

# Brechzahl und Dispersion

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Aufgabenstellung</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Allgemeine Grundlagen</b>	<b>2</b>
2.1	Snellius'sches Brechungsgesetz und Totalreflexion . . . . .	2
2.2	Dispersion . . . . .	2
2.3	Standard-Dispersion . . . . .	3
2.4	Geradsichtsprisma . . . . .	3
2.5	Refraktometer nach Abbé . . . . .	4
2.6	Doppelbrechender Kristall . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Experimente</b>	<b>5</b>
3.1	Standard-Messungen mit dem Abbé-Refraktometer . . . . .	5
3.2	Beleuchtung mit Spektral-Linien . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Anhang</b>	<b>6</b>
4.1	Zum Meßwinkel . . . . .	6
4.2	Cd-Spektral-Linien, Fraunhofer-Linien und Brechzahlen . . . . .	6
4.3	Zur Doppelbrechung einachsiger Kristalle . . . . .	7
4.4	Zum mikroskopischen Verständnis der Dispersion . . . . .	7
4.5	Phasen-, Gruppen- und Signal-Geschwindigkeit . . . . .	8
4.6	Fragen . . . . .	9

## 1 Aufgabenstellung

1. Mit dem Refraktometer nach Abbé sind mit weißem Licht die Brechzahlen und die Standard-Dispersion von zwei Flüssigkeiten und einer Glasplatte zu bestimmen.
2. Es werden Brechzahl und Standard-Dispersion für den ordentlichen und den außerordentlichen Strahl eines Quarz-Kristalls bestimmt.
3. Mit Cd-Spektrallinien ist für Wasser die empirische Dispersionsformel zu prüfen.

## 2 Allgemeine Grundlagen

### 2.1 Snellius'sches Brechungsgesetz und Totalreflexion

Gelangt die Normale einer elektromagnetischen ebenen Welle unter dem Einfallswinkel  $\alpha$  aus dem Vakuum (Lichtgeschwindigkeit  $c$ ) durch die ebene Grenzfläche in ein Medium (Lichtgeschwindigkeit  $c_1 < c$ ), so wird ein Teil der Welle reflektiert <sup>1</sup> und der restliche Teil in das Medium eindringen, wobei die Wellennormale in Richtung Einfallslot abgelenkt wird (Brechungswinkel  $\beta$ ). Nach Snellius <sup>2</sup> gilt

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{c_1} = \frac{n_1}{n_0} \quad . \quad (1)$$

(mit  $n_0 = 1$  als Brechzahl des Vakuums und  $n$  als Brechzahl des Mediums; meist ist das umgebende Medium Luft, dessen Brechungsindex ist bei  $15^\circ \text{ C}$  und  $p = 101,325 \text{ kPa}$ , trocken,  $n_L = 1,00028 \approx 1$ ).

Beim Übergang zwischen 2 Medien gilt  $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$ . Ist  $n_1 > n_2$ , so entfällt oberhalb eines bestimmten Einfallswinkels ( $\alpha_{1,gr} = \arcsin(n_2/n_1)$ ) der gebrochene Anteil und es erfolgt **Totalreflexion** ( $\alpha_{1,gr}$  = Grenzwinkel der Totalreflexion). Für nicht zu hohe Frequenzen (Radiowellen) gilt die Maxwellsche Relation

$$n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \approx \sqrt{\epsilon_r} \quad , \quad (2)$$

angenähert für nicht ferromagnetische Stoffe durch  $\mu_r \approx 1$ . So ist z. B. für Wasser bei niedrigen Frequenzen (im Bereich von Radio-Wellen)  $n = \sqrt{81} = 9$ , während im Bereich des sichtbaren Lichtes etwa  $n \approx 1,33$  gemessen wird. Eine derartige Frequenzabhängigkeit der Brechzahl weist hin auf eine (starke) Dispersion.

### 2.2 Dispersion

Die Wechselwirkung der einzelnen Atome des Mediums mit der elektromagnetischen Welle (Kreisfrequenz  $\omega$ ) führt zu gedämpften erzwungenen Schwingungen der Elektronen (Resonanz bei der Eigenfrequenz  $\omega_0$ ), wobei nur bei verdünnten oder durchsichtigen Medien (weit entfernt von der Resonanzstelle) Dispersion und Absorption zu trennen sind (im folgenden wird Absorption nicht betrachtet).

