# VERSUCH 107

# Das Kugelfallviskosimeter nach Höppler

 $\label{tabea} Tabea\ Hacheney \\ tabea.hacheney @tu-dortmund.de$ 

Bastian Schuchardt bastian.schuchardt@tu-dortmund.de

Durchführung: 14.12.2021 Abgabe: 21.12.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung		
2	Theorie2.1Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler2.2Vorbereitungsaufgaben		
3	Durchführung	5	
4	Auswertung4.1 Bestimmung der Apparatenkonstante		
5	Diskussion	9	
6	Messwerte	10	
Lit	teratur	14	

### 1 Zielsetzung

Ziel des Versuch ist es, die temperaturabhängige dynamische Viskosität  $\eta(T)$  von Wasser zu bestimmen. Dazu werden verschiedene Messungen mit einem Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler durchgeführt. Zusätzlich wird die Reynoldzahl berechnet, um zu bestimmen wie turbulent die Strömung des Wassers verläuft.

### 2 Theorie

Wenn sich ein Objekt durch ein anderes Material bewegt (gasförmig oder flüssig), wirkt eine Reibungskraft  $\vec{F}_{\rm R}$  entgegen der Bewegungsrichtung auf diesen Körper. Die Stärke der Kraft hängt von der Berührungsfläche der Flüssigkeit/Gas mit dem Körper und der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  des Objekts ab.

Bei zähen Flüssigkeiten wirkt neben der Reibungskraft  $\vec{F}_{\rm R}$  beim Fall auch die Schwerkraft  $\vec{F}_q$  und die Auftriebskraft  $\vec{F}_{\rm A}$ . Dies muss bei Rechnungen berücksichtigt werden.

Bei sphärischen Objekten in Fluiden lässt sich das Gesetz von Stokes anwenden, welches die Reibungskraft von Kugeln in Abhängigkeit von dem Objektradius, der dynamischen Viskosität der Flüssigkeit und der Geschwindigkeit der Kugel beschreibt. Die Formel der Stokesschen Reibungskraft ist gegeben durch

$$\vec{F}_{\rm R} = 6 \pi \eta \, \vec{v} \, r \,. \tag{1}$$

Das  $\eta$  steht in der Formel für die dynamische Viskosität des Fluids, eine temperaturabhängige Materialeigenschaft. Sie lässt sich einmal durch die Formel

$$\eta = K(\rho_{\rm K} - \rho_{\rm Fl}) \cdot t \tag{2}$$

und durch die Andradsche Gleichung

$$\eta(T) = A \exp\left(\frac{B}{T}\right) \tag{3}$$

beschreiben.

Bei Gleichung 2 handelt es sich um eine Formel, die es ermöglicht die Viskosität beim Versuch mit dem Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler zu errechnen. Das K ist eine Apparaturkonstante, die sich aus der Kugelgeometrie und der Fallhöhe zusammensetzt.  $\rho_{\rm Fl}$  ist die Dichte der Flüssigkeit und  $\rho_{\rm K}$  die Dichte des Kugel. t beschreibt die Fallzeit der Kugel in dem Viskosimeter.

Die Andradsche Gleichung (3) beschreibt die Viskosität in Abhängigkeit der Temperatur. Die Konstanten A und B lassen sich durch Gleichung 2 herleiten.

Da die Formel zur Stokesschen Reibungskraft nur bei möglichst laminaren (und somit nicht turbulenten) Strömungen anwendbar ist, wird während des Versuchsdurchführung die Reynoldzahl der Strömung untersucht. Die Reynoldzahl gibt Aussage darüber, wie laminar eine Strömung ist. Sie berechnet sich zu

$$Re := \frac{\rho_{\text{Fl}} \, \bar{v} \, d}{\eta}.\tag{4}$$

Das  $\eta$  ist hier wie zuvor die Viskosität der Flüssigkeit, d der Durchmesser des Rohres des Fall-Viskosimeters,  $\bar{v}$  die mittlere Geschwindigkeit der Kugel und  $\rho_{\rm Fl}$  die Dichte der Flüssigkeit.

