106下邏輯第一次作業

一、請將下列日常語句翻譯為語句邏輯式的符號語句。每題8分

A: 張三及格; B: 李四及格; C: 王五及格

張三、李四和王五,三人中至多二人及格。
∼[(A・B)・C] 或 (~A v~B) v~C

- 2. 只要張三及格,李四和王五就會及格。 $A \rightarrow (B \cdot C)$
- 3. 只有張三及格,李四和王五才會及格。 $(B \cdot C) \rightarrow A$
- 4. 除非張三及格,否則李四和王五就只會有一人及格而另一人不及格。 $A\lor \sim (B\leftrightarrow C)$ 或 $\sim A\rightarrow \sim (B\leftrightarrow C)$
- 5. 若張三及格,李四就會及格;若張三不及格,李四就會不及格。 $A \leftrightarrow B$ 或 $(A \rightarrow B) \cdot (\sim A \rightarrow \sim B)$
- 二、請用真值樹法判定下列論證是否有效。每題 10 分
- 1. $A \rightarrow B$ 2. $A \rightarrow \sim (B \vee C)$ $(\sim B \vee \sim D) \rightarrow F$ $A \vee C$ $F \rightarrow \sim A$ $/ \therefore \sim A$

看黑板上的助教解說

三、限用 18 個推論規則(直接證法),證明下列論證為有效論證。每題 10 分

1.
$$A \rightarrow (\sim F \rightarrow D)$$
 2. $P \leftrightarrow \sim Q$ $Q \rightarrow R$ $\sim (E \rightarrow F)$ $T \leftrightarrow \sim (Q \cdot \sim R)$ $\sim (T \lor W) \lor \sim Q$

/∴ P

1.		
1	$A \rightarrow (\sim F \rightarrow D)$	P
2	$D \rightarrow [(B \lor \sim C) \rightarrow F]$	P
3	\sim (E \rightarrow F) $/:. \sim$ (A • B)	P
4	\sim (\sim E v F)	3.Impl
5	$\sim \sim E \cdot \sim F$	4.DeM
6	∼F	5.Simp
7	$(A \cdot \sim F) \rightarrow D$	1.IE
8	$(A \cdot \sim F) \rightarrow [(B \vee \sim C) \rightarrow F]$	2.7.HS
9	$[(A \cdot \sim F) \cdot (B \vee \sim C)] \rightarrow F$	8.IE
10	$\sim [(A \cdot \sim F) \cdot (B \vee \sim C)]$	6.9.MT
11	\sim (A • \sim F) v \sim (B v \sim C)	10.DeM
12	$(\sim A \text{ v} \sim \sim F) \text{ v} \sim (B \text{ v} \sim C)$	11.DeM

13	$(\sim A \text{ v} \sim \sim F) \text{ v} (\sim B \cdot \sim \sim C)$	12.DeM
14	$[(\sim A v \sim \sim F) v \sim B] \cdot [(\sim A v \sim \sim F) v \sim \sim C]$	13.Dist
15	$(\sim A \text{ v} \sim \sim F) \text{ v} \sim B$	14.Simp
16	\sim B v (\sim A v \sim \sim F)	16.Comm
17	$(\sim B \ v \sim A) v \sim \sim F$	16.Assoc
18	$(\sim A v \sim B) v \sim \sim F$	17.Comm
19	$(\sim A \text{ v} \sim B) \text{ v F}$	18.DN
20	\sim A v \sim B	6.19.DS
21	\sim (A • B) #	20.DeM

2.

1	$P \leftrightarrow \sim Q$	P
2	$Q \rightarrow R$	P
3	$T \leftrightarrow \sim (Q \cdot \sim R)$	P
4	\sim (T v W) v \sim Q /:. P	P
5	$(P \rightarrow \sim Q) \cdot (\sim Q \rightarrow P)$	1.Equiv
6	\sim Q \rightarrow P	5.Simp
7	$T \leftrightarrow (\sim Q \ v \sim \sim R)$	3.DeM
8	$T \leftrightarrow (\sim Q \vee R)$	7.DN
9	\sim Q v R	2.Impl
10	$[T \rightarrow (\sim Q \vee R)] \cdot [(\sim Q \vee R) \rightarrow T]$	7.Equiv
11	$[(\sim Q \vee R) \to T]$	10.Simp
12	T	9.11.MP
13	T v W	12.Add
14	$(T \vee W) \rightarrow \sim Q$	4.Impl
15	~Q	13.14.MP
16	P #	6.15.MP

四、請用自然演繹法證明下列邏輯真值。每題 10 分

1. $/:. \sim [(P \leftrightarrow \sim Q) \cdot \sim (P \vee Q)]$

2. /: $(P \rightarrow Q) \rightarrow [(P \rightarrow \sim Q) \rightarrow \sim P]$

1.

1	$(P \leftrightarrow \sim Q)$	AP
2	$(P \rightarrow \sim Q) \cdot (\sim Q \rightarrow P)$	1.Equiv
3	$\sim Q \rightarrow P$	2.Simp
4	Q v P	3.Impl
5	P v Q	4.Comm

6	$(P \leftrightarrow \sim Q) \to (P \lor Q)$	1-5.CP
7	\sim (P \leftrightarrow \sim Q) v (P v Q)	6.Impl
8	$\sim (P \leftrightarrow \sim Q) v \sim \sim (P v Q)$	7.DN
9	$\sim [(P \leftrightarrow \sim Q) \cdot \sim (P \vee Q)]$ #	8.DeM

2.

1	$P \rightarrow Q$	AP
2	$P \rightarrow \sim Q$	AP
3	$\sim Q \rightarrow \sim P$	1.Contra
4	$P \rightarrow \sim P$	2.3.HS
5	\sim P v \sim P	4.Impl
6	∼P	5.Idemp
7	$(P \rightarrow \sim Q) \rightarrow \sim P$	2-6.CP
8	$(P \rightarrow Q) \rightarrow [(P \rightarrow \sim Q) \rightarrow \sim P]$	1-7.CP