

VERSUCH 308

Spulen und Magnetfelder

Tabea Hacheney
tabea.hacheney@tu-dortmund.de

Bastian Schuchardt
bastian.schuchardt@tu-dortmund.de

Durchführung: 18.01.2022

Abgabe: 25.01.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Hysteresekurve	4
3	Durchführung	5
3.1	Lange Spule	5
3.2	Helmholtz-Spulenpaar	5
3.3	Ringspule	5
4	Auswertung	5
4.1	Lange Spule	5
4.2	Helmholtz-Spulenpaar	6
4.3	Hysteresekurve	9
5	Diskussion	12
5.1	Lange Spule	12
5.2	Helmholtz-Spulenpaar	12
5.3	Hysteresekurve	12
6	Messwerte	12
	Literatur	15

1 Zielsetzung

Ziel des Versuchs ist es die Feldstärken unterschiedlicher Spulen in verschiedenen Anordnungen in Abhängigkeit der Orte zu messen. Weiterhin wird mit einer Ringspule ein Eisenkern magnetisiert und eine Hystereskurve dazu aufgestellt.

2 Theorie

Im Allgemeinen erzeugen bewegte Ladungen magnetische Felder. Die magnetische Feldstärke ist eine vektorielle Größe und ist durch das Biot-Savart-Gesetz

$$\vec{H} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{B} \quad (1)$$

gegeben. Dabei ist μ_0 die Vakuumpermeabilität, μ_r die materialabhängige relative Permeabilität und \vec{B} die magnetische Flussdichte. Die beiden Permeabilitäten lassen sich zu der gesamten Permeabilität $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ zusammenfassen. Um die Magnetfeldstärken beliebiger Leiterschleifen zu bestimmen, wird das Biot-Savart-Gesetz verwendet, das durch

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\Gamma} \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3} \quad (2)$$

bestimmt ist. I ist in diesem Fall die Stromstärke und Γ der Weg der Schleife. Für eine Spule mit n Windungen ergibt sich dann

$$\vec{B}(x) = \frac{n\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \hat{x}. \quad (3)$$

R ist dabei der Radius der Spule und x ist der Abstand zum Spulenzentrum. Handelt es sich um eine langgestreckte Spule mit Länge l , die auch Solenoid genannt wird, lässt sich die Flussdichte durch

$$\vec{B}(x) = \mu_r \mu_0 \frac{n}{l} I \quad (4)$$

beschreiben, da die Feldlinien innerhalb der Spule parallel zur Spulenachse sind und das Feld homogen ist. Gleichung 4 gilt nur, wenn die Länge der Spule l wesentlich kleiner als der Durchmesser d der Spule ist. Für außerhalb der Spule lässt sich keine simple Formel bestimmen, da dort die Feldlinien auffächern. Wird ein Solenoid nun zu einer Ringspule mit Radius $r_T \ll l$ gebogen, fallen die Randeffekte weg und die Flussdichte lässt sich nach Gleichung 4 mit $l = 2\pi r_T$

$$\vec{B}(r) = \mu_r \mu_0 \frac{n}{2\pi r_T} I \quad (5)$$

bestimmen. Damit ein homogenes Magnetfeld erzeugt wird, werden Helmholtz-Spulenpaare verwendet. Dazu werden die zwei identischen Spulen so positioniert, dass ihre Spulenachsen gleich sind und der Abstand der Zentren gleich dem Spulenradius R ist. Eine schematische Darstellung dafür ist in Abbildung 1 zu finden. Die magnetische Flussdichte im Zentrum der Spule lässt sich durch das Biot-Savart-Gesetz bestimmen. Die Gleichung für das

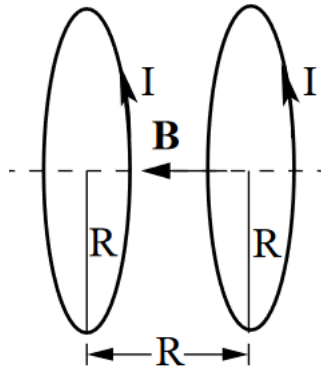


Abbildung 1: Skizze eines Helmholtz-Spulenpaars [1].

