Controlli Automatici - T

Progetto Tipologia c - Traccia 2

Controllo di un rotore con deformazione

Gruppo ...

Autore, ...

Il progetto riguarda il controllo di un rotore ad asse orizzontale con posizione angolare $\theta(t)$ e velocità angolare $\omega(t)$ rispetto all'asse del rotore, la cui dinamica viene descritta dalla seguente equazione differenziale

$$(m_i e_i^2 + I_e)\dot{\omega} = -\beta\omega - g m_i e_i sin(\theta) + \tau, \tag{1a}$$

dove la variabile d'ingresso $\tau(t)$ rappresenta la coppia angolare applicata al rotore, il termine $-\beta\omega$ modella l'attrito dell'aria, con $\beta \in \mathbb{R}$. Il termine $-g m_i e_i sin(\theta)$, dove $g \in \mathbb{R}$ rappresenta l'accelerazione gravitazionale, modella l'effetto di una deformazione di massa $m_i \in \mathbb{R}$ posta ad una distanza $e_i \in \mathbb{R}$ dall'asse di rotazione. Infine, il parametro $I_e \in \mathbb{R}$ rappresenta il momento di inerzia del rotore senza deformazione. Si suppone di poter misurare la velocità angolare $\omega(t)$

1 Espressione del sistema in forma di stato e calcolo del sistema linearizzato intorno ad una coppia di equilibrio

Innanzitutto, esprimiamo il sistema (1) nella seguente forma di stato

$$\dot{x} = f(x,u) \tag{2a}$$

$$y = h(x,u). \tag{2b}$$

Pertanto, andiamo a individuare lo stato x, l'ingresso u e l'uscita y del sistema come segue

$$x := \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \end{bmatrix}, \quad u := \tau, \quad y := \omega$$

Coerentemente con questa scelta, ricaviamo dal sistema (1) la seguente espressione per le funzioni f ed h

$$f(x,u) := \begin{bmatrix} f_1(x,u) \\ f_2(x,u) \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{-\beta x_2 - g m_i e_i sin(x_1) + u}{m_i e_i^2 + I_e} \end{bmatrix}$$

$$h(x,u) := x_2$$

Una volta calcolate f ed h esprimiamo (1) nella seguente forma di stato

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{-\beta x_2 - g m_i e_i sin(x_1) + u}{m_i e_i^2 + I_e} \end{bmatrix} \tag{3a}$$

$$y = x_2 \tag{3b}$$

Per trovare la coppia di equilibrio (x_e, u_e) di (3), andiamo a risolvere il seguente sistema di equazioni

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{-\beta x_2 - g m_i e_i sin(x_1) + u}{m_i e_i^2 + I_e} \end{bmatrix}, \tag{4}$$

dal quale otteniamo

$$x_e := \begin{bmatrix} x_{1e} \\ x_{2e} \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} \theta_e \\ 0 \end{bmatrix}, \quad u_e := \frac{g m_i e_i}{2}. \tag{5}$$

Definiamo le variabili alle variazioni δx, δu e δy come

$$\delta x = x - x_e, \quad \delta u = u - u_e, \quad \delta y = y - y_e.$$

L'evoluzione del sistema espressa nelle variabili alle variazioni può essere approssimativamente descritta mediante il seguente sistema lineare

$$\delta \dot{x} = A\delta x + B\delta u \tag{6a}$$
$$\delta y = C\delta x + D\delta u, \tag{6b}$$

dove le matrici A, B, C e D vengono calcolate come

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2(x,u)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x,u)}{\partial x_2} \end{bmatrix}_{x=x_e,u=u_e} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-gm_i e_i cos(x_1)}{m_i e_i^2 + I_e} & \frac{\beta}{m_i e_i^2 + I_e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-gm_i e_i \sqrt{3}}{2(m_i e_i^2 + I_e)} & \frac{\beta}{m_i e_i^2 + I_e} \end{bmatrix} \tag{7a}$$
$$B = \ldots \tag{7b}$$
$$C = \ldots \tag{7c}$$
$$D = \ldots. \tag{7d}$$

