

VERSUCH 602

Röntgenemission und -absorption

Tabea Hacheney
tabea.hacheney@tu-dortmund.de

Bastian Schuchardt
bastian.schuchardt@tu-dortmund.de

Durchführung: 24.05.2022

Abgabe: 31.05.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Röntgenstrahlung	3
2.1.1 Röntgenspektren	3
2.1.2 Absorption der Röntgenstrahlung	4
3 Versuchsaufbau	5
4 Durchführung	6
4.1 Überprüfung der Bragg Bedingung	6
4.2 Das Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre	6
4.3 Absorptionsspektrum	6
5 Auswertung	7
5.1 Vorbereitungsaufgabe	7
5.2 Bragg-Bedingung	7
5.3 Emissionsspektrum der Cu-Röntgenröhre	7
5.4 Absorptionsspektren	12
5.5 Moseleysches Gesetz	19
6 Diskussion	19
Literatur	19

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll das Emissionsspektrum einer Kupfer-Röntgenröhre und fünf Absorptionsspektren verschiedener Elemente mithilfe des Versuchsaufbaus aufgenommen und untersucht werden.

2 Theorie

2.1 Röntgenstrahlung

Um Röntgenstrahlen zu erzeugen, wird der glühelektrische Effekt verwendet.

Es wird eine Glühkathode stark genug erhitzt, sodass sich eine Wolke aus freien Elektronen um den Glühdraht der Kathode bildet.

Diese werden durch ein elektrisches Feld hin zu einer Anode beschleunigt. Um Stöße und somit Energieverluste zu vermeiden, befinden sich sowohl Kathode als auch Anode in einer evakuierten Röhre.

Beim Auftreffen auf die Anode entsteht dann schließlich Röntgenstrahlung.

2.1.1 Röntgenspektren

Röntgenstrahlung besteht aus zwei verschiedenen Spektren. Das eine ist das kontinuierliche Bremspektrum und das andere ist die vergleichsweise diskrete charakteristische Röntgenstrahlung.

Bremsstrahlung entsteht durch das Abbremsen von den beschleunigten Elektronen am Coulombfeld eines Atoms des Anodenmaterials. Das Elektron verliert beim abbremsen an kinetischer Energie, welche in Form von Photonen emittiert wird.

Dadurch, dass die Elektronen je nach Distanz zum Atom unterschiedlich stark abgebremst werden, ist das Intensitätsspektrum der Bremsstrahlung kontinuierlich.

Die maximale Energie die dabei in Form von Photonen emittiert werden kann, ist die kinetische Energie des Elektrons. Die minimale Wellenlänge ist somit

$$\lambda_{\min} = \frac{h \cdot c}{e_0 \cdot U} \quad (1)$$

Hier wird also die gesamte kinetische Energie $e_0 \cdot U$ in Strahlungsenergie $h \cdot f$ umgewandelt.

Um charakteristische Röntgenstrahlung zu erhalten, wird das Anodenmaterial so ionisiert, dass eine Leerstelle in einer inneren Schale entsteht. Ein Elektron aus einer äußeren Schale fällt dann unter Emission einer spezifischen Energie in die innere Schale zurück. Die emittierte charakteristische Energie entspricht in diesem Fall der Energiedifferenz der beiden Schalen: $h \cdot f = E_m - E_n$. E_m ist hierbei die Energie der äußeren Schale und E_n die Energie der inneren Schale.

Man erwartet hier nun sehr schmale Intensitätsspektren, da die Wellenlänge nur bestimmte Werte anhand der Gleichung annehmen kann. Im Experiment ist jedoch zu sehen, dass

man bei bestimmten Energien noch kleinere Peaks oben auf dem Hauptpeak erkennen kann.

Diese lassen sich dadurch erklären, dass die äußeren Elektronen aufgrund des Bahndrehimpulses und des Elektronenspins leicht unterschiedliche Bindungsenergien besitzen. Jede charakteristische Linie ist daher in der Regel in eine Reihe von eng beieinander liegende Linien aufgespalten. Dieses Erscheinungsbild nennt sich Feinstruktur.

Die einzelnen Linien werden mit Buchstaben $K_\alpha, K_\beta, L_\alpha, \dots$ benannt. K, L, M, ... stehen hierbei jeweils für die einzelnen Schalen des Atoms, wo die Übergänge enden und die griechischen Buchstaben definieren woher das äußere Elektron kam.

In einem Mehrelektronenatom (, also jedes außer Wasserstoff) schirmen die äußeren Elektronen und die Wechselwirkung der Elektronen untereinander die Kerlladung ab. Dadurch wird die elektrische Anziehung des Kerns auf die äußeren Elektronen gemindert und die Bindungsenergie gedämpft. Für diese gilt dann in der n -ten Schale

$$E_n = -R_\infty z_{\text{eff}}^2 \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (2)$$

$z_{\text{eff}} = z - \sigma$ bezeichnet hier die effektive Kernladung mit der Abschirmkonstante σ und der Rydbergenergie $R_\infty = 13.6\text{eV}$. Durch die effektive Kerlladung wird somit auch der Abschirmeffekt berücksichtigt.

Bei dem Versuch wird eine Kupferanode verwendet, wo eine $\text{Cu} - K_\alpha$ - und eine $\text{Cu} - K_\beta$ -Linie zu erkennen ist, die mit dem kontinuierlichen Spektrum der Bremsstrahlung überlagert ist. Für die Energie der K_α - und K_β -Linie ergibt sich dann

$$E_{K,\text{abs}} = R_\infty (z - \sigma_1)^2, \quad (3)$$

$$E_{K,\alpha} = R_\infty \left(\frac{1}{n}\right)^2 (z - \sigma_1)^2 - R_\infty \left(\frac{1}{m}\right)^2 (z - \sigma_1)^2, \quad (4)$$

$$E_{K,\beta} = R_\infty \left(\frac{1}{n}\right)^2 (z - \sigma_1)^2 - R_\infty \left(\frac{1}{l}\right)^2 (z - \sigma_3)^2. \quad (5)$$

Dabei ist $z = 29$, $n = 1$, $m = 2$, $l = 3$ und $E_{K,\text{abs}} = 8,98\text{keV}$ [1].

