

Versuch 704

# Absorption von Gamma- und Beta-Strahlung

Tabea Hacheney  
tabea.hacheney@tu-dortmund.de

Bastian Schuchardt  
bastian.schuchardt@tu-dortmund.de

Durchführung: 19.04.2022

Abgabe: 26.04.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Gammastrahlung . . . . .	3
2.1.1	Photoeffekt . . . . .	4
2.1.2	Compton-Effekt . . . . .	4
2.1.3	Paarerzeugung . . . . .	5
2.2	Betastrahlung . . . . .	6
2.2.1	Elastische Streuung am Atomkern . . . . .	6
2.2.2	Inelastische Streuung . . . . .	6
2.2.3	Inelastische Streuung an den Elektronen des Absorbermaterial . .	6
<b>3</b>	<b>Aufbau und Durchführung</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>8</b>
4.1	Die $\gamma$ -Absorption . . . . .	8
4.2	Vergleich mit den aus der Theorie berechneten Absorptionskoeffizienten .	9
4.3	$\beta^-$ -Absorption . . . . .	12
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>13</b>
5.1	Vergleich der berechneten und gemessenen Werte von $\mu$ . . . . .	13
5.2	Maximale Energie der $\beta^-$ -Strahlung . . . . .	14
	<b>Literatur</b>	<b>14</b>

## 1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll die Wechselwirkung von  $\gamma$ - und  $\beta^-$ -Strahlung mit Materie untersucht werden.

## 2 Theorie

So bald  $\beta^-$  oder  $\gamma$ -Strahlen auf Materie, die hier als Absorber bezeichnet werden, treffen, finden Wechselwirkungen statt, die zu einer Abnahme der Intensität führen. Ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, dass ein Teilchen mit einem Absorber wechselwirkt ist der Wirkungsquerschnitt  $\sigma$ . Der Wirkungsquerschnitt lässt sich als Fläche der Zielscheibe, auf die eine Teilchen trifft, vorstellen. Dadurch kann die Anzahl der Wechselwirkungen durch

$$N = N_0 n D \sigma$$

bestimmt werden. Dabei ist  $D$  die Dicke des Absorbers  $n$  die Anzahl der Teilchen pro Volumeneinheit und  $N_0$  die Anzahl der Teilchen, die pro Zeiteinheit auf das Material treffen. Durch Betrachtung eines infinitesimalen dicken Absorbers und Umstellen ergibt sich eine negative Exponentialfunktion für die Anzahl der Wechselwirkungen

$$N(D) = N_0 e^{-n\sigma D}. \quad (1)$$

$n\sigma$  wird meist durch den Absorptionskoeffizienten

$$\mu = n\sigma \quad (2)$$

ausgedrückt.  $n$  bestimmt sich in Gleichung 1 durch

$$n = \frac{z N_L}{V_{\text{Mol}}} = \frac{z N_L \rho}{M}$$

ausdrücken. Dabei ist  $z$  die Ordnungszahl,  $N_L$  die Loschmidtsche Zahl,  $V_{\text{Mol}}$  das Molvolumen,  $M$  das Molekulargewicht und  $\rho$  die Dichte.

### 2.1 Gammastrahlung

Gammastrahlung wird emittiert, wenn Elektronen durch Quantensprünge aus energetisch angeregten Zuständen in energetisch niedrigere Zustände fallen. Die Energiedifferenz wird dann als  $\gamma$ -Strahlung durch Photon mit der Energie

$$E = hf$$

emittiert. Trifft die Strahlung nun auf Materie sind die in Abbildung 1 dargestellten Wechselwirkungsprozesse möglich. Die drei dominierenden Effekte sind hier Photo- und Compton-Effekt und die Paarbildung.

