

Übung 1

Zufallszahlen

Für die folgenden Aufgaben verwenden Sie den Pseudo-Zufallszahlengenerator aus der Vorlesung (linearer Kongruenzgenerator).

$$z_{i+1} = (az_i + b) \mod (m)$$

Schreiben Sie eine Klasse, mit der Sie in einem einfachen C++ oder Python Programm folgende Aufgaben erledigen können:

1. Bestimmen Sie die Periodenlänge des Pseudo-Zufallszahlengenerators für Werte von a , b und $m \in [0, 100]$.
2. Variieren Sie a , b und m in geeigneter Weise und bestimmen Sie erneut die Periodenlänge. Was beobachten Sie? Legen Sie optimale Werte für die Parameter als Standardwerte fest (Satz von Knuth).
3. Betrachten Sie die niedrigsten Bits der Pseudo-Zufallszahlen. Was beobachten Sie?
4. Normieren Sie die Zufallszahlen auf das Intervall $[0, 1]$. Überlegen Sie, wie Sie die Korrelation zweier normierter Zufallszahlen als Funktion der Rechenschritte zwischen den Zufallszahlen mathematisch oder graphisch analysieren könnten und diskutieren Sie ihr Ergebnis/Analyse.

Eine leere Vorlage der Klassen finden Sie im Übungsmaterial.

Monte-Carlo Integration

1. Verwenden Sie Zufallszahlen um die Kreiszahl π zu berechnen. Betrachten Sie ihre Analyse als Zufallsexperiment und schätzen Sie den Fehler ihrer Auswertung ab. Mit welcher maximalen Genauigkeit können Sie die Kreiszahl π berechnen?
2. Betrachten Sie die Funktion $f(x, y) = x^2 - y^3 + xy^2$. Berechnen Sie das Volumen, das von dieser Funktion und der xy -Ebene für Koordinaten aus den Intervallen $x \in [-1, 1]$, $y \in [-1, 1]$ eingeschlossen wird. Wie genau ist ihr Ergebnis?
3. Beurteilen Sie die Effizienz dieses Integrations-Verfahrens im Vergleich zu einer gleichmäßigen Rasterung des Raumes. Was sind die Vor- bzw. Nachteile der Monte-Carlo Integration (hochdimensionaler Phasenraum, periodische Funktionen, ...)?

Nützliche Links

<http://www.cplusplus.com/doc/tutorial/>

<http://www.codeproject.com/Articles/257589/An-Idiots-Guide-to-Cplusplus-Templates-Part>

<http://www.cs.utah.edu/~edwards/research/mcIntegration.pdf>