2.1.2 Absorption der Röntgenstrahlung

Bei dem Prozess der Absorption der Röntgenstrahlung bei Energien unter 1 MeV ist der Comptoneffekt und der Photoeffekt die überwiegend dominanten Prozesse.

Der Absorptionskoeffizient nimmt mit steigender Energie immer weiter ab, nimmt jedoch sprunghaft zu sobald die Photonenenergie gerade größer als die Bindungsenergie eines Elektrons der inneren Schale ist. Diese Relation ist In Abbildung 1 zu sehen. Die einzelnen kleineren Kanten, lassen sich durch die Feinstruktur erklären.

Die markanten Kanten sind an den Stellen, wo die Gleichung $hf_{\text{abs}} = E_n - E_\infty$ erfüllt ist. Diese Kanten werden Absorptionskante genannt.

Im Experiment kann die Energie E der Röntgenstrahlung über die Relation $\lambda = cf$ und durch die Interferenz an einem Kristall untersucht werden.

das Röntgenlicht fällt auf einen Kristall, ein dreidimensionales Gitter, und wird an jedem

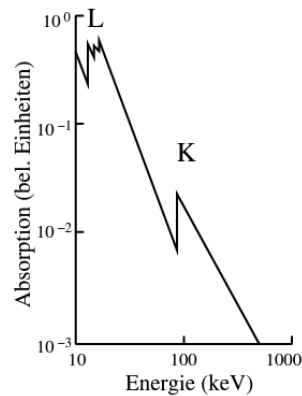


Abbildung 1: Maß der Absorption aufgetragen gegen die Energie der Photonen [2].

Atom des Gitters gebeugt. Dadurch interferieren die Strahlen miteinander. Bei dem sogenannten Glanzwinkel θ interferieren die Röntgenstrahlen konstruktiv miteinander. Mit bekannter Gitterkonstante d ergibt sich dann die Braggsche Bedingung mit

$$2d \sin \theta = n\lambda. \quad (6)$$

Durch diese Gleichung kann die Wellenlänge λ bestimmt werden. n ist die Beugungsordnung. Für einen LiF-Kristall gilt $d = 201,4 \text{ pm}$.

3 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau besteht im wesentlichen aus einer Kupfer-Röntgenröhre, einem LiF-Kristall und einem Geiger-Müller-Zählrohr.

Alle Bauteile sind im Röntgengerät aus Abbildung 2 verbaut. Die Maschine wird per Computer bedient.

Auf dem Rechner kann das Röntgengerät ausgewählt werden, und eine Messart, Kristallwinkel, Integrationszeit, Beschleunigungsspannung und Emissionsstrom gewählt werden. In allen folgenden Versuchreihen wird eine Beschleunigungsspannung von $U_B = 35 \text{ kV}$ und ein Emissionsstrom von $I = 1 \text{ mA}$ verwendet.

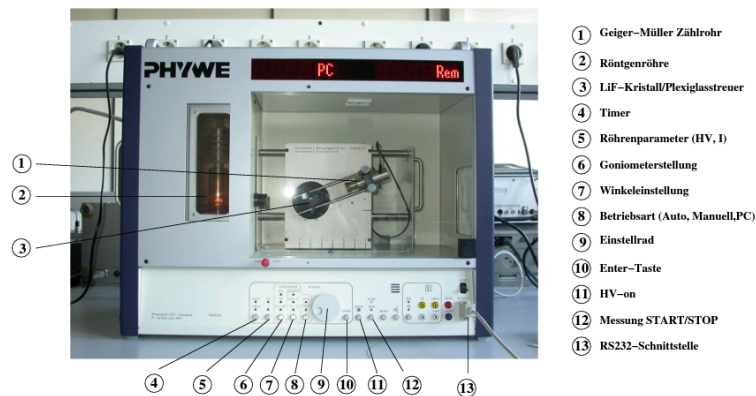


Abbildung 2: Aufgenommenes Photo des Röntgengeräts mit Beschriftung der einzelnen Bestandteile [2].

4 Durchführung

4.1 Überprüfung der Bragg Bedingung

Bei diesem Versuchsteil wird ein fester Kristallwinkel von $\theta = 14^\circ$, ein Winkelbereich des Zählrohrs von $\alpha_{\text{GM}} = 26^\circ$ bis $\alpha_{\text{GM}} = 30^\circ$ mit einem Winkelzuwachs von $\Delta\alpha = 0.1^\circ$ und eine Integrationszeit von $\Delta t = 5\text{s}$ eingestellt.

4.2 Das Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre

Hier wird nun der 2:1 Koppelmodus verwendet und in einem Winkelbereich von $4^\circ \leq \theta \leq 26^\circ$ in 0.2° -Schritten gemessen. Die Integrationszeit bleibt gleich.

Danach wird noch einmal ein Detailspektrum der K_α - und K_β -Linien in einem geeigneten Winkelbereich aufgenommen. Der Winkelzuwachs soll $\Delta\theta = 0.1^\circ$ betragen und die Integrationszeit gleich bleiben bei 5 Sekunden.

4.3 Absorptionsspektrum

Bei diesem Versuchsaufbau werden Zink und vier weitere Absorber mit einer Ordnungszahl zwischen 30 und 50 verwendet und auf das Geiger- Müller-Zählrohr gespannt.

