

Elektronenbeugung

Inhaltsverzeichnis

1	Versuchsbeschreibung	2
1.1	Versuchsvorbereitung	2
1.2	Versuch: Wellennatur des Elektrons	2
2	Theoretische Grundlagen	3
2.1	Der Welle-Teilchen Dualismus	3
2.2	Röntgenbeugung	5
3	Fragen	7

1 Versuchsbeschreibung

Diesem Versuch beschäftigt sich mit der Wellennatur des Elektrons. Dazu wird ein gebündelter Elektronenstrahl an einem Graphit-Target gestreut und mit Hilfe eines Leuchtschirms betrachtet. Mit der Braggschen Streubedingung lässt sich aus der Analogie zur Röntgenbeugung die Wellenlänge des Elektrons bestimmen.

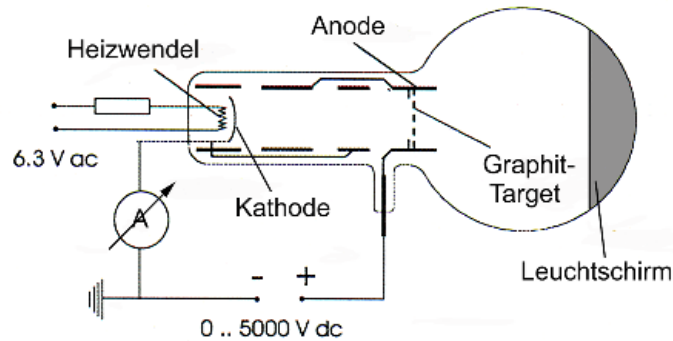


Abbildung 1: Versuchsanordnung.

Der Aufbau des Versuches ist in Abbildung 1 dargestellt. Eine Kathode wird in einer evakuierten Glasröhre mit Hilfe einer Glühwendel auf eine Temperatur von einigen hundert °C gebracht. Die Temperaturerhöhung führt dazu, dass ein sehr kleiner Bruchteil der Elektronen eine Energie erhält, die es ihnen erlaubt, die Potentialbarriere zwischen dem Inneren der Kathode und dem umgebenden Vakuum zu überwinden und aus der Kathode zu entweichen. Diese Elektronen werden durch die positive Anodenspannung beschleunigt. Der Wechsel von geerdeten und auf positivem Potential liegenden rohrförmigen Elektroden dient der Fokussierung des so erzeugten Elektronenstrahls. Am Abschluss dieser Anordnung trifft dieser auf ein Target aus polykristallinem Graphit. Dort kommt es zu einer Streuung der Elektronen. Hinter dem Target befindet sich ein Schirm, welcher mit einer phosphoreszierenden Schicht überzogen ist. Wenn ein Elektron auf diese Schicht trifft, regt es diese zum Leuchten an und wird auf diese Weise sichtbar gemacht.

1.1 Versuchsvorbereitung

Schließen Sie die Elektronenbeugungsröhre wie in Abbildung 1 dargestellt an das Netzgerät an. Das Netzgerät ist in Abbildung 2 dargestellt. Die Zuleitungen (10) für die Glühwendel befinden sich an der Rückseite des Netzgerätes. Legen Sie eine positive Spannung an die Anode. Die Kathode legen Sie über ein Multimeter an den mit „-“ gekennzeichneten Pol des Ausgangs (6). Letzteren verbinden Sie mit der Erdbuchse (8). Das Multimeter sollte auf den Vollausschlag 2 mA DC eingestellt sein. Drehen Sie den Hochspannungsregler (2) auf minimale Spannung. Schalten Sie das Netzgerät ein und drehen Sie die Spannung langsam hoch. Der Strom sollte kleiner als 0.2 mA bleiben.

1.2 Versuch: Wellennatur des Elektrons

Stellen Sie verschiedene Werte für die Spannung ein und messen Sie die Durchmesser d aller sichtbaren Ringe mit einer Schieblehre. Schätzen Sie die Breite der Ringe ab. Der Mittelpunkt der Glaskugel fällt nicht mit dem Target zusammen. Berechnen Sie den Abstand von Target und dem Bild auf dem Leuchtschirm nach Abbildung 3 und berechnen Sie den Streuwinkel 2θ . Berechnen Sie die Wellenlänge und tragen Sie den Impuls der Elektronen gegen die Wellenlänge auf. Bestimmen Sie die Proportionalitätskonstante und vergleichen Sie mit Gleichung (2).

