

NA #5

系級: 大氣一 姓名: 甘祐銓 學號: B11209013

系級: 大氣一 姓名: 陳冠豪 學號: B11209022

Iterative method

1. 自訂函數: Gauss-Seidel.py

```
import numpy as np
def GS(n, A, AX, X):
    for i in range(n):
        s = 0
        s = np.dot(A[i, :], X) - A[i, i] * X[i]
        X[i] = (AX[i]-s)/A[i, i]
        print(X)
    return X
```

2. 自訂函數: Jacobi.py

```
import numpy as np

def Ja(A, AX, X):
    XN = np.zeros(len(X))
    for i in range(len(X)):
        s = np.dot(A[i, :], X) - A[i, i] * X[i]
        XN[i] = (AX[i] - s) / A[i, i]
    print(XN)
    return XN
```

3. 初始矩陣

將題目中方程組轉為矩陣形式:

$$\begin{bmatrix} 9 & -2 & 3 & 2 \\ 2 & 8 & -2 & 3 \\ -3 & 2 & 11 & -4 \\ -2 & 3 & 2 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 54.5 \\ -14 \\ 12.5 \\ -21 \end{bmatrix}$$

4. 初始猜值

$$\begin{bmatrix} 6 \\ -1 \\ 3.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

5. 真實解

- - -

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 2.5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

6. 利用Guass-Seidel 法:

$$\begin{bmatrix} 4.666666667 \\ -1 \\ 3.5 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 4.666666667 \\ -2.04166667 \\ 3.5 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 4.666666667 \\ -2.04166667 \\ 2.78030303 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 4.666666667 \\ -2.04166667 \\ 2.78030303 \\ -1.11022727 \end{bmatrix}$$

7. 利用Jacobi 法:

$$\begin{bmatrix} 7.16666667 \\ -3.5 \\ 2.13636364 \\ -1.75 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 4.95454545 \\ -2.35132576 \\ 3.09090909 \\ -0.04393939 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 4.5125 \\ -2.19943182 \\ 2.89913912 \\ -1.021875 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 4.82749656 \\ -1.7701371 \\ 2.39535124 \\ -1.11749828 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 5.11207429 \\ -1.93897447 \\ 2.3684337 \\ -1.08252981 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 5.07575662 \\ -2.02996147 \\ 2.48945933 \\ -0.96957954 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 4.99009535 \\ -2.032982 \\ 2.53717042 \\ -0.9737521 \end{bmatrix}$$

8. 方法比較

利用Guass-Seidel法，計算時間為: 0.004830秒

利用Jacobi 法，計算時間為: 0.013144 秒

由此可知: 利用Guass-Seidel 法進行迭代計算，所需要花的時間較短。

可能因為Jacobi 法在進行計算時，要重新建立一個全新的0陣列，再將計算出來的數據存入導致所需時間較長。

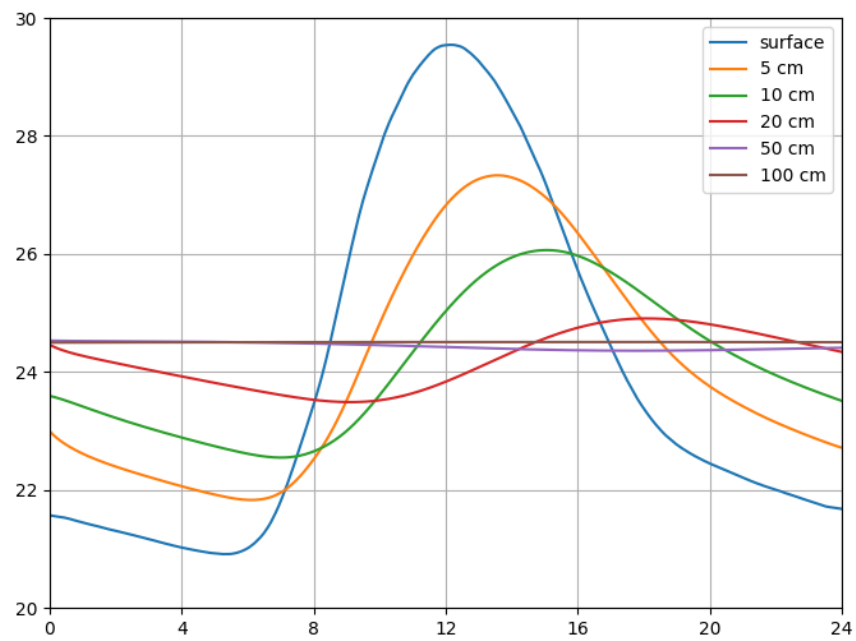
但取用Jacobi法的好處在於: 迭代出來的最終數據品質較佳，由上述情況可見，最終輸出陣列中的每個元素，利用Jacobi法計算之絕對誤差都較