W-W-Prozess \ W-W-Partner	Annihilation	Inelast. Streuung	Elast. Streuung
Elektron	(innerer) Photoeffekt	Compton-Effekt	Thomson-Streuung
Kern	Kernphotoeffekt	Kernresonanz-Streuung	
Elektr. Felder	Paarerzeugung		Delbrück-Streuung

**Abbildung 1:** Wechselwirkungsprozesse der  $\gamma$ -Strahlung mit Materie [1].

### 2.1.1 Photoeffekt

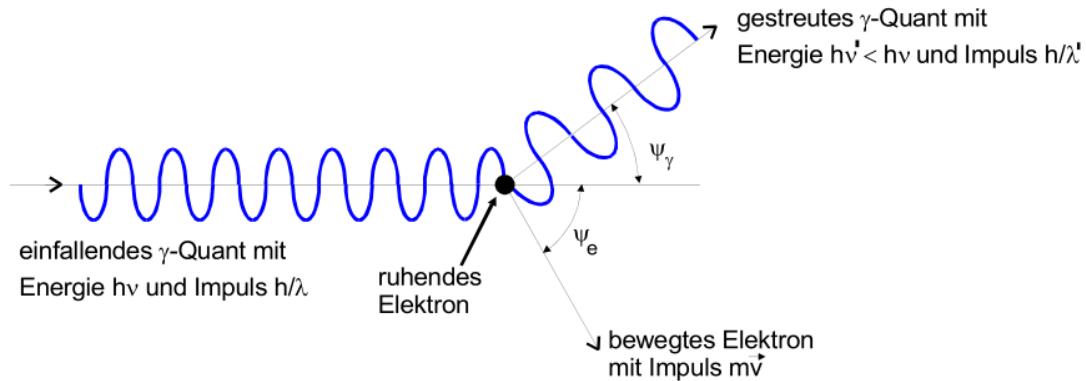
Trifft das  $\gamma$ -Quant auf einen Hüllenelektron, so wird das Elektron herausgelöst und das Photon vernichtet. Es erhält dabei die Energie

$$E_e = hf - E_B.$$

Dabei ist  $E_B$  die Bindungsenergie des Elektrons. Damit der Photoeffekt auftritt, muss das Photon mindestens die Bindungsenergie des Elektrons haben.

### 2.1.2 Compton-Effekt

Beim Compton-Effekt trifft das Photon auf ein freies Elektron, wie es zum Beispiel bei den leitenden Elektronen von Metallen zu finden ist. Dabei wird das Photon inelastisch gestreut und gibt einen Teil seiner Energie an das Elektron ab. Dieser Prozess ist in Abbildung 2 dargestellt. Der Wirkungsquerschnitt  $\sigma_C$  wird durch



**Abbildung 2:** Schematische Darstellung des Comptoneffekts [1].

$$\sigma_C = 2\pi r_e^2 \left( \frac{1+\epsilon}{\epsilon^2} \left( \frac{2(1+\epsilon)}{1+2\epsilon} - \frac{1}{\epsilon} \ln(1+2\epsilon) \right) + \frac{1}{2\epsilon} \ln(1+2\epsilon) - \frac{1+3\epsilon}{(1+2\epsilon)^2} \right) \quad (3)$$

mit  $\epsilon = \frac{E_\gamma}{m_0 c^2}$  und dem kleinsten Elektronenradius  $r_e = 2,82 \cdot 10^{-15}$  m beschrieben. Daraus folgt dann für den Absorptionskoeffizienten:

$$\mu_C = n\sigma_C(\epsilon) = \frac{ZN_L\rho}{M}\sigma_C(\epsilon). \quad (4)$$

