

Luftfeuchtigkeit

Inhaltsverzeichnis

1	Aufgabenstellung	2
2	Allgemeine Grundlagen	2
2.1	Absolute und relative Luftfeuchtigkeit	2
2.2	Partialdruck des Wasserdampfes	2
3	Hygrometrie	3
3.1	Absorptionshygrometer	3
3.2	Aspirations-Psychrometer nach Aßmann	3
3.3	Taupunkt-Hygrometer	4
3.4	Haar-Hygrometer	5
4	Anhang	5
4.1	Dampfdichte und absolute Luftfeuchtigkeit	5
4.2	Zur Dampfdruck-Kurve	8
4.3	Zu c_p der Luft	8
4.4	Fragen	9

1 Aufgabenstellung

Bestimmung der absoluten und relativen Luftfeuchtigkeit.

2 Allgemeine Grundlagen

2.1 Absolute und relative Luftfeuchtigkeit

Die freie atmosphärische Luft besitzt einen gewissen Wasserdampfgehalt, der durch **Verdunstung** an großen freien Wasserflächen entsteht. Als absolutes Maß für den Wasserdampfgehalt kann entweder der **Partialdruck des Wasserdampfes** p_w dienen oder aber die **absolute Luftfeuchte** f . Letztere ist der am Meßort und der Meßtemperatur vorhandene Quotient aus der Wassermasse m_w und dem Luftvolumen V , auch als Wasserdampfdichte der Luft bezeichnet:

$$f = \frac{m_w}{V} \quad . \quad (1)$$

Die **relative Luftfeuchte** φ ist der Quotient aus absoluter Luftfeuchte f und der bei der Meßtemperatur maximal möglichen Feuchte f_0 (= Sättigungsdampfdichte) bzw. das Verhältnis aus dem Partialdruck des Wasserdampfes p_w zum Sättigungsdampfdruck p_{ws} .

$$\varphi = \frac{f}{f_0} \quad (a); \quad \text{bzw.} \quad \varphi = \frac{p_w}{p_{ws}} \quad (b) \quad . \quad (2)$$

2.2 Partialdruck des Wasserdampfes

Daltonsches Gesetz: Der Druck eines Gasgemisches ist gleich der Summe derjenigen Drücke (**Partialdrücke**), die jedes einzelne Gas ausüben würde, wenn es den gesamten Raum allein ausfüllen würde (im Rahmen der Näherung für ideale Gase, wobei das Eigenvolumen der Moleküle vernachlässigt ist).

Luft ist ein Gasgemisch aus ca. 78,1 % N_2 , 20,9 % O_2 , 0,93 % Ar , 0,036 % CO_2 (Masse-%) und weiteren Spurenbestandteilen sowie einem Anteil von Wasserdampf. Ein Vergleich der relativen Molekülmassen der Bestandteile zeigt, daß die Luftdichte mit zunehmender Feuchtigkeit abnimmt. Für trockene und feuchte Luft sowie für den Anteil an Wasserdampf gilt die Zustandsgleichung idealer Gase

$$pV = nR^*T = mRT = m \frac{R^*}{M} T \quad ; \quad (3)$$

($R^* = 8315 \text{ J/kmol K}$; $R = 8315 \text{ J/M kg K}$; $n = \text{Mol-Zahl}$; $m = \text{Masse}$; $M = \text{relative Molmasse}$; $p, V, T = \text{Druck, Volumen, absolute Temperatur}$).

Der Sättigungsdampfdruck des Wassers $p_{ws}(T)$ und damit $f_0(T)$ steigen exponentiell mit der Temperatur (s. Tab. 1; Abb. 5), wofür die Boltzmann-Statistik (s. Gleichung von Clausius-Clapeyron) die theoretische Grundlage liefert.

3 Hygrometrie

3.1 Absorptionshygrometer

Zur direkten Bestimmung der absoluten Luftfeuchtigkeit nach Gl. (1) kann der Wasserdampfgehalt der Luft durch ein hygroskopisches Trockenmittel (z. B. Phosphorpentoxid; Kalziumchlorid) vollständig entzogen (Abb. 1) und durch Wägung direkt bestimmt werden. Entsteht eine Differenz zwischen Meß- und Ansaugtemperatur, so muß anhand der Zustandsgleichung (isobarer Prozeß) das Volumen korrigiert werden.

