Projet HAB904B

Basile Pajot (DARWIN), Marion Themeze-Leroy(ECOSYSTEMES),

2023-12-21

Contents

1	Lecture et exploration des données				
	1.1 La variable à expliquer	1			
	1.2 Les variables explicatives	1			
	1.3 Exploration des données	2			
2	Ajustement d'un modèle simple	5			
3	Comparaison de modèles	7			
4	Inférence et interprétation des résultats	9			
	4.1 Prévalence discontinue	10			
5	Discussion	11			

1 Lecture et exploration des données

1.1 La variable à expliquer

La variable d'intérêt à expliquer, est Shells, soit le nombre de carapaces de tortues récentes trouvées lors de relevés sur le terrain. Cette variable est un proxy pour estimer le nombre de tortues mortes d'une année sur l'autre.

1.2 Les variables explicatives

- Prev est une variable explicative qualitative qui correspond à la prévalence pour *Mycoplasma agassizii*, soit le rapport entre le nombre de tortues séropositives sur l'effectif total de tortues par année pour chaque site.
- Site est une variable qualitative qui correspond au site d'échantillonnage. Elle a 10 modalités : le parc national Big Shoals(BS), l'aire de gestion de la faune sauvage Camp Blanding (CB), l'aire de gestion de la faune sauvage et de l'environnement Cecil Field/Branan Field (CF), une propriété privé en Floride centrale (Cent), le parc national Fort Cooper (FC), l'aire de gestion de la faune sauvage Flying Eagle (FE), le parc national Gold Head Branch (GH), l'aire de gestion de la faune sauvage et de l'environnement Perry Oldenburg (Old), la station biologique Ordway-Swisher (Ord), l'aire de gestion de la pêche Tenoroc Fish (TE).

- Area est une variable quantitative qui correspond à l'aire couverte par site lors des relevés.
- Year est une variable qualitative qui correspond à l'année pour laquelle les relevés ont été faits. Elle a 3 modalités : 2004, 2005, 2006.

1.3 Exploration des données

Nous regardons un résumé statistique des variables de notre jeu de donnée.

##	Site	year	shells	type Area
##	BS : 3 Le	ength:30	Min. :0.00	Fresh:30 Min. : 5.30
##	CB : 3 C1	ass :character	1st Qu.:0.00	1st Qu.:15.20
##	Cent : 3 Mc	de :character	Median :1.00	Median :27.30
##	CF : 3		Mean :1.80	Mean :29.02
##	FC : 3		3rd Qu.:2.75	3rd Qu.:43.20
##	FE : 3		Max. :9.00	Max. :61.00
##	(Other):12			
##	density	prev	total_turtle	${ t standprev}$
##	Min. : 1.80	Min. : 1.00	Min. : 44.80	Min. :-0.9163
##	1st Qu.: 2.50	1st Qu.: 1.20	1st Qu.: 74.75	1st Qu.:-0.9088
##	Median : 3.50	Median :15.95	Median :104.22	Median :-0.3559
##	Mean : 8.76	Mean :25.45	Mean :119.72	Mean : 0.0000
##	3rd Qu.: 4.80	3rd Qu.:42.05	3rd Qu.:174.90	3rd Qu.: 0.6223
##	Max. :33.00	Max. :80.70	Max. :200.79	Max. : 2.0709
##				
##	H	Cov_2004	Cov_2005	Cov_2006
##	Min. :0.0000	Min. :0.0000	Min. :0.000	0 Min. :0.0000
##	1st Qu.:0.0000	1st Qu.:0.0000	1st Qu.:0.000) 1st Qu.:0.0000
##	Median :0.0000	Median :0.0000	Median :0.000	Median :0.0000
##	Mean :0.4333	Mean :0.3333	Mean :0.333	3 Mean :0.3333
##	3rd Qu.:1.0000	3rd Qu.:1.0000	3rd Qu.:1.0000	3rd Qu.:1.0000
##	Max. :1.0000	Max. :1.0000	Max. :1.0000	Max. :1.0000
##				

Nous avons un plan d'expérience équilibré avec un même nombre d'observations par site et par année.