Es wird eine Integrationszeit von 20 Sekunden eingestellt und einem Winkelzuwachs von 0.1° -Schritten.

5 Auswertung

5.1 Vorbereitungsaufgabe

Die benötigten Literaturwerte der Absorbermaterialien sind in Tabelle 1 zu finden. Die

Tabelle 1: Literaturwerte.

	Z	$E_K^{\text{Lit}}/\text{keV}$	θ_K^{Lit}	σ_K^{Lit}
Zn	30	9,65	18,60	3,56
Ge	32	11,10	16,12	3,68
Br	35	13,47	13,23	3,85
Rb	37	15,20	11,70	3,94
Sr	38	16,10	11,04	4,00
Zr	40	17,99	9,86	4,10
Ga	31	10,37	17,29	3,61

Literaturwerte für die Kupferröntgenröhre sind

$$\begin{aligned}E_{K,\alpha} &= 8 \text{ keV} , \\E_{K,\beta} &= 8,95 \text{ keV} , \\ \theta_{K,\alpha} &= 22,66^\circ \text{ und} \\ \theta_{K,\beta} &= 20,14^\circ .\end{aligned}$$

5.2 Bragg-Bedingung

Die Messwerte zur Überprüfung der Bragg-Bedingung sind in Tabelle 2 zu finden und in Abbildung 3 dargestellt. Es wurde ein Maximum bei $27,7^\circ$ festgestellt. Nachdem Reflexionsgesetz liegt der theoretische Winkel bei 28° . Daraus ergibt sich eine Abweichung von 1,5%.

5.3 Emissionsspektrum der Cu-Röntgenröhre

Die Messwerte des Emissionsspektrums der Kupferröntgenröhre sind in Tabelle 3 dargestellt. Weiterhin sind Die Messwerte des Detailspektrums in Tabelle 4 zu finden.

In Abbildung 4 wird das Emissionspektrum dargestellt. Die K_α -, K_β -Linie und der Bremsberg werden aus den Messwerten durch Ablesen bestimmt. Die Halbwertsbreite (FWHM) bestimmt sich aus dem Detailspektrum wieder durch Ablesen, so dass die Angabe eines statistischen Fehlers nicht nötig ist. Die K_α -Linie befindet sich bei $2\theta = 22,4^\circ$ und $N = 4662 \frac{\text{Imp}}{\text{s}}$. Die K_β -Linie befindet sich bei $2\theta = 20,2^\circ$ und $N = 1437 \frac{\text{Imp}}{\text{s}}$. Die Halbwertsbreiten bestimmen sich zu

$$\begin{aligned}\theta_{\text{FWHM},\alpha} &= 0,55^\circ \text{ und} \\ \theta_{\text{FWHM},\beta} &= 0,55^\circ .\end{aligned}$$

θ°	$N/Imp/s$	θ°	$N/Imp/s$
26,0	39,0	28,2	272,0
26,1	43,0	28,3	263,0
26,2	43,0	28,4	255,0
26,3	52,0	28,5	247,0
26,4	76,0	28,6	234,0
26,5	85,0	28,7	236,0
26,6	113,0	28,8	222,0
26,7	117,0	28,9	206,0
26,8	146,0	29,0	181,0
26,9	164,0	29,1	185,0
27,0	183,0	29,2	164,0
27,1	182,0	29,3	155,0
27,2	216,0	29,4	154,0
27,3	219,0	29,5	129,0
27,4	238,0	29,6	110,0
27,5	256,0	29,7	100,0
27,6	281,0	29,8	90,0
27,7	277,0	29,9	84,0
27,8	274,0	30,0	75,0
27,9	269,0		
28,0	278,0		
28,1	274,0		

Tabelle 2: Messwerte zur Überprüfung der Bragg-Bedingung.

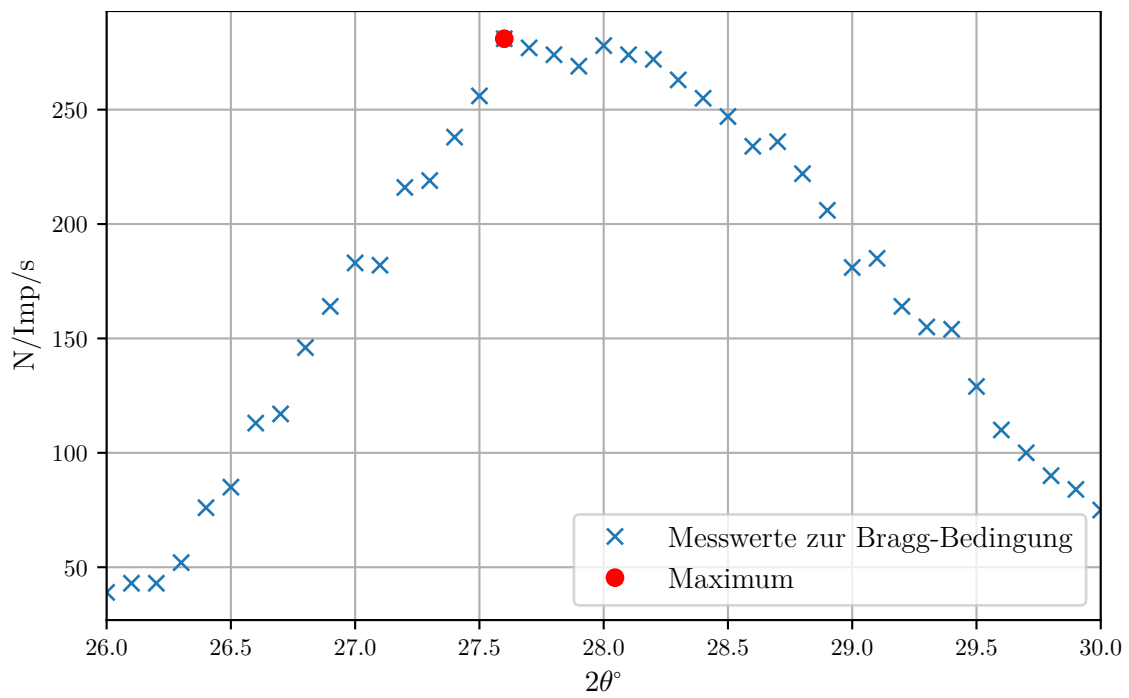


Abbildung 3: Werte zur Bestimmung der Bragg-Bedingung.