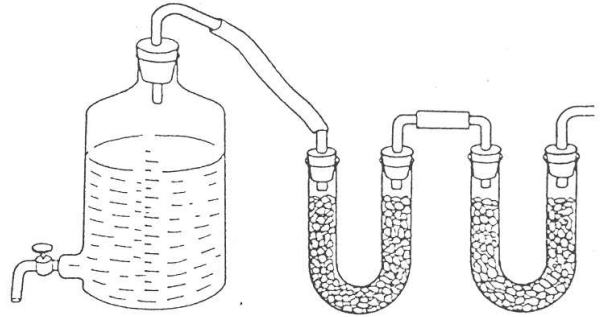


Abb. 1: Absolutes Hygrometer nach Regnault

3.2 Aspirations-Psychrometer nach Aßmann

Es wird die Lufttemperaturdifferenz (psychrometrische Differenz) gemessen, die sich einstellt, wenn die Luft der Temperatur T mit einer bestimmten Geschwindigkeit (Aspiration: Ansaugen) an zwei gleichen Thermometern vorbeigeführt wird, wovon eines, Nr. 2, "feucht" ist. Dazu ist es mit einer mit destilliertem Wasser getränkten Gaze G umgeben (Abb. 2). Das Wasser in der Gaze verdunstet um so schneller und verringert die Temperatur $T_2 = T_w$ der Luft um so stärker, je trockener die vorbeiströmende Luft ist.

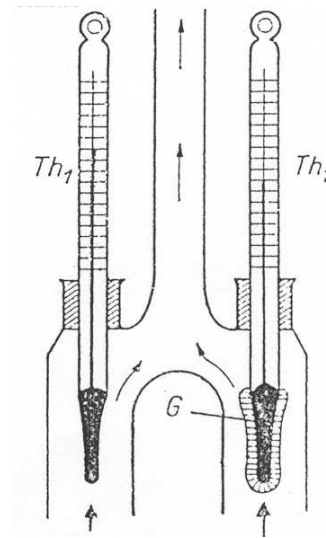


Abb. 2: Psychrometer nach Aßmann

Zur Herleitung des quantitativen Zusammenhanges zwischen gemessener Temperaturdifferenz ($T - T_w$) und dem gesuchten Partialdruck des Wasserdampfes p_w in der Luft werden folgende Teilprozesse betrachtet:

1. Die Luft nimmt bei 2 solange Wasserdampf auf, bis sie gesättigt ist und T_w konstant bleibt. Der Partialdruck des Wasserdampfes hat dann den aus Tab. 1 (bzw. Abb. 5) bekannten Sättigungsdruck $p_{ws}(T_w)$ erreicht.
2. Der Wasserdampf wird als ideales Gas behandelt (Gaskonstante R^*/M_w ; $M_w = 18$). Des weiteren wird berechnet die Zunahme der Masse m_w des Wasserdampfes in der Luft beim Sättigen. Zweimalige Anwendung von Gl. (3) sowohl auf den Wasserdampf-Gehalt der feuchten Luft als auch

auf den auf T_w abgekühlten gesättigten Dampf

$$p_w V = m \frac{R^*}{M_w} T \quad \text{bzw.} \quad p_{ws} V_w = m_{ws} \frac{R^*}{M_w} T_w \quad \text{ergibt}$$

$$m_w = m_{ws} - m = \frac{M_w}{R^*} \left[\frac{p_{ws}(T_w) V_w}{T_w} - \frac{p_w(T) V}{T} \right] \quad . \quad (4)$$

3. Die Proportionalität zwischen m_w und $(T - T_w)$ folgt aus einer Energiebetrachtung. Die Luft liefert die zum Verdampfen notwendige Energie und kühlt sich dabei ab, d. h.

$$m_w q_v = m_L c_p (T - T_w) \quad . \quad (5)$$

(q_v temperaturabhängige spezifische Verdampfungswärme des Wassers (s. Tab. 2); c_p spezifische Wärmekapazität der näherungsweise trockenen Luft; Tab. 3).