Helmholtz-Spulenpaar ist dann durch Überlagerung der beiden Felder bestimmt. Es ergibt sich

$$\vec{B}(x) = \frac{n\mu_0 I R^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (6)$$

2.1 Hysteresekurve

Befindet sich zusätzlich noch ein ferromagnetischer Stoff in der Spule muss dessen Magnetisierung \vec{M} noch bedacht werden. Dieser Umstand lässt sich durch

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \quad (7)$$

ausdrücken. Ferromagnetische Stoffe haben so genannte Weiß'sche Bezirke in denen die magnetischen Momente parallel zu einander ausgerichtet sind. In unmagnetisierten Materialien sind diese statistisch verteilt, so dass ferromagnetische Stoffe ein permanentes magnetisches Moment besitzen.

Wird nun ein externes Magnetfeld angelegt richten sich die magnetischen Momente der Weiß'schen Bezirke nach der Richtung des Magnetfelds aus bis das Gesamtfeld einen Sättigungswert B_S erreicht. Wird das Magnetfeld nun abgeschaltet bleibt eine Restmagnetisierung über, die Remanenz genannt wird. Um diese auszugleichen kann ein magnetisches Feld, das auch Koerzitivkraft H_C genannt wird, aufgewandt werden. Nach weiterem Erhöhen des Gegenfelds erreicht die Kurve den Sättigungswert $-B_S$. Wird nun das Feld umgekehrt und erhöht, ergibt sich eine symmetrische Kurve zum Ursprung, die schematisch in Abbildung 2 dargestellt ist. Diese Kurve heißt Hysteresekurve und ist materialabhängig. Sie stellt den Zusammenhang zwischen magnetischer Feldstärke \vec{H} und relativer Permeabilität μ_r dar. Die Feldstärke H einer Toroidspule lässt sich mittels

$$H = \frac{nI}{2\pi r_T} \quad (8)$$

berechnen. n ist die Windungszahl, r_T der Radius der Ringspule und I der angeschlossene Strom.

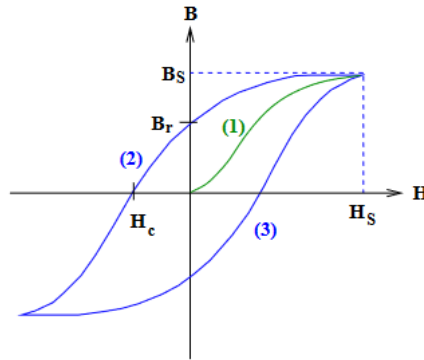


Abbildung 2: Schematische Darstellung einer Hysteresekurve [1].

3 Durchführung

3.1 Lange Spule

Eine lange Spule wird an ein Netzgerät angeschlossen. Durch Einstellen des Stroms und der Spannung wird ein Magnetfeld erzeugt, das durch eine Hallsonde gemessen wird. Dabei werden die Messungen immer in unterschiedlichen Abständen zum Spulenmittelpunkt in der Spule gemessen.

3.2 Helmholtz-Spulenpaar

Es wird ein Helmholtz-Spulenpaar an ein Netzgerät angeschlossen. Mit Hilfe einer transversalen Hallsonde wird die Feldstärke innerhalb und außerhalb der Spule gemessen. Im Inneren werden jeweils die Abstände zum Spulenmittelpunkt variiert.

3.3 Ringspule

Es wird eine Helmholtz-Spule mit Eisenkern in der Mitte verwendet. Der Strom wird auf 10 Ampere erhöht. Danach wird er wieder auf 0 Ampere runter gefahren. Die Strom wird umgepolt und wieder bis auf 10 Ampere erhöht. Danach wird der Strom wieder auf 0 Ampere runter gefahren, umgepolt und bis auf 10 Ampere erhöht. Dies geschieht jeweils in 1 Ampere-Schritten und währenddessen wird die magnetische Feldstärke mit Hilfe einer Hallsonde gemessen.

4 Auswertung

4.1 Lange Spule

Die lange Spule wird so an eine Messvorrichtung angebracht, dass das linke Ende der Spule bei $x = 0$ ist. Die Spule wird bei beliebiger Spannung mit einem Strom von 1 A betrieben. Mithilfe einer longitudinalen Hall-Sonde werden nun 10 Messwerte für das Magnetfeld innerhalb der Spule aufgenommen.