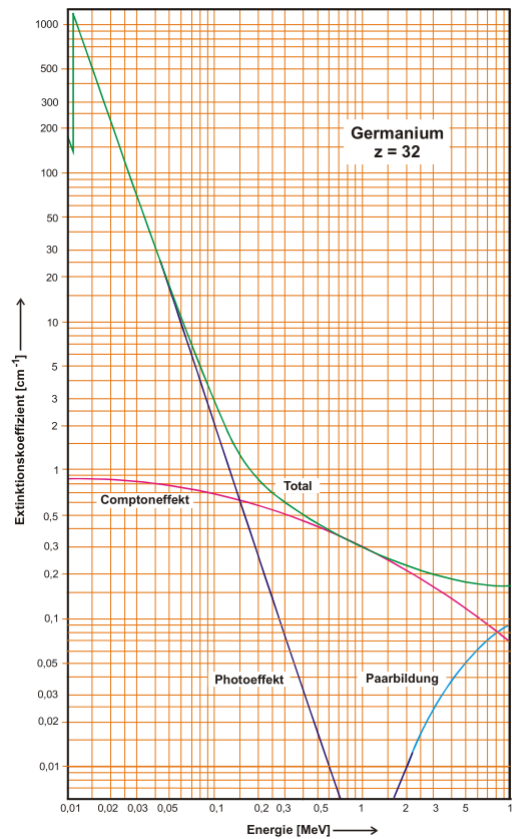
### 2.1.3 Paarerzeugung

Wenn die Energie des  $\gamma$ -Quants größer als die doppelte Ruhemasse ist, also

$$E_\gamma > 2m_0 c^2 = 1,02 \text{ MeV}$$

gilt, dann kann das Photon durch Erzeugung eines Elektrons und eines Positrons annihiliert werden.

In Abbildung 3 ist der Extinctionskoeffizient gegen die Energie aufgetragen und die Anteile von Photo- und Compton-Effekt und der Paarerzeugung aufgeschlüsselt. Der

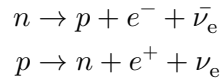


**Abbildung 3:** Energieabhängigkeit des Extinctionskoeffizienten [1].

Photoeffekt ist vorallem bei niedrigen Energien von Relevanz, da er mit der Energie linear abfällt. Bei mittleren Energien dominiert hauptsächlich der Compton-Effekt bis bei ca. 1 MeV die Paarbildung beginnt und ansteigt.

## 2.2 Betastrahlung

Bei der  $\beta$ -Strahlung handelt es sich hauptsächlich um Elektronen bei  $\beta^-$ - und Positronen bei  $\beta^+$ -Strahlung. Diese entsteht, wenn ein Neutron in ein Proton oder ein Proton in ein Neutron umgewandelt wird. Weiterhin wird dabei noch ein Antineutrino oder eine Neutrino aufgrund der Leptonenerhaltung emittiert.



Da die Wechselwirkung eines Neutrinos mit Materie verschwinden gering ist, wird es hier vernachlässigt.

Obwohl eine Vielzahl von Prozessen auftreten, wird die Wechselwirkung hauptsächlich nur von den folgenden drei Prozessen bestimmt.

### 2.2.1 Elastische Streuung am Atomkern

Die Elektronen werden am Coulomb-Feld des Kerns abgelenkt, so dass ein Intensitätsverlust durch Auffächerung des Strahls auftritt. Außerdem sorgt das Ablenken dafür, dass die Elektronen länger im Material verweilen und somit eine höhere Wechselwirkungswahrscheinlichkeit haben. Diese Art von Streuung wird Rutherfordstreuung genannt.

### 2.2.2 Inelastische Streuung

Die Elektronen werden im Coulomb-Feld der Kerne beschleunigt und geben somit Bremsstrahlung ab, so dass insgesamt auch ein Intensitätsverlust festzustellen ist.

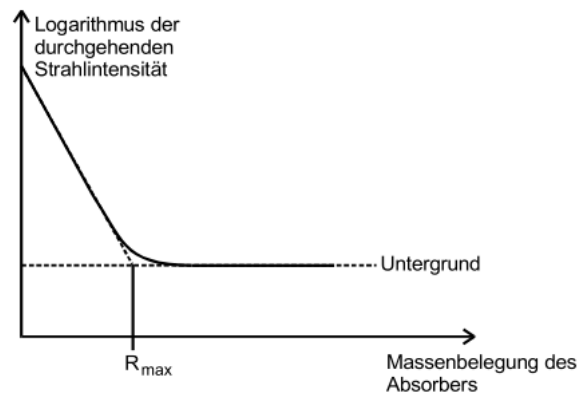
### 2.2.3 Inelastische Streuung an den Elektronen des Absorbermaterial

Die  $\beta$ -Teilchen treffen auf die Elektronen des Materials und sorgen dort für eine Ionisation bei der sie Energie abgeben. Da nur ein geringer Teil der Energie abgegeben wird, sind die  $\beta$ -Teilchen in der Lage eine Vielzahl dieser Prozesse durchzuführen.