Gauss-Seidel 法低。

Applied Linear Equations to solve diurnal cycle of soil temperature

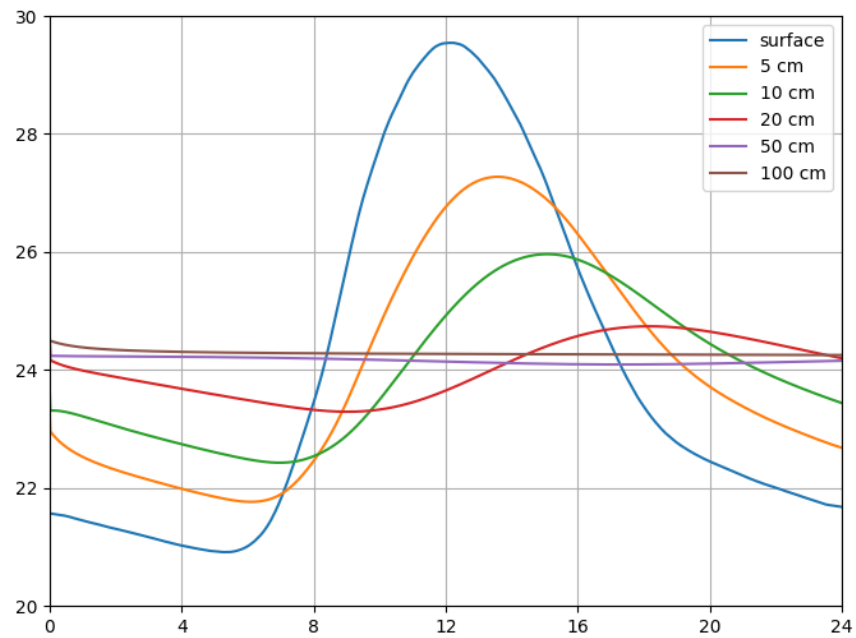
為追求最同等的程式效率以及，本題使用的程式碼參考chatgpt提供的方法。

1. Gauss elimination



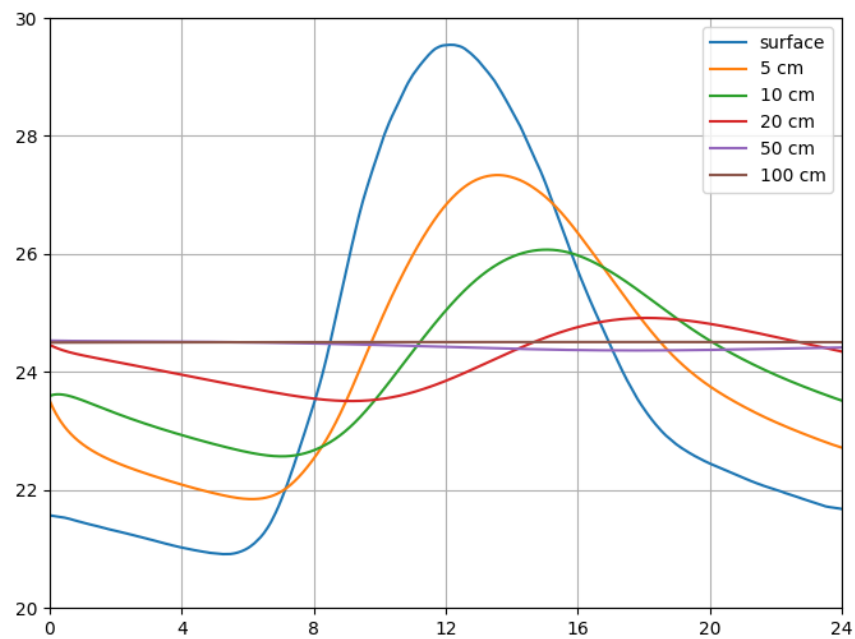
平均迴圈運算時間: 約0.98s

2. Gauss-Seidel 法



平均迴圈運算時間: 約0.07s

3. Jacobi 法



平均迴圈運算時間: 約0.5s

此三種迭代方式產出之結果相差無多，但在運算效率上，效率依次為: Gauss-Seidel > Jacobi > Gauss elimination

	Gauss-elimination method	Jacobi method	Gauss-Seidel method
Numerical or Analytical method	Numerical	Numerical	Numerical
Whether initial conditions (I.C.s) are needed?	No	Yes	Yes
Computational efficiency (please rank)	3	2	1