<sup>1</sup>Der quantitative Zusammenhang zwischen einfallendem, gebrochenen und reflektierten Anteil unter Berücksichtigung der Polarisierung ist durch die Fresnel'schen Formeln gegeben

<sup>2</sup>1580 - 1626

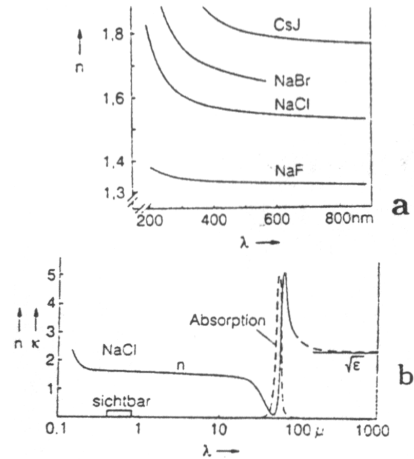
Zur anschaulichen Erklärung der Dispersion zeigt Abb. 1 schematisch, wie die durch die Primärwelle angeregten Atome des Mediums die Sekundärwellen mit wachsender Phasenverschiebung und dadurch verkürzter Wellenlänge abstrahlen. Wegen der Größe  $(\omega_0^2 - \omega^2)$  im Nenner der Resonanzamplitude wird die Brechzahl frequenzabhängig. Die Theorie ergibt für konzentrierte Nichtleiter

(z. B. Gläser, s. Anhang; Formel von Clausius- Mosotti <sup>3</sup> bzw. Lorentz-Lorenz <sup>4</sup>):

$$\frac{(n^2 - 1)}{(n^2 + 2)} \sim \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (3)$$

Trägt man die Brechzahl über der Wellenlänge des einfallenden Lichtes auf, so erhält man die Dispersionskurve (Abb. 2). Für die meisten Gläser nimmt  $n$  mit  $\lambda$  im Bereich des sichtbaren Lichtes ab (Abb. 2 a; normale Dispersion), während in der Nähe einer Resonanzstelle (meist im UV-Bereich) starke Absorption mit anomaler Dispersion beobachtet wird (Abb. 2 b).

Abb. 2:  $n(\lambda)$  für nur normale (a); (b) mit anomaler Dispersion um  $\lambda \approx 80\mu\text{m}$ , begleitet von starker Absorption [1]



## 2.3 Standard-Dispersion

Ein geeignetes Dispersions-Maß wäre z. B.  $\frac{\partial n}{\partial \lambda}$  (s. Auflösungsvermögen von Prismen), wobei die gesamte (bekannte) Kurve  $n(\lambda)$  abzuleiten wäre.

Traditionell und bei Festlegung auf bestimmte Wellenlängen werden zur Charakterisierung von Gläsern in der Optik Brechzahl und Dispersion den Fraunhofer-Linien C, D, F zugeordnet:

**1. Die Brechzahl  $n$**  bezieht man auf die Natrium-D-Linie; es wird  $n_D$  angegeben.

**2. Die Dispersion** wird bezogen auf die Differenz der Brechzahlen für die F- und C-Linie, d. h. es wird  $(n_F - n_C)$  angegeben (Standard-Dispersion).

Zur weiteren Charakterisierung eines brechenden Mediums wird häufig die relative Dispersion  $\vartheta_{rel}$  oder deren Kehrwert, die Abbé-Zahl  $\nu$  benutzt:

$$\vartheta_{rel} = \frac{(n_F - n_C)}{(n_D - 1)} \quad (a) \quad ; \quad \nu = \frac{(n_D - 1)}{(n_F - n_C)} \quad (4)$$

## 2.4 Geradsichtsprisma

Für ein Prisma bekannter Geometrie, Brechzahl und Dispersion läßt sich die Ablenkung, die um so stärker ist, je größer die Dispersion und die Basisbreite des Prismas sind, berechnen.

Mit Kombinationen von Prismen aus unterschiedlichen Glassorten können entweder die Dispersion

<sup>3</sup>R. Clausius 1822-1888, O.-F. Mosotti 1791-1863

<sup>4</sup>V. Lorenz 1829-1888, H.A. Lorentz 1853-1928

oder die Brechung unterdrückt werden.