Pour la prevalence prev la moyenne est supérieure à la médiane, c'est-à-dire que plus de 50% des valeurs sont inférieures à la moyenne. Il en est de même pour le nombre de carapces shells. De plus, pour la prévalence, la différence entre le troisème quartile et le minimum est d'environ 40, tout comme la différence entre le maximum et le 3ème quartile. Ainsi, la gamme de valeurs prise par 25% des données est égales à celle prise par 75% des données. Pour le nombre de carapaces, la gamme de valeurs prise par 25% des données est plus de trois fois supérieur à celle prise par 75% des données. Ceci est illustré par les figures 1 et 2.

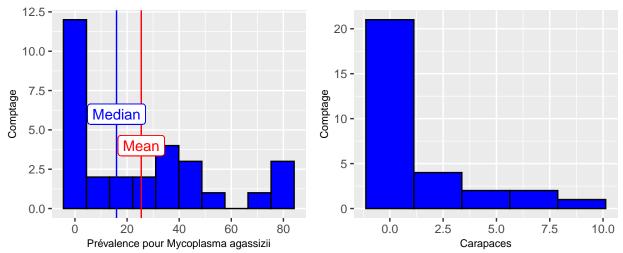


Figure 1 : Distribution de la prévalence pour Mycoplasma agassizii

Figure 2 : Distribution du nombre de carapaces

La distribution du nombre de carapaces ressemble à une distribution de Poisson.

La figure 3 donne plusieurs informations sur notre jeu de données.

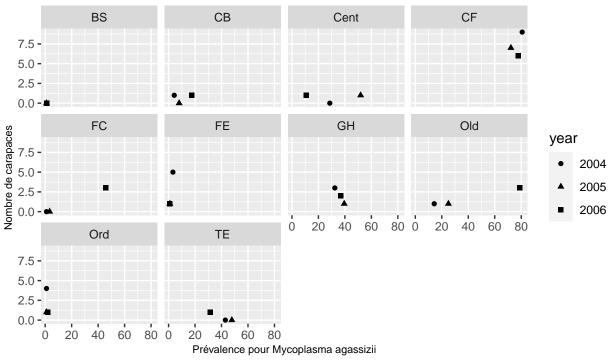


Figure 3 : Le nombre de carapaces en fonction de la prevalence par site par année

Tout d'abord, le nombre de carapaces récentes trouvées varie ou non en fonction des années et cette variation n'est pas la même en fonction des sites. Le nombre de carapaces récentes par rapport à l'année précédente reste constante augmente ou diminue. On observe des évolutions différentes pour les sites : on observe une diminution du nombre de carapaces pour le site CF sur les trois ans ou un changement de tendance se traduisant par une diminution puis une augmentation pour le site CB.

Ensuite, la prévalence en fonction des sites peut également varier en fonction des années. Comme précédemment, cette variation n'est pas la même en fonction des sites. La prévalence reste constante, augmente ou diminue. La variation peut être globale sur les trois année d'étude (augmentation de la prévalence pour le site Old) ou changer (augmentation puis diminution pour le site Cent). Lorsque le prevalence augmente d'une année à l'autre prev[n] < prev[n+1], le nombre de carapaces récentes trouvées l'année suivante augmente shells[n+2]>shells[n+1] (sites CB, Old), et inversement (sites CF). Ainsi, les variations du nombre de carapaces récentes trouvées pourrait être expliquée par les variations de la prévalence.

Il apparaît également que certains sites ont de faibles prévalences (BS, Ord, FE) quelque soit l'année et d'autres des prévalences élevées (CF, GH, TE). Ceci concourt avec les observations faites précedemments avec le résumé de la variable prev et la distribution de la prévalence. Ainsi, nous pourrons séparer les sites en deux catégories, ceux à faible ou forte prévalence. Cette variables sera donc traitée de deux manières : de manière continue et de manière discontinue avec deux catégories :

faible prévalence (0): Prev < 0.25
haute prévalence (1): Prev > 0.25

Nous allons donc essayer de déterminer si la prévalence et l'année permettent d'expliquer les variations du nombre de carapaces. Nous avons vu que la prévalence et le nombre de carapaces trouvées diffère entre les sites et entre les années. Afin de pouvoir nous concentrer sur l'effet de la prévalence, nous allons mettre un effet aléatoire sur la variable Site. Nous pourrions faire de même pour la variable Année mais par souci de simplification, nous allons garder cette variable en effet fixe.