2 Calcolo Funzione di Trasferimento

In questa sezione, andiamo a calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ dall'ingresso δu all'uscita δy mediante la seguente formula

$$G(s) = C(sI_3 - A)^{-1}C + D = \frac{0.01998s}{s^2 + 0.999s + 0.08479}. \tag{8}$$

Dunque il sistema linearizzato (6) è caratterizzato dalla funzione di trasferimento (8) con 2 poli $p_1 = -0.9054$, $p_2 = -0.0936$ e uno zero nell'origine $z = 0$. In Figura 1 mostriamo il corrispondente diagramma di Bode.

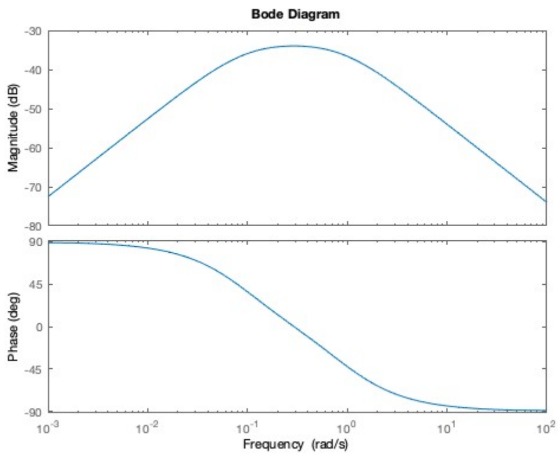

Figura 1: Diagramma di Bode della funzione di trasferimento $G(s)$

3 Mappatura specifiche del regolatore

Le specifiche da soddisfare sono

1) Errore a regime $|e_\infty| \leq e^\star$ in risposta a un gradino $w(t) = 20 \cdot 1(t)$ e $d(t) = 20 \cdot 1(t)$

2) Margine di fase $M_f \geq 45^{\circ}$.

3) Sovraelongazione percentuale massima del 5%: $S\% \leq 5\%$.

4) Il tempo di assestamento all' $\epsilon\% = 5\%$ deve essere inferiore al valore fissato: $T_{\alpha,\epsilon} = 0.075$.

5) Il disturbo sull'uscita $d(t)$, con una banda limitata nel range di pulsazioni [0,0.1], deve essere abbattuto di almeno 50 dB.

6) Il rumore di misura $n(t)$, con una banda limitata di pulsazioni $[10^3, 10^6]$, deve essere abbattuto di almeno 35 dB.

Andiamo ad effettuare la mappatura punto per punto le specifiche richieste. ...

Pertanto, in Figura ..., mostriamo il diagramma di Bode della funzione di trasferimento $G(s)$ con le zone proibite emerse dalla mappatura delle specifiche.

...

4 Sintesi del regolatore statico

In questa sezione progettiamo il regolatore statico $R_s(s)$ partendo dalle analisi fatte in sezione 3.

...

Dunque, definiamo la funzione estesa $G_e(s) = R_s(s)G(s)$ e, in Figura ..., mostriamo il suo diagramma di Bode per verificare se e quali zone proibite vengono attraversate.

...

Da Figura ..., emerge ...

5 Sintesi del regolatore dinamico

In questa sezione, progettiamo il regolatore dinamico $R_d(s)$. Dalle analisi fatte in Sezione 4, notiamo di essere nello Scenario di tipo .... Dunque, progettiamo $R_d(s)$ riccorrendo a ...

In Figura ..., mostriamo il diagramma di Bode della funzione d'anello $L(s) = R_d(s)G_e(s)$

...

6 Test sul sistema linearizzato

In questa sezione, testiamo l'efficacia del controllore progettato sul sistema linearizzato con ...

7 Test sul sistema non lineare

In questa sezione, testiamo l'efficacia del controllore progettato sul modello non lineare con ...

8 Punti opzionali

8.1 Primo punto

...

8.2 Secondo punto

...

8.3 Terzo punto

...

9 Conclusioni

...