

# Michelson- Interferometer

## Optische Interferenzen

### Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Aufgabenstellung</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen optischer Interferenzen</b>	<b>2</b>
2.1	Zweistrahl-Interferenz ebener Wellen . . . . .	2
2.2	Intensität . . . . .	2
2.3	Kohärenz . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Experimente mit dem Michelson-Interferometer</b>	<b>4</b>
3.1	Aufbau, Messprinzipien und Justierung . . . . .	4
3.2	Anwendungen des Michelson-Interferometers . . . . .	5
3.2.1	Thermischer Ausdehnungskoeffizient . . . . .	5
3.2.2	Hysterese eines Piezo-Aktors . . . . .	6
3.2.3	Bestimmung der Brechzahl von Luft . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Anhang</b>	<b>6</b>
4.1	Weitere Interferenzapparate . . . . .	6
4.2	Interferenzen am Keil . . . . .	7
4.2.1	Newtonsche Ringe . . . . .	7
4.2.2	Interferometer nach Jamin . . . . .	8
4.2.3	Zum Interferenzterm der Intensität . . . . .	8
4.2.4	Zur Dichteabhängigkeit der Brechzahl . . . . .	9
<b>5</b>	<b>Fragen</b>	<b>9</b>

# 1 Aufgabenstellung

1. Justierung eines Michelson-Interferometers.
2. Anwendung des Interferometers zur Längenmessung (thermische Ausdehnung; Hysterese eines Piezo-Aktors) und zur Bestimmung der Druckabhängigkeit der Brechzahl von Luft.
3. Ziel: Kennenlernen von Interferenz-Apparaten als hochempfindliche Längenmessgeräte und in Hinblick für das Verständnis der optischen und Elektronen-Holographie.

## 2 Grundlagen optischer Interferenzen

### 2.1 Zweistrahl-Interferenz ebener Wellen

Die Zeit- und Ortsabhängigkeit der Elongation  $\xi$  (z. B. elektrische Feldstärke  $\vec{\xi} = \vec{E}(z, t)$ ) einer sich in positiver (oberes Vorzeichen) oder negativer  $z$ - (bzw.  $\vec{r}$ -) Richtung ausbreitenden **ebenen Welle** kann beschrieben werden durch

$$\xi(z, t) = \hat{\xi} e^{j(\omega t \mp kz + \varphi)} \quad ; \quad \text{bzw.} \quad \xi(\vec{r}, t) = \hat{\xi} e^{j(\omega t \mp \vec{k}\vec{r} + \varphi)} \quad . \quad (1)$$

(Es bedeuten:  $\hat{\xi}$  - Amplitude;  $(\omega t \mp kz + \varphi)$  - Phase;  $k = 2\pi/\lambda$  - Wellenzahl;  $\omega = 2\pi/T$  - Kreisfrequenz;  $\varphi$  - Nullphasenwinkel). Die Phasengeschwindigkeit der Welle,  $v_{ph}$ , im Vakuum gleich der Lichtgeschwindigkeit  $c_{vac} = c_0$ , folgt aus der Bedingung, daß die Phase  $(\omega t - kz + \varphi)$  konstant ist, zu  $\frac{dz}{dt} = v_{ph} = \frac{\omega}{k}$ . **Interferenzen** entsteht immer, wenn zwei (oder mehrere) Wellenzüge an einem Ort zusammentreffen. Die Wellenerregung  $\xi_{res}$  kann durch **ungestörte Überlagerung (Superposition, Addition)** berechnet werden: Jede Welle breitet sich so aus, als wäre die andere nicht vorhanden. Je nach Phasenlage verstärken oder schwächen die Wellen einander. Die an den Begrenzungen auftretenden Beugungserscheinungen spielen bei den Interferenzapparaten keine Rolle.

Die wichtigste **Voraussetzung für Beobachtbarkeit** von Interferenzen ist, daß die beiden zu überlagernden Wellenzüge (bei Ausbreitung in  $z$ -Richtung)

$$\xi_1(z, t) = \hat{\xi}_1 e^{j(\omega t - kz_1 + \varphi_1)} \quad \text{und} \quad \xi_2(z, t) = \hat{\xi}_2 e^{j(\omega t - kz_2 + \varphi_2)} \quad (2)$$

**kohärent** sind, d. h. ein feste Phasenbeziehung zueinander haben.  $\omega$  und  $t$  sind nicht zu beeinflussen. Die **Phasendifferenz** beider Wellen ist unter Berücksichtigung eines zweiten Mediums ( $k_2 = 2\pi/\lambda_2$ ):  $\Delta\Phi = (k_1 z_1 + \varphi_1) - (k_2 z_2 + \varphi_2)$ .