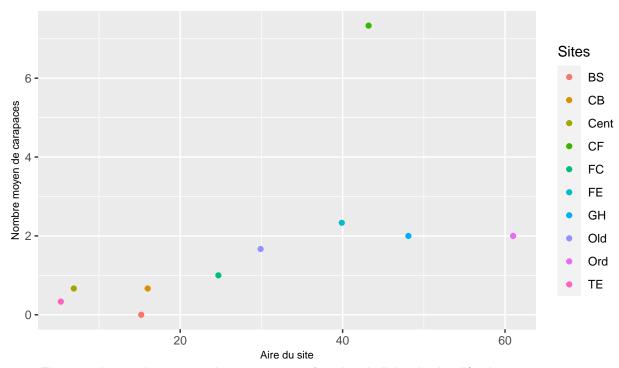


Figure 4 : Le nombre moyen de carapaces en fonction de l'aire du site d'étude

D'après la figure 4 les sites n'ont pas tous la même aire et il semble qu'un plus grand nombre de carapces sont trouvés sur les sites avec une plus grande aire. Afin de pourvoir comparer les sites entre eux, nous allons prendre le rapport entre le nombre de carapaces trouvées par site et l'aire du site.

D'après les observations faites précedemment, nous souhaitons donc déterminer si :

- le nombre de carapaces récentes trouvées est correlée avec la prevalence pour *Mycoplasma agassizii* pour une année donnée.
- le nombre de carapces récentes trouvées est plus grand dans les sites à haute prévalence par rapport aux sites à basse prévalence.

2 Ajustement d'un modèle simple

Nous commençons par un modèle simple M1 en considérant uniquement l'effet de la prévalence sur le nombre de carapces récentes trouvées.

L'équation (approche fréquentiste) du modèle linéaire simple est la manière suivante :

$$\frac{shells}{aire_{site}} = \mu_0 + \beta * prev$$

Ceci se traduit en approche bayesienne par un modèle considérant les hypothèses suivantes :

- shells suit un loi de poisson de paramètre λ (cf figure 2), c'est-à-dire que c'est une variable discrète de comptage dans un intervale de temps et un espace donnés ; avec une variance égale à la moyenne $E(shells) = V(shells) = \lambda$
- toutes les observations de shells sont indépendantes
- le logarithme de la moyenne de shells peut être exprimée comme la combinaison linéaire des variables explicatives sélectionnées.
- que les paramètres à estimer (ordonnée à l'origine et coefficients de regression) suivent des lois connues, explicités ci-après.

Nous avons donc:

Shells_i
$$\stackrel{i.i.d}{\sim}$$
 Pois(λ_i) avec $i = 1, ...30$ le nombre d'observations

$$log(\lambda_i) = log(aire_i) + \mu_0 + \beta * prev_i$$

, la fonction de lien

deviance 82.265

##

Nous utilisons comme priors les distribution suivantes :

$$\mu_0 \sim \mathcal{N}(0, 100)$$

 $\beta \sim \mathcal{N}(0, 100)$

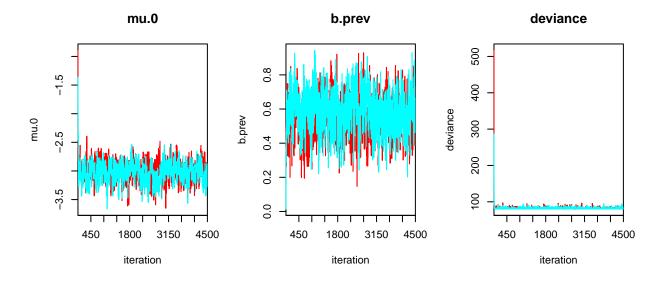
Pour le modèle M1 nous obtenons les résultats suivants.

```
## Inference for Bugs model at "/var/folders/19/dzz054qd4_q8g63vvgsts36w0000gn/T//RtmpbgmBe2/modelc3f01
   2 chains, each with 9000 iterations (first 4500 discarded)
   n.sims = 9000 iterations saved
##
##
           mu.vect sd.vect
                              2.5%
                                      25%
                                             50%
                                                    75% 97.5% Rhat n.eff
                     0.115 0.340 0.492 0.574 0.649
                                                         0.790 1.023
## b.prev
                                                                        73
                     0.171 -3.361 -3.117 -3.003 -2.899 -2.706 1.018
## mu.0
            -3.010
                                                                        90
```

6.051 80.156 80.674 81.494 82.897 87.617 1.015

```
## For each parameter, n.eff is a crude measure of effective sample size,
## and Rhat is the potential scale reduction factor (at convergence, Rhat=1).
##
## DIC info (using the rule, pD = var(deviance)/2)
## pD = 18.3 and DIC = 100.6
## DIC is an estimate of expected predictive error (lower deviance is better).
```

Nous vérifions que le modèle a bien convergé.



