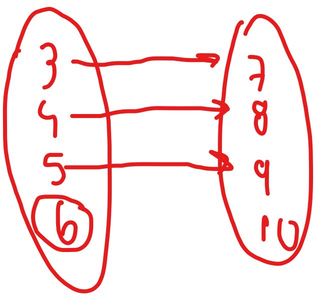
$\boxed{1}$

c) f = {(3,7), (4,7), (5,7),(6,7)}



FUNÇÃO

d) f = {(3,7), (4,8), (5,9)}



NÃO É FUNÇÃO

1

9. Considere as funções f e g a seguir:

f = { (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 2) }

g = {(2, 4), (3, 5), (4, 6), (5, 2), (6, 3) }

a) Encontre g ∘ f
b) Encontre f ∘ g

a) (2, 3)(3, 5) → (2, 5)
(3, 4) (4, 6) → (3, 6)
(4, 5) (5, 2) → (4, 2)
(5, 6) (6, 3) → (5, 3)
(6, 2) (2, 4) → (6, 4)

b) (2, 5)
(3, 6)
(4, 2)
(5, 3)
(6, 4)