Um später die Dichte  $\rho_{\mathrm{K}}$  der Kugel zu berechnen benötigen wir die Formel

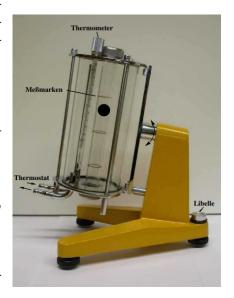
$$\rho_{\rm K} = \frac{M}{V} = \frac{4}{3\pi r^3} \cdot M. \tag{5}$$

#### 2.1 Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler

Zur Versuchsdurchführung wird ein Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler verwendet. Das Viskosimeter besteht aus einem Fallrohr, welches von einem breiteren Glasrohr umgeben ist. Das breitere Rohr ist mit Wasser gefüllt und an ein Thermostat angeschlossen, wodurch sich die Temperatur regeln lässt. Das Fallrohr wird nur indirekt durch das äußere Rohr erhitzt um zusätzliche Turbulenzen zu vermeiden.

Das Fallrohr hat zwei verschließbare Öffnungen und drei Markierungen auf der Glaswand, welche jeweils 5 cm auseinander liegen. Das Rohr wird leicht geneigt, um die Strömung des Wassers möglichst laminar zu halten und Wirbel zu vermeiden.

Für die Messungen wird das Rohr mit Wasser gefüllt und eine geringfügig kleinere Kugel in das Rohr gegeben. Hierbei muss darauf geachtet werden, dass sich keine Blasen bilden, da dies zu zusätzlicher Reibung führt. Damit die Kugel nicht nach jedem Fall wieder rausgenommen werden muss, lässt sich das Fallrohr seitlich um 180° drehen.



**Abbildung 1:** Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler [1]

#### 2.2 Vorbereitungsaufgaben

#### Wann wird eine Strömung als laminar bezeichnet?

Eine Strömung ist laminar, wenn keine sichbaren Turbulenzen bzw. Wirbel auftreten und die Flüssigkeit somit in Schichten strömt, die sich nicht durch die Wirbel miteinander vermischen.

# Wie lautet die dynamische Viskosität von destillierten Wasser als Funktion der Temperatur?

Nach intensiver Recherche lässt sich selbst in den Büchern des Literaturverzeichnis' keine temperaturabhängige Funktion der dynamischen Viskosität von destillierten Wasser finden. Die allgemeine Funktion lässt sich in Gleichung 3 wiederfinden. In den

vorgeschlagenen Büchern ist ein Wert für die dynamische Viskosität gegeben durch  $\eta(20\,^{\circ}\text{C}) = 1,005\cdot 10^{-3}\,\text{Pa}\,\text{s}.$ 

#### Wie lautet die temperaturabhängige Dichte von destillierten Wasser?

Die temperaturabhängige Dichte von Wasser lässt sich durch die ideale Gasgleichung herleiten und ist abhängig vom Umgebungsdruck p, der Gesamtmasse M, der Gaskonstante R und der Temperatur T in Kelvin. Sie ist gegeben durch

$$\rho(T) = \frac{M}{V} = \frac{p \cdot M}{R \cdot T}.\tag{6}$$

## 3 Durchführung

Zunächst wird mit Hilfe einer Schieblehre und einer Waage die Dichte einer kleinen und einer großen Kugel bestimmt. Daraufhin wird mit einer Libelle überprüft, ob das Viskosimeter gerade steht und nachjustiert.

Sobald Kugeln vermessen und der Versuchsaufbau überprüft wurde, wird das Fallrohr mit destillierten Wasser aufgefüllt und mit einem Glasstab darauf geachtet, dass sich keine Blasen bilden.

Bei Raumtemperatur wird nun die große Kugel in das Rohr gegeben und die das Viskosimeter von beiden Seiten dicht verschlossen. Mit Hilfe einer Stoppuhr wird nun die Fallzeit der Kugel zwischen den Markierungen gemessen. Wenn die untere Marke von der Kugel passiert wurde, wird das Viskosimeter um 180° gedreht und die Messung wiederholt. Insgesamt werden 20 Messwerte aufgenommen. Dasselbe wird mit der kleinen Kugel gemacht.

