

1 Uke 7

Oppgave 1. La $a_n = \arctan(n) \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$. Finn $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n$ og $\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n$.

La $M_n = \sup\{a_k \mid k \geq n\}$ og $m_n = \inf\{a_k \mid k \geq n\}$. Ser at når $k = 4l + 1$ så er $\sin\left(\frac{k\pi}{2}\right) = \sin\left(2\pi l + \frac{\pi}{2}\right) = 1$. Siden $\arctan(n)$ er en monotont voksende funksjon vil det si at det holder å se på ledd på formen $\arctan(k) \cdot 1$. Vet da at $\sup\{a_k \mid k \geq n\} = \sup\{\arctan(k) \mid k \geq n\} = \frac{\pi}{2} = M_n$.

Da blir $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} M_n = \frac{\pi}{2}$. For \liminf må vi se på når $\sin\left(\frac{k\pi}{2}\right) = -1$, og av samme grunn får vi at $\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} m_n = -\frac{\pi}{2}$.