Bei **Geradsichtsprismen** (Amici <sup>a</sup>) werden drei oder fünf Kron- und Flintglas-Prismen,

<sup>a</sup>G. Amici 1860

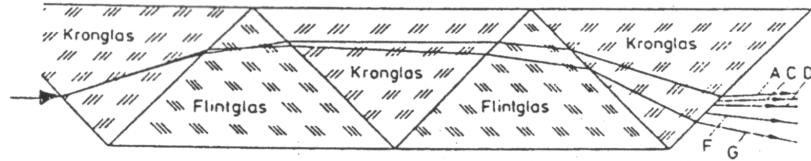


Abb. 3: Beispiel eines Geradsichtsprismas

deren Abbé-Zahlen verschieden sind und deren brechende Kanten gegeneinander stehen, abwechselnd in einer Reihe montiert. Ein achsennaher Strahl mit der  $D$ -Wellenlänge passiert die Anordnung (im Innern zwar mehrfach gebrochen, aber am Ausgang) geradlinig, während Strahlen anderer Wellenlängen abgelenkt werden.

Im Tubus des Beobachtungs-Fernrohres des Abbé-Refraktometers sind zwei Amici-Prismen entlang der Achse in Reihe angeordnet. Bei einer bestimmten Verdrillung beider Prismen um die Strahl-Achse wird die  $n_D$ -Linie gerade durchgelassen, während andere Wellenlängen ganz verschwinden, da sie zwei mal seitlich abgelenkt werden.

Allerdings ist diese seitliche Ablenkung auch von der Dispersion des Meßobjekts abhängig, was für die empirische Dispersionsbestimmung ausgenutzt wird.

## 2.5 Refraktometer nach Abbé

Die Refraktometer nach Abbé und Pulfrich nutzen den Grenzwinkel der Totalreflexion aus. Die Abb. 4 zeigt den Strahlengang im Meßprisma eines Refraktometers nach Abbé. Dieses besteht aus einem aufklappbaren symmetrischen Doppelprisma mit dem charakteristischen Prismen-Winkel  $\alpha$  ( $62,945^\circ$ ; beim Pulfrich-Refraktometer beträgt  $\alpha = 90^\circ$ ). Die maximale Brechzahl der Meßflüssigkeit ist begrenzt: ( $n_{fl} < n_{pr}$ ; beim Versuch:  $n_{D,pr} = 1,74076$ ).

Man bringt einen Tropfen der Flüssigkeit zwischen beide Prismen. Über das Beleuchtungsprisma gelangt diffuses

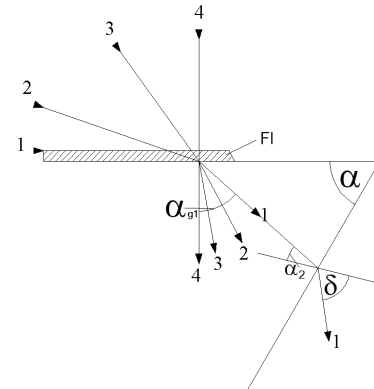


Abb. 4: Schematischer Strahlengang im Meßprisma nach Abbé

weißes Licht in die Flüssigkeitsschicht. Dieses diffuse Licht wird nur bis  $\alpha_{gr}$  in das zweite, das Meßprisma, hineingebrochen. Der restliche Winkelbereich bleibt dunkel. Beim Austritt aus dem Prisma wird der Grenzwinkel  $\delta$  gemessen. Nach Gl. (1) gilt mit  $\alpha_1 = \pi/2$ :  $\sin \alpha_{gr} = n/n_{pr}$ . Unter Beachtung der Winkelsumme im Dreieck sowie  $n_{Luft} \approx 1$  gilt für die zu bestimmende Brechzahl der Flüssigkeit  $n_{fl}(\lambda)$

$$n_{fl}(\lambda) = \sin \alpha \sqrt{n_{pr}^2 - \sin^2 \delta} - \cos \alpha \sin \delta \quad . \quad (5)$$

Die Meßskala (links) ist nicht in Winkleinheiten (für  $\delta$ ), sondern in  $n_D$ -Werten kalibriert.

### Der Kompensator und die empirische Bestimmung der Standard-Dispersion:

Im Beobachtungs-Strahlengang (rechts) befindet sich das erwähnte Paar von Geradsichtsprismen, deren gegenseitige Verdrillung  $z$  bis zum Verschwinden des farbigen Saums angezeigt wird.