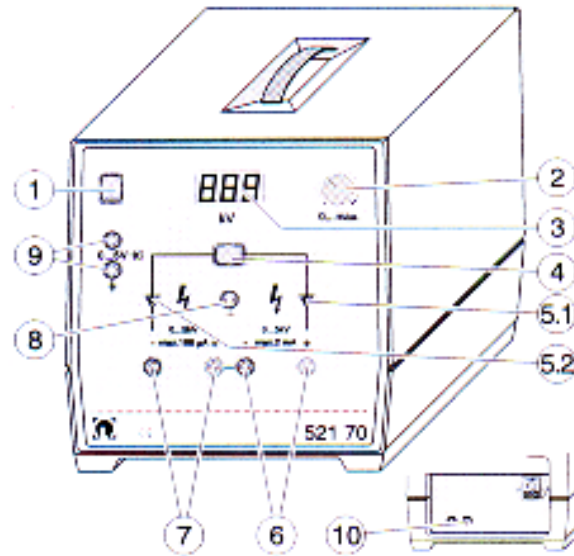


Abbildung 2: Netzgerät: (1) Ein/Aus-Schalter; (2) Potentiometer zum direkten kontinuierlichen Einstellen der Ausgangsspannung oder zur Vorwahl eines oberen Grenzwertes bei externer Steuerung der Ausgangsspannung über Eingang (9); (3) Digitalanzeige für die Ausgangsspannung; (4) Umschalter zur Aktivierung der Ausgänge (Stellung rechts: Ausgang (6); Stellung links: Ausgang (7); Stellung Mitte: Ausgänge (6) und (7) in Serie geschaltet); (5) Leuchtdioden zur Anzeige des aktivierten Ausgangs; (6) bzw. (7) Ausgänge zur Entnahme der über das Potentiometer (2) eingestellten oder über Eingang (9) extern gesteuerten Spannung (Ausgangsspannung strombegrenzt und erdfrei); (8) Erdbuchse, galvanisch mit Schutz Erde verbunden; (9) Steuereingang zur externen Steuerung der Ausgangsspannung unterhalb eines oberen Grenzwertes, der mit Potentiometer (2) eingestellt wird; (10) (Gehäuserückseite) 6.3 V-Ausgang, bis 2 A belastbar zur Heizspannungsversorgung.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Der Welle-Teilchen Dualismus

Seit der Veröffentlichung der Relativitätstheorie von Albert Einstein ist bekannt, dass jede Energie E gemäß der Beziehung $E = mc^2$ eine Masse m repräsentiert (c : Lichtgeschwindigkeit). Diese Interpretation hat zur Folge, dass sich auch dem Licht eine Masse zuweisen lässt. Seit den Arbeiten von Max Planck zur Erklärung der Strahlung eines schwarzen Körpers weiß man zudem, dass die Energie elektromagnetischer Strahlung mit der Frequenz dieser Strahlung über die Gleichung $E = h\nu$ verknüpft ist (h : Plancksches Wirkungsquantum). Da Photonen sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegen, erhält man für ihren Impuls den Ausdruck

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (1)$$

Dabei ist λ die Wellenlänge des Lichtes. Dass sich Photonen in der Tat wie Teilchen verhalten, wurde 1922 von Arthur Compton mit dem später nach ihm benannten Effekt eindrucksvoll bewiesen.

Wenn das Licht gleichzeitig die Eigenschaften einer Welle und die Eigenschaften eines Teilchens aufweist, dann stellt sich die Frage, ob umgekehrt Teilchen auch Welleneigenschaften besitzen. Dieser Gedanke geht auf Louis de Broglie zurück, der ihn 1924 in eine berühmte Formel fasste. Er forderte für die Beziehung zwischen Impuls und Wellenlänge eines Teilchens die folgende Gleichung (1) sehr ähnliche Form:

$$p = \frac{h}{\lambda}. \quad (2)$$

Bewegt sich ein beliebiges Teilchen mit einer Geschwindigkeit v – wobei im Folgenden nur der nichtrelativistischen Fall $v \ll c$ betrachtet wird – so lässt sich demnach $\lambda = h/(mv)$ schreiben,