Mithilfe der Messdaten wird nun die Apparaturkonstante  $K_{gr}$  berechnet. Die Apparaturkonstante für die kleine Kugel ist gegeben mit  $K_{kl} = 0.07640 \,\mathrm{m\,Pa\,cm^3/g}$ .

Anschließend wird der gleiche Versuch mit verschiedenen Temperaturen durchgeführt. Die erste Messung findet bei 20 °C statt. Es werden jeweils 4 Messungen pro Temperatur durchgeführt. Die Temperatur wird bei jedem Durchgang mit dem Thermostat um jeweils 3 °C erhöht. Nach jeder Temperaturerhöhung müssen einige Minuten abgewartet werden, sodass sich das destillierte Wasser in dem Viskosimeter ebenfalls erwärmt. Am Ende hat man nun 44 Messwerte.

Mithilfe der Messwerte kann nun die dynamische Viskosität  $\eta(T)$  des Wassers und die Reynoldzahl bestimmt werden.

# 4 Auswertung

#### 4.1 Bestimmung der Apparatenkonstante

Um die Apparatenkonstante zu bestimmen, werden die Dichten der Kugeln benötigt. Die Messwerte der Massen und Radien der beiden Kugeln sind in Tabelle 1 zu finden. Die

Radien und Massen bestimmen sich zu

$$\begin{split} r_{\rm Gr} &= (7,86 \pm 0,04) \cdot 10^{-3} \, \mathrm{m} \\ m_{\rm Gr} &= (4,54 \pm 0,01) \cdot 10^{-3} \, \mathrm{kg} \\ r_{\rm Kl} &= (7,64 \pm 0,11) \cdot 10^{-3} \, \mathrm{m} \\ m_{\rm Kl} &= (4,44 \pm 0,02) \cdot 10^{-3} \, \mathrm{kg}. \end{split}$$

Aus (5) ergibt sich für die Dichten

$$\rho_{\rm Gr} = (2232 \pm 34) \, \frac{\rm kg}{\rm m^3}$$
$$\rho_{\rm Kl} = (2380 \pm 10) \, \frac{\rm kg}{\rm m^3}.$$

Tabelle 1: Messdaten der Massen und Radien der beiden Kugeln.

$r_{\rm Gr}/10^{-3}{\rm m}$	$m_{\mathrm{Gr}}/10^{-3}\mathrm{kg}$	$r_{\rm Kl}/10^{-3}\rm m$	$m_{\rm Kl}/10^{-3}{\rm kg}$
7,90	4,54	7,75	4,46
7,80	$4,\!56$	$7,\!55$	4,46
7,85	4,54	$7,\!55$	4,43
7,90	4,54	7,80	4,42
7,85	$4,\!54$	$7,\!55$	4,43

Weiterhin werden noch die Fallzeiten der beiden Kugeln im Viskosimeter benötigt. Die Fallzeiten der kleinen und der großen Kugel sind in Tabelle 2 angegeben. Aus den Messwerten ergibt sich für die Fallzeiten

$$\begin{split} t_{\rm Kl} &= (12,04 \pm 0,18)\,{\rm s} \\ t_{\rm Gr} &= (39,7 \pm 0,39)\,{\rm s}. \end{split}$$

Nun wird mit Hilfe der Fallzeitwerte der kleinen Kugel die Viskosität von Wasser bei Raumtemperatur bestimmt. Dabei werden

$$K_{\rm Kl} = 7,64 \cdot 10^{-8} \, \frac{{\rm Pa \cdot m}^3}{{\rm kg}}$$
  
$$\rho_{\rm Fl} = 998, 2 \, \frac{{\rm kg}}{{\rm m}^3}$$

verwendet.  $K_{\rm Kl}$  ist die angegeben Appartenkonstante für die kleine Kugel [1] und  $\rho_{\rm Fl}$  die Dichte von Wasser bei Raumtemperatur [2]. Aus (2) ergibt sich für die Viskosität des Wassers bei Raumtemperatur

$$\eta_{\rm RT} = (1, 27 \pm 0, 02) \cdot 10^{-3} \, {\rm Pa \cdot s}.$$

Tabelle 2: Fallzeiten der Kugeln.