( $0 \leq z \leq 60^\circ$ ; Geradeausstellung entspricht  $z = 30$  Skt.). Dieser Kompensator erfüllt zwei Aufgaben:

1. Er selektiert den Na-D-Strahl für die  $n_D$ -Bestimmung.

2. Der  $z$ -Wert ist ein empirisches Maß für die Dispersion.

( $n_F - n_C$ ) kann daher über eine empirische Tabelle nach einer "Dispersions-Formel" bestimmt werden.

**Gläser:**

Zur Messung der Brechzahl und der Dispersion von Glas- (oder Quarz-) Platten bleibt das Beleuchtungs-Prisma aufgeklappt. Das Meßobjekt wird mit einer Flüssigkeit hoher Brechzahl (MBN) von unten an das Meßprisma angeklebt ( $n_{gl} < n_{MBN} < n_{pr}$ ; MBN = Monobromnaphtalin;  $n_{MBN} = 1.6572$ ;  $19^\circ \text{ C}$ ).

Die Platten sind zur diffusen Beleuchtung stirnseitig matt geschliffen.

**2.6 Doppelbrechender Kristall**

In einachsigen doppelbrechenden Kristallen existieren zwei Lichtgeschwindigkeiten ( $c_o$  und  $c_e$ ) und daher zwei Brechzahlen ( $n_e$  und  $n_o$ ;  $o$  für ordentlich = ordinär und  $e$  für extraordinär), die für eine ausgezeichnete Kristall-Richtung, die optische Achse zusammenfallen. Natürliches Licht, das nicht in der optischen Achse einfällt, wird in einen ordentlichen und einen außerordentlichen Strahl aufgespalten. Beide Strahlen sind senkrecht zueinander polarisiert. Bei einem Hauptschnitt ist ein Kristall so geschliffen, daß die optische Achse in der Schnittebene liegt. Beim  $o$ -Strahl schwingt der  $E$ -Vektor der Lichtwelle senkrecht zum Hauptschnitt, beim  $e$ -Strahl in der Ebene des Hauptschnitts. Für den Versuch ist der Quarz **senkrecht zur optischen Achse** geschliffen und diese Fläche wird mit MBN auf das Meßprisma geklebt. Der streifend einfallende Grenzstrahl, genauer ein  $o$ - und ein  $e$ -Strahl, treten senkrecht zur optischen Achse in das Prisma ein. Sie werden mit zwei Grenzwinkeln in das Prisma hineingebrochen. Man beobachtet 2 scharfe Übergänge zwischen Hell-Grau bzw. Grau-Dunkel entsprechend  $n_o$  bzw.  $n_e$ .

**3 Experimente****3.1 Standard-Messungen mit dem Abbé-Refraktometer**

Zur Bestimmung der Brechzahl und der Dispersion von Flüssigkeiten (eine davon ist Wasser als Normal) wird das Refraktometer als Routine-Gerät mit weißem (Glühlampen-) Licht benutzt und nach Gebrauchsanweisung verfahren. Das gilt bei schonender Behandlung des Prismas (jeglichen Kratzer vermeiden!) auch für die Glas- bzw. die Quarz-Platte.

**3.2 Beleuchtung mit Spektral-Linien**

Hätte man monochromatische Beleuchtung (z. B. Na-D-Licht), so würde man einen Übergang von gelb nach dunkel beobachten. Der Kompensator würde nur in der neutralen Stellung ( $z = 30$  Skt.) Licht durchlassen und eine Bestimmung der Dispersion wäre nicht möglich.

Im Versuchsteil 3 wird bei  $z = 30 = \text{konst.}$  die empirische Dispersionsformel für Wasser mit den 4 Spektrallinien einer Cd-Lampe überprüft.

Dazu werden für die von schwarz nach rot sowie rot nach grün scharfen (dann weniger scharfen; Verbesserung mit Blaufilter!) Übergänge die scheinbaren  $n$ -Werte, ab sofort  $x$ -Werte, bestimmt und gemeinsam mit  $n_D = 1,333$  als 5. Punkt grafisch als  $x(\lambda)$  dargestellt. Nach Extrapolation der Kurve werden die Werte  $x_F$  und  $x_C$  entnommen. Damit lassen sich nach Umstellung der Gl. (5) zunächst die zugehörigen wahren Winkel  $\delta$  (bzw.  $\sin \delta$ ) nach

$$\sin \delta = \sin \alpha \sqrt{n_D^2 - x^2} - x \cos \alpha \quad (6)$$

berechnen. Dann erfolgt schließlich die Umrechnung auf die beiden  $n_F$  und  $n_C$ -Werte nach Gl. (5) unter Verwendung der Brechzahlen des Prismas für die Wellenlängen D,F,C.