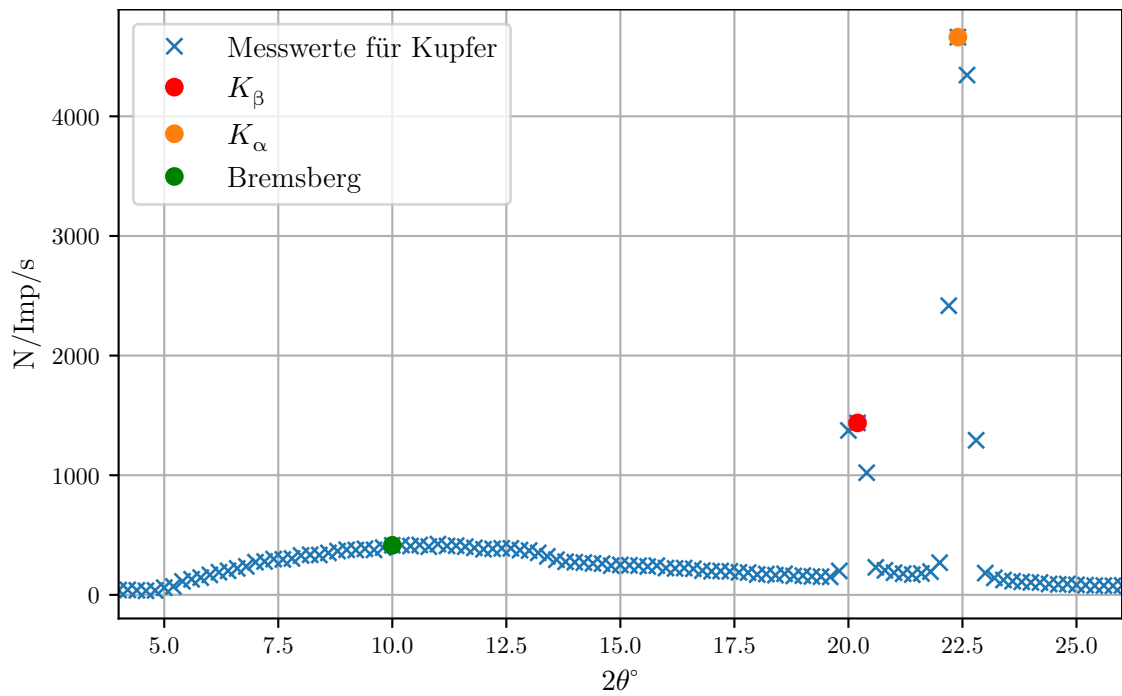


Abbildung 4: Emissionsspektrum der Cu-Röntgenröhre.

θ°	$N/Imp/s$	θ°	$N/Imp/s$	θ°	$N/Imp/s$
4,0	40,0	11,2	409,0	18,6	176,0
4,2	42,0	11,4	411,0	18,8	158,0
4,4	38,0	11,6	403,0	19,0	161,0
4,6	34,0	11,8	393,0	19,2	154,0
4,8	37,0	12,0	381,0	19,4	152,0
5,0	60,0	12,2	385,0	19,6	150,0
5,2	70,0	12,4	389,0	19,8	200,0
5,4	113,0	12,6	389,0	20,0	1374,0
5,6	130,0	12,8	374,0	20,2	1437,0
5,8	144,0	13,0	370,0	20,4	1021,0
6,0	167,0	13,2	351,0	20,6	230,0
6,2	189,0	13,4	322,0	20,8	205,0
6,4	201,0	13,6	294,0	21,0	185,0
6,6	221,0	13,8	277,0	21,2	177,0
6,8	238,0	14,0	273,0	21,4	169,0
7,0	273,0	14,2	270,0	21,6	179,0
7,2	279,0	14,4	263,0	21,8	194,0
7,4	299,0	14,6	261,0	22,0	269,0
7,6	296,0	14,8	244,0	22,2	2417,0
7,8	304,0	15,0	250,0	22,4	4662,0
8,0	329,0	15,2	247,0	22,6	4345,0
8,2	335,0	15,4	244,0	22,8	1292,0
8,4	333,0	15,6	237,0	23,0	182,0
8,6	351,0	15,8	244,0	23,2	142,0
8,8	366,0	16,0	224,0	23,4	124,0
9,0	377,0	16,2	221,0	23,6	114,0
9,2	375,0	16,4	224,0	23,8	109,0
9,4	385,0	16,6	218,0	24,0	104,0
9,6	376,0	16,8	203,0	24,2	103,0
9,8	395,0	17,0	197,0	24,4	91,0
10,0	414,0	17,2	200,0	24,6	87,0
10,2	416,0	17,4	196,0	24,8	91,0
10,4	408,0	17,6	188,0	25,0	84,0
10,6	417,0	17,8	186,0	25,2	81,0
10,8	403,0	18,0	170,0	25,4	77,0
11,0	424,0	18,2	174,0	25,6	78,0
11,2	409,0	18,4	165,0	25,8	76,0
				26,0	79,0

Tabelle 3: Messwerte der Kupferröntgenröhre.