Durch die unterschiedlichsten Prozesse, die bei der Absorption von  $\beta$ -Strahlung auftreten, lässt sich die Absorptionskurve nicht leicht herleiten. Für geringe Schichtdicken gilt ein Absorptionsgesetz wie in Gleichung 1. Nähert sich die Schichtdicke der maximalen Reichweite kommt es nur noch zur Untergrundstrahlung. In Abbildung 4 ist dieser Zusammenhang dargestellt. Hierbei ist nicht die Schichtdicke sondern die Massenbelegung  $R$  aufgetragen, die durch

$$R = \rho D \tag{5}$$

bestimmt ist, aufgetragen. Durch Ziehen einer geraden durch den abfallenden Teil in Abbildung 4 lässt sich dadurch  $R_{max}$  bestimmen. Da  $R_{max}$  hauptsächlich von den



**Abbildung 4:** Absorptionskurve für einen natürlichen  $\beta$ -Strahler [1].

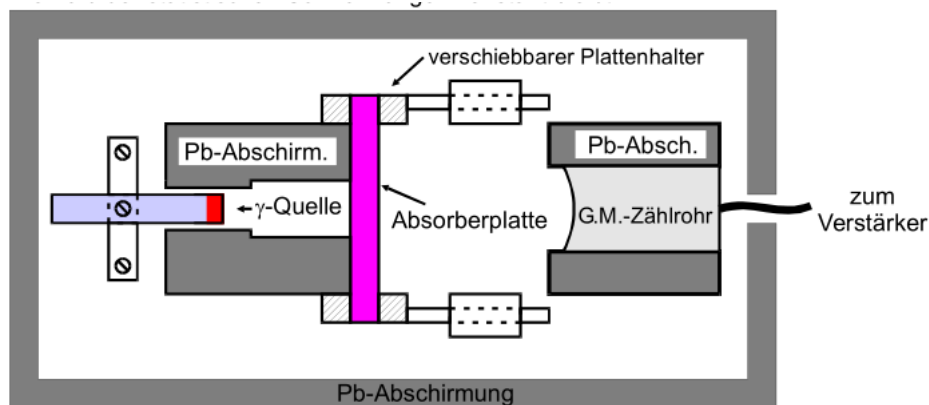
energiereichsten Elektronen abhängt, lässt sich empirisch auf  $E_{\max}$  schließen, so dass sich

$$E_{\max} = 1,92 \sqrt{R_{\max}^2 + 0,22 \cdot R_{\max}} \text{ [MeV]} \quad (6)$$

ergibt.

### 3 Aufbau und Durchführung

In Abbildung 5 ist der Aufbau schematisch dargestellt. Es wird ein Geiger-Müller-Zählrohr, das an ein elektrisches Zählwerk angeschlossen ist, in einer Linie mit einer Strahlenquelle angeschlossen. Dazwischen lässt sich ein Absorbermaterial befestigen und sowohl das Zählrohr als auch die Quelle sind mit Blei abgeschirmt. Zu Beginn wird für  $t = 900 \text{ s}$  eine



**Abbildung 5:** Schematischer Versuchsaufbau [1].

Nullmessung durchgeführt, um die Hintergrundstrahlung zu ermitteln. Als  $\gamma$ -Strahler wird  $^{137}\text{Cs}$  verwendet und für Aluminium mit unterschiedlichen Dicken gemessen. Für

den  $\beta$ -Strahler wird  $^{99}\text{Tc}$  verwendet und für unterschiedliche Dicken von Eisen und Blei gemessen.

## 4 Auswertung

Im Folgenden werden die aufgenommenen Messwerte ausgewertet.

### 4.1 Die $\gamma$ -Absorption

In diesen Versuchsteil werden mithilfe der Messdaten die Absorptionskoeffizienten von Eisen (Fe) und Blei (Pb) und die Größen  $N(0)$  bestimmt. Als  $\gamma$ -Strahler wird  $^{137}\text{Cs}$  verwendet.

Die Ungenauigkeit der gemessenen Zerfälle bestimmt sich zu  $\Delta Z = \sqrt{Z}$ , da die Anzahl der Zerfälle statistisch nach der Poissonverteilung verteilt sind.