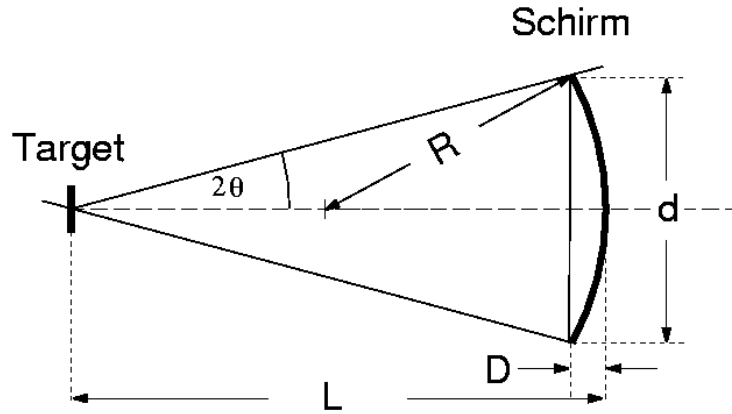


Abbildung 3: Korrektur des Abstandes des Bildes auf dem Leuchtschirm vom Target. Es sind $L=140$ mm und $R=66$ mm. R ist der Innendurchmesser der Kugel. Die Dicke der Glasschicht beträgt 1.5 mm.

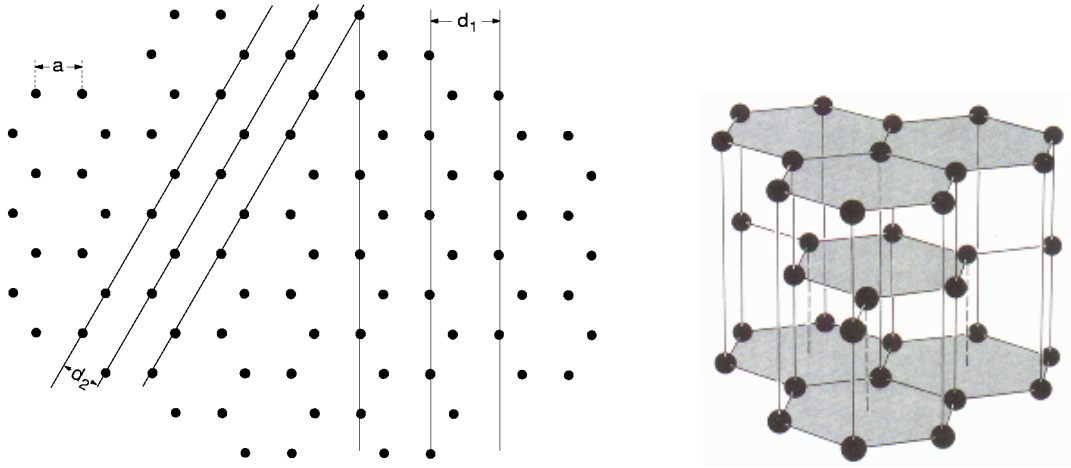


Abbildung 4: Netzebenen im Graphit. Der rechte Teil der Abbildung zeigt den dreidimensionalen Aufbau des Graphit. Die Schichtstruktur ist hervorgehoben. Die schraffierten Ebenen sind im linken Teil der Abbildung gesondert dargestellt.

oder, wenn man die Energie E des Teilchens zugrunde legt

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} . \quad (3)$$

Durchlaufen Elektronen eine Potentialdifferenz U , so werden Sie beschleunigt und erhalten eine kinetische Energie E , für die gilt:

$$E = \frac{p^2}{2m} = eU . \quad (4)$$

Dabei ist e die Elementarladung. Man erhält dann für die Wellenlänge

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}} . \quad (5)$$

Eine Wellenlänge von 2\AA (typischer Netzebenenabstand in Graphit) entspricht demnach einer Spannung von $U = 3.76$ kV.

Die Beziehung (2) wurde von Clinton J. Davisson und Lester H. Germer 1927 in einem Experiment bewiesen. Sie nutzten die Analogie von elektromagnetischen Wellen und Teilchen, indem Sie das bereits lange vorher bekannte Phänomen der Röntgenbeugung an Kristallgittern auf Elektronen übertrugen.

