BASIL ALI KHAN
20K-0477
SECTION -F

(1)

EXERCISE #1·3

Q#1

a) Undefined
b) Defined (4×4)
c) Defined (4×2)

d) Defined (5×2)
e) Defined (4×5)
f) Defined (5×5)

Q#2

a) Defined (5×4)
b) Undefined
c) Defined (4×2)

d) Defined (2×4)
e) Defined (5×2)
f) Undefined

Q#3

a) $D + E$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7 & 6 & 5 \\ -2 & 1 & 3 \\ 7 & 3 & 7 \end{bmatrix}$$

b) $D - E$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -5 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

c) $5A$

$$= 5\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 15 & 0 \\ -5 & 10 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$$

d) $-7C$

$$= -7\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -7 & -28 & -14 \\ -21 & -7 & -35 \end{bmatrix}$$

g) $-3(D+2E)$

$$= -3\left(\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}\right)$$

$$= -3\left(\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & 2 & 6 \\ -2 & 2 & 4 \\ 8 & 2 & 6 \end{bmatrix}\right)$$

$$= -3\left(\begin{bmatrix} 13 & 7 & 8 \\ -3 & 2 & 5 \\ 11 & 4 & 10 \end{bmatrix}\right)$$

$$= \begin{bmatrix} -39 & -21 & -24 \\ 9 & -6 & -15 \\ -33 & -12 & -30 \end{bmatrix}$$

e) $2B - C$

undefined

2×3 cannot be subtracted
by 2×2 matrices

f) $4E - 2D$

$$= 4\begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 24 & 4 & 12 \\ -4 & 4 & 8 \\ 16 & 4 & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 10 & 4 \\ -2 & 0 & 2 \\ 6 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 22 & -6 & 8 \\ -2 & 4 & 6 \\ 10 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

h) $A - A$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

i) $tr(D)$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= 1 + 0 + 4$$

$$= 5$$

k) $4\,tr(7B)$

$$= 4\,tr\left(7\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\right)$$

$$= 4\,tr\left(\begin{bmatrix} 28 & -7 \\ 0 & 14 \end{bmatrix}\right)$$

$$= 4(28+14)$$

$$= 4(42)$$

$$= 168$$

l) $tr(A)$

undefined trace is ohly possible when there is square matrice

j) $tr(D - 2E)$

$$tr\left(\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}\right)$$

$$= tr\left(\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 18 & 3 & 9 \\ -3 & 3 & 6 \\ 12 & 3 & 9 \end{bmatrix}\right)$$

$$= tr\left(\begin{bmatrix} -17 & 2 & -7 \\ 2 & -3 & -5 \\ -9 & -1 & -5 \end{bmatrix}\right)$$

$$= -17 - 3 - 5$$

$$= -25$$

Page No.

(4)

Q#4

a) $2A^T + C$

$$= 2 \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= 2 \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

d) $B^T + 5C^T$
undefined
2×2 cannot
be added
into 3×2
matrice

b) $D^T - E^T$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -5 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

c) $(D - E)^T$

$$= \left(\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \right)^T$$

$$= \begin{bmatrix} -5 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -5 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

e) $\frac{1}{2}C^T - \frac{1}{4}A$

$= \frac{1}{2}\left(\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}^T\right) - \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} - \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1/2 & 3/2 \\ 2 & 1/2 \\ 1 & 1/10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3/4 & 0 \\ -1/4 & 1/2 \\ 1/4 & 1/4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -1/4 & 3/2 \\ 9/4 & 0 \\ 3/4 & 9/4 \end{bmatrix}$

f) $B - B^T$

$= \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}^T$

$= \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ +1 & 0 \end{bmatrix}$

g) $2E^T - 3D^T$

$= 2\begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}^T - 3\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 9 & 1 & -1 \\ -13 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & -6 \end{bmatrix}$

$= 2\begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 12 & -2 & 8 \\ 2 & 2 & 2 \\ 6 & 4 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -3 & 9 \\ 15 & 0 & 6 \\ 6 & 3 & 12 \end{bmatrix}$

h) $\left(2E^T - 3D^T\right)^T$

$$= \left(2\begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}^T - 3\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}^T\right)^T$$

$$= \left(2\begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}\right)^T$$

$$= \left(\begin{bmatrix} 12 & -2 & 8 \\ 2 & 2 & 2 \\ 6 & 4 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -3 & 9 \\ 15 & 0 & 6 \\ 6 & 3 & 12 \end{bmatrix}\right)^T$$

$$= \begin{bmatrix} 9 & 1 & -1 \\ -13 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & -6 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} 9 & -13 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -4 & -6 \end{bmatrix}$$

