МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МОЭВМ

ОТЧЕТ
О выполнении индивидуального домашнего задания №1
по дисциплине «Дифференциальные уравнения»
Вариант №11

Студент гр. 9383	___________________	Ноздрин В.Я.
Преподаватель	___________________	Юдовин М.Э.

Санкт-Петербург
2022

Цель работы.

Изучение краевой задачи для дифференциального уравнения 2-го порядка.

Задание.

Рассматривается следующая краевая задача.

Дано уравнение $\ddot{y} = f(x, y), \quad a < x < b$ (1)

и граничные условия $y(a) = y_a,\ y(b) = y_b$ (2)

Требуется найти решение задачи (1)-(2) и построить его график.

Рассмотрим задачу Коши для уравнения (1) с начальными условиями

$y(a) = y_0,\ \dot{y}(a) = h$ (3)

План решения основан на многократном решении задачи Коши (1), (3). Значение решения задачи Коши при $x = b$ является функцией от h.

Задача сводится к отысканию такого значения переменной h, при котором выполнено условие на правом конце отрезка, т.е. должно выполняться

$y(b,h) = y_b,$ (4)

Это уравнение с одним неизвестным h. Для его решения уравнения можно применить обычный метод половинного деления.

Вариант 11.

$$f(x, y) = ln(x+1)y^2$$

$$a = 0, b = 2, y_a = 1, y_b = 2$$

Схема решения.

1. Задаем наугад число h_0, решаем задачу Коши. Далее вычисляем $y(b,h_0)$. Если $y(b,h_0) = y_b$, то краевая задача решена. Пусть $y(b, h_0) > y_b$.
2. Выберем шаг Δh и решим несколько раз задачу Коши при $h_1 = h_0 + \Delta h$. Если снова получаем $y(b, h_0) > y_b$, при чем $y(b, h_0) > y(b, h_1) > y_b$, решаем задачу Коши при $h_2 = h_1 + \Delta h$ и так далее. Процесс повторяется пока не получим неравенство $y(b, b_m) < y_b$. Это означает, что искомое значение попало в «вилку», то есть $h \in (h_{m-1}, h_m)$. Шаг Δh не должен быть слишком маленьким, иначе процесс сильно затянется. Знак шага также неизвестен заранее, может оказаться, что нужно не увеличивать наклон, а уменьшать.
3. Далее применяется стандартный процесс половинного деления к уравнению (4).

4. Процесс останавливаем, когда выполнится неравенство $|y(b, h_m) - y(b, h_{m-1})| < 0.001$.
5. Возможен случай, когда ни одна задача не имеет решения. Поэтому нужно ограничить число шагов. Процесс останавливается при $m > M$, где M – заданное число, например 100.
6. Процесс легко запрограммировать в любой системе содержащей функции решения задачи Коши.

Выполнение работы.

Зададим наугад число $h_0 = 0$ и решим задачу Коши с помощью функции ode45.

```
>>> [x,y] = ode45(@(x,y) [y(2); log(1+x)*y(1)^2], [0, 2], [2 0]);
    n = size(y, 1);
    yb = y(n,1)

    yb = 13.067
```

Рисунок 1 – Результат работы программы при $h_0 = 0$.

Полученное значение далеко от желаемого (13.067 > 2).

Теперь зададим $h_0 = -1$.

```
>>> [x,y] = ode45(@(x,y) [y(2); log(1+x)*y(1)^2], [0, 2], [2 -1]);
    n = size(y, 1);
    yb = y(n,1)

    yb = 2.1149
```

Рисунок 2 – Результат работы программы при $h_0 = -1$.

Обратим внимание, что искомое значение не попало в «вилку» - $h(-1;0)$, хотя оно уже ближе к нужному. (2.1149 > 2).