Die lange Spule hat eine Windungszahl von $n = 300$ und einen mittleren Spulendurchmesser von $d = 41$ mm. Da während des Versuchs die Länge der Spule nicht gemessen wurde, wird diese anhand von den Messwerten auf 15 cm geschätzt. Die Messwerte der Versuchsreihe finden sich in Tabelle 1.

Tabelle 1: Messwerte des Magnetfelds der langen Spule.

$B/T \cdot 10^{-3}$	x/cm
-0,9	1
-1,3	2
-1,8	3
-2,1	4
-2,2	5
-2,3	6
-2,3	7
-2,4	8
-2,4	9
-2,4	10

In Abbildung 3 sind die Messwerte aus Tabelle 1 mit roten Kreuzen dargestellt. Auf der x-Achse wird der Abstand zum linken Spulenrand aufgetragen und auf der y-Achse die gemessenen Magnetfeldstärken in mT.

In einer Spule lässt sich ein relativ homogenes Feld herstellen, welches sich wie in Gleichung 3 verhält. Anhand dieser Gleichung wird die blaue Theoriekurve zu den gegebenen Werten geplottet.

Da der Unterschied zu den Messwerten deutlich sichtbar ist, wird ebenfalls eine optimierte Kurve geplottet, wo der Strom I und die Windungszahl n so verändert wird, dass die Amplitude der Kurve sich an die Messwerte angleicht. Zwischen den Messwerten und der Theoriekurve besteht eine prozentuale Abweichung von 283 %.

4.2 Helmholtz-Spulenpaar

Bei diesem Versuch wird ein Helmholtz-Spulenpaar verwendet. Dieses wird mit drei verschiedenen Abständen zueinander (12 cm, 14 cm und 16 cm) aufgestellt und bei jedem der Abstände wird der Magnetfluss entlang der Achse auf Höhe des Mittelpunkts der Spulen gemessen.

Die Spulen werden bei beliebiger Spannung und einem Strom von 4 A in Reihe geschaltet. Die Spulen haben jeweils eine Windungszahl von $n = 100$, einen mittleren Spulendurchmesser von $d = 125$ mm und eine Spulenbreite von $b = 33$ mm. x ist der Abstand des Orts der Messung zur Mitte der beiden Spulen.

Das Magnetfeld wurde mithilfe einer transversalen Hall-Sonde gemessen. Es wurden jeweils drei Messwerte zwischen dem Spulenpaar und drei Außerhalb aufgenommen. Die Messwerte finden sich in Tabelle 2.

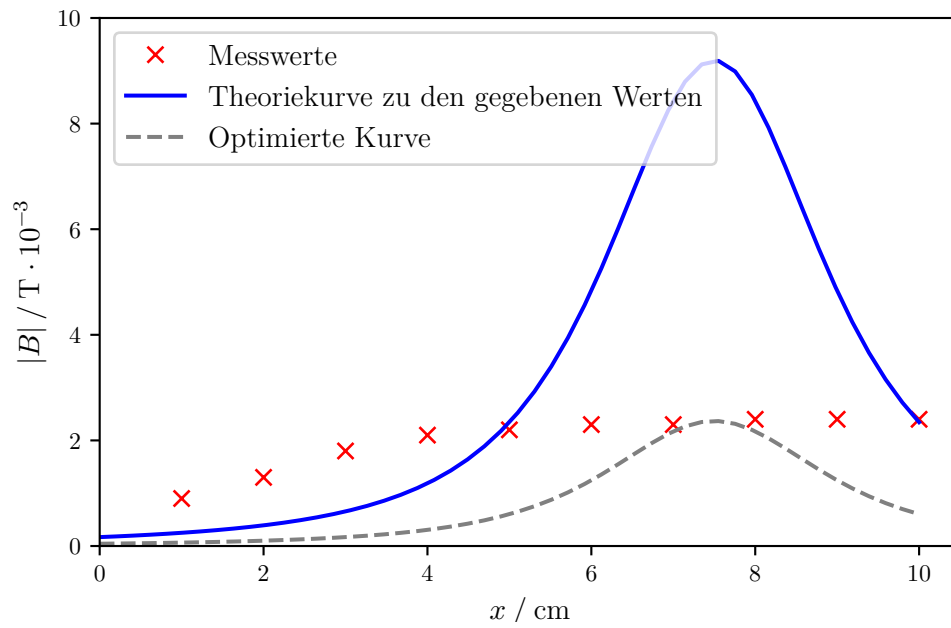


Abbildung 3: Magnetfeldstärke bei verschiedenen Abständen x zum Spulenrand

Tabelle 2: Messwerte des Magnetfelds zwischen und Außerhalb des Helmholtz-Spulenpaars.