i) $(CD)E$

$$= \left(\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}\right) \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1-4+6 & 5+0+4 & 2+4+8 \\ 3-1+15 & 15+0+10 & 6+1+20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 9 & 14 \\ 17 & 25 & 27 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 18-9+56 & 3+9+14 & 9+18+42 \\ 102-25+108 & 17+25+27 & 51+250+81 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 65 & 26 & 69 \\ 185 & 69 & 182 \end{bmatrix}$$

j) $C(BA)$

undefined

2×2 matrice connot be added 3×2 matrice

k) $tr(DE^T)$

$$= tr\left(\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}^T\right)$$

$$= tr\left(\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}\right)$$

$$= tr\begin{bmatrix} 6+5+6 & -1+5+4 & 4+5+6 \\ -6+0+3 & 1+0+2 & -4+0+3 \\ 18+2+12 & -3+2+8 & 12+2+12 \end{bmatrix}$$

$$= tr\begin{bmatrix} 17 & 8 & 15 \\ -3 & 3 & -1 \\ 32 & 7 & 26 \end{bmatrix}$$

$$= 17+3+26$$

$$= 46$$

l) $tr(BC)$

undefined

trace is only possible for square matrices.

Q#5

a) AB

$$= \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12+0 & -3+0 \\ -4+0 & 1+4 \\ 4+0 & -1+2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12 & -3 \\ -4 & 5 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

b) BA

undefined

$$\underset{B}{2\times2} \underbrace{\qquad}_{Not} \underset{A}{3\times2}$$

equal.

c) $3E(D)$

$$= 3 \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \begin{bmatrix} 18 & 3 & 9 \\ -3 & 3 & 6 \\ 12 & 3 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 18-3+36 & 18+3+9 & 54+6+27 \\ -18-3+24 & -3+3+6 & -9+6+18 \\ 72-3+36 & 12+3+9 & 36+6+27 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 141 & 30 & 87 \\ 3 & 6 & 15 \\ 105 & 24 & 69 \end{bmatrix}$$

d) $(AB)C$

$= \left(\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 12+0 & -3+0 \\ 4+0 & 1+4 \\ 4+0 & -1+2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 12 & -3 \\ -4 & 5 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 12-9 & 48-3 & 24-15 \\ -4+15 & -16+5 & -8+25 \\ 4+3 & 16+1 & 8+5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 3 & 45 & 9 \\ 11 & -11 & 17 \\ 7 & 17 & 13 \end{bmatrix}$

e) $A(BC)$

$= \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \right)$

$= \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4-3 & 16-1 & 8-5 \\ 0+6 & 0+2 & 0+10 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 15 & 3 \\ 6 & 2 & 10 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 3+0 & 45+0 & 9+0 \\ -1+12 & -15+4 & -3+20 \\ 1+6 & 15+2 & 3+10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 45 & 9 \\ 11 & -11 & 17 \\ 7 & 17 & 13 \end{bmatrix}$

f) CC^T

$$= \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+16+4 & 3+4+10 \\ 3+4+10 & 9+1+25 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 21 & 17 \\ 17 & 35 \end{bmatrix}$$

g) $(DA)^T$

$$= \left(\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right)^T$$

$$= \left(\begin{bmatrix} 3-5+2 & 0+10+2 \\ -3+0+1 & -0+0+1 \\ 9-2+4 & 0+4+4 \end{bmatrix} \right)^T$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 12 \\ -2 & 1 \\ 11 & 8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -2 & 11 \\ 12 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

h) $(C^TB) A^T$

$$= \left(\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$= \left(\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8+0 \\ 16+0 \\ 8+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+0 & -1+6 \\ 16+0 & -4+2 \\ 8+0 & -2+10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 16 & -2 \\ 8 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12+0 & -4+10 & 4+5 \\ 48+0 & -16-4 & 16-2 \\ 24+0 & -8+16 & 8+8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12 & 6 & 9 \\ 48 & -20 & 14 \\ 24 & 8 & 16 \end{bmatrix}$$

1) $tr(DD)$

$$= tr\left(\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}^{T} \right)$$

$$= tr\left(\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \right)$$

$$= tr \begin{bmatrix} 1+25+4 & -1+0+2 & 3+10+8 \\ -1+0+2 & +1+0+1 & -3+0+4 \\ 3+10+8 & -3+0+4 & 9+4+16 \end{bmatrix}$$

$$= tr \begin{bmatrix} 30 & 1 & 21 \\ 1 & 2 & 1 \\ 21 & 1 & 29 \end{bmatrix}$$

$$= 30 + 2 + 29$$

$$= 601$$

j) $tr(4E^T - D)$

$= tr\left(4\begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}\right)$

$= tr\left(4\begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}\right)$

$= tr\left(\begin{bmatrix} 24 & -4 & 16 \\ 4 & 4 & 4 \\ 12 & 8 & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}\right)$

