

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТУ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»**

**Інститут комп'ютерних наук та інформаційних технологій**  
**Кафедра систем штучного інтелекту**

**Лабораторна робота №2**

**З дисципліни**

**«Дискретна математика»**

**Виконав:**

**студент групи КН-113**

**Пантьо Ростислав**

**Викладач:**

**Мельникова Н.І.**

**Львів-2019**

**Тема:**

Моделювання основних операцій для числових множин

**Мета:**

Ознайомитись на практиці із основними поняттями теорії множин, навчитись будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїти принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.

**Завдання****Варіант №7***Додаток 1*

1. Для даних скінченних множин  $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ ,  $B=\{4,5,6,7,8,9,10\}$ ,  $C=\{2,4,6,8,10\}$  та універсума  $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а)  $A \Delta B$ ; б)  $B \cap \bar{C} \cap \bar{A}$ . Розв'язати використовуючи комп'ютерне подання множин.

Розв'язання:

а)  $A = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0);$   
 $B = (0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1);$

$$(A \Delta B) = (1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1).$$

б)  $B = (0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1);$   
 $\bar{C} = (1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0);$   
 $\bar{A} = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1);$

$$B \cap \bar{C} = (0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0);$$

$$B \cap \bar{C} \cap \bar{A} = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0) = \{9\}.$$

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $\overline{A \Delta C} \cap B$ . Знайти його потужність.

Розв'язання:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\};$$

$$B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\};$$

$$C = \{2, 4, 6, 8, 10\};$$

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\};$$

$$A \Delta C = \{1, 3, 5, 7, 8, 10\};$$

$$\overline{A \Delta C} = \{2, 4, 6, 9\};$$

$$\overline{A \Delta C} \cap B = \{4, 6, 9\};$$

$$P(\overline{A \Delta C} \cap B) = \{\emptyset, \{4\}, \{6\}, \{9\}, \{4, 6\}, \{4, 9\}, \{6, 9\}, \{4, 6, 9\}\};$$

$$|P(\overline{A \Delta C} \cap B)| = 8.$$

3. Нехай маємо множини:  $N$  – множина натуральних чисел,  $Z$  – множина цілих чисел,  $Q$  – множина раціональних чисел,  $R$  – множина дійсних чисел;  $A, B, C$  – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

- a)  $\{1, 2\} \in \{\{1, 2, 3\}, \{2, 3\}, 1, 2\}$  ;
- b)  $N \cap R \subset Z$  ;
- c)  $Z \cup N \subset N$  ;
- d)  $R \setminus (N \cap Z) \subset Q$  ;
- e) якщо  $A \cup C \subset B \cup C$  то  $A \subset B$ .

Розв'язання:

- a)  $\{1, 2\} \in \{\{1, 2, 3\}, \{2, 3\}, 1, 2\}$  – невірне.
- b)  $N \cap R \subset Z$  – вірне.
- c)  $Z \cup N \subset N$  – невірне.
- d)  $R \setminus (N \cap Z) \subset Q$  – невірне.

е) якщо  $A \cup C \subset B \cup C$  то  $A \subset B$  – вірне.

$$U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\};$$

$$A = \{1,2,3\};$$

$$B = \{1,2,3,5,6,7\};$$

$$C = \{8,9\};$$

$$A \cup C = \{1,2,3,8,9\};$$

$$B \cup C = \{1,2,3,5,6,7,8,9\};$$

$A \cup C \subset B \cup C$  - виконується, і  $A \subset B$  – виконується. Отже твердження є вірним.

4. Логічним методом довести тотожність:

$$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C).$$

Розв'язання:

Перепишемо ліву частину:

$$A(B \setminus C) = A \cap (\overline{B \setminus C}) = A \cap (\overline{B \cap \bar{C}});$$

Застосуємо закон де Моргана:

$$A \cap (\overline{B \cap \bar{C}}) = A \cap (\bar{B} \cup C);$$

Застосуємо закон дистрибутивності:

$$A \cap (\bar{B} \cup C) = (A \cap \bar{B}) \cup (A \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C);$$

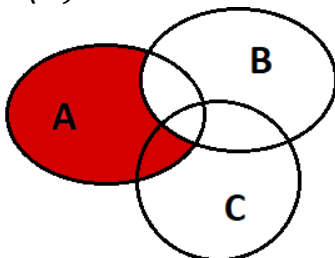
Отримуємо праву частину тотожності.