## 4 Anhang

### 4.1 Zum Meßwinkel

Zur Herleitung der Gln. (5,6) geht man aus von der Winkelsumme im skizzierten Dreieck innerhalb des Meßprismas (s. Abb. 4) und wendet das Brechungsgesetz für den Eintritt des Grenzstrahls in das Prisma und für den Austritt aus dem Prisma an. Diese 3 Beziehungen lauten:

$$\alpha - \alpha_{gr} = \alpha_2 \quad (a) \quad ; \sin \alpha_{gr} = \frac{n}{n_{pr}} \quad (b) \quad ; \sin \delta = n_{pr} \sin \alpha_2 \quad (c) \quad . \quad (7)$$

Nach Einsetzen der Gln. (a,b) in (c) und Umformung folgt die Gl. (6) und damit

$$(\sin \delta + n \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha n_{pr}^2 - n^2 \sin^2 \alpha \quad , \quad (8)$$

was auf eine quadratische Gleichung für  $n$  führt. Deren Lösung mit positivem Vorzeichen der Wurzel ist

$$n = -\cos \alpha \sin \delta + \sqrt{(\cos \alpha \sin \delta)^2 + n_{pr}^2 \sin^2 \alpha - \sin^2 \delta} \quad . \quad (9)$$

nach kurzer Rechnung ergibt sich (5).

### 4.2 Cd-Spektral-Linien, Fraunhofer-Linien und Brechzahlen

Aus dem Linienspektrum der Kadmium-Spektrallampe (5 min einbrennen lassen!) werden folgende Wellenlängen benötigt:

**Tab. 1: 4 Wellenlängen der Cd-Spektrallampe**

rot	644,0 nm
grün	508,7 nm
blau	480,1 nm
blau-violett	467,9 nm

Fraunhofer zählte im Jahre 1814 eine Anzahl von 567 Linien, deren Bezeichnungen man auch heute noch für etwa 10 Linien (Buchstaben A bis K) benutzt. Im Versuch werden benötigt:

**Tab. 2: Wellenlängen von 3 Fraunhoferlinien:**

$\lambda_F$	486 nm
$\lambda_C$	656 nm
$\lambda_D$	589,3 nm

**Tab. 3: Einige Brechzahlen:**

Flüssigkeit	$n_D$	$(n_F - n_C)$
Wasser, dest.	1,3332	0,0059
Ethylalkohol	1,362	
Benzol	1,501	0,017
Kanada-Balsam	1,54	
Schwerst-Flint-Glas	1,9	

### 4.3 Zur Doppelbrechung einachsiger Kristalle

Die Abb. 5 a zeigt sogenannte Wellen-flächen, in denen die Lichtgeschwindigkeit im Medium in Abhängigkeit von der Richtung dargestellt ist. Das linke Bild betrifft den optisch negativen Kristall (z. B. Kalkspat,  $c_o < c_e$ ;  $n_o > n_e$ ), das rechte den positiven (z. B. Quarz,  $c_o > c_e$ ;  $n_e > n_o$ , s. a. Abb. 5 c).

In der Abb. 5 b ist schematisch nach [1] die Entstehung des außerordentlichen (E) und ordentlichen Strahles (O) für den Fall eines negativ doppelbrechenden Kristalls (z.B. Kalkspat) angedeutet. Während die durch den Vektor  $\vec{D}$  bestimmten Richtungen von  $\vec{k}$  unverändert bleiben, sind die Pointing-Vektoren der Energieströmung  $\vec{S}$  verschieden. Ursache ist die Anisotropie der Dielektrizitätskonstanten.

