

自然演繹法推論規則

一、直接證法之蘊涵性規則	
1. 肯定前件就肯定後件規則 (MP)	2. 否定後件就否定前件規則 (MT)
$\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ P \\ \hline \therefore Q \end{array}$	$\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ \sim Q \\ \hline \therefore \sim P \end{array}$
3. 添加規則 (Add)	4. 選言三段論規則 (DS)
$\begin{array}{l} P \\ \hline \therefore P \vee Q \end{array}$	$\begin{array}{l} P \vee Q \\ \sim P \\ \hline \therefore Q \end{array}$
5. 假言三段論規則 (HS)	6. 簡化規則 (Simp)
$\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ Q \rightarrow R \\ \hline \therefore P \rightarrow R \end{array}$	$\begin{array}{l} P \cdot Q \\ \hline \therefore P \end{array}$
7. 連結規則 (Conj)	8. 建設性兩難規則 (CD)
$\begin{array}{l} P \\ Q \\ \hline \therefore P \cdot Q \end{array}$	$\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ R \rightarrow S \\ P \vee R \\ \hline \therefore Q \vee S \end{array}$
二、直接證法之等值性規則	
9. 雙重否定規則 (DN)	10. 異質換位規則 (Contra)
$P \equiv \sim \sim P$	$P \rightarrow Q \equiv \sim Q \rightarrow \sim P$
11. 蘊涵規則 (Impl)	12. 等冪規則 (Idemp)
$P \rightarrow Q \equiv \sim P \vee Q$	$\begin{array}{l} P \equiv P \cdot P \\ P \equiv P \vee P \end{array}$
13. 分配規則 (Dist)	14. 移出移入規則 (IE)
$\begin{array}{l} P \vee (Q \cdot R) \equiv (P \vee Q) \cdot (P \vee R) \\ P \cdot (Q \vee R) \equiv (P \cdot Q) \vee (P \cdot R) \end{array}$	$P \rightarrow (Q \rightarrow R) \equiv (P \cdot Q) \rightarrow R$
15. 交換規則 (Comm)	16. 結合規則 (Assoc)
$\begin{array}{l} P \vee Q \equiv Q \vee P \\ P \cdot Q \equiv Q \cdot P \end{array}$	$\begin{array}{l} P \vee (Q \vee R) \equiv (P \vee Q) \vee R \\ P \cdot (Q \cdot R) \equiv (P \cdot Q) \cdot R \end{array}$
17. 等值規則 (Equiv)	18. 德摩根規則 (DeM)
$\begin{array}{l} P \leftrightarrow Q \equiv (P \rightarrow Q) \cdot (Q \rightarrow P) \\ P \leftrightarrow Q \equiv (P \cdot Q) \vee (\sim P \cdot \sim Q) \end{array}$	$\begin{array}{l} \sim(P \cdot Q) \equiv \sim P \vee \sim Q \\ \sim(P \vee Q) \equiv \sim P \cdot \sim Q \end{array}$
間接證法 (IP)	條件證法 (CP)

自然演繹法推論規則

三、述詞邏輯規則			
1. 量詞否定規則 (QN)			
$\forall x = \sim \exists x \sim$	$\sim \forall x = \exists x \sim$	$\exists x = \sim \forall x \sim$	$\sim \exists x = \forall x \sim$
2. 全稱特例化規則 (UI)		3. 全稱普遍化規則 (UG)	
n $\forall x Ax$	P	n Aa	P
n+1 Aa	n, UI	n+1 $\forall x Ax$	n, UG
4. 存在普遍化 (EG)		5. 存在特例化規則 (EI)	
n Aa	P	n $\exists x Ax$	P
n+1 $\exists x Ax$	n, EG	n+1 Aa	n, EI
6. 同一規則 (ID)		7. 同一反身規則 (IR)	
n $\dots Ax \dots$		n \dots	
n+1 $x = y$		n+1 $\forall x \quad x = x$	IR
n+2 $\dots Ay \dots$	n, n+1, ID	n+2 \dots	

參考資料：

曾漢塘 (2011), 《邏輯入門》, 臺北: 時英出版社。