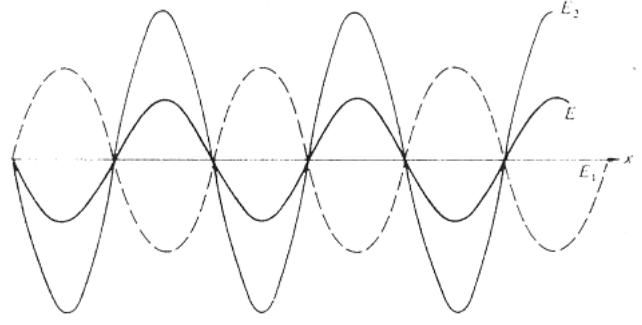
Eliminieren sich, wie im vorliegenden Experiment, die paarweise auftretenden Phasensprünge infolge von Reflexionen am festen Ende, so ist die Ursache für die Phasendifferenz die Differenz der Größen  $kz$  bzw.  $nz$ . Letztere wird als **optische Weglänge** bezeichnet. ( $n$  = Brechzahl). Unter dem **Gangunterschied** versteht man die **Differenz der optischen Weglängen**  $\Delta = (n_1 z_1 - n_2 z_2) = \frac{\Delta\Phi}{2\pi} \lambda_{vac} = \frac{\Delta\Phi}{k_{vac}}$ .

### 2.2 Intensität

In der Optik werden Intensitäten  $I$ , die durch das Amplitudenquadrat ( $\xi_1^2 = I_1$ ) gegeben sind, wahrgenommen. Überlagern sich zwei Wellen  $\xi_1(z, t)$  und  $\xi_2(z, t)$  mit dem Phasenunterschied  $\Delta\Phi$ , so beträgt die resultierende Intensität (s. Anhang)

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos \Delta\Phi \quad . \quad (3)$$

Die resultierende Intensität ist gegeben durch die Summe der Einzelintensitäten und den wesentlichen Interferenzterm ( $2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos \Delta\Phi$ ). Somit erfolgt Verstärkung (konstruktive Interferenz) für  $\cos \Delta\Phi = +1$  oder  $\Delta\Phi = 2n\pi$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) und maximale Abschwächung (destruktive Interferenz, Auslöschung) bei  $\hat{\xi}_1 = \hat{\xi}_2$  für  $\cos \Delta\Phi = -1$  oder  $\Delta\Phi = (2n+1)\pi$  (Abb. 1).



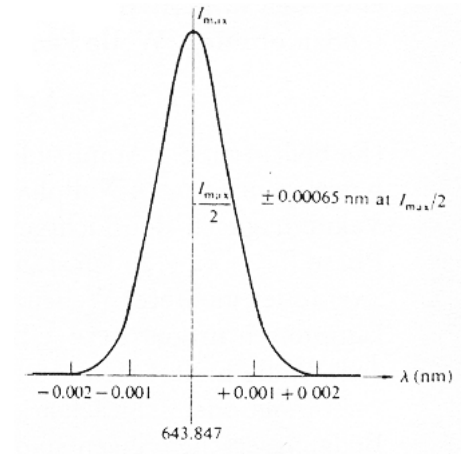
**Abb. 1:** Beispiel für destruktive Interferenz bei unterschiedlichen Amplituden:  $I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$

### 2.3 Kohärenzlänge und Kohärenzbedingung

**Kohärenzlänge:** Bei den bisherigen Überlegungen lagen ideale, d. h. monochromatische sowie zeitlich und räumlich unbegrenzte Wellen zugrunde.

Jedoch hat eine Welle, auch jede emittierte Spektrallinie, aufgrund ihrer endlichen Bandbreite  $\Delta f$  (bzw. spektralen Breite  $\Delta\lambda$ ) eine endliche Länge des Wellenzuges, die **Kohärenzlänge**  $L_k$ , bei entsprechend begrenzter **Kohärenz-Zeit**  $\Delta t = L_k/c_0$ . Infolge der Unschärfe-Relation <sup>a</sup> gilt (4). Danach lässt sich für die in Abb. 2 gegebene Spektrallinie ( $\Delta\lambda \approx 10^{-3}$  nm) eine Kohärenzlänge von  $L_k \approx 3,2$  cm abschätzen (Wie groß ist die Kohärenzlänge von Glühlampenlicht:  $\lambda \approx 0,5\mu\text{m}$ ;  $\Delta\lambda \approx 0,3\mu\text{m}$  ?)