4. Wir wenden Gl. (3) auf die Luft an: $p V = T m_L R^*/M_L$ und finden bei konstantem Luftdruck $p = p_L$

$$\frac{V_w}{T_w} = \frac{V}{T} = \frac{m_L R^*}{p_L M_L} \quad . \quad (6)$$

Nach Einsetzen von (5,6) in (4), die nach p_w umgestellt wurde, folgt die **Psychrometer-Formel**:

$$p_w = p_{ws}(T_w) - p_L (T - T_w) \cdot A^* \quad \text{mit} \quad A^* = \frac{c_p M_L}{q_v M_w} \quad . \quad (7)$$

Mit den Werten $c_p = 1,006 \text{ kJ/kgK}$ und $q_v = 2460 \text{ J/g}$; $M_L = 29$ ergibt sich der Näherungswert: $A^* \approx 0,66 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

3.3 Taupunkt-Hygrometer

In dem zu untersuchenden Raum wird eine polierte und geeignet geformte, mit einem Schlitz D versehene Metallfläche A (Abb. 3) durch ein Kühlmittel kontinuierlich gekühlt, bis bei der Temperatur T_d der erste kondensierte feine Niederschlag von Wassertropfchen oberhalb von D beobachtet wird. Am **Taupunkt** T_d reicht die in der Luft enthaltene Feuchtigkeit gerade aus, um die Luft zu sättigen.

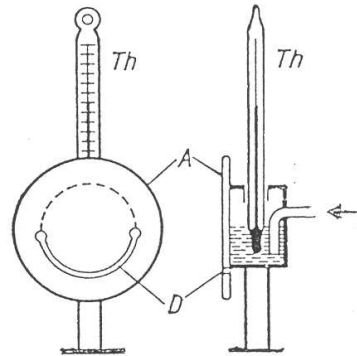


Abb. 3: Taupunkt-Hygrometer
nach Lambrecht

Aus Tab. 1 bzw. Abb. 5 liest man die absolute Feuchtigkeit $f(T_d)$ bzw. $p_{ws}(T_d)$ direkt ab und muß beim Übergang zur Raumtemperatur T nur noch die Volumenabnahme beim isobaren Abkühlen von T auf T_d berücksichtigen:

$$f(T) = f(T_d) \frac{T_d}{T} \quad . \quad (8)$$

3.4 Haar-Hygrometer

Gewisse organische (auch synthetische) proteinhaltige Fasern absorbieren Wasserdampf aus der Luft und werden dabei länger. Dies wird in den einfachen Haar-Hygrometern ausgenutzt. Dazu wird z. B. ein eingefettetes Haar zwischen einem Fixpunkt und einem Gewicht über eine Rolle mit Zeiger aufgespannt (Abb. 4).

Zur Kalibrierung wird das Haar-Hygrometer ca. 30 min in ein feuchtes Tuch eingepackt und anschließend die Anzeige für die relative Luftfeuchte auf 100 % eingestellt.

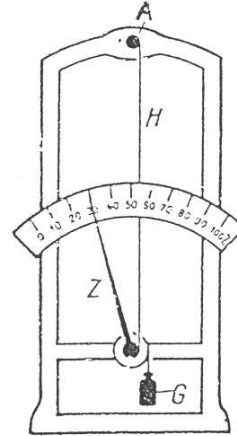


Abb. 4: Haar-Hygrometer

4 Anhang

4.1 Dampfdichte und absolute Luftfeuchtigkeit

Umrechnung von der Dampfdichte (absoluten Feuchte f) auf den Partialdruck p_w :
Aus

$$p_w V = m_w R_w T \quad \text{und} \quad p_{ws} V = m_{ws} R_w T \quad \text{bzw.} \quad p_{ws} = \rho_{ws} R_w T \quad ;$$

$$\text{folgt} \quad f = \frac{m_w}{V} = \frac{p_w}{R_w T} = \frac{p_w}{p_{ws}} \rho_{ws} . \quad (9)$$

Ist z. B. $p_L = 1,013 \cdot 10^5$ Pa, so folgt

$$f \left[\frac{\text{g}}{\text{m}^3} \right] = \frac{804,2 \cdot 10^2 \cdot 273\text{K}}{T \cdot 1013} \cdot p_w [\text{Pa}] = 217,74 \cdot 10^2 \frac{p_w [\text{Pa}]}{T} . \quad (10)$$