Bei einer Nullmessung über 900s werden  $Z_u = 567 \pm 24$  Zerfälle vom Zählrohr gemessen. Das entspricht einer Impulsrate von

$$N_u = 0,63 \pm 0,03 \frac{1}{\text{s}}.$$

Die Ungenauigkeit wurde mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung bestimmt.

Es werden nun verschieden dicke Eisen- und Bleiplatten zwischen Zählrohr und Strahler geschoben und Messungen durchgeführt. Die Ergebnisse lassen sich in Tabelle 1 für Eisen und in Tabelle 2 für Blei finden.

**Tabelle 1:** Messergebnisse mit unterschiedlichen Eisenplatten.

$d$ in mm	Messdauer $t$ in s	Anzahl Zerfälle $Z$	Impulsrate $N - N_u$ in 1/s
$1,58 \pm 0,02$	300	$33377 \pm 183$	$110,63 \pm 3,37$
$4,11 \pm 0,02$	300	$30768 \pm 175$	$101,93 \pm 3,11$
$6,50 \pm 0,02$	300	$27037 \pm 164$	$89,49 \pm 2,74$
$8,20 \pm 0,02$	300	$24383 \pm 156$	$80,65 \pm 2,48$
$10,92 \pm 0,02$	300	$21985 \pm 148$	$72,65 \pm 2,24$
$15,90 \pm 0,02$	300	$18337 \pm 135$	$60,49 \pm 1,88$
$18,20 \pm 0,02$	300	$15931 \pm 126$	$52,47 \pm 1,64$
$22,56 \pm 0,02$	300	$10510 \pm 103$	$34,40 \pm 1,11$
$39,81 \pm 0,02$	300	$6657 \pm 82$	$21,56 \pm 0,74$
$50,00 \pm 0,02$	300	$4557 \pm 68$	$14,56 \pm 0,54$

Es werden für Eisen zehn verschiedene Dicken an Platten verwendet, bei Blei sieben. Es werden zudem die um den Nulleffekt korrigierten Impulsraten  $N - N_u$  berechnet und eingetragen.

Nachfolgend werden die Absorptionskoeffizienten  $\mu$  bestimmt. Dazu wird die Gleichung 1 verwendet. Der Logarithmus der korrigierten Impulsraten wird gegen die Schichtdicke



**Tabelle 2:** Messergebnisse mit unterschiedlichen Bleiplatten.

$d$ in mm	Messdauer $t$ in s	Anzahl Zerfälle $Z$	korrigierte Impulsrate $N - N_u$ in 1/s
$3,79 \pm 0,02$	300	$24245 \pm 156$	$80,19 \pm 2,47$
$5,20 \pm 0,02$	300	$22575 \pm 150$	$74,52 \pm 2,29$
$9,40 \pm 0,02$	200	$11221 \pm 106$	$55,48 \pm 1,74$
$14,30 \pm 0,02$	200	$5936 \pm 77$	$29,05 \pm 0,97$
$20,00 \pm 0,02$	200	$3926 \pm 63$	$19,00 \pm 0,69$
$26,18 \pm 0,02$	200	$2067 \pm 45$	$9,71 \pm 0,43$
$46,10 \pm 0,02$	200	$602 \pm 25$	$0,37 \pm 0,24$

$d$  aufgetragen, wodurch sich ein linearer Zusammenhang ergibt. Die lineare Regression ergibt für die Geraden folgende Geradengleichungen:

$$f_{Fe}(d) = (-42,7 \pm 2,0)d + (4,7 \pm 0,1)$$

$$f_{Pb}(d) = (-85,6 \pm 3,5)d + (4,7 \pm 0,1)$$

Die Fehlerfortpflanzung wurde mittels Python bestimmt.

