

107-2 邏輯第一次作業參考解答

一、翻譯。請將下列日常語句，依給予的界定，翻譯為符號形式語句。切記二件事，一是你書寫的形式語句必須是完構語句，另一是必須翻譯出日常語句的實況意含。(20%)

A：張三及格； B：李四及格； C：王五及格； D：趙六及格。

1. 若張三及格是李四及格的充要條件，則王五及格就是趙六及格的必要條件。

$$(A \leftrightarrow B) \rightarrow (D \rightarrow C)$$

2. 只要張三和李四剛好只有一人及格，那就不可能王五和趙六都及格。

$$[(A \vee B) \cdot \sim(A \cdot B)] \rightarrow \sim(C \cdot D)$$

$$[(A \leftrightarrow \sim B)] \rightarrow \sim(C \cdot D)$$

$$[(A \cdot \sim B) \vee (\sim A \cdot B)] \rightarrow \sim(C \cdot D)$$

3. 只有張三和李四都及格，王五和趙六才不會都不及格。

$$\sim(\sim C \cdot \sim D) \rightarrow (A \cdot B)$$

$$(C \vee D) \rightarrow (A \cdot B)$$

E：日本隊勝韓國隊； F：韓國隊勝日本隊； G：中華隊與日本隊爭冠軍；

H：中華隊與韓國隊爭冠軍。

4. 除非日本隊勝韓國隊，否則中華隊將與韓國隊爭冠軍。

$$(\sim E \rightarrow H) \cdot [(E \leftrightarrow \sim F) \cdot (G \leftrightarrow \sim H)]$$

5. 中華隊將與日、韓勝隊爭冠軍。

$$[(E \leftrightarrow G) \vee (F \leftrightarrow H)] \cdot [(E \leftrightarrow \sim F) \cdot (G \leftrightarrow \sim H)]$$

二、有一外星文明初步與地球人接觸後，相當程度瞭解地球人的思維邏輯。於是給地球人發送了一則訊息。即 $A \S B$ 。他們擔心地球人不瞭解，還把 \S 的邏輯意含之真值表傳送過來。(10%)

| A | B | $A \S B$ |
|---|---|----------|
| T | T | F |
| T | F | T |
| F | T | F |
| F | F | F |

1. 請用我們課堂教過的五個語句連接詞，將 $A \S B$ 這則訊息轉譯為我們能理解的完構語句。

$A \cdot \sim B$

$\sim(A \rightarrow B)$

2. 經過語言專家的解譯，外星文明的 A 代表「我要和平」，B 代表「我要戰爭」。那麼，可否將你轉譯的完構語句盡量用一般人能理解的日常語言表述出來。

我要和平，且我不要戰爭。

並不是「若我要和平，則我要戰爭」。

三、請判別下列論證是否有效。請不要簡單回答有效或無效，必須清楚交代你用什麼方法，並把判別歷程寫出來，否則不給分。但在本大題若碰到有效論證，請勿用自然演繹法來證明。(20%)

1. $\sim(A \cdot C)$
 $\sim(B \cdot A)$
 $\therefore (B \cdot C) \rightarrow \sim A$

(一) 真值表法

A. 條件句解法

| A | C | B | $[\sim(A \cdot C) \cdot \sim(B \cdot A)] \rightarrow [(B \cdot C) \rightarrow \sim A]$ |
|---|---|---|----------------------------------------------------------------------------------------|
| T | T | T | T |
| T | T | F | T |
| T | F | T | T |
| T | F | F | T |
| F | T | T | T |
| F | T | F | T |
| F | F | T | T |
| F | F | F | T |

前提與結論形成的條件句每一列真假值皆為 T，故為有效論證

B. 一致性解法

| A | C | B | $\sim(A \cdot C)$ | $\sim(B \cdot A)$ | $\sim[(B \cdot C) \rightarrow \sim A]$ |
|---|---|---|-------------------|-------------------|----------------------------------------|
| T | T | T | F | F | T |
| T | T | F | F | T | F |
| T | F | T | T | F | F |
| T | F | F | T | T | F |
| F | T | T | T | T | F |
| F | T | F | T | T | F |
| F | F | T | T | T | F |
| F | F | F | T | T | F |

