

# Wärmeverlust eines Kalorimeters

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Aufgabenstellung</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Allgemeine Grundlagen</b>	<b>2</b>
2.1	Kalorimeter . . . . .	2
2.2	Bestimmung von $C_w$ nach der Mischungsmethode . . . . .	2
2.3	Wärmeverlust des Kalorimeters . . . . .	3
2.4	NEWTON'SCHES Abkühlungsgesetz . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Zur Versuchsdurchführung</b>	<b>3</b>
3.1	Wärmekapazität des Kalorimeters . . . . .	3
3.2	Abkühlungsgesetz und Wärmeverlust des Kalorimeters . . . . .	3
<b>4</b>	<b>Anhang</b>	<b>4</b>
4.1	Arten der Wärmeübertragung . . . . .	4
4.2	Beweis für die Gleichheit der Flächen . . . . .	5
<b>5</b>	<b>Fragen</b>	<b>5</b>

## 1 Aufgabenstellung

1. Die Wärmekapazität  $C_w$  eines Kalorimetergefäßes ist nach der Mischungsmethode zu bestimmen.
2. Bestimmung des Abkühlungskoeffizienten  $K^*$  für den Wärmeverlust des Kalorimeters aus der Abkühlkurve.

## 2 Allgemeine Grundlagen

### 2.1 Kalorimeter

Zur Bestimmung der spezifischen Wärmekapazitäten von Flüssigkeiten und festen Körpern benutzt man Kalorimeter. Darin wird z. B. nach der Mischungsmethode die Mischtemperatur  $T_m$  zweier zum Zeitpunkt  $t_1$  innerhalb des Kalorimeters in Kontakt gebrachter Körper mit unterschiedlicher Ausgangstemperatur gemessen.

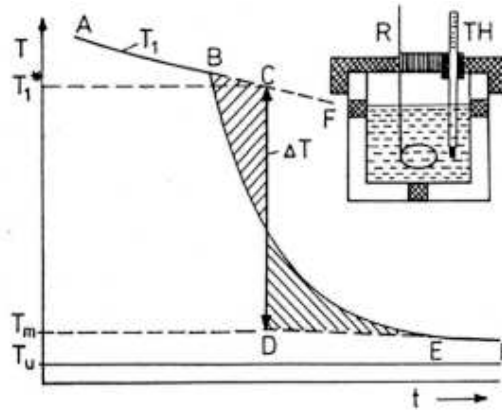
Ein **ideales Kalorimeter** sollte die Wärmeenergie-Bilanz der beiden Körper nicht beeinflussen, d.h. die Wärmekapazität  $C_w \rightarrow 0$  besitzen und ideale Wärmeisolation (einen adiabatischen Vorgang, d. h.  $K^* \rightarrow 0$ ) realisieren.

Bei einem **realen Kalorimeter** sind zwei Einflüsse zu berücksichtigen:

1. die Wärmekapazität  $C_w$  des Gefäßes;
2. der Wärmeaustausch mit der Umgebung durch Leitung, Übergang, Konvektion und Strahlung, erfaßt mit der Konstanten  $K^*$ .

### 2.2 Bestimmung von $C_w$ nach der Mischungsmethode

Im Kalorimeter der zunächst unbekannten Wärmekapazität  $C_w$  befindet sich die Wassermenge  $m_{w1}$  mit der spezifischen Wärmekapazität  $c_w$  und der Ausgangstemperatur  $T_1$ . Es wird die bekannte Wassermenge  $m_{w2}$  mit der (im Beispiel geringeren) Temperatur  $T_2$  hinzugefügt und bei Berücksichtigung der mit der endlichen Mischungszeit verbundenen Verluste über den  $T(t)$ -Verlauf die Mischtemperatur  $T_m$  bestimmt (s. Abb. 1).