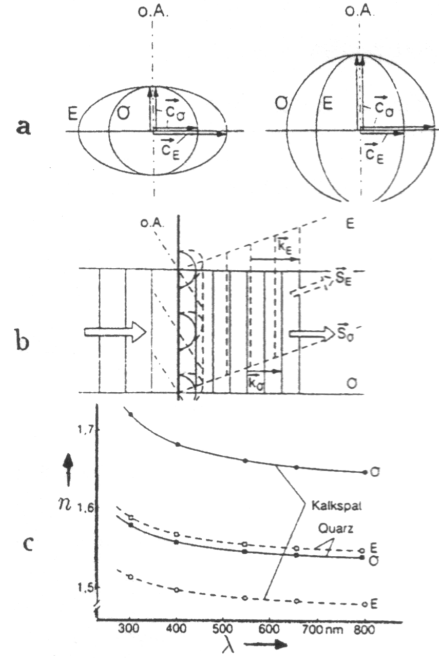


Abb. 5: a. Wellenflächen im negativ (links) bzw. positiv doppelbrechenden einachsigen Kristall; b. Huygens'sche Elementarwellen im Kristall; c. Beispiele für anisotrope Dispersionskurven

### 4.4 Zum mikroskopischen Verständnis der Dispersion

Durch das hochfrequente  $E$ -Feld wird im Medium (Konzentration  $N = \text{Anzahldichte}$ ) infolge der Störung der Gleichgewichtslage der Elektronen pro Atom ein Dipolmoment  $p = \alpha^* E$  erzeugt, das summarisch die elektrische Polarisation ( $P = Np$ )

$$P = \epsilon_0 \chi E = \epsilon_0 N \alpha^* E = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) E \quad (10)$$

zur Folge hat ( $\chi = (\epsilon_r - 1) = \text{elektrische Suszeptibilität}$ ;  $N \alpha^* = \chi$ ).

Mit Gl. (2) erhält man  $n^2 - 1 = N \alpha^*$ ; ( $\alpha^* \sim \text{atomare Suszeptibilität}$ ).

#### Modell zur Abschätzung von $\alpha^*$ , erzwungene Schwingung:

##### 1. Ohne Dämpfung:

Die maßgebliche Ladung, ein Elektron (e), sei elastisch gebunden ( $\omega_0^2 = k/m$ ), und seine Auslenkung  $x$  (und als Folge das atomare Dipolmoment  $p = ex = \alpha^* E$ ) genügt bei periodischer Anregung ( $E(t) = \hat{E} e^{j\omega t}$ ) der Dgl.

$$m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + kx = -e \hat{E} e^{j\omega t} \quad ; \quad \text{Lösung: } \hat{x} = -\frac{e \hat{E}}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad . \quad \text{Es folgt} \quad (11)$$

$$\alpha^* = \frac{e \hat{x}}{\hat{E}} = \frac{e^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad \text{bzw.} \quad n^2 - 1 = N \alpha^* = N(e^2/m) \sum_i \frac{f_i}{\omega_{i,0}^2 - \omega^2} = Y \quad , \quad (12)$$

wenn man in  $\alpha^*$  pro Atom mehrere Elektronen ( $f_i = \text{Oszillator-Stärke}$ ) und mehrere Eigenfrequenzen ( $\omega_{i,0}$ ) berücksichtigt, über die summiert wird.

##### 1.1 Näherung: verdünnte Medien (Gase):

$n^2 - 1 \approx 2(n - 1)$ , d.h.  $n = 1 + Y/2$ .

### 1.2 Konzentrierte Medien mit geringer Absorption (Gläser):

Die atomaren Dipole beeinflussen sich gegenseitig über ihre Dipolfelder (Lorentz-Feld) als Folge von Oberflächenladungen. Die daher notwendige Korrektur erfolgt über das Lorentz-Feld  $P/3\epsilon_0$  (s. Abb. 6). Denn zwischen dem inneren, mikroskopischen Feld  $E_{int}$  in einem kugelförmigen Hohlraum um das betrachtete Atom (Lorentzkugel, positiver Beitrag der Umgebung) und dem äußeren, angelegten Feld  $E_{ext}$  besteht bei isotropen Medien die Relation

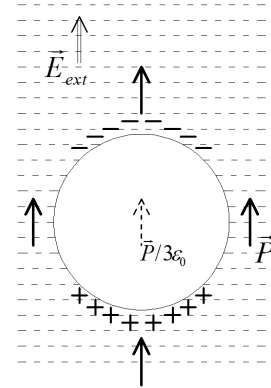


Abb. 6: Eine homogen polarisierte Umgebung erzeugt im kugelförmigen Hohlraum ein Lorentzfeld

$$E_{int} = E_{ext} + \frac{1}{3} \frac{P}{\epsilon_0} \quad . \quad (13)$$

Anstelle von Gl. (10) gilt jetzt mit dem gleichen Wert für  $\alpha^*$

$$P = \epsilon_0 N \alpha^* \left( E + \frac{P}{3\epsilon_0} \right) \quad ; \quad \text{oder} \quad P = \frac{\epsilon_0 E N \alpha^*}{\left( 1 - \frac{N \alpha^*}{3} \right)} \quad . \quad (14)$$

$$\text{Koeffizientenvergleich : } N \alpha^* = \frac{3(\epsilon - 1)}{(\epsilon + 2)} = \frac{3(n^2 - 1)}{(n^2 + 2)} = Y \quad . \quad (15)$$