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

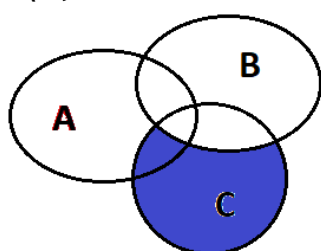
$$((A \setminus B) \cap (C \setminus B)) \Delta B.$$

Розв'язання:

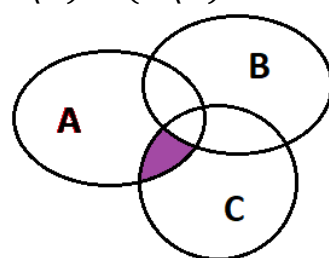
1)  $(A \setminus B)$



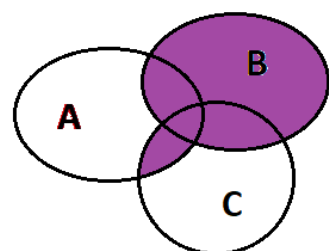
2)  $(C \setminus B)$



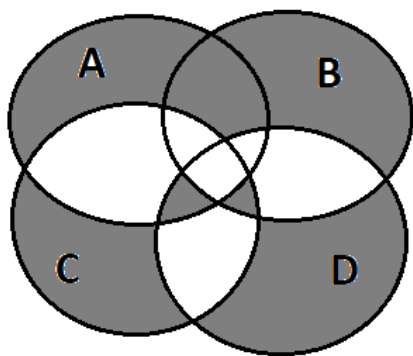
3)  $(A \setminus B) \cap (C \setminus B)$



4)  $((A \setminus B) \cap (C \setminus B)) \Delta B$

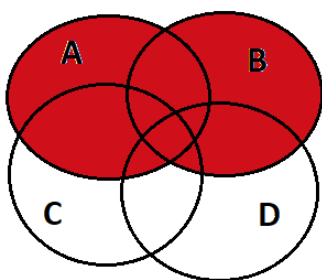


6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операції.

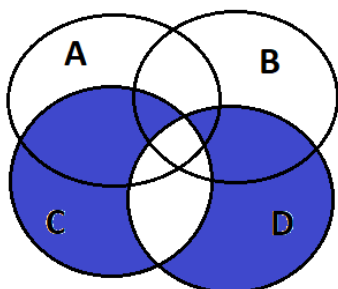


Розв'язання:

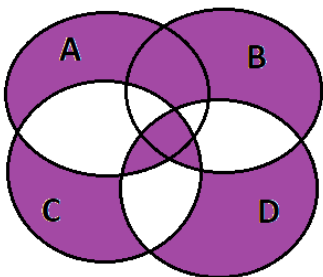
1)  $(A \cup B);$



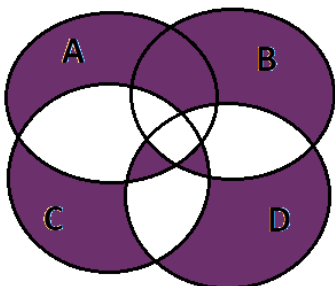
2)  $(C \Delta D);$



3)  $(A \cup B) \Delta (C \Delta D)$



4)  $((A \cup B) \Delta (C \Delta D)) / (A \cap B \cap C \cap D)$



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$((A \cup B) \Delta C) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C).$$

Розв'язання:

Застосуємо закон дистрибутивності:

$$((A \cup B) \Delta C) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C) = ((A \cup B) \Delta C) \cup (C \cap (A \cup B));$$

Перепишемо множину таким чином:

$$\begin{aligned} ((A \cup B) \Delta C) \cup (C \cap (A \cup B)) &= ((A \cup B) \setminus C) \cup (C \setminus (A \cup B)) \cup ((A \cup B) \cap C) \\ &= ((A \cup B) \cap \bar{C}) \cup ((A \cup B) \cap C) \cup (C \cap \overline{(A \cup B)}); \end{aligned}$$

Застосуємо закон дистрибутивності:

$$\begin{aligned} ((A \cup B) \cap \bar{C}) \cup ((A \cup B) \cap C) \cup (C \cap \overline{(A \cup B)}) &= \\ = ((A \cup B) \cap (C \cup \bar{C})) \cup (C \cap \overline{(A \cup B)}); \end{aligned}$$

Застосуємо закон доповнення:

$$\begin{aligned} ((A \cup B) \cap (C \cup \bar{C})) \cup (C \cap \overline{(A \cup B)}) &= ((A \cup B) \cap U) \cup (C \cap \overline{(A \cup B)}) = \\ = (A \cup B) \cup (C \cap \overline{(A \cup B)}); \end{aligned}$$

Застосуємо закон дистрибутивності:

$$(A \cup B) \cup (C \cap \overline{(A \cup B)}) = ((A \cup B) \cup C) \cap ((A \cup B) \cup \overline{(A \cup B)});$$

Застосуємо закон доповнення:

$$((A \cup B) \cup C) \cap ((A \cup B) \cup \overline{(A \cup B)}) = ((A \cup B) \cup C) \cap U = A \cup B \cup C;$$

Результат:

$$((A \cup B) \Delta C) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C) = A \cup B \cup C.$$

8. Скільки чисел серед 1, 2, 3, ..., 999, 1000 таких, що не діляться на жодне з чисел 2, 3, 7?