<sup>a</sup>  $\Delta p \cdot \Delta z \approx \hbar/2$ ;  $\Delta E \cdot \Delta t = h \cdot \Delta f \cdot \Delta t \approx \hbar/2 = h/4\pi$ ;  $\Delta f \cdot \Delta t \approx 1/4\pi$ ; Grundgesetz der Nachrichtentechnik



**Abb. 2:** Spektrale Breite der roten Cd-Linie [2]

$$\Delta f \Delta t \approx \frac{1}{4\pi} \quad (a); \text{ daher } \Delta f \frac{L_k}{c_0} \approx \frac{1}{4\pi} \quad (b); \quad \text{und } L_k \approx \frac{1}{4\pi} \frac{\lambda_0^2}{|\Delta\lambda|} \quad (c). \quad (4)$$

Die begrenzte Kohärenzlänge bestimmt die maximal möglichen Gangunterschiede in Interferenzapparaten.

In vielen Geräten wird die Kohärenz der zur Überlagerung kommenden Teilwellen durch Aufspaltung des Primärstrahls mit Hilfe von halbdurchlässigen Spiegeln u.a. erzeugt. Dies gelingt jedoch bei ausgedehnten Lichtquellen (seitliche Ausdehnung  $A$ ) nur dann, wenn die **Kohärenzbedingung** erfüllt ist ( $u$  = Öffnungswinkel des Strahls):

$$2A \sin u \ll \frac{\lambda}{2} \quad (5)$$

### Kohärentes LASER-Licht:

LASER-Licht ist besonders kohärent mit Kohärenzlängen in der Größenordnung von 1 m. Es entsteht durch stimulierte Emission. Die vorher angeregten Atome strahlen die durch den Spiegelabstand ausgewählte Frequenz **phasengleich** ab. Die Anregung der Elektronen der Neon-Atome in den maßgeblichen  $3s$ -( $2s$ ) Zustand erfolgt über Elektronenstöße mit den Helium-Atomen in der Gasentladung und durch Energieübertragung (Stöße 2. Art). Im He-Ne-LASER wird bei schmaler Bündelung die Wellenlänge  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$  ( $\lambda_2$  in Abb. 3) erzeugt.

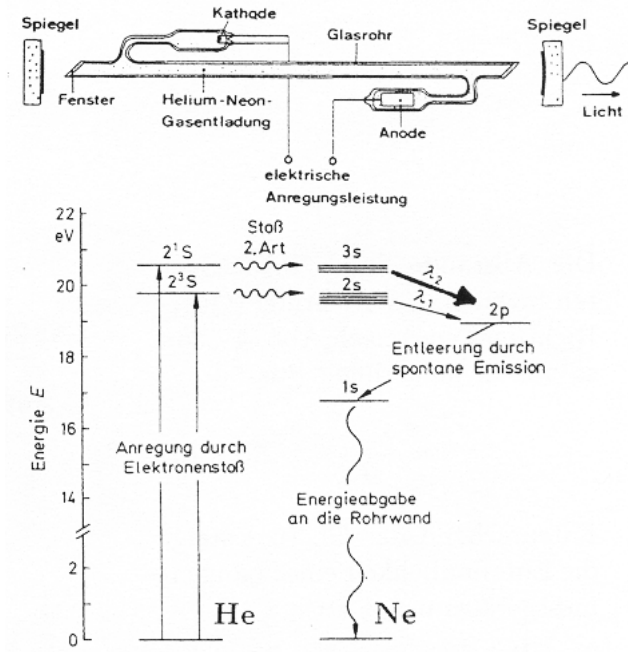


Abb. 3: Aufbau (a) und Termschema (b) eines He-Ne-Lasers

## 3 Experimente mit dem Michelson-Interferometer

Beim Experimentieren mit dem LASER nie direkt oder indirekt (nach Reflexionen) in den Strahl sehen.

### 3.1 Aufbau, Messprinzipien und Justierung

Das verwendete Interferometer ist in Abb. 4 skizziert. Im Gegensatz zum Original-Michelson-Experiment wird als Lichtquelle ein LASER und als Strahlteiler ein Würfel verwendet. Der Würfel besteht aus zwei Prismen, deren Berührungsflächen halbdurchlässig verspiegelt sind.

Der LASER-Strahl muß etwas aufgeweitet werden. Jeder Teilstrahl wird an justierbaren End-Spiegeln ( $S_1$ ;  $S_2$ ) reflektiert und nach Rücklauf durch den Teiler-Würfel zur Überlagerung gebracht. Zur groben Justierung des Michelson-Interferometers werden weiße Schirme in die Strahlengänge gehalten. Die Feinjustierung erfolgt durch geringe Verkipfung des zweiten Spiegels nach Abb. 4 b solange, bis man die konzentrischen Ringe bzw. Streifen mit dem Abstand  $s$  sieht. Der Schirm wird nun durch die CCD-Kamera ersetzt und die weitere Beobachtung erfolgt auf einem Bildschirm. Nach der ersten Strahlaufweitung kann zusätzlich eine Konvexlinse mit geeigneter Brennweite angebracht werden und man erhält als Folge der Interferenz von Kugelwellen konzentrische Ringe, die bei Phasenänderungen von innen herauslaufen.