Les 2 chaînes se mélangent bien et convergent toutes deux. Ceci est aussi confirmé par la statistique de Gelman-Rubin \hat{R} qui est inférieure à 1.1 pour chaque paramètre estimé. Nous notons aussi que n.eff est supérieur à 100.

Nous avons donc des estimations de nos paramètres qui sont stables et des chaines peu autocorrélées.

Nous regardons maintenant la distribution a posteriori et le moyenne (λ) du nombre de carapaces à partir des paramètres estimés par notre modèle.

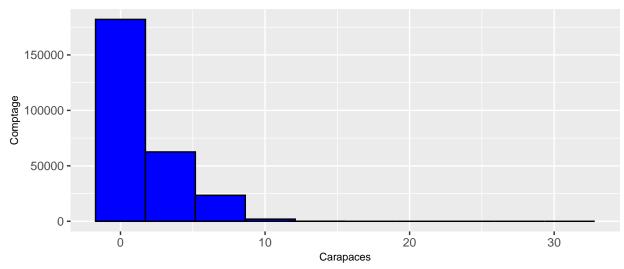


Figure 5 : Distribution du nombre de carapaces pour le modèle 1

[1] 1.805075

Les valeurs estimées du modèle se prettent assez bien à prédire la distribution du nombre de carapaces. Regardons ce qu'il en est sur le nombre de carapaces en fonction de la prévalence en fonction du site et de l'année.

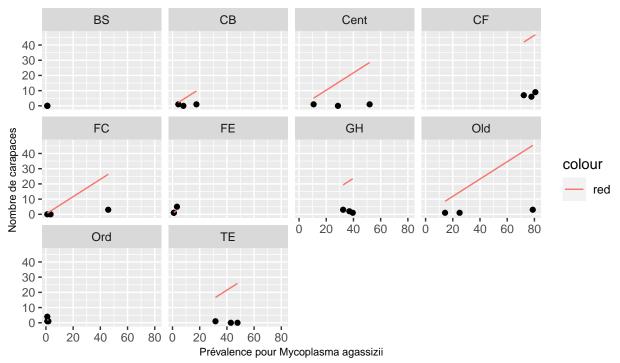


Figure 6 : Le nombre de carapaces en fonction de la prevalence par site par année

Notre modèle M1 prédit bien la distribution des carapaces (cf figure 5) mais elle ne prend pas en compte la variabilité des sites comme le montre les droites de regressions construites à partir de le moyenne de distributions postérieures de nos paramètres (cf. figure 6).

3 Comparaison de modèles

D'après nos observations de la partie 1, nous pouvons faire l'hypothèse que le nombre de carapaces récentes trouvées peut être expliqué par un effet de l'année, par la prévalence pour Mycoplasma agassizii et par un effet du site.

Bien qu'il y ait une variabilité entre sites, nous souhaitons avant tout connaître l'effet de la prévalence sur le nombre de carapaces récentes d'une année sur l'autre, quel que soit le site. Afin de pouvoir généraliser à tout site, nous allons mettre un effet aléatoire du site sur l'ordonnée à l'origine pour prendre en compte cette variabilité, sans pour autant l'estimer.

Le modèle le plus complet qui répond à cette hypothèse est le suivant :

$$log(\lambda_i) = log(aire_i) + \mu_0 + \gamma_{i,j} + \alpha_0 * Cov_{2004,i} + \alpha_1 * Cov_{2005,i} + \alpha_2 * Cov_{2006,i} + \beta * prev_i, avec i = 1, ..., 30et j = 1, ..., 10et j$$

Il est posssible que seulement l'une de ces variables ou des combinaisons deux par deux expliquent le mieux la variabilité du nombre de carapaces récentes. Nous allons donc ajuster différents modèles qui prennent en compte ces trois variables individuellement ou en les combinant pour étudier uniquement l'effet de l'année,

l'effet de l'année et du site, ou l'effet de l'année et de la prévalence. Dans les modèles avec la prévalence comme varibale continue, celle-ci est standardisée.