a/cm	$B/\text{T} \cdot 10^{-3}$	x/cm
12	-3,29	-4
12	-3,09	-2
12	-3,40	0
12	-2,40	8
12	-1,60	10
12	-1,04	12
14	-2,63	-4
14	-2,42	-2
14	-2,69	0
14	-2,40	9
14	-1,60	11
14	-1,03	13
16	-2,11	-4
16	-1,93	-2
16	-2,17	0
16	-2,39	10
16	-1,59	12
16	-0,99	14

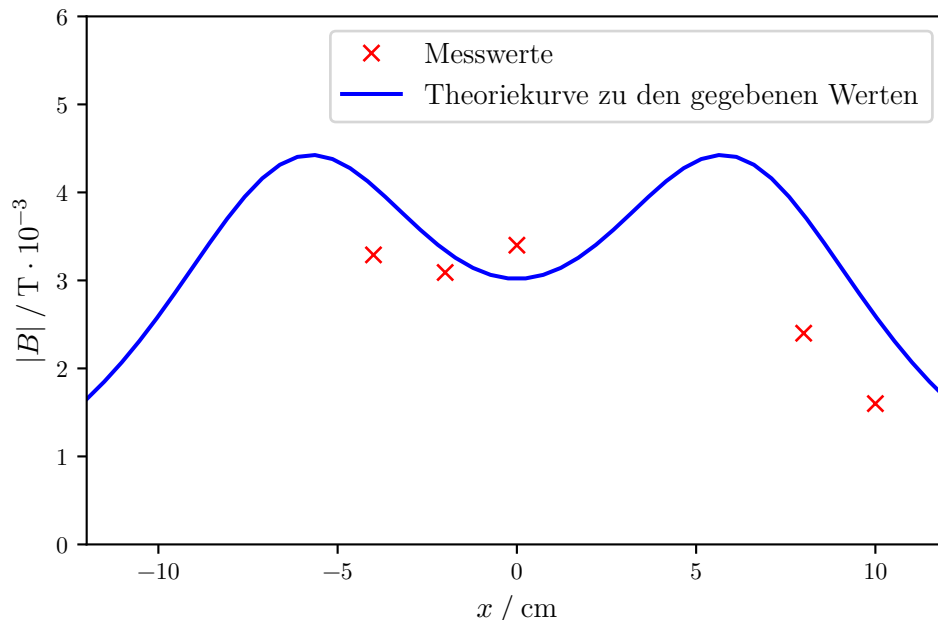


Abbildung 4: Magnetfeldstärke bei verschiedenen Abständen x zum Mittelpunkt bei einem Spulenabstand von $a = 12 \text{ cm}$.