θ°	$N/Imp/s$	θ°	$N/Imp/s$
19,0	158,0	21.4	170,0
19,1	154,0	21.5	175,0
19,2	164,0	21.6	182,0
19,3	149,0	21.7	198,0
19,4	151,0	21.8	187,0
19,5	145,0	21.9	218,0
19,6	157,0	22.0	263,0
19,7	173,0	22.1	590,0
19,8	200,0	22.2	2305,0
19,9	688,0	22.3	4041,0
20,0	1392,0	22.4	4691,0
20,1	1473,0	22.5	4443,0
20,2	1439,0	22.6	4386,0
20,3	1413,0	22.7	3122,0
20,4	1040,0	22.8	1407,0
20,5	391,0	22.9	232,0
20,6	237,0	23.0	167,0
20,7	212,0	23.1	150,0
20,8	197,0	23.2	142,0
20,9	191,0	23.3	132,0
21,0	181,0	23.4	128,0
21,1	176,0		
21,2	178,0		
21,3	175,0		

Tabelle 4: Messwerte des Detailspektrums.

Daraus und der Bragg-Bedingung aus Gleichung 6 lassen sich nun die minimalen Wellenlängen bzw. die maximale Energie $E = \frac{hc}{\lambda}$ bestimmen zu

$$\begin{aligned}E_{K,\alpha} &= 8,147 \text{ keV}, \\E_{K,\beta} &= 8,915 \text{ keV}, \\ \Delta E_{FWHM,\alpha} &= 0,233 \text{ keV und} \\ \Delta E_{FWHM,\beta} &= 0,187 \text{ keV}.\end{aligned}$$

Die Abweichung von $E_{K,\alpha}$ zum Theoriewert beträgt 1,84% und die für $E_{K,\beta}$ beträgt 0,39%. Das Auflösungsvermögen bestimmt sich durch

$$A = \frac{E_K}{\Delta E_{FWHM}}.$$

Für die K_α -Linie und K_β -Linie bestimmt sich das Auflösungsvermögen zu

$$\begin{aligned}A_{K_\alpha} &= 34,93 \text{ und} \\ A_{K_\beta} &= 47,71.\end{aligned}$$

Die Absorptionskoeffizienten bestimmen sich durch Gleichung 3, Gleichung 4 und Gleichung 5 zu

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= 3,3, \\ \sigma_2 &= 13,35 \text{ und} \\ \sigma_3 &= 22,46.\end{aligned}$$

5.4 Absorptionsspektren

Es werden die Absorptionsspektren von Brom, Gallium, Strontium, Zink und Zirkonium ausgewertet. Dazu werden die Positionen der K-Kanten bestimmt. Die Abschirmkonstante kann durch

$$\sigma_K = z - \sqrt{\frac{E_K}{R_\infty} - \frac{\alpha^2 \cdot Z^4}{4}}$$

berechnet werden. Dabei ist Z die Kernladungszahl und α die Feinstrukturkonstante und beträgt $7,297 \cdot 10^{-3}$. Die Messwerte der Absorber sind in Tabelle 5, Tabelle 6 und Tabelle 7 zu finden. Die Werte sind in Abbildung 5, Abbildung 6, Abbildung 7, Abbildung 8 und Abbildung 9 dargestellt.

Die Ergebniss für die Energien und Abschirmkonstanten und deren Abweichung vom Theoriewert sind in Tabelle 8 zu finden.

Tabelle 5: Messwerte für Brom und Gallium

$\theta_{\text{Brom}}^{\circ}$	$N_{\text{Brom}}/Imp/s$	$\theta_{\text{Gallium}}^{\circ}$	$N_{\text{Gallium}}/Imp/s$
12,5	15	16,5	40
12,6	16	16,6	40
12,7	13	16,7	38
12,8	15	16,8	39
12,9	19	16,9	37
13,0	28	17,0	39
13,1	36	17,1	45
13,2	37	17,2	53
13,3	38	17,3	58
13,4	39	17,4	65
13,5	34	17,5	72
13,6	37	17,6	74
13,7	33	17,7	70
13,8	30	17,8	70
13,9	32	17,9	66
14,0	30	18,0	65
14,1	30		
14,2	28		
14,3	30		
14,4	28		
14,5	28		

Tabelle 6: Messwerte für Strontium und Zink.

$\theta_{\text{Strontium}}^{\circ}$	$N_{\text{Strontium}}/\text{Imp}/s$	$\theta_{\text{Zink}}^{\circ}$	$N_{\text{Zink}}/\text{Imp}/s$
10,0	46	18,0	61
10,1	46	18,1	59
10,2	41	18,2	59
10,3	46	18,3	69
10,4	43	18,4	81
10,5	43	18,5	86
10,6	46	18,6	101
10,7	63	18,7	103
10,8	92	18,8	113
10,9	117	18,9	104
11,0	158	19,0	102
11,1	178	19,1	106
11,2	194	19,2	100
11,3	194		
11,4	195		
11,5	184		
11,6	185		
11,7	170		
11,8	170		
11,9	164		
12,0	160		

Tabelle 7: Messwerte für Zirkonium

$\theta_{\text{Zirkonium}}^{\circ}$	$N_{\text{Zirkonium}}/Imp/s$
8,8	119
8,9	117
9,0	114
9,1	113
9,2	109
9,3	113
9,4	107
9,5	104
9,6	110
9,7	132
9,8	175
9,9	198
10,0	247
10,1	271
10,2	273
10,3	278
10,4	280
10,5	270
10,6	279
10,7	279
10,8	276
10,9	273
11,0	273

Tabelle 8: Energien und Abschirmkonstanten.