Es ist also  $n^2 - 1$  durch  $\frac{3(n^2 - 1)}{(n^2 + 2)}$  zu ersetzen.

### 2. Beachtliche Dämpfung, Absorption:

Mit einem Dämpfungsfaktor  $\delta^* = r/2m$  wird aus Gl. (15) bzw. der Lösung

$$m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + r \frac{\partial x}{\partial t} + kx = -e \hat{E} e^{j\omega t}; \text{ Lsg. : } \hat{x} = -\frac{e \hat{E}}{m(\omega_0^2 - \omega^2) + ej\omega^2 \delta^{*2}}; \tan \varphi = \frac{2\delta^* \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad . \quad (16)$$

Infolge der Dämpfung finden wir eine reduzierte Amplitude der Polarisation und eine Phasenverschiebung um  $\varphi$ . Sowohl  $P$  und  $\alpha^*$  als auch  $c$  und  $n$  werden komplex.

## 4.5 Phasen-, Gruppen- und Signal-Geschwindigkeit

Dispersion bedeutet eine Differenz zwischen Gruppen- und Phasengeschwindigkeit. Während die Phasengeschwindigkeit sich zu  $v_{ph} = \frac{\omega}{k}$  berechnet, gilt für die Gruppengeschwindigkeit (bei akustischen Wellen gleich der Signalgeschwindigkeit, bei Materiewellen gleich der Teilchengeschwindigkeit)

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = v_{ph} + k \frac{dv_{ph}}{dk} = v_{ph} - \lambda \frac{dv_{ph}}{d\lambda} \quad . \quad (17)$$

Gruppen- und Phasengeschwindigkeit sind also identisch, wenn keine Dispersion vorliegt. Andernfalls gilt

$$v_g < v_{ph} \quad \text{normale Dispersion} \quad ; \quad v_g > v_{ph} \quad \text{anomale Dispersion} \quad . \quad (18)$$

Im Bereich anomaler Dispersion elektromagnetischer Wellen ist die Signalgeschwindigkeit  $v_{sig}$  von  $V_g$  verschieden und es gilt  $v_{sig} < c_0$ , während  $v_g > v_{sig}$  sein kann (s. z. B. [1]).



#### 4.6 Fragen

1. Was versteht man unter normaler und anomaler Dispersion?
2. Wie unterscheiden sich Prismen für Spektral-Apparate vom achromatischen und vom Geradsichts-Prisma?
3. Wovon hängt das spektrale Auflösungsvermögen eines Prismas ab?
4. Was ist Totalreflexion?
5. Wie berechnet man den Grenzwinkel zwischen hell und dunkel beim Abbé-Prisma? Wie verläuft der Strahlengang, auch unter Beachtung der Dispersion?
6. Wie kann man das Brechungsgesetz mit Hilfe des Modells der Elementarwellen herleiten?
7. Wie verlaufen Elementarwellen im anisotropen Kristall; durch welche Brechzahlen ist Quarz charakterisiert?
8. Worauf beruht die Wirkung des Kompensators beim Refraktometer nach Abbé?
9. Wozu benutzt man Kanada-Balsam?
10. Könnte man mit dem beschriebenen Refraktometer die Brechzahl von Schwerst-Flint-Glas ( $n = 1,9$ ) bestimmen?

#### Literatur

- [1] H.-J. Paus, Physik in Experimenten und Beispielen, V. C.-Hanser München 1995
- [2] E. Hecht, Optik, Add. Wesley 1989
- [3] W. Ilberg, M. Krötsch, D. Geschke, P. Kirsten, W. Schenk, A. Schneider, H. Schulze, Physikalisches Praktikum für Anfänger, Leipzig 1994
- [4] A. Recknagel, Physik, Optik, Verlag Technik, 1990
- [5] W. Walcher, Praktikum der Physik, V. Teubner, Stuttgart 1989