前提與「結論的否定」無一致性，故為有效論證

| (二) 簡易真值表法 | (三) 真值樹法 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\sim (A \cdot C)$ T F F T $\sim (B \cdot A)$ T T F F $\sim [(B \cdot C) \rightarrow \sim A]$ T T T T F F <u>T</u> <u>F</u> | $\sim (A \cdot C)$ $\sim (B \cdot A)$ $\sim [(B \cdot C) \rightarrow \sim A]$ $B \cdot C$ $\sim \sim A$ A B C <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> $\sim A$ × </div> <div style="text-align: center;"> $\sim C$ × </div> </div> |
| 產生矛盾，不可能產生前提皆真而結論假的結果，故為有效論證 | 所有路線皆封閉，不可能產生前提皆真而結論假的結果，故為有效論證 |

2. $A \rightarrow (\sim B \vee C)$

B

$\therefore A \rightarrow C$

(一) 真值表法

A. 條件句解法

| A | B | C | $\{[A \rightarrow (\sim B \vee C)] \cdot B\} \rightarrow (A \rightarrow C)$ |
|---|---|---|-----------------------------------------------------------------------------|
| T | T | T | T |
| T | T | F | T |
| T | F | T | T |
| T | F | F | T |
| F | T | T | T |
| F | T | F | T |
| F | F | T | T |
| F | F | F | T |

前提與結論形成的條件句每一列皆為 T，故為有效論證

B. 一致性解法

| A | B | C | $A \rightarrow (\sim B \vee C)$ | B | $\sim(A \rightarrow C)$ |
|---|---|---|---------------------------------|---|-------------------------|
| T | T | T | T | T | F |
| T | T | F | F | T | F |
| T | F | T | T | F | T |
| T | F | F | T | F | T |
| F | T | T | T | T | F |
| F | T | F | T | T | F |
| F | F | T | T | F | F |
| F | F | F | T | F | F |

前提與「結論的否定」無一致性，故為有效論證

| (二) 簡易真值表法 | (三) 真值樹法 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $A \rightarrow (\sim B \vee C)$ \underline{F} T F T F F \underline{T} B T $\sim(A \rightarrow C)$ T T F F | $A \rightarrow (\sim B \vee C)$ B $\sim(A \rightarrow C)$ A $\sim C$ / \ $\sim A$ $(\sim B \vee C)$ × / \ $\sim B$ C × × |
| 產生矛盾，不可能產生前提皆真而結論假的結果，故為有效論證 | 所有路線皆封閉，不可能產生前提皆真而結論假的結果，故為有效論證 |

四、請限用自然演繹法中的直接證法(也就是限用 18 個規則)，證明下列論證為有效論證。本大題不可以用真值表或真值樹模型來證明。(30%)

1. $A \rightarrow B$

$A \rightarrow (B \rightarrow C)$

$B \rightarrow (C \rightarrow D)$

$\therefore A \rightarrow D$

| | | |
|-----|-----------------------------------|-----------|
| 1. | $A \rightarrow B$ | P |
| 2. | $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ | P |
| 3. | $B \rightarrow (C \rightarrow D)$ | P |
| 4. | $(A \cdot B) \rightarrow C$ | 2, IE |
| 5. | $(B \cdot A) \rightarrow C$ | 4, Comm |
| 6. | $B \rightarrow (A \rightarrow C)$ | 5, IE |
| 7. | $A \rightarrow (A \rightarrow C)$ | 1, 6, HS |
| 8. | $(A \cdot A) \rightarrow C$ | 7, IE |
| 9. | $A \rightarrow C$ | 8, Idemp |
| 10. | $A \rightarrow (C \rightarrow D)$ | 1, 3, HS |
| 11. | $(A \cdot C) \rightarrow D$ | 10, IE |
| 12. | $(C \cdot A) \rightarrow D$ | 11, Comm |
| 13. | $C \rightarrow (A \rightarrow D)$ | 12, IE |
| 14. | $A \rightarrow (A \rightarrow D)$ | 9, 13, HS |
| 15. | $(A \cdot A) \rightarrow D$ | 14, IE |
| 16. | $A \rightarrow D$ | 15, Idemp |