Зададим $h_1 = -1.01$.

```
>>> [x,y] = ode45(@(x,y) [y(2); log(1+x)*y(1)^2], [0, 2], [2 -1.01]
    n = size(y, 1);
    yb = y(n,1)

    yb = 2.0570
```

Рисунок 3 – Результат работы программы при $h_1 = -1.01$.

Применив стандартный процесс половинного деления, получим искомое значение h.

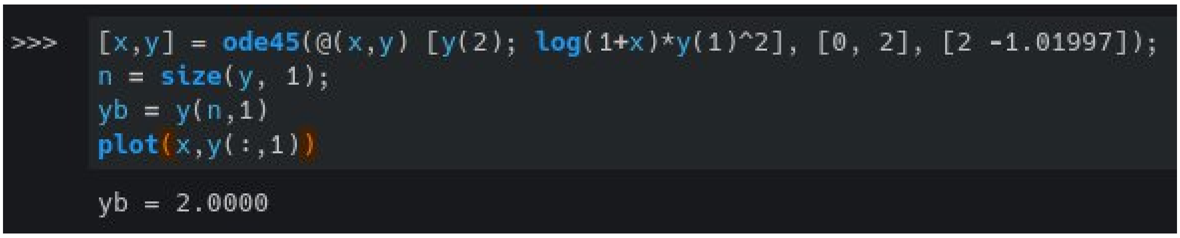

Рисунок 4 – Результат работы программы при h_2 = -1.01997.

Таким образом, h = -1.01997.

Для построения графика воспользуемся командой plot(x,y(:,1)).

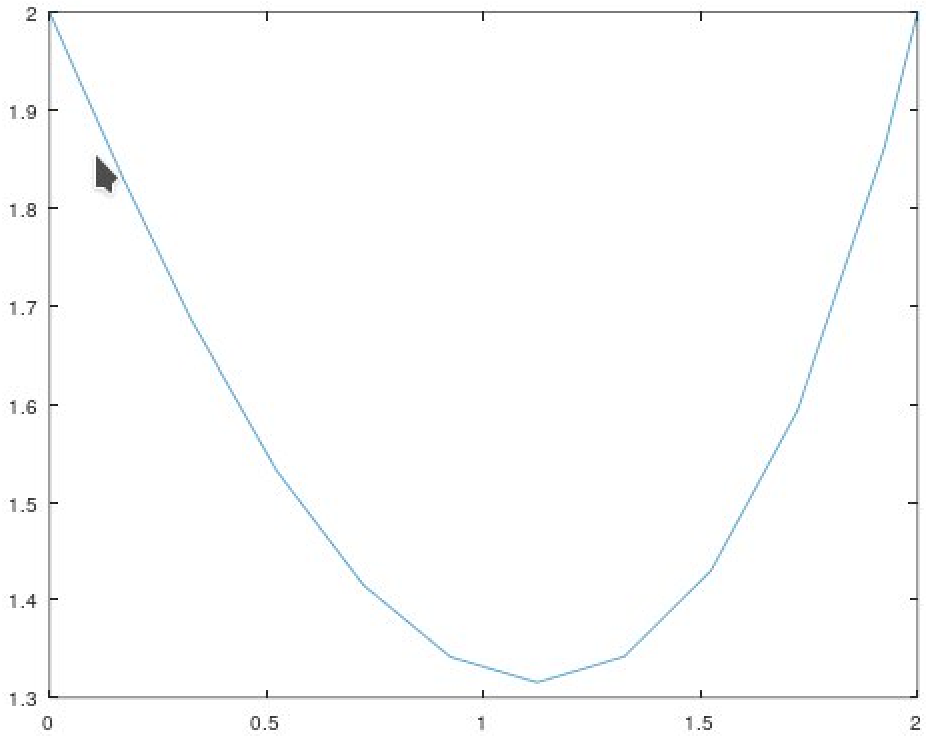

Рисунок 5 – График решения задачи.

Вывод.

Была решена задача по поиску значения h, при котором выполнено условие на правом конце отрезка в краевой задаче. h = -1.01997.