Die hellen bzw. dunklen Streifen bzw. Ringe in der x-y-Ebene haben den Abstand  $s$ . Im Interferenzterm muß neben  $z$  auch  $x$  berücksichtigt werden (Abb. 4 c; s. Anhang).

Es gibt mehrere Möglichkeiten, die Interferenzstreifen und deren Veränderung zu beobachten:

1. Einer der beiden Spiegel wird nach Abb. 4 b um einen bestimmten Winkel verkippt. Wie groß muß dieser Winkel sein, damit die Wellenzahlvektoren  $\vec{k}_1$  und  $\vec{k}_2$  beim Interferieren um den Winkel  $\beta$  geneigt sind?

Die Abstände  $s$  der beobachteten Streifen in x-Richtung (Quer-Richtung) sind nach Abb. 4 c um so breiter, je geringer  $\beta$  ist:

$$s = \frac{\lambda_{vac}}{\beta} \quad (6)$$

Entsprechend der Gl. (6) steigt die Empfindlichkeit eines Längenmessgerätes mit  $\frac{1}{\beta}$  an.

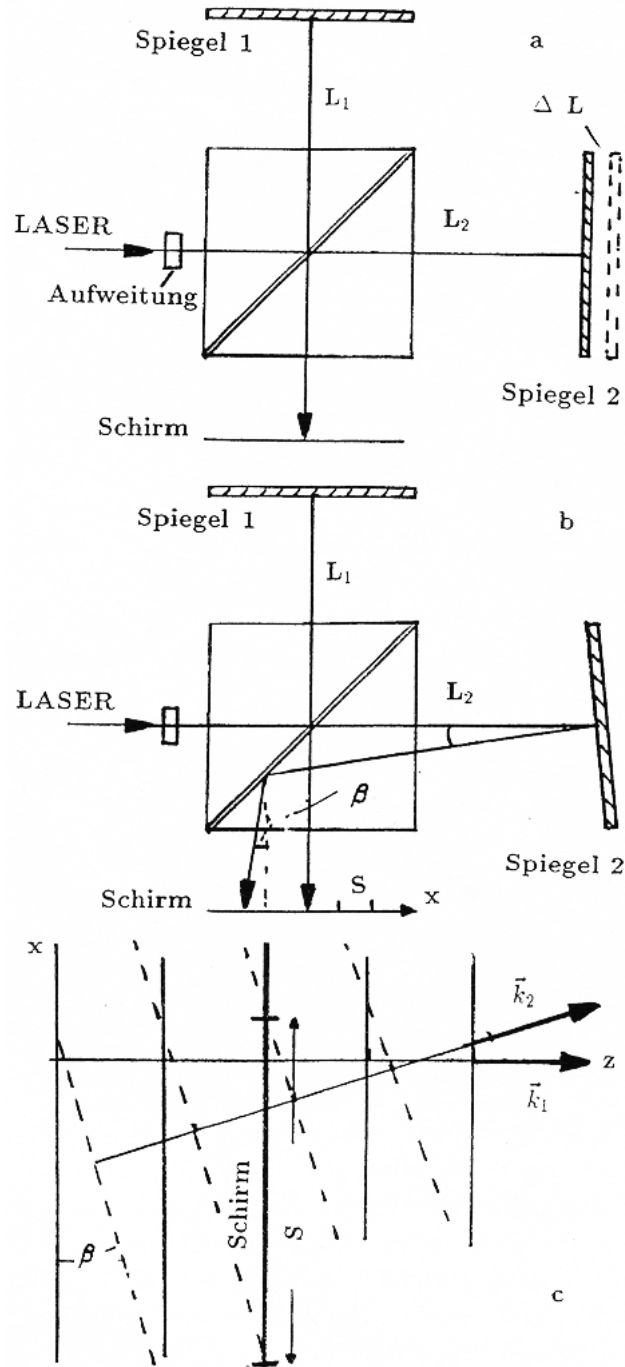
2. Bei konstantem, möglichst geringem Winkel wird eine der Entfernungen ( $L_1$ ;  $L_2$ ) um  $\Delta L$  geändert (Abb. 4 a):