2.2 Röntgenbeugung

Generell tritt das Phänomen der Beugung gerade dann auf, wenn die Wellenlänge in der Größenordnung der Beugungsstrukturen ist. Für Röntgenstrahlung, deren Wellenlänge im Bereich von 10^{-10}m liegt, lässt sich so eine Struktur nicht mechanisch herstellen. Da trifft es sich gut, dass die Abstände in Kristallgittern gerade die gleiche Größenordnung haben. Dies macht Kristalle zu einem natürlichen Beugungsobjekt für Röntgenstrahlung.

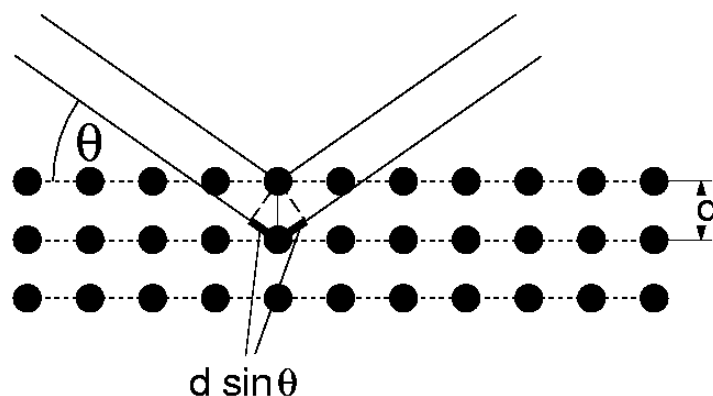


Abbildung 5: Braggbedingung für konstruktive Interferenz von Röntgenstrahlen bei Beugung an einem Kristallgitter.

Im vorliegenden Experiment wird ein Graphit-Target verwendet. Graphit besteht aus Stapeln von Ebenen mit hexagonaler Symmetrie (siehe Abbildung 4 rechts). Diese Ebenen bezeichnet man auch als Basalebenen. Der linke Teil der Abbildung stellt eine dieser Basalebenen in der Draufsicht dar. Die eingezeichneten Linien markieren Ebenen welche senkrecht zu den Basalebenen verlaufen. Zwei Scharen von Ebenen mit Ebenenabständen d_1 und d_2 sind hervorgehoben. Man bezeichnet solche aus den Atomen eines Kristalls aufgebauten Ebenen auch als Netzebenen.

Wird Röntgenstrahlung auf ein Kristallgitter gerichtet, so wird es an den Atomen der Kristallebenen elastisch gestreut oder, in anderen Worten, es wird von der Ebene reflektiert. Die von benachbarten Ebenen reflektierten Röntgenstrahlen können miteinander interferieren. Dies ist in Abbildung 5 schematisch dargestellt. Wenn der Gangunterschied zwischen der an der oberen und der an der darunterliegenden Kristallebene gestreuten Röntgenstrahlung ein Vielfaches der Wellenlänge beträgt, kommt es zur konstruktiven Interferenz. Dies ist genau dann der Fall, wenn gilt

$$2d \sin \theta = n\lambda . \quad (6)$$

Dabei ist d der Abstand der Kristallebenen, n die Beugungsordnung und λ die Wellenlänge der Röntgenstrahlung. Diese Bedingung ist unter der Bezeichnung Bragg-Bedingung bekannt, der Prozess der Reflexion von Röntgenstrahlung an Kristallebenen wird auch als Bragg-Reflexion bezeichnet.

Im vorliegenden Versuch wird statt eines perfekten unendlich ausgedehnten Kristalls (Einkristall) eine polykristalline Graphitschicht verwendet. Da diese aus kleinen, beliebig zueinander orientierten Kristalliten besteht, kann eine bestimmte Netzebenenschar relativ zum Röntgenstrahl eine beliebige Orientierung haben. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 6 veranschaulicht. Eine bestimmte Netzebene ist dabei hervorgehoben, die Darstellung gilt aber auch für jede andere Netzebene. Die Reflexion an einer beliebigen Ebene kann in vielen verschiedenen Richtungen erfolgen. Konstruktive Interferenz kann es jedoch nur für die Richtungen geben, für die Gleichung (6) erfüllt ist. Da die Orientierung der Kristallite in allen Raumrichtungen liegen kann, bilden die in konstruktiver Interferenz gestreuten Röntgenstrahlen Kreise um die Richtung des einfallenden Strahles. Für andere Netzebenen ergeben sich ebenfalls Kreise, allerdings mit anderen Durchmessern. Aus Gleichung (6) folgt, dass der Durchmesser umso größer sein muss, je kleiner der Netzebenenabstand d ist.