**Abbildung 1:** Bestimmung von  $T_1^*$  und  $T_m$ ; Einsatz: Einfaches doppelwandiges Kalorimeter mit Thermometer und Rührer

Die **Energiebilanz** (Äquivalenz von zugeführter und abgeführter Wärmeenergie) lautet

$$(c_w m_{w1} + C_w)(T_1^* - T_m) = (T_m - T_2)c_w m_{w2} \quad (1)$$

$T_1^*$  = korrigierte Ausgangstemperatur (sie entspräche im Idealfall  $T_1$ ; 1 - warm, 2 - kalt).

### 2.3 Wärmeverlust des Kalorimeters

Ein reales, auf die Temperatur  $T$  aufgeheiztes Kalorimeter überträgt Wärmeenergie an die Umgebung (Temperatur  $T_u$ ; s. Anhang). Unter der Voraussetzung, daß alle Verluste proportional zur Temperaturdifferenz  $(T - T_u)$  zwischen dem Innenraum im Gefäß ( $T$ ) und der Umgebung sind, wird der abgegebene Wärmestrom  $I_w^{(1)}$  pauschal mit dem Abkühlungskoeffizienten  $K^*$  durch folgenden Ansatz erfasst:

$$I_w^{(1)} = K^* (T - T_u) \quad . \quad (2)$$

### 2.4 NEWTON'SCHES Abkühlungsgesetz

In Gl. (2) nimmt  $T$  kontinuierlich ab, da der Wärmestrom  $I_w^{(1)}$  dem Wärmestrom  $I_w^{(2)} = -\frac{dQ^{(2)}}{dt} = -(m_w c_w + C_w) \frac{d(T - T_u)}{dt}$  entspricht, der dem Gefäß entzogen wird.

Gleichsetzen beider Wärmeströme ( $I_w^{(1)} = I_w^{(2)}$ ) ergibt mit den Abkürzungen  $(T - T_u) = T'$  und  $(m_w c_w + C_w) = C^*$

$$-C^* \frac{dT'}{dt} = K^* T' \quad \text{oder} \quad \frac{dT}{T'} = -\frac{K^*}{C^*} dt \quad . \quad (3)$$

Die Lösung dieser Dgl. führt auf das NEWTON'sche exponentiell abfallende  $T(t)$ -Gesetz (man formuliere die analoge Dgl. mit der Lösung  $U(t) = U_0 \cdot e^{-t/\tau}$  beim Entladen eines Kondensators über einen Ohmschen Widerstand mit  $\tau = RC$ ):

$$T' = T^0 \cdot e^{-\frac{K^*}{C^*} t} \quad \text{bzw.} \quad T(t) - T_u = [T_{(t=0)} - T_u] \cdot e^{-\frac{K^*}{(m_w c_w + C_w)} t} \quad . \quad (4)$$

## 3 Zur Versuchsdurchführung

### 3.1 Wärmekapazität des Kalorimeters

Kaltes Wasser der Masse  $m_{w2} = 300$  g und der Ausgangstemperatur  $T_2$  steht bereit. Das Kalorimeter ist etwa halb mit warmem Wasser ( $T_1 \approx 50^\circ\text{C}$ ;  $m_{w1} \approx 300$  g) gefüllt. Über eine Vorlaufzeit von ca. 3 min wird in konstanten Zeitabständen (z. B.  $\Delta t = 30$  s) der abfallende Temperaturverlauf ( $T(t)$ ) im Gefäß gemessen und entsprechend Abb. 1 linear aufgezeichnet. Zu einem definierten Zeitpunkt  $t_1$  wird das kalte Wasser eingefüllt und die Temperatur im Gefäß weitere ca. 5 min  $T(t)$  (Nachlaufzeit) im gleichen 30 s-Takt registriert (umrühren!). Die korrigierte Anfangstemperatur  $T_1^*$  wird so bestimmt, daß die Senkrechte CD diejenige Fläche halbiert, die unter der aufgenommenen  $T(t)$ -Kurve liegt (zwischen B und E). Damit sind die beiden schraffierten Flächen gleich (Abb. 1). Die in Gl. (1) benötigte Mischtemperatur entspricht der Strecke CD ( $T_1^* - \Delta T$ ). Sie wird der Grafik entnommen.