$t_{ m Kl}/{ m s}$		$ t_{\rm Gr}/{ m s} $	
12,28	12,12	40,17	$39,\!52$
12,06	12,13	40,17	39,60
11,94	11,88	39,27	39,43
11,97	11,97	39,67	39,49
12,12	12,09	39,67	38,92
$12,\!12$	12,47	39,55	39,09
$12,\!13$	12,15	39,40	40,11
11,87	12,06	39,57	40,17
11,87	12,06	40,52	39,99
11,59	11,84	39,85	39,88

Durch Umstellen von (2) und einsetzen der Werte ergibt sich nun

$$K_{\rm Gr} = (2, 59 \pm 0, 09) \cdot 10^{-8} \, \frac{{\rm Pa \cdot m^3}}{{\rm kg}}$$

für die Apparatenkonstante der großen Kugel.

#### 4.2 Temperaturabhängigkeit der Viskosität

Nun kann mit (2) die Viskosität für unterschiedliche Temperaturen berechnnet werden. Die Werte für die Fallzeit der Kugel und Temperatur und Dichte [2] des Wassers sind in Tabelle 3 angegeben.

Durch Auftragen von  $ln(\eta)$  gegen  $\frac{1}{T}$  in Abbildung 2 lassen sich mit Hilfe von Linearer Regression die Konstanten A und B aus der Andradeschen Gleichung (3) bestimmen.

$$\eta(T) = A \exp\left(\frac{B}{T}\right)$$

$$\iff \ln(\eta) = \ln(A) + \ln(\frac{B}{T})$$

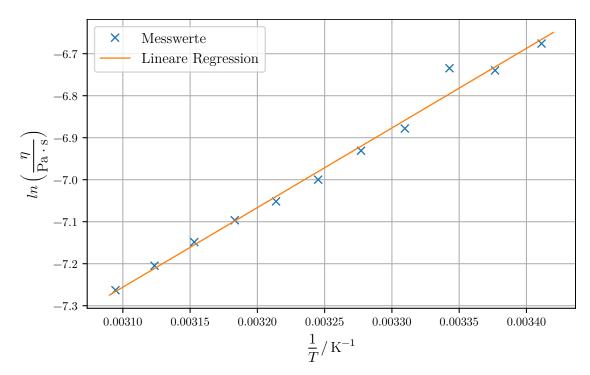
Da für jede Temperatur viermal gemessen wurde, sind die Viskositätswerte gemittelt. Insgesamt ergibt sich

$$A = (2, 0 \pm 0, 5) \cdot 10^{-6} \,\mathrm{Pa \cdot s}$$
  
 $B = (1895 \pm 71) \,\mathrm{K}$ 

Abschließend wird überprüft, ob es sich um eine laminare oder turbulente Strömung handelt. Dies geschieht mit Hilfe der Reynoldszahl, die einmal für die kleine und einmal für die große Kugel bestimmt wird und dann mit der kritischen Reynoldszahl abgeglichen wird. In Gleichung (4) wird  $\bar{v} = \frac{x}{t}$  und d = 2r eingesetzt. Die Reynoldszahlen der kleinen

 ${\bf Tabelle~3:}~{\bf Mess daten~zur~Bestimmung~der~Temperaturabhängigkeit~der~Viskosit\"{a}t.$ 