Tab. 1: Dampf-Druck (p_{ws}) und -Dichte ($\rho_{ws} = f_0$) des gesättigten Wasserdampfes [5]:

Temperatur/ $^{\circ}\text{C}$	p_{ws}/Pa	$f_0 = \rho_{ws}/\text{g m}^{-3}$
-5	421	3,41
-2	528	4,22
0	611	4,85
2	706	5,56
5	872	6,80
10	1228	9,40
15	1705	12,82
20	2339	17,29
25	3169	23,04
30	4245	30,37
35	5626	39,61
40	7381	51,16
45	9590	65,46
50	12345	83,02

(entspr. Abb. 5)

Tab. 2: Temperaturabhängige Verdampfungswärme von Wasser:

Temperatur/ $^{\circ}\text{C}$	$q_v/(\text{J/g})$
0	2525
100	2249

Tab. 3: c_p für trockene Luft und für Wasserdampf bei 20°C :

Stoff	$c_p/\text{kJ kg}^{-1}\text{K}^{-1}$
trockene Luft	1,006
Wasserdampf	1,840

Tab. 4: Gas-Dichten (0°C):

Stoff	ρ/kgm^{-3}
trockene Luft	$\rho_L = 1,293$
Wasserdampf	$\rho_{ws} = \rho_L \cdot 0,622 = 0,8042$