Element	E/keV	Abweichung Theorie	σ	Abweichung Theorie
Br	13,283	1,41%	4,07	5,71%
Ga	10,181	1,86%	3,87	7,20%
Sr	15,849	1,58%	4,27	6,75%
Zn	9,651	0,01%	3,56	0%
Zr	17,554	2,48%	4,55	10,98%

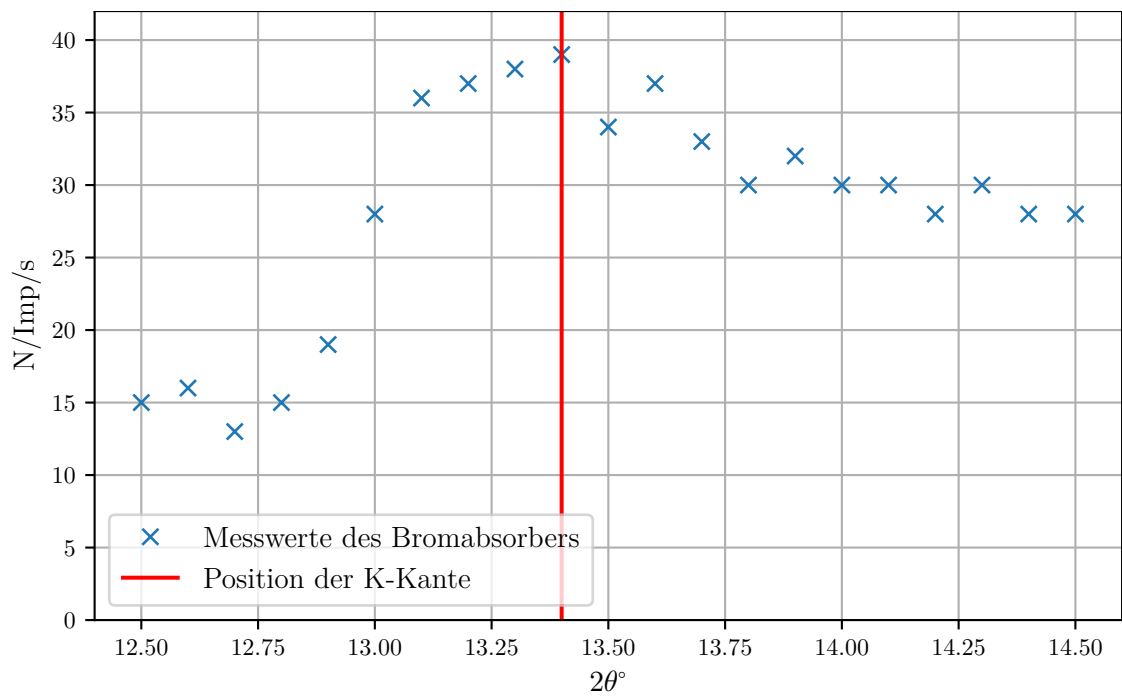


Abbildung 5: Messung des Bromabsorbers.

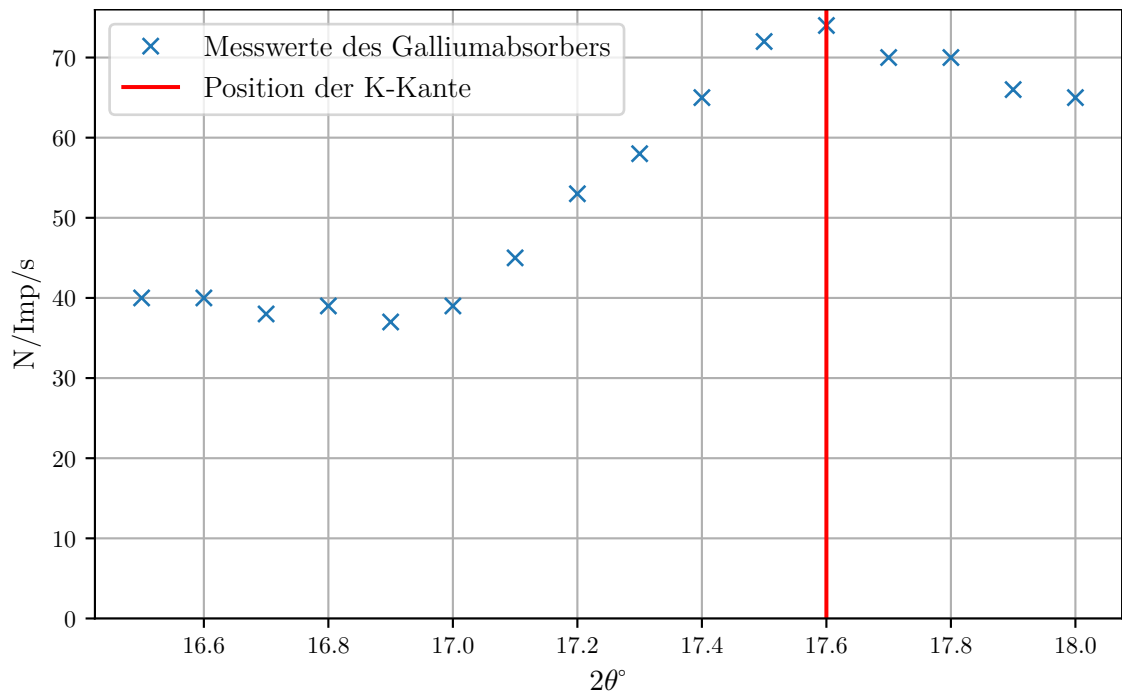


Abbildung 6: Messung des Galliumabsorbers.