2. A

$\sim B$

$\therefore A \leftrightarrow \sim B$

| | | |
|----|----------------------------------------------------|------------|
| 1. | A | P |
| 2. | $\sim B$ | P |
| 3. | $A \cdot \sim B$ | 1, 2, Conj |
| 4. | $(A \cdot \sim B) \vee (\sim A \cdot \sim \sim B)$ | 3, Add |
| 5. | $A \leftrightarrow \sim B$ | 4, Equiv |

$$3. A \rightarrow B$$

$$C \rightarrow D$$

$$\therefore \sim (B \cdot D) \rightarrow (A \rightarrow \sim C)$$

| | | |
|-----|---------------------------------------------------------------------|-------------|
| 1. | $A \rightarrow B$ | P |
| 2. | $C \rightarrow D$ | P |
| 3. | $\sim A \vee B$ | 1, Impl |
| 4. | $\sim C \vee D$ | 2, Impl |
| 5. | $(\sim A \vee B) \vee \sim C$ | 3, Add |
| 6. | $(\sim C \vee D) \vee \sim A$ | 4, Add |
| 7. | $\sim A \vee (B \vee \sim C)$ | 5, Assoc |
| 8. | $\sim A \vee (\sim C \vee B)$ | 7, Comm |
| 9. | $(\sim A \vee \sim C) \vee B$ | 8, Assoc |
| 10. | $\sim C \vee (D \vee \sim A)$ | 6, Assoc |
| 11. | $\sim C \vee (\sim A \vee D)$ | 10, Comm |
| 12. | $(\sim C \vee \sim A) \vee D$ | 11, Assoc |
| 13. | $(\sim A \vee \sim C) \vee D$ | 12, Comm |
| 14. | $[(\sim A \vee \sim C) \vee B] \cdot [(\sim A \vee \sim C) \vee D]$ | 9, 13, Conj |
| 15. | $(\sim A \vee \sim C) \vee (B \cdot D)$ | 14, Dist |
| 16. | $(B \cdot D) \vee (\sim A \vee \sim C)$ | 15, Comm |
| 17. | $\sim \sim (B \cdot D) \vee (\sim A \vee \sim C)$ | 16, DN |
| 18. | $\sim (B \cdot D) \rightarrow (\sim A \vee \sim C)$ | 17, Impl |
| 19. | $\sim (B \cdot D) \rightarrow (A \rightarrow \sim C)$ | 18, Impl |

五、請限用自然演繹法證明下列邏輯真值。本大題也不可以用真值表或真值樹模型來證明。(20%)

1. $\therefore \sim A \leftrightarrow [\sim A \vee (B \cdot \sim A)]$

| | | |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 1. | $\sim A$ | AP |
| 2. | $\sim A \vee (B \cdot \sim A)$ | 1, Add |
| 3. | $\sim A \rightarrow [\sim A \vee (B \cdot \sim A)]$ | 1-2, CP |
| 4. | $\sim A \vee (B \cdot \sim A)$ | AP |
| 5. | $(\sim A \vee B) \cdot (\sim A \vee \sim A)$ | 4, Dist |
| 6. | $(\sim A \vee \sim A) \cdot (\sim A \vee B)$ | 5, Comm |
| 7. | $\sim A \vee \sim A$ | 6, Simp |
| 8. | $\sim A$ | 7, Idemp |
| 9. | $[\sim A \vee (B \cdot \sim A)] \rightarrow \sim A$ | 4 - 8, CP |
| 10. | $\{\sim A \rightarrow [\sim A \vee (B \cdot \sim A)]\} \cdot \{[\sim A \vee (B \cdot \sim A)] \rightarrow \sim A\}$ | 3, 9, Conj |
| 11. | $\sim A \leftrightarrow [\sim A \vee (B \cdot \sim A)]$ | 10, Equiv |

2. $\therefore [(A \vee B) \rightarrow \sim C] \rightarrow \sim (B \cdot C)$

| | | |
|-----|----------------------------------------------------------------|-----------|
| 1. | $(A \vee B) \rightarrow \sim C$ | AP |
| 2. | $\sim \sim C \rightarrow \sim (A \vee B)$ | 1, Contra |
| 3. | $C \rightarrow \sim (A \vee B)$ | 2, DN |
| 4. | $\sim C \vee \sim (A \vee B)$ | 3, Impl |
| 5. | $\sim C \vee (\sim A \cdot \sim B)$ | 4, DeM |
| 6. | $(\sim C \vee \sim A) \cdot (\sim C \vee \sim B)$ | 5, Dist |
| 7. | $(\sim C \vee \sim B) \cdot (\sim C \vee \sim A)$ | 6, Comm |
| 8. | $\sim C \vee \sim B$ | 7, Simp |
| 9. | $\sim (C \cdot B)$ | 8, DeM |
| 10. | $\sim (B \cdot C)$ | 9, Comm |
| 11. | $[(A \vee B) \rightarrow \sim C] \rightarrow \sim (B \cdot C)$ | 1-10, CP |