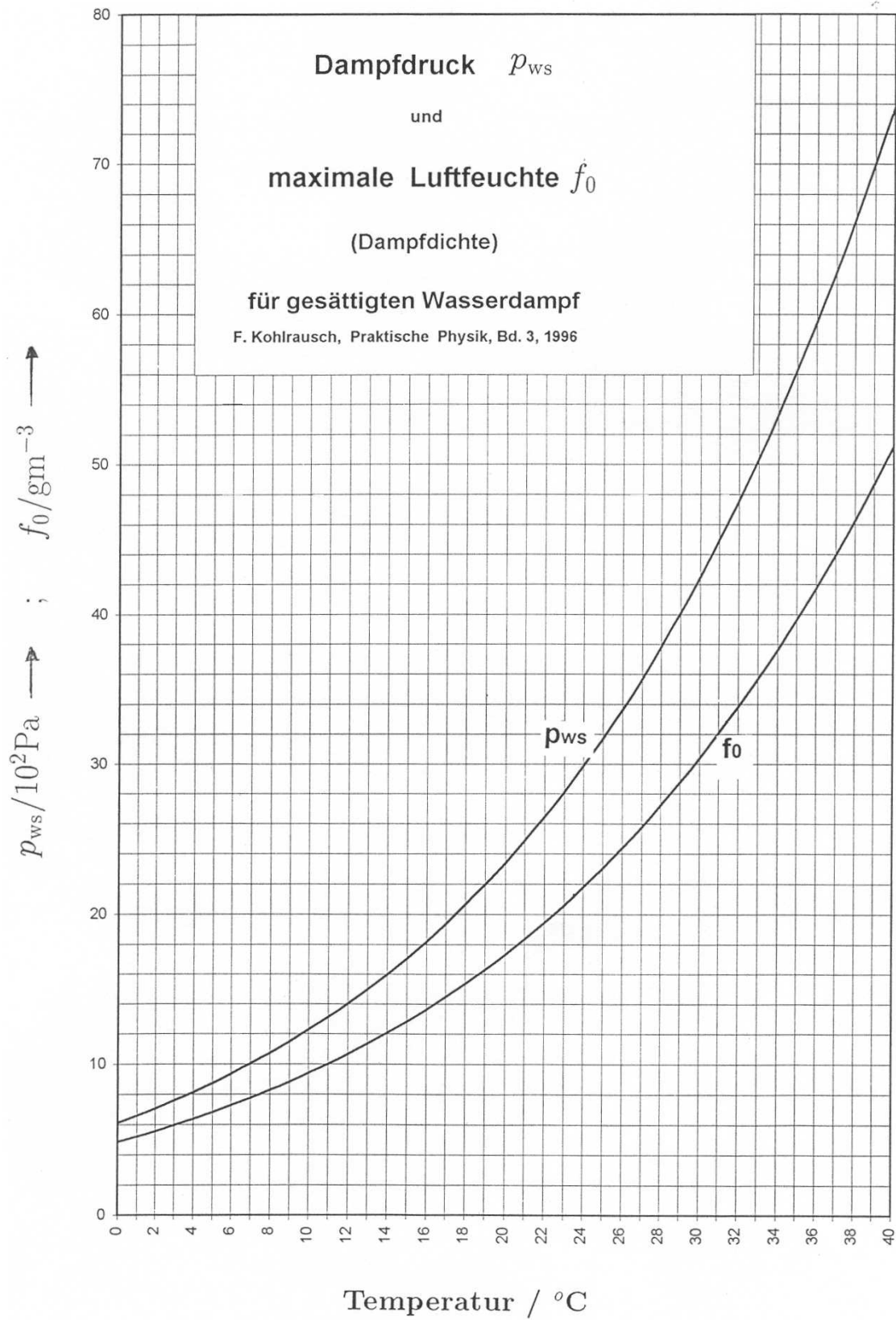


Abb. 5:

Dampf-Druck und -Dichte für Wasser (entspricht Tab. 1)

4.2 Zur Dampfdruck-Kurve

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Molekül verdampft ist, genügt der Boltzmann-Statistik und ist $\sim e^{-\frac{mq_v}{kT}}$. Zwischen der Steigung der Dampfdruck-Kurve und der Verdampfungs-Enthalpie q_v vermittelt die Gleichung von Clausius-Clapeyron einen Zusammenhang:

$$q_v = T \frac{dp_{ws}}{dT} (v_{ws} - v_{fl}) \quad . \quad (11)$$

(v_{ws} ; v_{fl} : spezifische Volumina der beiden Aggregatzustände; p_{ws} = Sättigungs-Dampfdruck). Zu ihrer Herleitung wird ein Kreisprozeß betrachtet mit einer Flüssigkeit, die bei der Temperatur $(T + dT)$ verdampft, wobei im 1. Schritt isotherm-isobar gegen den Dampfdruck ($p_{ws} + dp$) die Arbeit $W_1 = (p_{ws} + dp)(v_{ws} - v_{fl})$ aufzubringen ist. 2. Nach adiabatischer Entspannung wird die Tempertur T erreicht und 3. der Dampf (später Dampf-Flüssigkeits-Gemisch) beim Druck p_{ws} isotherm-isobar komprimiert, bis alles verflüssigt ist. Dabei wird die Arbeit $W_2 = p_{ws}(v_{ws} - v_{fl})$ gewonnen. 4. Danach wird durch geringfügige Temperatur- (und Druck-) Erhöhung wieder Punkt 1 erreicht.

Bezüglich der Energiebeiträge entfallen 2. \rightarrow 3. und 4. \rightarrow 1. (Grenzfall $dT \rightarrow 0$), so daß die zugeführte Verdampfungswärme q_v mit dem Wirkungsgrad des Carnot-Prozesses ($\eta_C = \frac{dT}{T}$) teilweise in die Arbeit $\Delta W = W_1 - W_2 = dp_{ws}(v_{ws} - v_{fl})$ umgewandelt wurde:

$$\eta_C = \frac{\Delta W}{q_v} = \frac{dp_{ws}(v_{ws} - v_{fl})}{q_v} = \frac{dT}{T} \quad . \quad (12)$$

Nach Umstellung der rechten Seite folgt die Gl. (11).

Aus (11) läßt sich weit unterhalb der kritischen Temperatur durch Integration der wesentliche **exponentielle Verlauf** von $p_{ws}(T)$ bei Vernachlässigung von V_{fl} gegenüber V_{ws} und mit $p_{ws} V_{ws} = R_w T$ ($V_{ws} = m v_{ws}$) bestimmen (z. B. [4]):

$$mq_v \approx T \frac{dp_{ws}}{dT} \frac{R_w T}{p_{ws}} \quad \text{bzw.} \quad \frac{dp_{ws}}{p_{ws}} \approx \frac{mq_v}{R_w T^2} dT \quad ; \quad \ln p_{ws} \sim -\frac{mq_v}{R_w T} \quad \text{oder} \quad p_{ws} \sim e^{-\frac{mq_v}{R_w T}} \quad . \quad (13)$$

4.3 Zu c_p der Luft

Für ein-, zwei- bzw. dreiatomige **ideale Gase** gilt mit $R = 8,31451 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$:

	ein-atomig (Ar ; $\frac{5}{2} R$)	zwei- (O_2 ; N_2 ; $\frac{7}{2} R$)	drei-atomig (CO_2 ; $\frac{8}{2} R$)
$c_p / \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$	20,786	29,101	33,258

Damit wäre für **trockene Luft** $\overline{c_{p,id}} = 29,015 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$ oder $\overline{c_{p,id}} = 1,002 \frac{\text{J}}{\text{g K}}$.