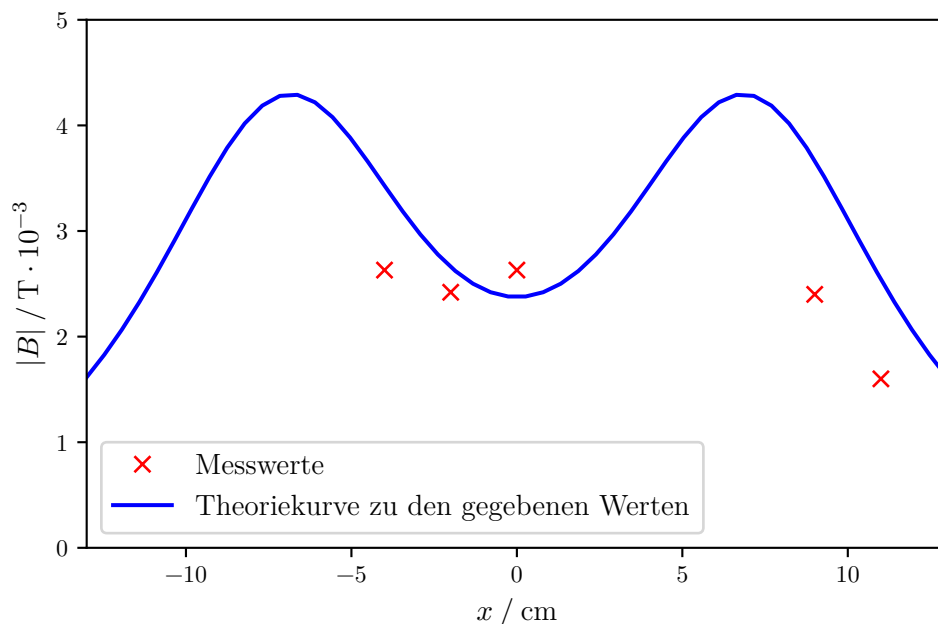


Abbildung 5: Magnetfeldstärke bei verschiedenen Abständen x zum Mittelpunkt bei einem Spulenabstand von $a = 14 \text{ cm}$

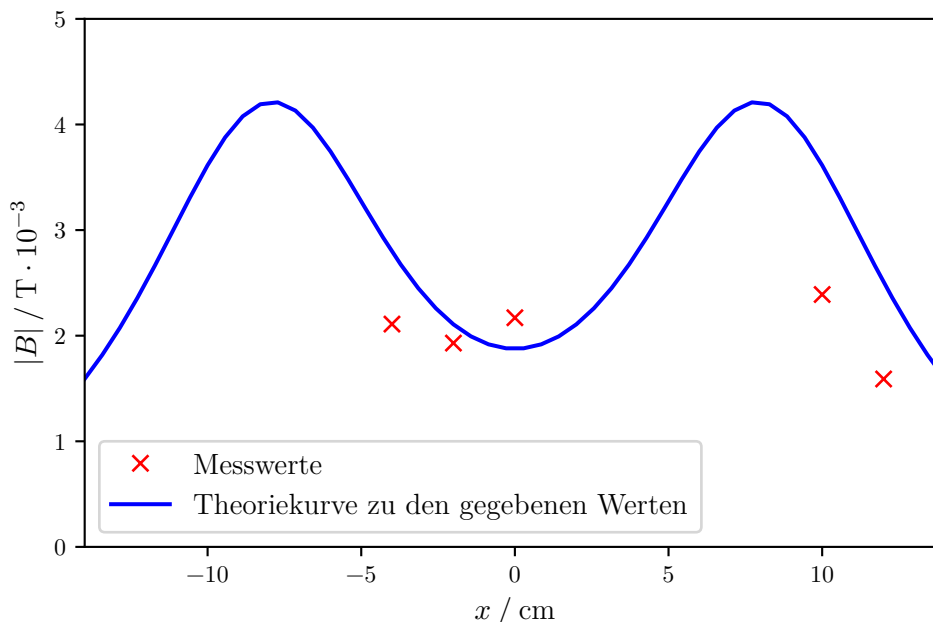


Abbildung 6: Magnetfeldstärke bei verschiedenen Abständen x zum Mittelpunkt bei einem Spulenabstand von $a = 16$ cm

Es wird die prozentuelle Abweichung der Theoriekurve zu den Messwerten bei $x = 0$ berechnet. Für $a = 12$ cm ergibt das 11,24 %, für $a = 14$ cm 13,26 % und für $a = 16$ cm 15,67 %.

Für die gezeigte Theoriekurven wurde die Superposition von Gleichung 5 ausgenutzt, da es sich bei dem Helmholtz-Spulenpaar um zwei Ringspulen handelt.

4.3 Hysteresekurve

Bei dieser Versuchsreihe wird das Magnetfeld einer Ringspule mit Luftspalt mithilfe einer transversalen Hall-Sonde gemessen. Die Ringspule hat $n = 595$ Windungen und einen Radius von $r_T = 13,5$ cm.

Es wird eine beliebige Spannung verwendet. Zunächst wird die bleibende Remanenz der Ringspule möglichst neutralisiert und dann der Strom bis 10 A hochgeregt. Dabei wird das Magnetfeld gemessen.