### 3.2 Abkühlungsgesetz und Wärmeverlust des Kalorimeters

Beginnend bei einer Anfangstemperatur  $T(t = 0)$  wird die Temperatur im Kalorimeter  $T(t)$  in Abhängigkeit von der Zeit in z. B. 60 s -Schritten über einen längeren Zeitraum (z. B. ca. 40 min lang) gemessen.

Zur Bestimmung von  $K^*$  wird entsprechend Gl. (4) die normierte Differenz

$(T - T_u)/(T_{(t=0)} - T_u)$  halblogarithmisch über der Zeit aufgetragen. Aus dem Anstieg erhält man  $-\frac{K^*}{(m_w c_w + C_w)}$  und daraus bei bekanntem  $C_w$  die Größe  $K^*$ .

## 4 Anhang

### 4.1 Arten der Wärmeübertragung

Zur resultierenden Wärmeübertragungszahl  $K^*$  tragen mit unterschiedlichen Anteilen die Wärmeleitung, der Wärmedurchgang, die Konvektion und die Strahlung bei. Bei teilweise grober Näherung und im stationären Fall sind alle Beiträge zum Wärmestrom proportional zu  $(T_1 - T_2)$ :

#### 1. Wärmeleitung:

Grenzen die parallelen Seitenflächen  $A$  eines Körpers der Länge  $l$  mit der spezifischen Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  an Gebiete mit unterschiedlichen Temperaturen  $(T_1, T_2)$ ; bei  $T_1 > T_2$ , so fließt durch den Körper der Wärmestrom  $I_{w,l}$

$$I_{w,l} = \frac{Q}{t} = \frac{\lambda A (T_1 - T_2)}{l} \quad . \quad (5)$$

#### 2. Übergang:

An der Grenzfläche zwischen einem Gas und einer festen Wand unterschiedlicher Temperatur findet ein Wärmeaustausch durch Wärmeübergang statt. Der Wärmestrom ist der Fläche  $A$  und dem Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  ( $[\alpha] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$ ) proportional:

$$I_{w,} = \frac{Q}{t} = \alpha A (T_1 - T_2) \quad . \quad (6)$$

Die Kombination von 1. und 2. wird als **Wärmedurchgang** bezeichnet.

Z. B. gilt für eine Wand, die beidseitig an die Gase 1 und 2 angrenzt, mit  $k$  als Wärmedurchgangskoeffizienten:

$$I_{w,d} = \frac{Q}{t} = k A (T_1 - T_2) \quad ; \quad \text{mit} \quad \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{l}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \quad . \quad (7)$$

#### 3. Konvektion:

Eine Flüssigkeit (oder ein Gas) strömt von dem Gebiet mit der Temperatur  $T_1$  zu dem Gebiet mit der Temperatur  $T_2$ . Dabei transportiert die Flüssigkeit (oder das Gas) den Wärmestrom  $I_{w,v}$  ( $\rho$  = Dichte;  $V$  = Volumen)

$$I_{w,v} = \frac{\Delta Q_v}{\Delta t} = c \rho \Delta V (T_1 - T_2) \quad . \quad (8)$$

#### 4. Strahlung:

Stehen sich die parallelen Oberflächen ( $A_1 = A_2 = A$ ) zweier ideal strahlender Materialien (schwarze Strahler, Emissionsvermögen = Absorptionsvermögen, keine Reflexion) mit unterschiedlichen Temperaturen eng gegenüber (analoges gilt für den diffus strahlenden Raum als 2. Körper), so betragen die beiden abgestrahlten Leistungen entsprechend dem Gesetz von Stefan-Boltzmann (mit  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{K}^4$  als Stefan-Boltzmann-Konstante):

$$P_1 = A \sigma T_1^4 \quad ; \quad \text{bzw.} \quad P_2 = A \sigma T_2^4 \quad . \quad (9)$$

Die Strahlung wird jeweils vom anderen Körper aufgenommen. Für eine geringe Temperaturdifferenz  $\Delta T = (T_1 - T_2)$  (mit  $T$  als absoluter Temperatur;  $T_1 > T_2$ ) wird die Differenz der Strahlungsleistungen (Wärmeströme) proportional zu  $\Delta T$ :

$$I_{w,str} = (P_1 - P_2) = A \sigma ((T_2 + \Delta T)^4 - T_2^4) \approx 4 A \sigma T_2^3 \Delta T = k_{str} (T_1 - T_2) \quad . \quad (10)$$

( $k_{str}$  = effektiver Koeffizient für die Wärmeübertragung infolge Strahlung bei geringen Temperaturdifferenzen).