Der entsprechende Gangunterschied ist bei konstanter Brechzahl durch  $\Delta = 2\Delta L$  gegeben und man beobachtet  $m$  durchlaufende Streifen:

$$m = \frac{2\Delta L}{\lambda} \quad (7)$$

3. Bei konstantem  $\beta$  und konstanten  $L_1$ ;  $L_2$  bringt man vor den einen Spiegel eine evakuierbare Küvette der Länge  $d$  an. Auf dieser Länge  $d$  kann das Medium und damit die Brechzahl um  $\Delta n$  geändert werden. Im Versuch werden Vakuum und Luft von Normaldruck verglichen. Die Anzahl  $m$  der durchlaufenden Streifen ist proportional zum Gangunterschied  $2d\Delta n$ :

$$\lambda m = 2d\Delta n \quad (8)$$



**Abb. 4:** Michelson-Interferometer

a. Strahlengang, Variation der Spiegelentfernung um  $\Delta L$ ; b. Streifenabstand  $s$  als Folge der Spiegelverkipfung (s. 6); c. Zur Überlagerung zweier um  $\beta$  zueinander geneigter ebener Wellenfronten mit den Wellenvektoren  $\vec{k}_1$  und  $\vec{k}_2$  mit Streifenabstand  $s$  in der Schirmebene (x-y)

## 3.2 Anwendungen des Michelson-Interferometers

### 3.2.1 Thermischer Ausdehnungskoeffizient

Einer der Spiegel wird am Ende eines Metallstabes befestigt, dessen anderes Ende mit der Grundplatte verbunden ist.

Die Temperatur des Metallstabes wird langsam geändert. Man zählt entsprechend (7)  $m$  Streifen und erhält bei gegebener Temperaturänderung  $\Delta T$  die Längenänderung  $\Delta l$  sowie den linearen Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha$

$$\begin{aligned}\Delta l = l - l_0 &= l_0 \alpha \Delta T = m \frac{\lambda}{2} \\ \alpha &= \frac{m \lambda}{2 l_0 \Delta T} .\end{aligned}\quad (9)$$

Vorzuziehen ist nach Aufheizen auf ca. 65 °C die Messung während des Abkühlens. Aus der grafischen Darstellung  $m(T)$  kann der Ausdehnungskoeffizient  $\alpha$  bestimmt werden.

### 3.2.2 Hysterese eines Piezo-Aktors

Wird ein geeignetes piezoelektrisches Material, z. B. Quarz oder Bariumtitanat ( $\text{BaTiO}_3$ ) einer mechanischen Zug- oder Druckspannung ausgesetzt, so entsteht an den Endflächen eine elektrische Spannung. Bringt man umgekehrt den Kristall in ein elektrisches Feld, so ändert er seine Länge, was dynamisch z. B. beim Schwingquarz und statisch z. B. beim **Piezo-Aktor** angewendet wird. Piezo-Aktoren werden auch zur elektrisch gesteuerten Positionierung der Spitze im Rastertunnelmikroskop oder zur Justierung von Interferometerspiegeln benutzt. Dabei können die kleinsten Schritte im nm-Bereich liegen. Aktoren müssen mit Gleichfeldstärken im Bereich von kV/mm vorpolarisiert werden, da der Piezo-Effekt infolge Depolarisierung durch Temperatur- und Feldeinwirkung reduziert wird.

Allgemein zeigen Aktoren **Hysterese**, d. h. einen nichtlinearen und nicht eindeutigen Zusammenhang zwischen Längenänderung  $\Delta l$  und elektrischer Spannung  $U$ , der stark von der Vorgeschichte abhängt.

Zur Aufnahme der Längen-Hysterese des Piezo-Aktors wird die angelegte Spannung zwischen + 100 V bis - 10 V variiert.

### 3.2.3 Bestimmung der Brechzahl von Luft

In einen Strahl des Interferometers nach Michelson wird eine evakuierbare Küvette der Länge  $d$  eingebracht.

Diese kann evakuiert und schrittweise wieder mit Luft gefüllt werden. Bei beiden Vorgängen werden nach (10)  $m$  Streifen gezählt, die der Brechzahldifferenz proportional sind:

$$\Delta = m \lambda = 2 d \Delta n = 2 d (n - 1) \quad \text{d. h.} \quad n = 1 + \frac{m \lambda}{2 d} . \quad (10)$$

#### Korrektur der Brechzahl:

Die Messung wird bei der Temperatur  $T$  und dem Druck  $p$  durchgeführt:  $n(p, T) = 1 + \frac{m \lambda}{2 d}$ . Die Korrektur auf Normalbedingungen ( $p_0 = 1013 \text{ mb}$ ;  $T_0 = 273 \text{ K}$ ) erfolgt anhand der Zustandsgleichung idealer Gase (s. Anhang):

$$n(0) = 1 + \frac{m \lambda}{2 L} \cdot \frac{p_0}{p} \frac{T}{T_0} \quad (11)$$