Danach wird der Strom wieder runtergeregt, es wird umgepolt und erneut auf 10 A erhöht. Erneut wird der Strom wieder bis auf Null runtergeregt, ein letztes Mal umgepolt und der Strom wieder bis auf 10 A erhöht.

Um die Hysteresekurve zu zeichnen, wird zunächst die Feldstärke H ausgerechnet. Zur Berechnung verwendet wir Gleichung 8.

Anhand der Hysteresekurve lassen sich eine Sättigungsmagnetisierung von $B_s = 718 \cdot$

Tabelle 3: Messwerte des Magnetfelds in der Ringspule.

$B/\text{T} \cdot 10^{-3}$	I/A	$H/\text{A/m}$
-2.8	0	0
111.5	1	701.8
280.8	2	1403.6
400.0	3	2105.4
479.8	4	2807.3
538.3	5	3509.1
581.6	6	4210.9
620.1	7	4912.7
648.0	8	5614.5
677.3	9	6316.3
704.3	10	7018.2
685.4	9	6316.3
674.5	8	5614.5
653.3	7	4912.7
630.7	6	4210.9
592.4	5	3509.1
571.0	4	2807.3
525.0	3	2105.4
461.3	2	1403.6
343.0	1	701.8
129.0	0	0
-78.1	-1	-701.8
-251.1	-2	-1403.6
-395.8	-3	-2105.4
-480.0	-4	-2807.3
-541.7	-5	-3509.1
-586.4	-6	-4210.9
-626.7	-7	-4912.7
-657.0	-8	-5614.5
-685.5	-9	-6316.3
-713.2	-10	-7018.2
-696.8	-9	-6316.3
-678.9	-8	-5614.5
-660.2	-7	-4912.7
-637.1	-6	-4210.9
-607.1	-5	-3509.1
-573.1	-4	-2807.3
-527.0	-3	-2105.4
-463.2	-2	-1403.6
-330.3	-1	-701.8

-123.6	0	0
77.8	1	701.8
257.5	2	1403.6
391.9	3	2105.4
484.0	4	2807.3
542.8	5	3509.1
591.1	6	4210.9
626.8	7	4912.7
658.3	8	5614.5
686.2	9	6316.3
718.9	10	7018.2

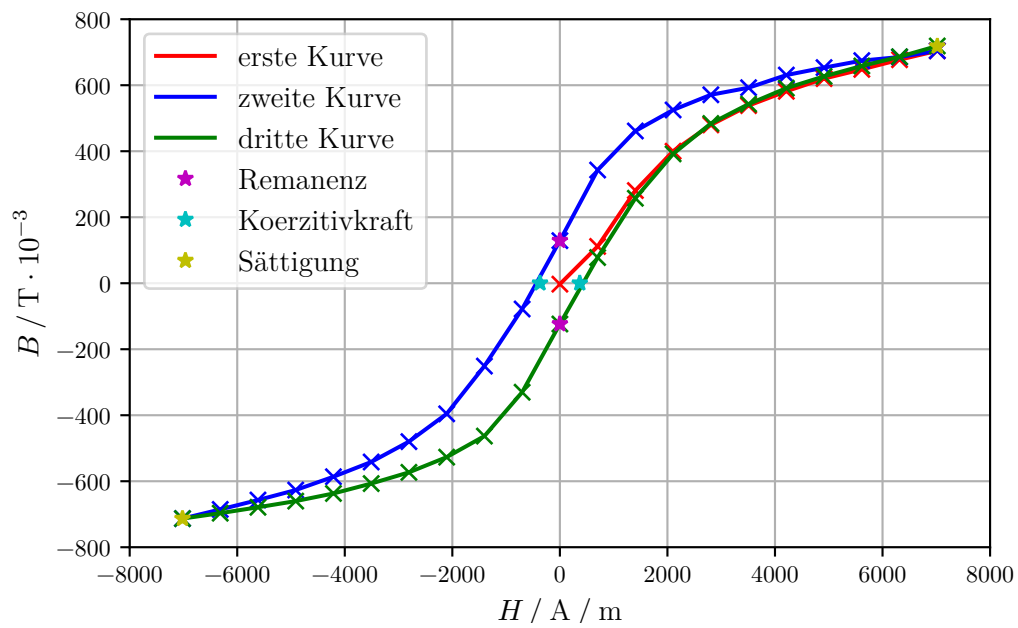


Abbildung 7: Hysteresekurve der Ringspule.

