Fechos de Relações

Matemática Discreta e suas aplicações



Uma relação binária ρ* em S é dita o fecho de uma relação ρ em S com respeito a propriedade P se:

- 1. ρ* tem a propriedade P
- 2. $\rho \subseteq \rho^*$

3. ρ^* é subconjunto de qualquer outra relação em S que inclui ρ e tem a propriedade P.

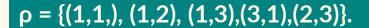
Exemplo

Seja S = $\{1,2,3\}$ $\rho = \{(1,1,), (1,2), (1,3),(3,1),(2,3)\}.$ Quais as propriedades dessa relação?





Fecho Reflexivo



O que falta acrescentarmos para a relação ser reflexiva?



 $\rho = \{(1,1,), (1,2), (1,3), (3,1), (2,3)\}.$

O que falta acrescentarmos para a relação ser reflexiva?

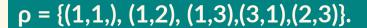
(2,2) e (3,3)

 $\rho^* = \{(1,1,), (1,2), (1,3), (3,1), (2,3), (2,2), (3,3)\}.$





Fecho Simétrico



O que falta acrescentarmos para a relação ser simétrica?







 $\rho = \{(1,1,), (1,2), (1,3), (3,1), (2,3)\}.$

O que falta acrescentarmos para a relação ser simétrica?

(2,1) e (3,2)

 $\rho^* = \{(1,1,), (1,2), (1,3), (3,1), (2,3), (2,1), (3,2)\}.$

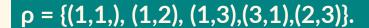








Fecho Reflexivo e simétrico?



O que falta acrescentarmos para a relação ser simétrica e reflexiva??

Fecho Reflexivo e simétrico?

 $\rho = \{(1,1,), (1,2), (1,3), (3,1), (2,3)\}.$

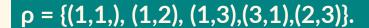
O que falta acrescentarmos para a relação ser simétrica e reflexiva??

 $\rho^* = \{(1,1), (1,2), (1,3), (3,1), (2,3), (2,2), (3,3), (2,1), (3,2)\}.$





Fecho Transitivo?



O que falta acrescentarmos para a relação ser transitiva??



 $\rho = \{(1,1,), (1,2), (1,3), (3,1), (2,3)\}.$

O que falta acrescentarmos para a relação ser transitiva??

 $\rho = \{(1,1,), (1,2), (1,3), (3,1), (2,3), (3,2), (3,3), (2,1), (2,2)\}.$





- Hilli

(Rosen 8.1.3) Para cada uma destas relações no conjunto $\{1,2,3,4\}$, decida se ela é reflexiva, se é simétrica, se é anti-simétrica e se é transitiva.

- a) $\{(2,2),(2,3),(2,4),(3,2),(3,3),(3,4)\}$
- b) $\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
- c) $\{(2,4),(4,2)\}$
- $d) \{(1,2),(2,3),(3,4)\}$
- e) $\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
- f) $\{(1,3),(1,4),(2,3),(2,4),(3,1),(3,4)\}$



(Rosen 8.4.1) Seja R a relação no conjunto $\{0,1,2,3\}$ que contém os pares ordenados $(0,1),\,(1,1),\,$ (1,2), (2,0), (2,2) e (3,0). Encontre o a) fecho reflexivo de R. b) fecho simétrico de R.



Encontre os fechos reflexivo, simétrico e transitivo.



$$\mathcal{R} = \{(1,2), (2,3), (3,4)\}$$