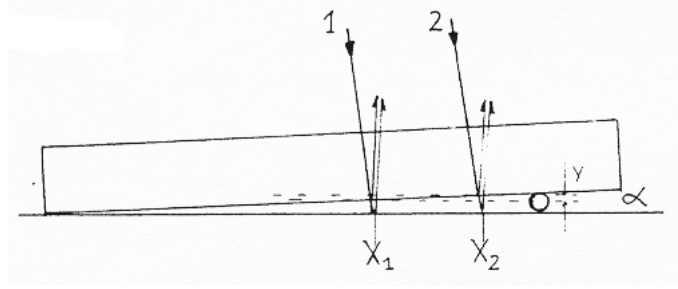
## 4 Anhang

### 4.1 Weitere Interferenzapparate

Der Vollständigkeit halber sollen einige weitere Interferenzapparate erwähnt werden.

## 4.2 Interferenzen am Keil

Auf der ebenen Glasplatte des Tisches eines Meßmikroskops erzeugt man mit Hilfe eines geraden Drahtes und einer planparallelen Glasplatte einen Luft-(oder Flüssigkeits-) Keil (Abb. 5).



**Abb. 5:** Beobachtung von Interferenzen am Keil

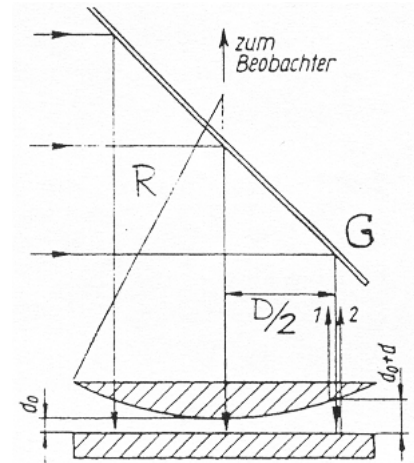
Monochromatisches Licht wird über eine Glasplatte G (s. Abb. 6) eingespiegelt. Man beobachtet abwechselnd helle und dunkle Streifen (**Interferenzen gleicher Dicke**), deren Anzahl ( $N$ ) pro Längeneinheit  $x$  durch Auszählen im Meßmikroskop ( $x$  = Koordinate senkrecht zu den Streifen) gemessen und grafisch ausgewertet wird. Dem Kehrwert des Abstands zweier benachbarter Streifen ( $x_i - x_{i-1}$ ) entspricht der Anstieg  $\frac{\Delta N}{\Delta x} = \frac{1}{x_i - x_{i-1}}$ . Da der Phasensprung  $\pi$  an der unteren Glasplatte für alle Teilwellen gleich ist und bei der Differenzbildung herausfällt, ist der Phasenunterschied der jeweils zur Interferenz kommenden Teilwellen von einem dunklen Streifen (Strahlen-Paar 1) zum nächsten (2, s. Abb. 5) gegeben durch den Gangunterschied:

$\Delta = 2y = 2 \tan \alpha (x_i - x_{i-1}) = \lambda$  oder

$$\frac{\Delta m}{\Delta x} = \frac{1}{x_i - x_{i-1}} = \frac{2 \tan \alpha}{\lambda} \quad (a); \quad \text{d. h.} \quad \lambda = \frac{2 \tan \alpha}{\frac{\Delta m}{\Delta x}} \quad (b); \quad \text{bzw.} \quad \lambda = \frac{2 n \tan \alpha}{\frac{\Delta m}{\Delta x}} \quad (c). \quad (12)$$

### 4.2.1 Newtonsche Ringe

Die Anordnung (Abb. 6) entspricht der Abb. 5, wobei die obere Glasplatte durch eine plankonvexe Linse ersetzt wird. Die Interferenzen gleicher Dicke sind jetzt konzentrische Kreise, deren Durchmesser  $D_i$  quadratisch mit den Gangunterschieden  $\Delta_i = 2(d_i + d_0) \approx 2d_i$  verknüpft sind und die in Abhängigkeit von der Anzahl  $N$  gemessen werden. (Erwarten Sie den zentralen Punkt hell oder dunkel?) Mit  $R$  als Linsenradius (typisch  $R \approx 10$  m) und  $d \approx D^2/8R$ ; ( $d \ll D$ ) hängt für  $d_0 \approx 0$  die Differenz der Quadrate zweier benachbarter Durchmesser



**Abb. 6:** Zur Beobachtung von Newtonschen Ringen

mit der Differenz der zugehörigen Gangunterschiede  $(d_i - d_{i-1}) = \lambda/2$  wie folgt zusammen:

$$(d_i - d_{i-1}) = \frac{1}{8R}(D_i^2 - D_{i-1}^2) \quad (a); \quad \text{woraus} \quad \lambda = \frac{1}{4R}(D_i^2 - D_{i-1}^2) = \frac{1}{4R} \frac{\Delta(D^2)}{\Delta m} \quad (b) \quad (13)$$

folgt. Mittels Gl. (13 b) kann eine unbekannte Größe ( $\lambda$  oder  $R$ ) bestimmt werden.