Pour répondre à notre deuxième question concenrant l'influence des sites à haute prévalence par rapport aux sites à faible prévalence, nous allons étudier trois modèles utilisant la prévalence en tant que covariable discontinue H, avec $H = \left\{ \begin{array}{cc} 1 & \text{si prevalence} > 25 \\ 0 & \text{sinon} \end{array} \right.$

Le premier avec l'effet de la prévalence uniquement, un deuxième avec l'effet de l'année et de la prévalence, et un troisième avec l'effet de l'année, de la prévalence et un effet aléatoire du site sur l'ordonnée à l'origine.

Pour l'ensemble des modèles, nous utilisons comme priors les distributions suivantes :

- $\mu_0 \sim \mathcal{N}(0, 100)$, avec μ_0 l'ordonnée à l'origine
- $\beta \sim \mathcal{N}(0, 100)$, avec β la pente de regression associée à la prévalence
- $\alpha_0 \sim \mathcal{N}(0, 100)$, avec α_0 le coefficient associé à l'année 2004
- $\alpha_0 \sim \mathcal{N}(0, 100)$, avec α_0 le coefficient associé à l'effet spécifique de l'année 2004
- $\alpha_1 \sim \mathcal{N}(0, 100)$, avec α_1 le coefficient associé à l'effet spécifique de l'année 2005
- $\alpha_2 \sim \mathcal{N}(0, 100)$, avec α_2 le coefficient associé à l'effet spécifique de l'année 2006
- $\gamma_{i,j} \sim \mathcal{N}(0,\tau)$, $avec \ \gamma_{i,j}$ le coefficient spécifique sur l'intercept associé à l'effet du $j^{\grave{e}me}$ site pour la $i^{\grave{e}me}$ observation ,avec $\tau = \sigma_s^2$
- $\sigma_s \sim \mathcal{U}(0, 100)$

Nous considérons ici les modèles suivants:

Tableau 1 : Modèles construits et testés

Modèles	Formules
Continus	
M1	$log(\lambda) = log(aire_i) + \mu_0 + \beta * prev_i$
M2	$log(\lambda) = log(aire_i) + \mu_0$
M3	$log(\lambda) = log(aire_i) + \mu_0 + \alpha_0 * Cov_{2004,i} + \alpha_1 * Cov_{2005,i} + \alpha_2 * Cov_{2006,i}$
M4	$log(\lambda) = log(aire_i) + \mu_0 + \alpha_0 * Cov_{2004,i} + \alpha_1 * Cov_{2005,i} + \alpha_2 * Cov_{2006,i} + \beta * prev_i$
M5	$log(\lambda) = log(aire_i) + \mu_0 + \alpha_0 * Cov_{2004,i} + \alpha_1 * Cov_{2005,i} + \alpha_2 * Cov_{2006,i} + \gamma_{i,j}$
M6	$log(\lambda) = log(aire_i) + \mu_0 + \alpha_0 * Cov_{2004,i} + \alpha_1 * Cov_{2005,i} + \alpha_2 * Cov_{2006,i} + \gamma_{i,j} + \beta * prev_i$
Dicsontinus	
M7	$log(\lambda) = log(aire_i) + \mu_0 + \alpha_0 * Cov_{2004,i} + \alpha_1 * Cov_{2005,i} + \alpha_2 * Cov_{2006,i} + \gamma_{i,j} + \beta * H_i$
M8	$log(\lambda) = log(aire_i) + \mu_0 + \alpha_0 * Cov_{2004,i} + \alpha_1 * Cov_{2005,i} + \alpha_2 * Cov_{2006,i} + \beta * H_i$
M9	$log(\lambda) = log(aire_i) + \mu_0 + \alpha_0 * Cov_{2004,i} + \alpha_1 * Cov_{2005,i} + \alpha_2 * Cov_{2006,i} + \beta * H_i + \gamma_{i,j}$

Les DICs de ces modèles sont les suivants :

Tableau 2 : DICs des modèles

```
##
                            DICs
## Continus
                 100.57099390769
                 105.66742111731
## M2
## M3
                113.044028089536
                90.7867059011233
## M4
                93.8168782386922
## M5
## M6
               86.9428305337662
## Discontinus
## M7
                107.719055754145
               107.055740444834
## M8
               90.2190761105005
## M9
```

