

## LISTA DE EXERCÍCIOS 2

1. O código Morse consiste de uma sequência de pontos e traços em que repetições são permitidas.
  - a) Quantas letras podem ser codificadas usando exatamente  $n$  símbolos?
  - b) Qual é o número de letras que se pode codificar usando  $n$  ou menos símbolos?
2. Um homem possui  $n$  chaves das quais, exatamente uma abre a fechadura. Ele experimenta as chaves uma de cada vez, escolhendo ao acaso em cada tentativa uma das chaves que não foram experimentadas. Determine a probabilidade de que ele escolha a chave correta na  $r$ -ésima tentativa?
3. Nesta questão, descreva um espaço de probabilidade adequado ao experimento e o evento envolvido no problema.

Um ônibus parte com 6 pessoas e para em 10 pontos diferentes. Supondo que os passageiros têm igual probabilidade de saltar em qualquer parada, determine a probabilidade de que dois passageiros não desembarquem na mesma parada.
4. Suponha que temos  $r$  caixas. Bolas são colocadas aleatoriamente nas caixas, uma de cada vez, até que alguma caixa contenha duas bolas pela primeira vez. Determine a probabilidade de que isto ocorra na  $n$ -ésima bola, com  $r \geq n - 1$ .
5. Supondo que se distribui  $n$  bolas em  $n$  caixas.
  - a) Qual a probabilidade de que exatamente uma caixa esteja vazia?
  - b) Dado que a caixa 1 está vazia, qual a probabilidade de que somente uma caixa esteja vazia?
  - c) Dado que somente uma caixa está vazia, qual a probabilidade de que a caixa 1 esteja vazia.
6. Se distribuirmos aleatoriamente  $n$  bolas em  $r$  caixas, qual é a probabilidade de que a caixa 1 contenha  $j$  bolas,  $0 \leq j \leq n$ ?
7. Uma caixa contém  $b$  bolas pretas e  $r$  bolas vermelhas. Bolas são extraídas sem reposição, uma de cada vez. Determine a probabilidade de obter a primeira bola preta na  $n$ -ésima extração.
8. Considere um baralho com 52 cartas. Uma mão de pôquer consiste de 5 cartas extraídas do baralho sem reposição e sem consideração da ordem. Considera-se que constituem sequências as mãos dos seguintes tipos: A, 2, 3,4,5; 2, 3, 4, 5, 6; ... ; 10, J, Q, K, A. Determine a probabilidade de ocorrência de cada uma das seguintes mãos de pôquer:
  - a) *Royal flush* ((10, J, Q, K, A) do mesmo naipe);
  - b) *Straight flush* (cinco cartas do mesmo naipe em sequência);
  - c) *Four* (valores da forma  $(x, x, x, x, y)$  onde  $x$  e  $y$  são distintos);
  - d) *Full House* (valores da forma  $(x, x, x, y, y)$  onde  $x$  e  $y$  são distintos);
  - e) *Flush* (cinco cartas do mesmo naipe);
  - f) *Straight* (cinco cartas em sequência, sem consideração de naipes);
  - g) *Trinca* (valores da forma  $(x, x, x, y, z)$  onde  $x, y$  e  $z$  são distintos);
  - h) Dois pares (valores da forma  $(x, x, y, y, z)$  onde  $x, y$  e  $z$  são distintos);
  - i) Um par (valores da forma  $(w, w, x, y, z)$  onde  $w, x, y$  e  $z$  são distintos).

9. Uma caixa contém dez bolas numeradas de 1 a 10. Seleciona-se uma amostra aleatória de 3 elementos. Determine a probabilidade de que as bolas 1 e 6 estejam entre as bolas selecionadas.
10. Suponha que se extrai, sem reposição, uma amostra de tamanho  $n$  de uma população de  $r$  elementos. Obtenha a probabilidade de que  $k$  objetos dados estejam incluídos na amostra.
11. Qual a probabilidade de que 4 cartas extraídas de um baralho, 2 sejam pretas e 2 vermelhas?
12. Se você possui 3 bilhetes de uma loteria para a qual se vendeu  $n$  bilhetes e existem 5 prêmios, qual a probabilidade de você ganhar pelos menos um prêmio?

Exercício	Resposta
1	a) $2^n$ ; b) $2(2^n - 1)$
2	$1/n$
3	$\frac{A_{10,6}}{10^6}$
4	$\frac{(n-1)A_{r,n-1}}{r^n}$
5	a) $\frac{\binom{n}{2}n!}{n^n}$ ; b) $\frac{\binom{n}{2}(n-1)!}{(n-1)^n}$ ; c) $\frac{1}{n}$
6	$\frac{\binom{n}{j}(r-1)^{n-j}}{r^n}$
7	$\frac{\binom{r}{n-1}}{\binom{r+b}{n-1}} \frac{b}{r+b-n+1}$
8	a) $4q$ ; g) $13 \cdot \binom{12}{2} 4^3 q$ ; b) $4 \cdot 10q$ ; h) $\binom{13}{2} \binom{4}{2} \binom{4}{2} \cdot 11 \cdot 4q$ ; c) $13 \cdot 48q$ ; i) $13 \binom{12}{3} \binom{4}{2} 4^3 q$ ; d) $13 \cdot 12 \cdot 4 \cdot 6q$ ; e) $4 \cdot \binom{13}{5} q$ ; f) $10 \cdot 4^5 q$ Sendo: $q = \binom{52}{5}^{-1}$
9	$8/\binom{10}{3}$
10	$\binom{r-k}{n-k}/\binom{r}{n}$
11	$\binom{26}{2}^2 / \binom{52}{4}$
12	$1 - \frac{\binom{5}{0} \binom{n-5}{3}}{\binom{n}{3}}$ ou $1 - \frac{\binom{3}{0} \binom{n-3}{5}}{\binom{n}{5}}$