### 4.2.2 Interferometer nach Jamin

Hier findet eine zweimalige Aufspaltung des Primärstrahls je an der Vorder- und Hinter-Seite zweier planparalleler Platten statt. Von den 4 entstehenden Teil-Strahlen werden die beiden äußeren ausgeblendet. An jeder der (nahezu) gleichen Platten wird der Gangunterschied  $\Delta$  zwischen dem gebrochenen und an der Rückseite reflektierten (2 x) und dem direkt reflektierten Strahl (y) betrachtet.

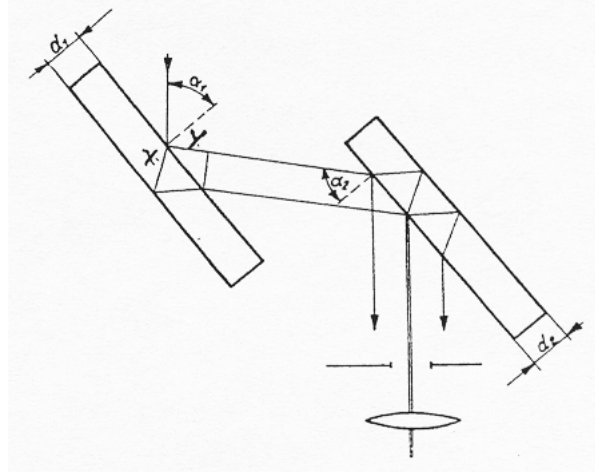


Abb. 7: Jamin'sches Interferometer

Der Gangunterschied an der ersten Platte beträgt

$$\Delta_1 = 2x - y = \frac{2d_1 n}{\cos \beta} - 2d_1 \frac{\sin \beta \sin \alpha_1}{\cos \beta} \quad (14)$$

$$\text{Mit } \sin \alpha_1 = \frac{y}{2d_1 \tan \beta} \quad ; \quad a = d_1 \tan \beta \quad ; \quad \sin \beta = \frac{\sin \alpha_1}{n} \quad \text{wird} \quad (15)$$

$$\Delta_1 = 2d_1 \left[ \frac{n}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha_1}{n^2}}} - \frac{\frac{\sin \alpha_1}{n} \sin \alpha_1}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha_1}{n^2}}} \right] = 2d_1 \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1} \quad (16)$$

Der gleiche Gangunterschied tritt an der zweiten planparallelen Platte auf, so daß bei völliger Gleichheit und Parallelität beider Platten der gesamte Gangunterschied  $\Delta_1 - \Delta_2$  verschwindet. Sind die Dicken und Neigungswinkel beider Platten etwas verschieden, so folgt aus Gl.(16) ein resultierender Gangunterschied

$$\Delta_1 - \Delta_2 = 2d_1 \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1} - 2d_2 \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_2} \quad . \quad (17)$$

Durch Verkippen (Anderung von  $\alpha_1$ ) einer Platte können die Abstände der beobachteten Streifen variiert werden. Wird in einen der beiden Strahlengänge ein anderes Medium (Brechzahl  $n_1$ ; Länge der Küvette  $L$ ) eingebracht, so entsteht ein zusätzlicher Gangunterschied  $\Delta$  infolge der optischen Wegänderung  $L(n_0 - n_1)$  (vergl. mit (7):

$$L(n_0 - n_1) = \Delta = m \lambda \quad . \quad (18)$$

### 4.2.3 Zum Interferenzterm der Intensität

Zur Berechnung der Intensität der Elongation  $\xi_{res} = \xi_1 + \xi_2$  muß  $\xi_{res}$  komplex quadriert werden. (Beachtung der Eulerschen Gleichung:  $\cos \psi = \frac{1}{2}(e^{j\psi} + e^{-j\psi})$  und ferner des Spezialfalls gleicher Amplituden,  $\hat{\xi}_1 = \hat{\xi}_2$ ).

