Sequências e Somas

Resolução de problemas de natureza Discreta

Sequências

Sejam as sequências:
(36, 38, 40, 42, …, 70);
(jan., fev., mar., …, dez.)
(Alex, Anderson, Andrei, …, Willian)
Em geral, temos:
(a1, a2 , a3 , a4 , a5 , …, an , ...)

Definição

Uma sequência finita de n termos é toda função de domínio N* = {1, 2, 3, …, n} e cujo contradomínio seja um conjunto qualquer não vazio. Geralmente, o conjunto imagem dessa função é indicado por: (a1, a2, a3, … , an).

Exemplos

1. Sequência dos números naturais, maiores que 5 e menores que 12.
2. Sequência dos múltiplos de 3 entre 10 e 80.

1) $(6, 7, 8, 9, 10, 11)$
$a_1 \; a_2 \; \dots \; a_6$

2) $(12, 15, 18, \dots, 78)$

Exemplos

Seja o conjunto A = {1,2,3,4,5,6} e suponha a relação de A para N

R = {(1,1),(2,4),(3,9),(4,16),(5,25),(6,36)}

Conseguimos encontrar uma definição de sequência nessa relação?

(a, a^2)

Observações

i) Em algumas áreas da matemática e da computação, sequências finitas também são chamadas de listas, palavras, ênuplas ou cadeias.

ii) Uma sequência relaciona não apenas os valores dos termos mas também sua ordem e seus índices.

iii) Uma sequência pode ter mais de um termo com o mesmo valor.

iv) Duas sequências são iguais se, e somente se, elas tem exatamente os mesmos termos, na mesma ordem — mesmos índices e mesmos valores.

v) Em uma sequência os termos, $an{-}1$, an , $an{+}1$ são consecutivos.

Exemplos

Para descrever os termos de uma sequência, geralmente coloca-se os valores dos termos entre parênteses e separados por vírgulas.
O termo geral é dado por a(n) ou S(k).

1)Escreva os termos da sequência $an = 2n - 3$, com $n \in \mathbb{N} *$
2)Escreva a sequência, onde S(k) = $2k^2$, com $k \in \mathbb{N}$.
3)Escreva a sequência, onde x(n) = n – 3, com $n \in \mathbb{N} *$

Importante

Em Fortran n começa em 1, neste caso a sequência vai de 1 até n. Em linguagens como C,Java e Python n começa em 0, nestes casos a sequência de n termos vai de 0 a n-1.

Exemplo

Escreva os 8 primeiros termos das sequências:

1) $\frac{1}{2^n}$ $com\ n \in \mathbb{N}$

2) $S(k) = \frac{k(k+5)}{2}$

```
seq = [1/2**x for x in range(1,8)]
```

Somas

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = \sum_{i=1}^{7} i$$

$$\sum_{i=1}^{5} 2i^2 = ?$$

Propriedades

$$\sum_{i=p}^{n} k = (n - p + 1).k$$

$$\sum_{i=p}^{n} ki = k.\sum_{i=p}^{n} i$$

$$\sum_{i=p}^{n} (a_i + b_i) = \sum_{i=p}^{n} (a_i) + \sum_{i=p}^{n} (b_i)$$

Somas múltiplas

$$\sum_{j=p}^{n}\sum_{i=q}^{m} x_{ij} = \sum_{i=q}^{m}\sum_{j=p}^{n} x_{ij}$$

Calcule o valor dos seguintes somatórios:

1) $\displaystyle\sum_{x=1}^{3}\sum_{y=2}^{4}(xy-10)=$

2) $\displaystyle\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{4}(x-j)=$

3) $\displaystyle\sum_{x=2}^{3}\sum_{y=1}^{4}(x)^{y}=$

4) $\displaystyle\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=2}^{4}(y_j-x_i)=$

Calcule o valor dos seguintes somatórios:

1) $\sum_{x=1}^{3}\sum_{y=2}^{4}(xy-10)=$

2) $\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{4}(x-j)=$

3) $\sum_{x=2}^{3}\sum_{y=1}^{4}(x)^{y}=$

4) $\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=2}^{4}(y_j-x_i)=$

Mais exemplos

Exemplo:

Escreva usando a notação de somatório:

$$1)\quad 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}=$$

$$2)\quad 1+3+5+7+9+\cdots=$$

4) Escreva na forma de somatório:

$$1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\cdots$$