B11209013 大氣一 甘祐銓

第一部分: 長週期地震動與阻尼器模擬

(1) 在短周期與長週期地震波中，矮樓與高樓分別表現出較大震動的現象，可能成因為地震波頻率較為接近物體本身的自然頻率，導致建設性干涉，以至於振動幅度增加。

針對自然頻率而言，可以從簡諧振盪模式中觀察自然頻率與質量的關係

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{\rho A h}{k}} \Rightarrow T\ \alpha\ \sqrt{H}$$

由此可知: 當高度越大，振盪週期越長，其自然頻率越小，根據放大因子的數學式，若自然頻率和刺激(驅動)頻率接近，則振幅被放大的倍數會增加，因此在長周期地震中會表現出較為明顯的振盪；反之，短周期地震會讓矮樓表現出明顯的振盪。

(2) 由圖三並藉由靜力平衡可以得出:

對m_a而言，其運動方程式為:

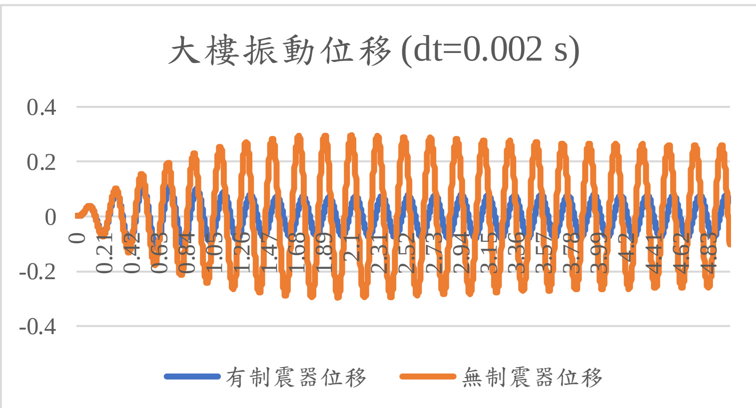
$$-k_a \cdot (x_a - x) - c_a \cdot (\dot{x_a} - \dot{x}) = m_a \cdot \ddot{x_a}$$
$$\Rightarrow \ddot{x_a} = -(k_a \cdot (x_a - x) + c_a \cdot (\dot{x_a} - \dot{x}))/m_a$$

對m而言，其運動方程式為:

$$F_0 \sin(\omega t) - k_a \cdot (x - x_a) - k \cdot x - c_a \cdot (\dot{x} - \dot{x_a}) - c \cdot \dot{x} = m \cdot \ddot{x}$$
$$\Rightarrow m \cdot \ddot{x} + k_a \cdot (x - x_a) + k \cdot x + c_a \cdot (\dot{x} - \dot{x_a}) + c \cdot \dot{x} = F_0 \sin(\omega t)$$
$$\Rightarrow \ddot{x} = \frac{F_0 \sin(\omega t) - k_a \cdot (x - x_a) - k \cdot x - c_a \cdot (\dot{x} - \dot{x_a}) - c \cdot \dot{x}}{m}$$

(3) 於有制震器下之振動，振幅明顯小於無制震器的情況。

下圖為$dt = 0.002$時的情況(excel 中另有$dt = 0.01\ s, 0.001\ s$):



由圖可知，制震器可以有效地限制大樓5秒內的震動情況。

(4) 由題目給定之數學式可得出:

$$DMF = |\frac{x_{max}}{x_{static}}|$$

由圖表(採$dt = 0.002\ s$)可知:

$$x_{max} = 0.077771205$$

由虎克定律及靜力平衡:

$$x_{static} = \frac{F_0}{k} \approx 0.02536$$

由此可知此振盪之$DMF = 3.06669$

此數值相較於理論值3.123較小，百分誤差約−1.8%。

第二部分: 氣溫垂直遞減律

(1) 理想氣體方程式:

$$pV = nRT$$

熱力學第一定律:

$$\Delta E_{int} = Q - W$$

因此過程為絕熱，因此熱量輸入為 0，因此上式可被簡化為:

$$\Delta E_{int} = -W$$

對理想氣體方程式兩側進行全微分可得:

$$dp \cdot V + p \cdot dV = nRdT$$

若將簡化後熱力學第一定律進行拆解可以寫為:

$$nC_V dT = -pdV$$

將兩式移項可得下列方程組:

$$\begin{cases} dT = \dfrac{dp \cdot V + p \cdot dV}{nR} \\ dT = -\dfrac{p}{nC_V} dV \end{cases}$$

兩式相等後可得:

$$\frac{1}{p} dp = -\frac{C_P}{C_V} \cdot \frac{1}{V} dV$$

對兩式積分可得:

$$\ln \left| \frac{p_f}{p_i} \right| = \frac{C_P}{C_V} \ln \ \left| \frac{V_i}{V_f} \right|$$

將上式整理可得:

$$p_i V_i^{\frac{C_P}{C_V}} = p_f V_f^{\frac{C_P}{C_V}}$$

令$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$，可得結論:

$$pV^\gamma = constant$$

由理想氣體方程式:

$$V = \frac{nRT}{p}$$

代入上式可得:

$$p(\frac{nRT}{p})^\gamma = constant$$

簡化上式可得:

$$\frac{p^{\gamma-1}}{T^\gamma} = constant$$

對上式兩側同時微分:

$$\frac{d}{dp}\left(\frac{p^{\gamma-1}}{T^{\gamma}}\right)=0$$

簡化過後可得:

$$\frac{dT}{dp}=\frac{\gamma-1}{\gamma}\cdot\frac{T}{p}$$

(2) 對此氣塊而言，上下壓力差源自氣塊重力。

$$F_{top}-F_{bottom}=-mg$$

$$\Rightarrow (p_{top}-p_{bottom})\cdot A=-mg$$

$$\Rightarrow \Delta p=-\frac{mg}{A}=-\frac{\rho A\Delta zg}{A}=-\rho\Delta zg$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{dz}\approx\frac{\Delta p}{\Delta z}=-\rho g$$

由理想氣體方程式:

$$pV=nRT\Rightarrow pm=\rho RT$$

$$\frac{dp}{dz}=-\rho g=-\frac{pm}{RT}g$$

(3) 由:

$$\Gamma=-\frac{dT}{dz}=-\left(\frac{dT}{dP}\right)\left(\frac{dP}{dz}\right)$$

$$\Rightarrow \Gamma=-\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\cdot\frac{T}{p}\right)\cdot\left(-\frac{pm}{RT}g\right)$$

$$\Rightarrow \Gamma=\frac{\gamma-1}{\gamma}\cdot\frac{m}{R}g$$

由題目假定之條件，可得:

$$\Gamma=\frac{\frac{7}{5}-1}{\frac{7}{5}}\cdot\frac{0.0288}{8.3145}\cdot 9.8076=0.0097\,℃/m$$

每百公尺遞減率略低於高中課本提及之數據。

(4) 在推導$\frac{dp}{dz}$時，考慮壓力差時，須將水氣混和比列入考慮

此外，在考慮溫度隨高度變化時，也需考慮氣塊內水蒸氣的凝結潛熱。