Welche Durchmesser sind beim Graphit zu erwarten? Auf Grund der großen Anisotropie von Graphit bleibt die Schichtstruktur im Wesentlichen auch bei polykristallinen Schichten erhalten.

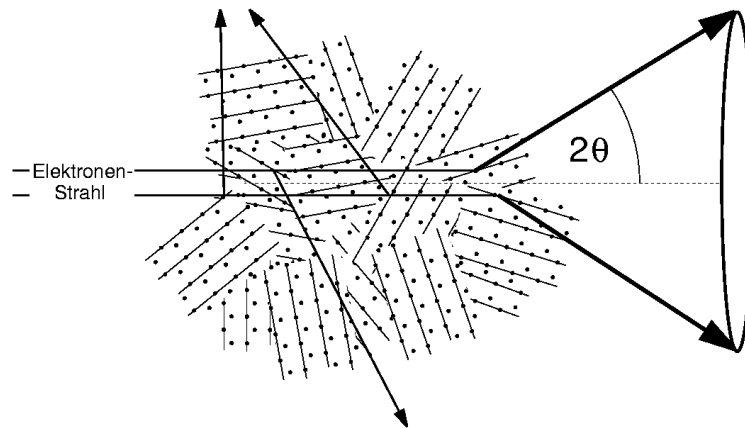


Abbildung 6: Beugung von Röntgenstrahlung bzw. von Elektronen an einem Polykristall.

Lediglich die Orientierung der Kristallite innerhalb dieser Schichten ist beliebig. Im vorliegenden Versuch ist die Oberfläche des Graphit-Targets in etwa parallel zu den Basalebenen. Der Elektronenstrahl trifft daher (siehe Abbildung 1) senkrecht auf diese Ebenen. Man kann sich leicht überlegen, dass dann bei der gegebenen Geometrie von diesen Ebenen keine Reflexionen zu sehen sein wird. Nur Ebenen, welche senkrecht zu den Basalebenen liegen, können zu einer Reflexion führen. Aus Röntgenversuchen ist bekannt, dass von allen möglichen Ebenen, welche man senkrecht zu diesen Ebenen durch die Atome der Gitter legen kann, nur die beiden in Abbildung 4 eingezeichneten zu einer sichtbaren Reflexion führen.

Wenn man nun statt Röntgenstrahlen Elektronen verwendet, kann man die de-Broglie-Beziehung (2) testen. Wenn sich die Elektronen nicht wie Wellen verhalten, sollte man ein vollständig diffuses Streubild erwarten, das nur schwach von der Energie der Elektronen abhängt. Verhalten sich Elektronen dagegen wie Wellen mit einer durch (2) gegebenen Wellenlänge, so sollte man auf dem phosphoreszierenden Schirm hinter dem Target analog zur Röntgenbeugung Ringe erkennen. Der Radius dieser Ringe muss in diesem Fall mit der Wellenlänge, oder in anderen Worten, mit der Energie der Elektronen korreliert sein.

3 Fragen

1. Berechnen Sie die Abstände der Ebenen in Abbildung 4 ! ($a=0.1425$)
2. Welche Energie hat eine Elektrone, dessen Wellenlänge gerade den Abständen d_1 und d_2 aus Abbildung 4 entspricht?
3. Der Ebenenabstand für die in Abbildung 4 gezeigten (im rechten Teil hervorgehobenen) Ebenen beträgt etwa 3.4 \AA . Berechnen Sie daraus den Abstand benachbarter Atome a (Hinweis: Das Atomgewicht von Graphit beträgt 12 g/mol , die Dichte beträgt 2.25 g/cm^3)!
4. Relativistische Effekte müssen ab einer Energie von etwa $0.1 m c^2$ berücksichtigt werden. Welche Spannung wäre notwendig, um solche relativistische Elektronen zu erzeugen?
5. Bei Beugungsexperimenten mit sichtbarem Licht verwendet man zur Beugung des Lichtes mechanisch hergestellte Gitter. Warum geht das mit Röntgenstrahlung nicht?
- 6.

Literatur

- [Ott93] G. Otter und R. Honecker, *Atome, Moleküle, Kerne*, Band I, *Atomphysik*, B. G. Teubner, Stuttgart 1993
- [Ash01] N. W. Ashcroft und N. D. Mermin, *Solid State Physics*, Harcourt Brace College Publ., 1976