4 Inférence et interprétation des résultats

Sur la base du meilleur modèle, donnez les estimations des paramètres ainsi qu'une mesure de l'incertitude associée. Interprétez vos résultats. ## Prévalence continue | D'après le tableau des DIC, le modèle 6 est le meilleur avec les résultats de simulations ci-dessous.

```
## Inference for Bugs model at "/var/folders/19/dzz054qd4_q8g63vvgsts36w0000gn/T//RtmpbgmBe2/modelc3f03
   2 chains, each with 9000 iterations (first 4500 discarded)
   n.sims = 9000 iterations saved
##
            mu.vect sd.vect
                               2.5%
                                       25%
                                              50%
                                                     75% 97.5% Rhat n.eff
                      5.758 -11.054 -3.751 0.232
## alpha 0
              0.198
                                                   4.132 11.369 1.001
## alpha 1
             -0.445
                      5.761 -11.738 -4.347 -0.426
                                                   3.494 10.686 1.001
## alpha_2
             -0.201
                      5.757 -11.475 -4.123 -0.176
                                                   3.745 10.943 1.001
## b.prev
              0.583
                      0.166
                              0.263
                                    0.478 0.576
                                                   0.684
                                                          0.939 1.001
                                                                       2900
## mu.0
             -2.981
                      5.758 -14.175 -6.946 -2.993
                                                   0.978
                                                          8.289 1.001
                                                                       8600
## sd.s
              0.331
                      0.258
                              0.018 0.141 0.276
                                                  0.458
                                                          0.979 1.013
                                                                       2300
            79.966
                      3.736 74.005 77.438 79.418 81.944 88.816 1.002
                                                                       2200
## deviance
## For each parameter, n.eff is a crude measure of effective sample size,
## and Rhat is the potential scale reduction factor (at convergence, Rhat=1).
##
## DIC info (using the rule, pD = var(deviance)/2)
## pD = 7.0 and DIC = 86.9
## DIC is an estimate of expected predictive error (lower deviance is better).
```

D'après la statistique de Gelman-Rubin \hat{R} qui est inférieure à 1.1 pour chaque paramètre estimé, les chaînes convergent bien. Le n.eff de chaque paramètre est supérieur à 100.

Nous avons donc des estimations de nos paramètres qui sont stables et des chaines peu autocorrélées.

Regardons maintenant, la distribution a posteriori et la moyenne du nombre de carapaces à partir des paramètres estimés par M6.

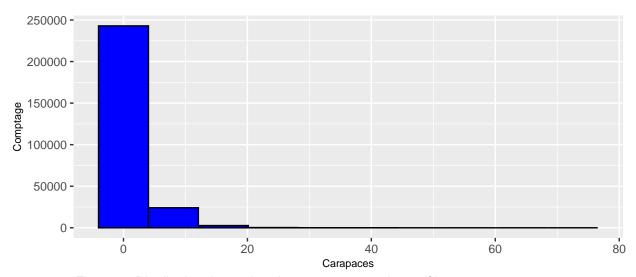


Figure 7 : Distribution du nombre de carapaces pour le modèle 6

[1] 1.733727

La moyenne a posteriori pour μ_0 est de -2.99 et de β est de 0.57. Nous avons, toutes choses égales par ailleurs, une augmentation de $5*e^{-2.99-0.42+\gamma}=0.19$ carapaces (avec $gamma\sim\mathcal{N}(0,0.32^2)$ à $5*e^{-2.99+5*0.57-0.42+\gamma}=3$ carapaces (avec $gamma\sim\mathcal{N}(0,0.32^2)$ pour une augmentation de 0% a 5% de la prévalence pour un site d'aire 5 unités de surface, l'année 2005. La moyenne a posteriori de l'écart-type pour l'effet aléatoire du site est de $\sigma_s=0.32$, soit un effet plutôt faible. Aucun des intervalles de confiance ne contiennent 0, a part ceux pour le paramètre année. Ainsi, à part l'année qui pourrait ne pas avoir d'effet, la prévalence explique bien les variations du nombre de carapaces.