$= tr\begin{bmatrix} 23 & -9 & 14 \\ 5 & 4 & 3 \\ 9 & 6 & 8 \end{bmatrix}$

$= 23 + 4 + 8$

$= 35$

K) $tr(C^T A^T + 2E^T)$

$= tr\left(\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^T + 2\begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}^T\right)$

$= tr\left(\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}\right)$

$= tr\left(\begin{bmatrix} 3+0 & -1+6 & 1+3 \\ 12+0 & -4+2 & 4+1 \\ 6+0 & -2+10 & 2+5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & -2 & 8 \\ 2 & 2 & 2 \\ 6 & 4 & 6 \end{bmatrix}\right)$

$= tr\left(\begin{bmatrix} 3 & 5 & 4 \\ 12 & -2 & 5 \\ 6 & 8 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & -2 & 8 \\ 2 & 2 & 2 \\ 6 & 4 & 6 \end{bmatrix}\right)$

$= tr\begin{bmatrix} 15 & 3 & 12 \\ 14 & 0 & 7 \\ 12 & 12 & 13 \end{bmatrix} = 15 + 0 + 13$

$= 28$

d) $\text{tr}\left((E[J])^T A\right)$

$= \text{tr}\left(\left(\begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}^T\right)^T \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\right)$

$= \text{tr}\left(\left(\begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}\right)^T \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\right)$

$= \text{tr}\left(\begin{bmatrix} 6+4+6 & 18+1+15 \\ -1+4+4 & -3-4+5 \\ 4+4+6 & 12+1+15 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\right)$

$= \text{tr}\left(\begin{bmatrix} 16 & 34 \\ 7 & -9 \\ 14 & 28 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\right)$

$= \text{tr}\left(\begin{bmatrix} 16 & 7 & 14 \\ 34 & -9 & 28 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\right)$

$= \text{tr}\begin{bmatrix} 48-7+14 & 0+14+14 \\ 102+9+28 & 0+18+28 \end{bmatrix}$

$= \text{tr}\begin{bmatrix} 55 & 28 \\ 122 & 44 \end{bmatrix}$

$= 55+44$

$= 99.$

Q#6:

a) $(2D^T - E) A$

$= \left(2\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

$= \left(2\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

$$= \left(\begin{bmatrix} 8 & -2 & 6 \\ 10 & 0 & 4 \\ 4 & 2 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}\right) \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \left(\begin{bmatrix} 18 & -3 & 3 \\ 11 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\right)$$

$$= \begin{bmatrix} -12+3+3 & 0-6+3 \\ 33+1+2 & 0-2+2 \\ 0-1+5 & 0+2+5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -6 & -3 \\ 36 & 0 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

b) $(4B)C + 2B$.

undefined

2×3 matrice cannot be added to 2×2 matrice

c) $(-AC)^T + 5D^T$

$$= \left(-\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}\right)^T + 5\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}^T$$

$$= \left(\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 1 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}\right)^T + 5\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -3+0 & -12+0 & -6+0 \\ 1+ -6 & 4-2 & 2-10 \\ -1-3 & -4-1 & -2-5 \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} 5 & -5 & 15 \\ 25 & 0 & 10 \\ 10 & 5 & 20 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -3 & -12 & -6 \\ -5 & 2 & -8 \\ -4 & -5 & -7 \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} 5 & -5 & 15 \\ 25 & 0 & 10 \\ 10 & 5 & 20 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -3 & -5 & -4 \\ -12 & 2 & -5 \\ -6 & -8 & -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -5 & 15 \\ 25 & 0 & 10 \\ 10 & 5 & 20 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & -10 & 11 \\ 13 & 2 & 5 \\ 4 & -3 & 13 \end{bmatrix}$$

d) $(BA^T - 2C)^T$

$$= \left(\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^T - 2 \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \right)^T$$

$$= \left(\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 8 & 4 \\ 6 & 2 & 10 \end{bmatrix} \right)^T$$

$$= \left(\begin{bmatrix} 12+0 & -4-2 & 4-1 \\ 0+0 & 0+4 & 0+2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 8 & 4 \\ 6 & 2 & 10 \end{bmatrix} \right)^T$$

$$= \left(\begin{bmatrix} 12 & -6 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 8 & 4 \\ 6 & 2 & 10 \end{bmatrix} \right)^T$$

$$= \begin{bmatrix} 10 & -14 & -1 \\ -6 & 2 & -8 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ -14 & 2 \\ -1 & -8 \end{bmatrix}$$

e) $B^T (CC^T - A^TA)$

$$= \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}^T \left(\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 8 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 1+16+4 & 3+4+10 \\ 3+4+10 & 9+1+25 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9+1+1 & 3-2+1 \\ 3-2+1 & 0+4+1 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 21 & 17 \\ 17 & 35 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 11 & -1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 18 \\ 18 & 30 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 40+0 & 72+0 \\ -10+36 & -18+60 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 40 & 72 \\ 26 & 42 \end{bmatrix}$$