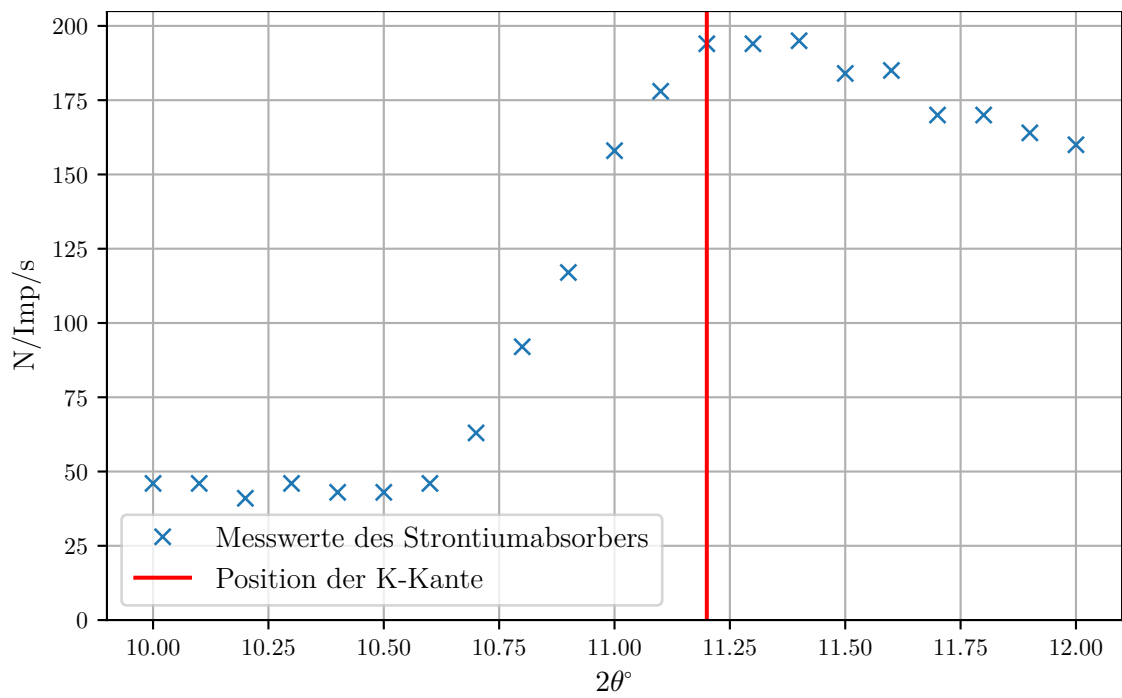


Abbildung 7: Messung des Strontiumabsorbers.

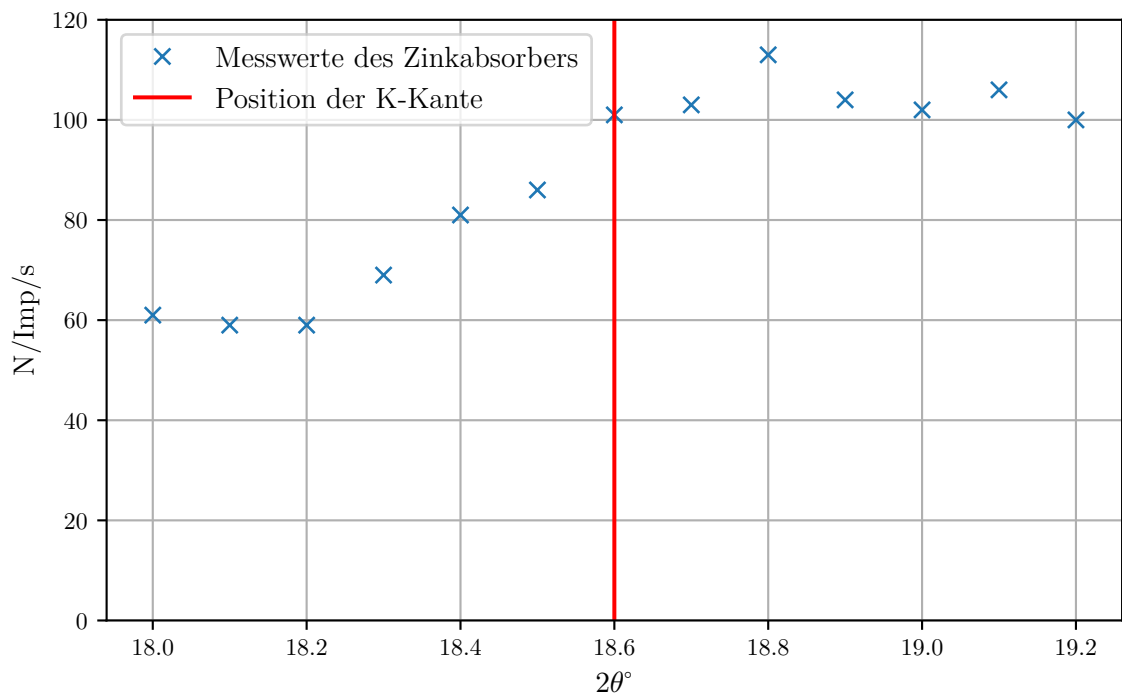


Abbildung 8: Messung des Zinkabsorbers.