T/K	t/s	$ ho_{ m Fl}/rac{ m kg}{ m m^3}$	$\eta/10^{-3} \mathrm{Pa \cdot s}$	T/K	$t/\mathrm{s}$	$ ho_{ m Fl}/rac{ m kg}{ m m^3}$	$\eta/10^{-3} \mathrm{Pa} \cdot \mathrm{s}$
$293,\!15$	39,90	998,21	$1,\!276$	308,15	28,33	994,03	0,909
$293,\!15$	$39,\!27$	998,21	1,256	308,15	28,22	994,03	0,906
$293,\!15$	39,61	998,21	$1,\!267$	311,15	27,77	$992,\!97$	0,892
$293,\!15$	38,93	$998,\!21$	1,245	311,15	27,43	$992,\!97$	0,881
$296,\!15$	37,92	$997,\!54$	1,214	311,15	27,76	$992,\!97$	$0,\!892$
$296,\!15$	$36,\!39$	$997,\!54$	$1,\!165$	311,15	$27,\!35$	$992,\!97$	0,879
$296,\!15$	36,94	$997,\!54$	$1,\!182$	314,15	$26,\!48$	$991,\!83$	0,851
$296,\!15$	36,61	$997,\!54$	$1,\!172$	314,15	25,02	$991,\!83$	0,805
$299,\!15$	$35,\!61$	996,79	1,140	314,15	26,09	$991,\!83$	0,839
$299,\!15$	$34,\!52$	996,79	1,106	314,15	$25,\!36$	$991,\!83$	0,815
$299,\!15$	$35,\!11$	996,79	$1,\!124$	317,15	24,61	$990,\!63$	0,792
$299,\!15$	34,49	996,79	$1,\!105$	317,15	24,40	$990,\!63$	0,785
$302,\!15$	32,74	$995,\!95$	1,049	317,15	$24,\!25$	$990,\!63$	0,781
$302,\!15$	31,61	$995,\!95$	1,013	317,15	24,38	$990,\!63$	0,785
$302,\!15$	$32,\!33$	$995,\!95$	1,036	320,15	$23,\!42$	$989,\!37$	0,755
$302,\!15$	$31,\!83$	$995,\!95$	1,020	320,15	$22,\!80$	$989,\!37$	0,735
$305,\!15$	30,80	$995,\!03$	0,988	320,15	23,05	$989,\!37$	0,743
$305,\!15$	$30,\!27$	$995,\!03$	0,971	320,15	22,95	$989,\!37$	0,739
$305,\!15$	$30,\!52$	$995,\!03$	0,979	323,15	$21,\!55$	988,04	0,695
$305,\!15$	30,22	$995,\!03$	0,969	323,15	21,71	988,04	0,700
$308,\!15$	$28,\!33$	$994,\!03$	0,909	323,15	$21,\!58$	988,04	0,696
$308,\!15$	$28,\!80$	$994,\!03$	0,924	323,15	22,08	988,04	0,712



**Abbildung 2:** Ausgleichsgerade zur Bestimmung der Konstanten der Andradeschen Gleichung.

und der großen Kugel ergeben sich zu

$$Re_{\mathrm{Kl}} = 49, 9 \pm 1, 3$$
  
 $Re_{\mathrm{Gr}} = 15, 56 \pm 0, 30.$ 

Da die Reynoldszahlen kleiner als die kritische Reynoldszahl von ca. 2300 [3] ist, sind die Strömungen laminar.

#### 5 Diskussion

Insgesamt lässt sich fest stellen, dass sowohl die Messung der Massen und Durchmesser der Kugeln als auch die Messung der Fallzeiten ziemlich präzise ist, da die Messwerte nur geringe Abweichungen haben. Dennoch ist ein systematischer Fehler durch das Stoppen der Uhr nicht auszuschließen. Weiterhin weicht die Viskosität des Wassers bei Raumtemperatur  $\eta_{\rm RT}$  um 27 % vom Literaturwert ab, der bei 1 mPa · s [3] liegt.

Außerdem lässt sich durch die wesentlich kleineren Reynoldszahlen der beiden Kugeln definitv bestätigen, dass es sich im Rohr um laminare und keine turbulenten Strömungen handelt. Hinzu kommt noch, dass die Messwerte auch alle sehr nah an der Ausgleichsgerade liegen, so dass keine etwaigen Ausreißer betrachtet werden müssen.

# 6 Messwerte

Ten 10 100 TO 11 St 30		U8		110 50011
Redius gr. Durch	nm.	Masse	Se.	Masse W.
1,58cm 1,58	5cm	4.6/1	4,54	4,46
1,56cm 1,55	cm	4,60	4,56	4,46
1,57cm 1,55	cm	4,60	4,54	4,43
1,58cm 1,56	cm	4.61	4,54	4,42
1,57cm 1,55c	m	4,61	4,54	4,43
363	(	1,59		
		91.54		1

(a) Messdaten der Radien und Massen der beiden Kugeln.