10^{-3} T, eine Koerzitivkraft von $H_c = -370$ A/m und eine Remanenz von $B_r = 129 \cdot 10^{-3}$ T.

5 Diskussion

5.1 Lange Spule

Es wird eine Abweichung von 283 % der Theoriewerte zu den Messwerten beobachtet. Grund hierfür könnte eine falsch angegebene Windungszahl, Radius der Spule oder auch ein Fehler des Konstanters. Wenn das Strom- Messgerät falsche Werte für den Strom anzeigt, kann dieser auch nicht genau eingestellt werden und führt so zu größeren Abweichungen.

Zudem war die Messvorrichtung sehr wackelig und ungenau, da ein loses Holz-Lineal als Messgerät verwendet wurde. Eine weitere mögliche Fehlerquelle ist die sehr empfindliche Hall-Sonde, welche durch das Anfängerpraktikum sehr viel von unerfahrenen Studenten benutzt wird und dadurch kaputt gehen kann.

5.2 Helmholtz-Spulenpaar

Bei jedem gewählten Abstand a waren die Abweichungen zu den Theoriewerten sehr gering (11,24 %, 13,26 % und 15,67 %). Die Messung verlief reibungslos und konnte mit guter Präzision durchgeführt werden. Mögliche Fehlerquelle wäre hier wieder die Genauigkeit des Stroms oder Fehler der Hall-Sonde.

5.3 Hysteresekurve

Die Messwerte passen alle gut und die wichtigen Punkte lassen sich gut ablesen. Es gibt keine Theoriewerte zum vergleichen.

6 Messwerte

MEMO NO. _____		
Date / /		
Innerhalb Spule mit $I = 1A$		
B in mT	x in cm	von links
-0,9 mT	1	
-1,3 mT	2	
-1,8 mT	3	
-2,1 mT	4	
-2,2 mT	5	
-2,3 mT	6	
-2,3 mT	7	
-2,4 mT	8	
-2,4 mT	9	
-2,4 mT	10	

Abbildung 8: Messwerte der langen Spule.

Date / /		
Außerhalb Spule mit $I = 1A$		
Helmholtz-Spulenpaar $I = 4A$		
Abstand in cm	B in mT	x in cm von linker Spule
12	-3,09	4
12	-3,28	2
12	-3,4	6
12	-2,4	14
12	-1,6	16
12	-1,04	18
14	-2,4	16
14	-1,60	18
14	-1,03	20
14	-2,42	5
14	-2,63	3
14	-2,69	7

Abbildung 9: Messwerte des Helmholtz-Spulenpaars.

B in mT	I in A	B in mT	I in A
2.8 S	0	704.3 N	10
111.5 N	1	685.4 N	9
280.8 N	2	674.5 N	8
400.0 N	3	658.3 N	7
479.8 N	4	630.7 N	6
538.3 N	5	598.4 N	5
581.6 N	6	571.0 N	4
620.1 N	7	525.0 N	3
648.0 N	8	461.3 N	2
677.3 N	9	343.0 N	1
704.3 N	10	129.0 N	0
		78.1 S	-1
		251.1 S	-2
		395.8 S	-3

Abbildung 10: Messwerte der Ringspule No1.

B in mT	I in A	B in mT	I in A
480.0 S	-4	77.8 N	1
541.7 S	-5	257.5 N	2
586.4 S	-6	391.9 N	3
626.7 S	-7	484.0 N	4
657.0 S	-8	542.8 N	5
685.5 S	-9	591.6 N	6
713.2 S	-10	628.8 N	7
696.8 S	-9	658.3 N	8
678.9 S	-8	686.2 N	9
660.2 S	-7	718.9 N	10
637.1 S	-6		
607.1 S	-5		
573.1 S	-4		
527.0 S	-3		
463.2 S	-2		
330.3 S	-1		
123.6 S	0		

Abbildung 11: Messwerte der Ringspule No2.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *V308: Spulen und Magnetfelder*. 2014.