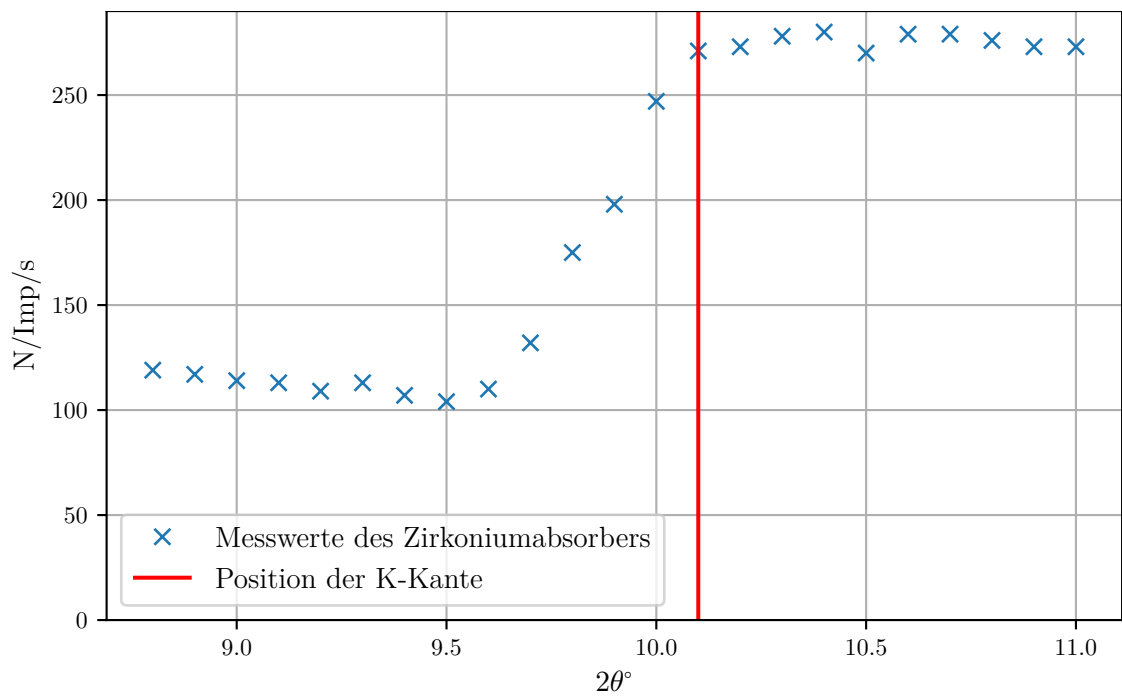


Abbildung 9: Messung des Zirkoniumabsorbers.

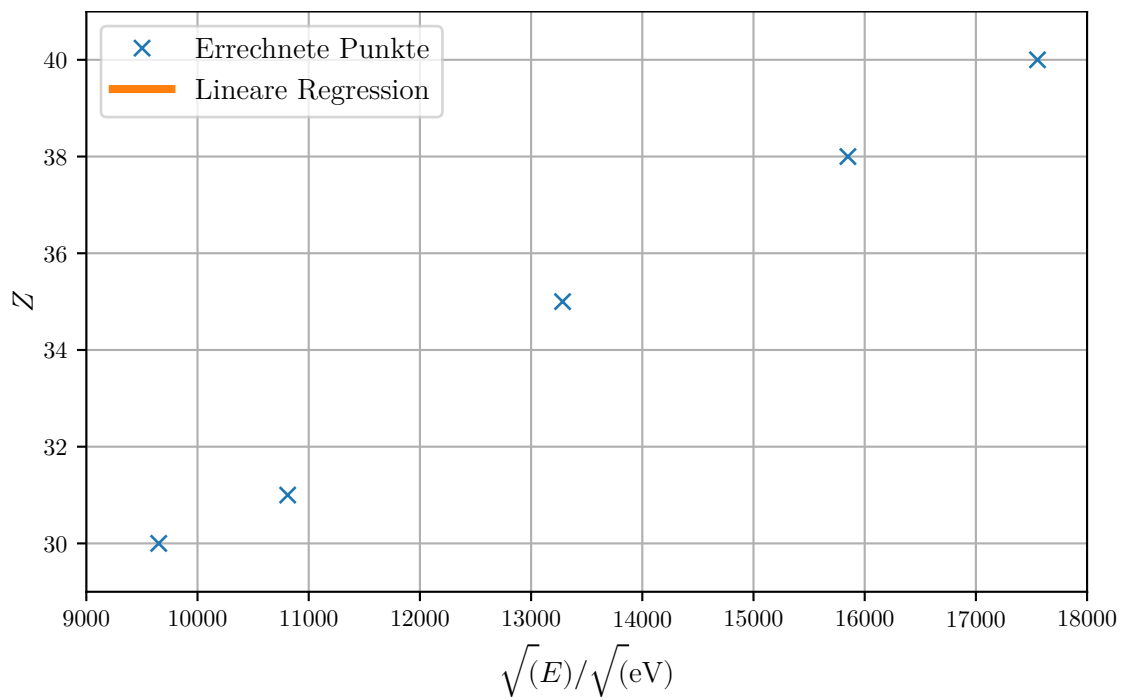


Abbildung 10: Lineare Regression um die Rydbergenergie zu bestimmen.

5.5 Moseleysches Gesetz

Nachdem Moseleysches Gesetz ist E_K proportional zu Z^2 . Durch eine lineare Regression kann so die Rydbergenergie bestimmt wird. Dazu wird die $\sqrt{E_K}$ gegen Z in Abbildung 10 aufgetragen. Die Parameter der linearen Regression ergeben sich zu

$$a = (0,300 \pm 0,011) \frac{1}{\sqrt{\text{eV}}}$$
$$b = (0,233 \pm 1,283).$$

Für die Rydbergenergie folgt dann

$$R_\infty \cdot h = \frac{1}{a^2}$$
$$R_\infty = (9,01 \pm 0,07) \text{ eV}$$

Dadurch ergibt sich eine Abweichung zum Theoriewert von 33,75 eV.

6 Diskussion

Insgesamt sind die Abweichungen zu den Theoriewerten sehr gering, so dass sich sagen lässt, dass der Versuch sehr präzise eingestellt ist.

Literatur

- [1] science-and-fun.de. *Wellenlängen und Anregungsenergien von K- und L- Absorptionskanten*. URL: <https://wissen.science-and-fun.de/tabellen-fur-spektroskopiker/wellenlaengen-und-anregungsenergien-von-k-und-l-absorptionskanten/> (besucht am 30.05.2022).
- [2] *Versuch zum Literaturverzeichnis*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2014.