4.1 Prévalence discontinue

D'après le tableau des DIC, le modèle 9 est le meilleur modèle avec la prévalence discontinue. Les résultats du modèle sont ci-dessous.

```
## Inference for Bugs model at "/var/folders/19/dzz054qd4_q8g63vvgsts36w0000gn/T//RtmpbgmBe2/modelc3f07
   2 chains, each with 9000 iterations (first 4500 discarded)
   n.sims = 9000 iterations saved
##
            mu.vect sd.vect
                               2.5%
                                        25%
                                               50%
                                                      75%
                                                           97.5%
                                                                  Rhat n.eff
             -0.617
                      4.969 -10.167 -3.985 -0.608
                                                           8.958 1.001
                                                                        9000
## alpha_0
                                                    2.764
## alpha_1
             -1.311
                      4.969 -10.927 -4.715 -1.306
                                                    2.062
                                                           8.247 1.001
                                                                        9000
## alpha_2
             -0.982
                      4.971 -10.541 -4.369 -0.966
                                                    2.389
                                                           8.641 1.001
                                                                        9000
## b.prev
              1.131
                      0.441
                              0.294 0.838 1.114
                                                    1.405
                                                           2.052 1.004
                                                                          570
## mu.0
             -2.604
                      4.970 -12.141 -5.974 -2.599
                                                    0.774
                                                           7.013 1.001
                                                                        9000
## sd.s
              0.552
                      0.272
                              0.137 0.366 0.509
                                                   0.690
                                                           1.206 1.028
                                                                        4700
## deviance
            80.772
                      4.347
                             73.812 77.627 80.177 83.377 90.664 1.001
                                                                        2700
## For each parameter, n.eff is a crude measure of effective sample size,
## and Rhat is the potential scale reduction factor (at convergence, Rhat=1).
## DIC info (using the rule, pD = var(deviance)/2)
## pD = 9.4 and DIC = 90.2
## DIC is an estimate of expected predictive error (lower deviance is better).
```

D'après la statist que de Gelman-Rubin \hat{R} qui est inférieure à 1.1 pour chaque paramètre est imé, les chaînes convergent bien. Le n.eff de chaque paramètre est supérieur à 100.

Nous avons donc des estimations de nos paramètres qui sont stables et des chaines peu autocorrélées.

Regardons maintenant, la distribution a posteriori et la moyenne du nombre de carapaces à partir des paramètres estimés par M9.

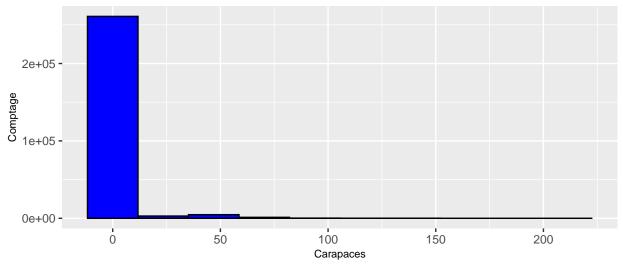


Figure 8 : Distribution du nombre de carapaces pour le modèle 9

[1] 2.81397

La moyenne a posteriori pour β est de 1.16 ce qui correspond, toutes choses égales par ailleurs à une augmentation moyenne de $e^{1.16}=3.2$ carapaces pour les sites à haute prévalence. La moyenne a posteriori de l'écart-type pour l'effet aléatoire du site est de $\sigma_s=0.58$, soit un effet plus marqué que pour M6 mais qui demeure relativement faible. Aucun des intervalles de confiance ne contiennent 0, a part ceux pour le paramètre année. Ainsi, à part l'année qui pourrait ne pas avoir d'effet, il y aurait bien une différence entre les istes à haute et faible prévalence.

5 Discussion

Comme dans l'article, nous avons eu des DIC proches entre M6 avec la prévalence continue et M9 avec la prévalence discontinue. Nous avons également eu des résultats semblables à ceux de l'article en ce qui concerne l'interprétation. Cependant, les estimateurs de nos paramètres sont plus élevés que ceux de l'article. Par exemple, pour le modèle 6, nous avons $\mu_0 = -2.9 > a_0 = -4.8$ et $\beta = 0.57 > a_1 = 0.02$. Par contre, notre estimation de l'écart-type pour l'effet aléatoire du site est similaire (autour de 0.30).

Selon nous, plusieurs choses pourraient éventuellement expliquer ces différences :

- le choix de l'offset : nous avons pris l'aire des sites comme offset, alors que dans l'article ils utilisent le nombre de tortues totales par site.
- des différences d'implémentation de la covariable année car nous ne mettons pas l'année en effet aléatoire
- le choix des priors pour les effets aléatoires; car les auteurs ont testé deux implémentations possibles et nous ne savons pas s'ils ont retenu celle ou la variance inverse suit une loi uniforme ou celle où l'écart-type suit une loi uniforme.