Die tatsächliche spezifische Wärmekapazität der trockenen Luft liegt etwa um 0,05 % höher und hat ein schwaches Minimum bei 0°C. (reales Gas, [5]):

$\vartheta / ^\circ \text{C}$	-60	-20	0	20	40
$c_p / \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$	1,007	1,006	1,006	1,007	1,008

In **feuchter Luft** ist der Anteil an dreiatomigen Molekülen (H_2O) und damit c_p erhöht, **Korrektions-Beispiel:**

$\vartheta = 25^\circ \text{C}$; $\varphi = 80 \%$; bei $p_L = 101300 \text{ Pa}$ bedeutet

$p_w = 0,8 \cdot 3170 \text{ Pa} = 2536 \text{ Pa}$ oder 2,503 % Anteil H_2O in Luft, d. h.

$c_{p,korr} / \frac{\text{J}}{\text{g K}} = 1,007 \cdot [(1 - 0,02503) + 0,02503 \cdot (\frac{8}{7})] = 1,007 \cdot 1,0036 = 1,0106$.

Näherungswert: $c_p \approx 1,01 \frac{\text{J}}{\text{g K}}$; Abweichungen davon im Anschluß an die Fehlerrechnung diskutieren.

4.4 Fragen

1. 1,2 g H_2O von $20^\circ C$ gelangen in ein Gefäß von $V = 100$ l, daß a.) evakuiert und b.) mit Luft von $T = 20^\circ C$ gefüllt ist. Wie groß ist jeweils der Partialdruck des Wasserdampfes? Wie groß sind für Fall b.) die absolute und relative Luftfeuchtigkeit?
2. Wie ändert sich die Dichte eines idealen Gases mit der Temperatur?
3. Hängt der Sättigungsdampfdruck vom Volumen ab?
4. Trocknet man Räume in Gebäuden (z. B. Keller) besser im Sommer oder im Winter?
5. Unter welcher Voraussetzung gilt die Zustandsgleichung idealer Gase?
6. Bei einer Raumtemperatur von $25^\circ C$ wird ein Taupunkt von $T_d = 10^\circ C$ gemessen. Wie groß sind absolute und relative Luftfeuchte?
7. Bei einer Raumtemperatur von $25^\circ C$ wird bei normalem Luftdruck ($p_L = 1013$ mbar) mit dem Aspirations-Psychrometer eine Temperaturerniedrigung auf $T_m = 10^\circ C$ gemessen. Wie groß sind absolute und relative Luftfeuchte?
8. Wie berechnet sich die temperaturabhängige Dichte eines idealen Gases (z. B. von trockener Luft oder reinem Wasserdampf)?
9. Unter welchen Voraussetzungen gilt die Psychrometer-Formel (7)?
10. Welches "Vakuum" erreicht man im günstigsten Fall mit einer Wasserstrahlpumpe, wenn die Temperatur des Wassers a.) $1^\circ C$ und b.) $40^\circ C$ beträgt?
11. Mit welchen Zusätzen kommt man von der Zustandsgleichung für ideale Gase zu einer Gleichung für reale Gase? Skizzieren Sie im pV -Diagramm eine Isotherme für ein ideales und ein reales Gas unterhalb der kritischen Temperatur. Was bedeutet darin p_{ws} ?

Literatur

- [1] L. Bergmann, Cl. Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Berlin 1954
- [2] W. Walcher, Praktikum der Physik, V. Teubner, Stuttgart 1989
- [3] A. Recknagel, Physik, Schwingungen, Wellen, Wärmelehre
- [4] Gerthsen (H. Vogel), Physik, Springer Berlin 1995
- [5] F. Kohlrausch, Praktische Physik, Band 3, Tabellen, V. Teubner 1996
- [6] H. J. Paus, Physik, V. C. Hanser, 1995