Die Phasendifferenz berechnet sich zweidimensional zu:  $\Delta\Phi = \Delta(\vec{k}\vec{r}) = \Delta(k_x x + k_z z)$ .

$$\begin{aligned} I_{res} &= \left[ \hat{\xi}_1 e^{j(\omega t + k_x x - k_z z)} + \hat{\xi}_2 e^{j(\omega t - k_x x - k_z z + \Delta\Phi)} \right] \cdot \left[ \hat{\xi}_1 e^{-j(\omega t + k_x x - k_z z)} + \hat{\xi}_2 e^{-j(\omega t - k_x x - k_z z + \Delta\Phi)} \right] \\ &= e^{j(\omega t - k_x x - k_z z)} \left[ \hat{\xi}_1 + \hat{\xi}_2 e^{j\Delta\Phi} \right] \cdot e^{-j(\omega t - k_x x - k_z z)} \left[ \hat{\xi}_1 + \hat{\xi}_2 e^{-j\Delta\Phi} \right] \\ &= \hat{\xi}_1^2 + \hat{\xi}_2^2 + \hat{\xi}_1^2 \hat{\xi}_2^2 \cdot (e^{j\Delta\Phi} + e^{-j\Delta\Phi}) \\ &= \hat{\xi}_1^2 + \hat{\xi}_2^2 + 2\hat{\xi}_1 \hat{\xi}_2 \cdot \cos \Delta\Phi = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos \Delta\Phi \quad . \end{aligned} \quad (19)$$



Der maßgebliche Phasenwinkel  $\Delta\Phi$  und damit der Interferenzterm  $\cos \Delta\Phi$  soll für zwei Spezialfälle diskutiert werden

$$\Delta\Phi = [(k_{z,1}z_1 - k_{z,2}z_2) + k_x\Delta x = [2k_z\Delta L + \beta k_x x] \quad . \quad (20)$$

Die Phasendifferenz nach (20) soll für die zwei Spezialfälle diskutiert werden:

- Bei konstantem  $\beta$  existieren nur Variationen in  $z$ -Richtung:  $\Delta\Phi = 2k_z\Delta z = 2k_z\Delta L$  (Längenmessung).
- Zum anderen ist bei einer reinen Verkipfung eines Spiegels die Phase nur mit  $\beta$  veränderlich ( $\Delta z = 0$ ).

#### 4.2.4 Zur Dichteabhängigkeit der Brechzahl

Die Maxwellsche Relation lautet  $\epsilon = n^2$  (für hinreichend hohe Frequenzen und starke Verdünnung, keine Wechselwirkung). Mit ( $n = 1 + \Delta n$ ;  $n - 1 \ll 1$ ), z.B. in Luft gilt

$$\chi_{el} = \epsilon - 1 = n^2 - 1 \quad (a) ; \quad (1 + \Delta n)^2 - 1 \approx 2(n - 1) = 2\Delta n \quad . \quad (21)$$

(Vernachlässigung von  $(\Delta n)^2$  gegen  $2\Delta n$ ).

Der Dichtezuwachs  $\Delta n$  beim Übergang von Vakuum in Luft ist wie  $\chi_{el} \sim N$  (Teilchenzahl), d. h.  $\sim p$  oder  $\sim \rho$ . Die Korrektur folgt aus der Zustandsgleichung :  $\frac{\rho_0}{\rho(p,T)} = \frac{N_0}{N(p,T)} = \frac{T p_0}{T_0 p}$ .

## 5 Fragen

1. Wie beschreibt man mathematisch eine ebene harmonische Welle? Wodurch wird die Phase bestimmt?
2. Nennen Sie Ursachen für Phasenunterschiede; wie kann man den Gangunterschied beeinflussen (Interferenzapparate)?
3. Unter welcher Voraussetzung können zwei Wellen interferieren? Was versteht man unter Kohärenzbedingung?
4. Was versteht man unter konstruktiver und destruktiver Interferenz?
5. Warum ist LASER-Licht besonders gut kohärent?
6. Skizzieren Sie den Strahlenverlauf in einem Michelson-Interferometer.
7. Wie wurde das historisch berühmte Michelson-Experiment zum Beweis der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum durchgeführt?
8. Wie lauten die Differentialgleichungen für eine Seilwelle, eine ebene elastische und eine ebene elektromagnetische Welle? Wovon hängen die jeweiligen Phasengeschwindigkeiten ab?
9. Wie berechnet man den Gangunterschied bei dem Michelson-Interferometer und anderen Interferenzapparaten?
10. Worauf beruht das Tolanski-Verfahren zur Dickenbestimmung?
11. Wie funktioniert ein Interferenzfilter? Wie und wozu stellt man eine vergütete Optik her?

**Literatur**

- [1] H.-J. Paus, Physik in Experimenten und Beispielen, V. C.-Hanser München 1995
- [2] E. Hecht, Optik, Add. Wesley 1989
- [3] W. Ilberg, M. Krötsch, D. Geschke, P. Kirsten, W. Schenk,  
A. Schneider, H. Schulze, Physikalisches Praktikum für Anfänger,  
Leipzig 1994
- [4] W. Walcher, Praktikum der Physik, V. Teubner, Stuttgart 1989