

107 學年第二學期邏輯期中考試參考解

一、選擇題，每題 3 分。有可能多選或沒答案，但原則上為單選。

(b) 1. 下列那個陳述是錯的？

- a. 只要看到一個有效論證的結論是假話，那該論證的前提就不可能都是真話
- b. 只要看到一個論證的前提和結論都是假話，那就不用懷疑，該論證必然無效
- c. 只要看到一個有效論證的前提都是真話，那該論證的結論就不可能是假話

(a) 2. 以下何者是完構語句？

- a. $A \cdot \sim B$
- b. $A \cdot B \vee C$
- c. $[(A \rightarrow B) \vee (A \leftrightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)]$

(c) 3. 「汶來的總統富可敵國。」此一陳述是

- a. 真話
- b. 假話
- c. 涉及空論域的語句

(c) 4. 以下那一陳述是對的？

- a. 兩個相互等值的語句必然相互一致
- b. 兩個相互一致的語句必然相互等值
- c. 兩個相互矛盾的語句就必然相互不一致

(a) 5. 以下那個語句是矛盾句？

- a. $(A \cdot \sim B) \cdot (A \rightarrow B)$
- b. $(A \rightarrow B) \cdot (B \rightarrow A)$
- c. $(\sim A \cdot \sim B) \vee (A \vee B)$

(c) 6. 「若張三用功，他就會及格。」若此陳述為真，則

- a. 已知張三及格，可見他用功
- b. 已知張三不用功，可見他必然不及格
- c. 已知張三不及格，可見他不用功

(a) 7. 兩個相互不一致的語句，就

- a. 不可能相互一致
- b. 不可能相互等值
- c. 不可能相互矛盾

二、請限用 \sim 和 \vee 這兩個語句連結詞改寫下列複合語句。每題 5 分

1. $A \cdot B$

$$\sim(\sim A \vee \sim B)$$

2. $A \rightarrow B$

$$\sim A \vee B$$

3. $A \leftrightarrow B$

$$\sim[\sim(\sim A \vee B) \vee \sim(\sim B \vee A)]$$

$$\sim(\sim A \vee \sim B) \vee \sim(A \vee B)$$

三、翻譯題，每題 5 分

A：張三及格； B：李四及格； C：王五及格； D：趙六及格。

1. 張三及格就等於王五及格；而且李四及格就等於趙六不及格。

$$(A \leftrightarrow C) \cdot (B \leftrightarrow \sim D)$$

$$(A \rightarrow C) \cdot (B \rightarrow \sim D)$$

2. 張三及格，李四就及格；張三不及格，李四就不及格。

$$(A \leftrightarrow B)$$

$$(A \rightarrow B) \cdot (\sim A \rightarrow \sim B)$$

$$(A \cdot B) \vee (\sim A \cdot \sim B)$$

3. 只要張三及格，除非李四不及格，否則王五就必然及格。

$$A \rightarrow (B \rightarrow C)$$

$$A \rightarrow (\sim C \rightarrow \sim B)$$

$$(A \cdot B) \rightarrow C$$

$$\sim B \vee (A \rightarrow C)$$

4. 張三、李四、和王五剛好只有一人及格。

$$\{[(\sim A \cdot \sim B) \cdot C] \vee [(A \cdot \sim B) \cdot \sim C]\} \vee [(\sim A \cdot B) \cdot \sim C]$$

$$\{[(A \vee B) \vee C] \cdot \sim[(A \cdot B) \cdot C]\} \cdot \{[\sim(A \cdot B) \cdot \sim(B \cdot C)] \cdot \sim(A \cdot C)\}$$

$$\{[(A \vee B) \vee C] \cdot \sim[(A \vee B) \cdot C]\} \cdot \sim(A \cdot B)$$

$$[(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C] \cdot \sim[(A \cdot B) \cdot C]$$

$$\{[(A \vee B) \vee C] \cdot \sim[(A \cdot B) \vee (B \cdot C)]\} \cdot \sim\{(A \cdot C) \vee [(A \cdot B) \cdot C]\}$$

$$\{[\sim(A \leftrightarrow B) \cdot \sim C] \vee [(\sim A \cdot \sim B) \cdot C]\} \cdot \sim\{[\sim(A \leftrightarrow B) \cdot C] \cdot [(\sim A \cdot \sim B) \cdot C]\}$$

$$[(\sim A \cdot \sim B) \leftrightarrow C] \cdot \sim[(A \cdot B) \cdot \sim C]$$

5. 張三已及格，若李四也及格，則趙六必然及格。

$$A \cdot (B \rightarrow D)$$

6. 只有趙六及格，李四和王五才不會都不及格。

$$(B \vee C) \rightarrow D$$

$$\sim(\sim B \cdot \sim C) \rightarrow D$$

$$\sim(B \vee C) \vee D$$

$$\sim D \rightarrow (\sim B \cdot \sim C)$$

四、下列論證，請用自然演繹法的規則來證明其有效性。

1. 8 分

$$A \rightarrow (B \cdot C)$$

$$\therefore A \rightarrow C$$

1. $A \rightarrow (B \cdot C)$	P
2. $\sim A \vee (B \cdot C)$	1 Impl
3. $(\sim A \vee B) \cdot (\sim A \vee C)$	2 Dist
4. $(\sim A \vee C) \cdot (\sim A \vee B)$	3 Comm
5. $\sim A \vee C$	4 Simp
6. $A \rightarrow C$	5 Impl

2. 8 分

$$(A \cdot B) \rightarrow C$$

$$A$$

$$(B \rightarrow C) \rightarrow D$$

$$\therefore D$$

1. $(A \cdot B) \rightarrow C$	P
2. A	P
3. $(B \rightarrow C) \rightarrow D$	P
4. $A \rightarrow (B \rightarrow C)$	1 IE
5. $B \rightarrow C$	2, 4 MP
6. D	3, 5 MP

3. 9 分

$$A \rightarrow B$$

$$A \leftrightarrow C$$

$$D$$

$$\therefore C \rightarrow \{ [B \vee (E \cdot F)] \vee D \}$$

1. $A \rightarrow B$	P
2. $A \leftrightarrow C$	P
3. D	P
4. $D \vee [B \vee (E \cdot F)]$	3 Add
5. $[B \vee (E \cdot F)] \vee D$	4 Comm
6. $\{ [B \vee (E \cdot F)] \vee D \} \vee \sim C$	5 Add
7. $\sim C \vee \{ [B \vee (E \cdot F)] \vee D \}$	6 Comm
8. $C \rightarrow \{ [B \vee (E \cdot F)] \vee D \}$	7 Impl

五、請用自然演繹法證明下列定理。9 分

／ $\therefore [(A \vee B) \rightarrow \sim C] \rightarrow \sim(A \cdot C)$

1. $(A \vee B) \rightarrow \sim C$	AP
2. $A \cdot C$	AP
3. A	2 Simp
4. $C \cdot A$	2 Comm
5. C	4 Simp
6. $A \vee B$	3 Add
7. $\sim C$	1,6 MP
8. $C \cdot \sim C$	5,7 Conj
9. $\sim(A \cdot C)$	2-8 IP
10. $[(A \vee B) \rightarrow \sim C] \rightarrow \sim(A \cdot C)$	1-9 CP