+) $D^T E^T - (ED)^T$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}^T - \left(\begin{bmatrix} 6 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \right)^T$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ -1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 14 & 36 & 25 \\ 4 & -1 & 26 \\ 25 & 7 & 21 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} 14 & 4 & 12 \\ 36 & -1 & 26 \\ 25 & 7 & 21 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 14 & 4 & 25 \\ 36 & -1 & 7 \\ 25 & 26 & 21 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Q#7

a) the first Row of AB

$$= \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 18+0+49 & -6-2+49 & 12-6+35 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 67 & 41 & 41 \end{bmatrix}$$

b) the third Row of AB.

$$= \begin{bmatrix} 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0+0+63 & 0+4+63 & 0+12+45 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 63 & 67 & 57 \end{bmatrix}$$

c) the second column of AB

$$= \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -6-2+49 \\ -12+5+28 \\ 0+4+63 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 41 \\ 21 \\ 67 \end{bmatrix}$$

d) the first column of BA

$$= \begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 18-12+0 \\ 0+6+0 \\ 21+42+0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 63 \end{bmatrix}$$

e) the third row of AA

$$= \begin{bmatrix} 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0+24+0 & 0+20+36 & 0+16+81 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 24 & 56 & 97 \end{bmatrix}$$

f) third column of AA

$$= \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 21-8+63 \\ 42+20+36 \\ 0+16+81 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 76 \\ 98 \\ 97 \end{bmatrix}$$

Q#8

a) the first column of AB.

$$= \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 18+0+49 \\ 36+0+28 \\ 0+0+63 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 67 \\ 64 \\ 63 \end{bmatrix}$$

b) the third column of BB

$$= \begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 24-6+20 \\ 0+3+5 \\ 28+21+25 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 38 \\ 8 \\ 74 \end{bmatrix}$$

c) the second row of BB.

$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 0+0+21 & 0+1+21 & 0+3+5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 21 & 22 & 8 \end{bmatrix}$

d) the first column of AA.

$= \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 9-12+0 \\ 18+30+0 \\ 0+24+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 48 \\ 24 \end{bmatrix}$

e) third column of BB.

$= \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & -4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 12-6+35 \\ 24+15+20 \\ 0+12+45 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 41 \\ 59 \\ 57 \end{bmatrix}$

f) the first row of BA

$= \begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 18-12+0 & -12-10+16 & 42-8+28 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 6 & -6 & 70 \end{bmatrix}$

Q#9

a) Column vector of AA as a linear combination of column vector of BA.

First column of AA = $3\begin{bmatrix}3\\6\\6\end{bmatrix} + 6\begin{bmatrix}-2\\5\\4\end{bmatrix} + 0\begin{bmatrix}7\\4\\9\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-3\\48\\24\end{bmatrix}$

Second Column of AA = $-2\begin{bmatrix}3\\6\\0\end{bmatrix} + 5\begin{bmatrix}-2\\5\\4\end{bmatrix} + 4\begin{bmatrix}7\\4\\9\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}12\\29\\56\end{bmatrix}$

Third Column of AA = $7\begin{bmatrix}3\\6\\0\end{bmatrix} + 4\begin{bmatrix}-2\\5\\4\end{bmatrix} + 9\begin{bmatrix}7\\4\\9\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}76\\98\\97\end{bmatrix}$

b) Column vector of BB as a linear combination of column vector of B.