Daves S	Strecheinm	m
40,17	5	} runtes 1.
80,34	\$10	Š
39,27	5	noch 1
79,34	\$10	
39,67	5	& runtes 2.
79,09	省人〇	)
39,40	5	{ noch 2.
79,13	\$ 10	)
40,52	5	{ranter3
79,69	\$ 10	-
39,52	S	{ hah 3
79,19	10	7
39,43	5	franter 4.
78,97	10	

(b) Fallzeiten der großen Kugel 1.

Große weget (f	ortset eurg)
Daver in s	Streche in mm
38,92 78,18	100 hoch 4.
80,34	50 frants 5.
39,99	50 { hoch 5.
79,75	100 3

(c) Fallzeiten der großen Kugel 2.

 $\textbf{Abbildung 3:} \ \operatorname{Messdaten} \ 1.$ 

we we may be so		ate
Daner	strectue in mm	Temperatur in oc
12,28	NO	20,5 hach1
12,06	10	20,5 runky
11,94	10	20,5 hach2.
11,97	10	20,5 runter2.
12,12	10	20,5 hoch 3.
12,12	10	20,5 runter3.
12,13	10	20,5 noch4.
11.87	10	20,5 runter4.
11,87	10	20, 5 hoch 5.
11,59	10	20,5 runters.

(a) Fallzeiten der kleinen Kugel 1.

MO TO WE TO ST SO	Date	
bleine ungel	(Fort setzung	
Danes in s	Streche in mu	n
12,12	6 100	hoch 6.
12,13	100	runter 6.
11,88	100	hach 7.
11,97	100	runter 7.
12,09	100	hoch 8.
12,47	100	runter 8.
12,15	100	hoch 3.
12,06	100	runtes 3.
12,06	100	hach 10.
11,84	100	runter 10.
110-1		

(b) Fallzeiten der kleinen Kugel 2.

	-	Date	1
Temperator	Strech	inm Dane	rins
20	50	39,0	
4	50	79,2	(157
_antown	100	79,22	1 35 110
F TON	100	97,85	runter
23	50	37,92	hoch
Lood, 8	50	36,39	runter
2 otnor	100	73,87	hoch
hoch 8.	100	73,22	runter
26	50	35,61	hoch
of wall	50	70,22	runter
ON HAUS	100	70,22	hoch
н	100	68,97	runter
29	SO	32,74	noch
ч	50	St. 66	runter
м	100	64,66	hoch
N	100	63,65	runter
1			

(c) Messung der Viskosität in Abhängigkeit der Temperatur 1.

Abbildung 4: Messdaten 2. 12

Temperatur	Skech-in mm	Daner in s	-
32	50	30,80	meh
"	50	64,030,27	runter
и	100	61,03	hoch
14	100	60,44	runter
35	50	28,53	noch
4	50	28,80	runter
4	100	56,66	noch
и	100	56,94	runks
38	50	27,77	hach
14	50	27,43	runte
	100	55,52	hoch
4	100	54,69	our ter
41	SO	26,48	hoch
и	50	25,02	runter
A	100	52,18	noch
"	100	50,72	runter
			1

(a) Messung der Viskosität in Abhängigkeit der Temperatur 2.

Temperati	ar Strecke in	non Daver in	
44	5	2461	hoch
	5	24,40	runter
41	10	48,50	hoch
41	10	48,75	runter
47	5	23, 42	noch
9	5	22,80	runter
"bork"	10	46,09	noch
"nut	10	45,90	runtes
50	5	21,55	noch
"	5	21,71	runter
0	10	43,16	hoch
"	10	144,16	runter

(b) Messung der Viskosität in Abhängigkeit der Temperatur 3.

**Abbildung 5:** Messdaten 3.

# Literatur

- [1] TU Dortmund. Versuch V107: Das Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler. 2014.
- [2] Frostburg State University. Water Density Calculator. URL: http://antoine.frostburg.edu/chem/senese/javascript/water-density.html.
- [3] Wasser Wissen. Reynolds-Zahl. URL: http://www.wasser-wissen.de/abwasserlexikon/r/reynoldszahl.htm.