## 4.2 Beweis für die Gleichheit der Flächen

Es geht um die Berechnung der von einem realen Kalorimeter aufgenommenen (oder abgegebenen) Wärmeenergie, z.B. der linken Seite von Gl. (1), worin die Temperaturdifferenz verfälscht wäre, wenn anstelle der schon korrigierten Größe  $T_1^*$  direkt  $T_1$  eingesetzt würde. Diese Korrektur gelingt bei Berücksichtigung der an die Umgebung mit der Temperatur  $T_u$  während der endlichen Mischungszeit ( $\Delta t_m$ , zwischen B und E der Abb. 1) abgeleiteten Wärmeenergie  $Q^u$ , die sich mit dem Abkühlungskoeffizienten  $K^*$  entsprechend Gl. (2) aus

$$dQ^u = K^* (T - T_u) dt \quad (11)$$

berechnet. Es werden zwei Abkühlungskurven (Abb. 1) verglichen:

1. Ohne Mischungsvorgang würde die Kurve  $T_1(t)$  von A über B C F .. verlaufen und die dabei abgeleitete Wärme wäre nach Gl. (11)

$$Q_1^u = K^* \int_0^\infty (T_1 - T_u) dt \quad . \quad (12)$$

2. Bei dem Mischungsexperiment läuft die Kurve von A über B E und die dabei an die Umgebung abgegebene Wärme ist

$$Q_m^u = K^* \int_0^\infty (T_m - T_u) dt \quad . \quad (13)$$

Die Differenz beider Beträge nach Gln. (12,13)

$$Q_1^u - Q_m^u = K^* \int_0^\infty (T_1 - T_m) dt \quad (14)$$

stellt als Fläche die zu messende Wärmemenge (linke Seite von Gl. (1)) dar. Sie muß unabhängig von der Mischzeit  $\Delta t_m$  sein, also auch für den Idealfall  $\Delta t_m \rightarrow 0$  (Temperatursprung, Kurve A B C D E), gelten. Damit ist zu fordern, daß die Flächen (Integrale), die zu den Kurven A B E bzw. A B C D E gehören, identisch sind. Das bedeutet aber, daß die schraffierten Flächen in Abb. 2 gleich sein müssen [4].

## 5 Fragen

1. Was versteht man unter der Wärmekapazität und der spezifischen Wärmekapazität?
2. Wie lautet die Energiebilanz bei der Mischungsmethode?
3. Man skizziere qualitativ  $T(t)$ -Kurven (mit  $T_1^*$ -Korrektur) für das Einbringen eines wärmeren und eines kälteren Körpers in ein Kalorimeter und formuliere die Energiebilanzen.
4. An welchen Orten innerhalb oder außerhalb des Kalorimeters findet man vorzugsweise Wärmeübertragung infolge Leitung, Übergang, Konvektion bzw. Strahlung?
5. Wie berechnen sich die verschiedenen Arten der Wärmeübertragung?
6. Nennen Sie Möglichkeiten der Unterdrückung der einzelnen Wärmeverluste!
7. Unter welchen Voraussetzungen gilt das Newtonsche Abkühlungsgesetz?
8. Vergleichen Sie den elektrischen Ohmschen Widerstand eines Drahtes mit dem Wärmewiderstand eines Wärmeleiters!

**Literatur**

- [1] W. Ilberg, M. Krötzsch et al., Physikalisches Praktikum. V. Teubner, Leipzig 1994
- [2] A. Recknagel, Physik, Schwingungen, Wellen Wärmelehre
- [3] H. Stroppe, Physik, Fachbuch-V.- Leipzig 1984
- [4] W. H. Westphal, Physikalisches Praktikum, 1952