First Column of BB = $6\begin{bmatrix}6\\0\\7\end{bmatrix} + 0\begin{bmatrix}-2\\5\\7\end{bmatrix} + 7\begin{bmatrix}4\\3\\5\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}64\\21\\287\end{bmatrix}$

Second Column of BB = $-2\begin{bmatrix}6\\0\\7\end{bmatrix} + 1\begin{bmatrix}-2\\1\\7\end{bmatrix} + 7\begin{bmatrix}4\\3\\5\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}14\\22\\28\end{bmatrix}$

Third column of BB = $4\begin{bmatrix}6\\0\\7\end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix}-2\\1\\7\end{bmatrix} + 5\begin{bmatrix}4\\3\\5\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}38\\18\\74\end{bmatrix}$

Q#10

a) Column vector of AB as a linear combination of column vector of A

First column of AB = $6\begin{bmatrix}3\\6\\0\end{bmatrix} + 0\begin{bmatrix}-2\\5\\4\end{bmatrix} + 7\begin{bmatrix}7\\4\\9\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}67\\64\\63\end{bmatrix}$

Second column of $AB = -2 \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix} + 1 \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix} + 7 \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 41 \\ 21 \\ 67 \end{bmatrix}$

Third column of $AB = 4 \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 7 \\ 14 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 41 \\ 59 \\ 57 \end{bmatrix}$

b) Column vector of BA as linear combination of column vector of B-

first column of $BA = 3 \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix} + 6 \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix} + 0 \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 63 \end{bmatrix}$

Second column of $BA = -2 \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 17 \\ 41 \end{bmatrix}$

Third column of $BA = 7 \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix} + 9 \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 70 \\ 31 \\ 122 \end{bmatrix}$

Q#11

a) $2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 7$
$9x_1 - x_2 + x_3 = -1$
$x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 0$

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 9 & -1 & 1 \\ 1 & 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\quad\quad A \quad\quad\quad x \quad = \quad B$

b) $\begin{bmatrix} 4x_1 \quad\quad -3x_3 + x_4 = 1 \\ 5x_1 + x_2 \quad\quad -8v = 3 \\ 2x_1 - 5x_2 + 9x - x_4 = 0 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & -3 & 1 \\ 5 & 1 & 0 & -8 \\ 3 & -5 & 9 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$A \qquad x \;=\; b.$$

Q#12

a) $x - 2x_2 + 3x_3 = -3$

$\quad 2x_1 + x_2 \quad = 0$

$\quad -3x_2 + 4x_3 = 1$

$\quad x_1 \quad + x_3 = 5$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$A \qquad x \;=\; b.$$

b) $3x_1 + 3x_2 + 3x_3 = -3$

$\quad -x_1 - 5x_2 - 2x_3 = 3$

$\quad -4x_2 + x_3 = 0$

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ -1 & -5 & -2 \\ 0 & -4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A \qquad\qquad x \;=\; b.$$

Q#13

a) $$\begin{bmatrix} 5 & 6 & -7 \\ -1 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$\quad 5x_1 + 6x_2 - 7x_3 = 2$

$\quad -x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0$

$\quad 4x_2 - x_3 = 3$

b)
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 5 & -3 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -9 \end{bmatrix}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 2$$
$$2x_1 + 3x_2 = 2$$
$$5x_1 - 3x_2 - 6x_3 = -9$$

Q#14

b)
$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & 4 & 7 \\ -2 & 5 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$3w - 2x + z = 0$$
$$5w + 2y - 2z = 0$$
$$3w + x + 4y - 7z = 0$$
$$-2w + 5x + y + 6z = 0$$

a)
$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \\ -2 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2$$
$$4x_1 + 3x_2 + 7x_3 = -1$$
$$-2x_1 + x_2 + 5x_3 = x_3$$

Q#15

$$\begin{bmatrix} K & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$= \begin{bmatrix} K & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K+1 \\ K+2 \\ 2-3 \end{bmatrix} = 0$$

$= K^2 + K + K + 2 - 1$

$= K^2 + 2K + 1$

$= (K+1)^2.$

$K = -1$ satisfy the equation.

Q#16

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ K \end{bmatrix} = 0.$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2+4+0 \\ 4+0+3K \\ 0+6+K \end{bmatrix} = 0.$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & 6 \\ 4+3K \\ 6+K \end{bmatrix} = 0.$$

$18 + 8 + 6K + 6K + K^2 = 0$

$K^2 + 12K + 20 = 0$

$K^2 + 10K + 2K + 20 = 0$

$K(K+10) + 2(K+10) = 0$

$(K+10)(K+2) = 0$

$K = -10$, $K = -2$. Satisfy the equation.

Q#17

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 8 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & -9 & -3 \\ 2 & -3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & -5 & 5 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Q#18

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ -3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 0 & -4 \\ 9 & 0 & -6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & 0 & -4 \\ 13 & 16 & -2 \end{bmatrix}$$

Q#19

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 15 & 20 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 15 & 18 \\ 30 & 36 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 22 & 28 \\ 49 & 64 \end{bmatrix}$$

Q#20

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ -8 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 5 & -5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 18 & -2 \\ -1 & -6 \end{bmatrix}$$