Розв'язання:

$A$  – числа, що діляться на 2;

$B$  – числа, що діляться на 3;

$C$  – числа, що діляться на 7;

$A \cap B$  – числа, що діляться на 2 і 3;

$B \cap C$  – числа, що діляться на 3 і 7;

$A \cap C$  – числа, що діляться на 2 і 7;

$A \cap B \cap C$  – числа, що діляться на 2, 3 і 7;

Для підрахунку кількості елементів кожної з множин створимо програму:

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  int main()
4  {
5      setlocale(LC_ALL, "Ukrainian");
6      int n;
7      int i;
8      cout<<"Введіть кількість: ";
9      cin>>n;
10     cout<<endl;
11     int A,B,C,AB,AC,BC,ABC;
12     A=B=C=AB=BC=AC=ABC=0;
13     for (i=1;i<=n;i++)
14     {
15         if (i%2==0) A++;
16         if (i%3==0) B++;
17         if (i%7==0) C++;
18         if (i%2==0 && i%3==0) AB++;
19         if (i%3==0 && i%7==0) BC++;
20         if (i%2==0 && i%7==0) AC++;
21         if (i%2==0 && i%3==0 && i%7==0) ABC++;
22     }
23     cout<<"A="<<A<<endl;
24     cout<<"B="<<B<<endl;
25     cout<<"C="<<C<<endl;
26     cout<<"AB="<<AB<<endl;
27     cout<<"BC="<<BC<<endl;
28     cout<<"AC="<<AC<<endl;
29     cout<<"ABC="<<ABC;
30 }
31
```

Результат:

```
Введіть кількість: 1000
A=500
B=333
C=142
AB=166
BC=47
AC=71
ABC=23
```

Застосуємо отримані результати для обчислення кількості елементів які діляться хоча б на одне з заданих чисел. Підставимо їх в формулу включень та виключень:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C|;$$

$$X = 500 + 333 + 142 - 166 - 47 - 71 + 23 = 714.$$

Оскільки X - кількість чисел які діляться хоча б на одне із заданих, то кількість чисел, які не діляться на жодне дорівнює  $1000 - X$ .

$$1000 - 714 = 286.$$

Відповідь: 286.



## Додаток 2

7. Ввести з клавіатури множину символічних даних. Реалізувати операцію доповнення до цієї множини. Вивести на екран новоутворену множину. Знайти її булеан.

Програма:

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3
4  void Comb(string a,int reqLen,int s,int currLen, bool check[],int l)
5  {
6      if (currLen > reqLen) return;
7      if (currLen == reqLen)
8      {
9          for (int i = 0; i < l; i++)
10         {
11             if (check[i] == true) cout << a[i];
12         }
13         cout<<' ';
14         return;
15     }
16     if (s == l) return;
17     check[s] = true;
18     Comb(a, reqLen, s + 1, currLen + 1, check, l);
19     check[s] = false;
20     Comb(a, reqLen, s + 1, currLen, check, l);
21 }
22 int main()
23 {
24     int i,j;
25     string n;
26     string m;
27     char il;
28     getline (cin,n);
29     for (i=0;i<n.size();i++) if (n[i]==' ') {n.erase(i,1);i--;}
30     for (i=0;i<n.size();i++) for (j=0;j<n.size();j++) if (n[j]>n[i]) swap(n[i],n[j]);
31     for (i=0;i<n.size();i++) if (n[i]==n[i+1]) {n.erase(i,1);i--;}
32     string universe;
33     for (i=0;i<26;i++) universe.push_back(i+65);
34     for (i=0;i<n.size();i++)
35     {
36         for (j=0;j<26;j++) if (n[i]==universe[j]) {universe.erase(j,1);break;}
37     }
38     cout<<n<<endl;
39     cout<<universe;//ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ
40     universe = n;
41     int siz=universe.size();
42     bool check[siz];
43     for (i=1;i<=siz;i++) check[i]=false;
44     cout<<endl;
45     for (i=1;i<=siz;i++)
46     {
47         Comb(universe,i,0,0,check,siz);
48         cout<<' ';
49     }
50 }
51
```

Результат:

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ

DEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ

ABC

A B C AB AC BC ABC

EFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ

ABCD

A B C D AB AC AD BC BD CD ABC ABD ACD BCD ABCD

Висновок: на цій лабораторній роботі ми ознайомились на практиці з основними поняттями теорії множин, навчилися будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїли принцип включень-виключень для двох та трьох множин та комп'ютерне подання множин.