Durch die Geradensteigungen und y-Achsenabschnitte der Geraden in Abbildung 6 und Abbildung 7 lassen sich nun nach Gleichung 1 die Absorptionskoeffizienten  $\mu_{Fe}$  und  $\mu_{Pb}$  bestimmen, sowie  $N_0$  der beiden Materialien:

$$\mu_{Fe} = (-42,7 \pm 2,0) \frac{1}{m}$$

$$N_{0,Fe} = (110 \pm 1) \frac{1}{s}$$

$$\mu_{Pb} = (-85,6 \pm 3,5) \frac{1}{m}$$

$$N_{0,Pb} = (110 \pm 1) \frac{1}{s}$$

Dadurch lassen sich nun die Absorptionsgesetze bestimmen:

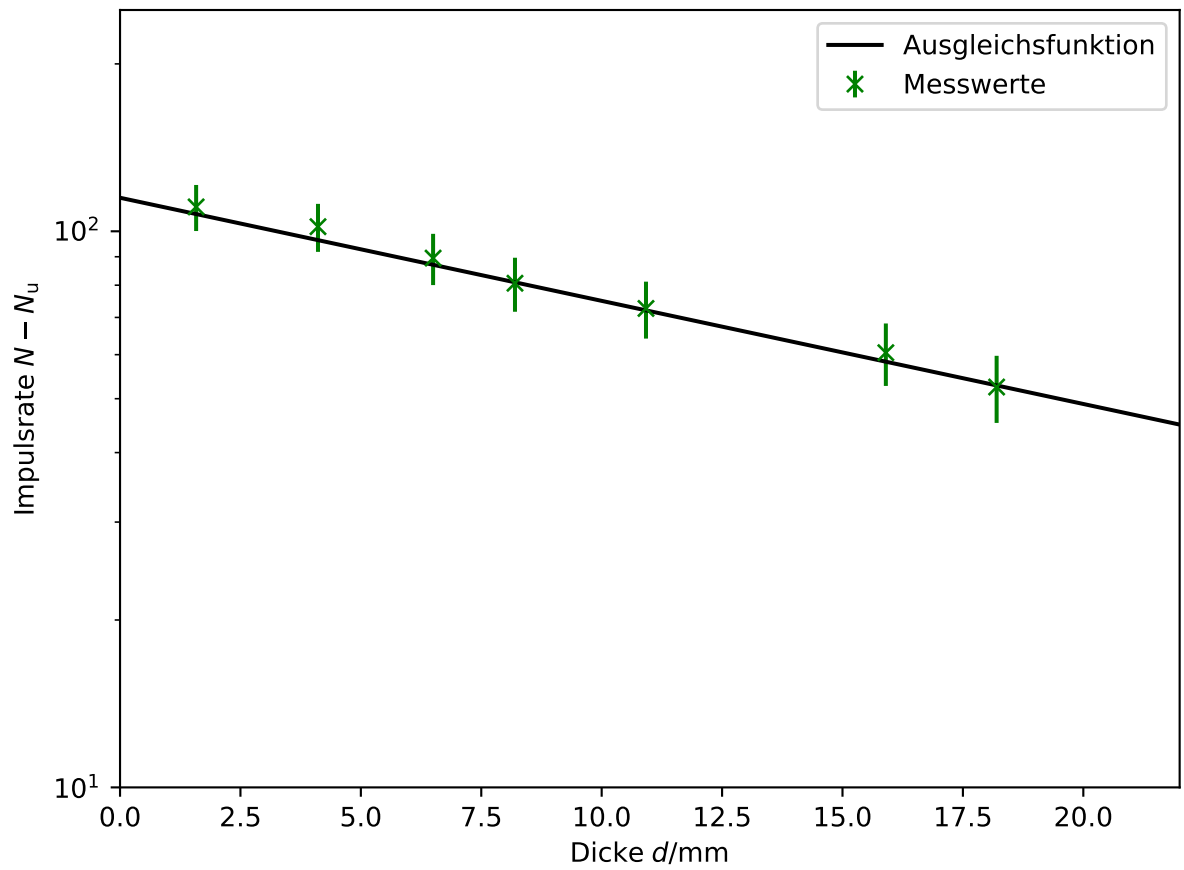
$$N_{Fe}(d) = (110 \pm 1) \frac{1}{s} \cdot e^{(-42,7 \pm 2,0) (1/m)d}$$

$$N_{Pb}(d) = (110 \pm 1) \frac{1}{s} \cdot e^{(-85,6 \pm 3,5) (1/m)d}$$

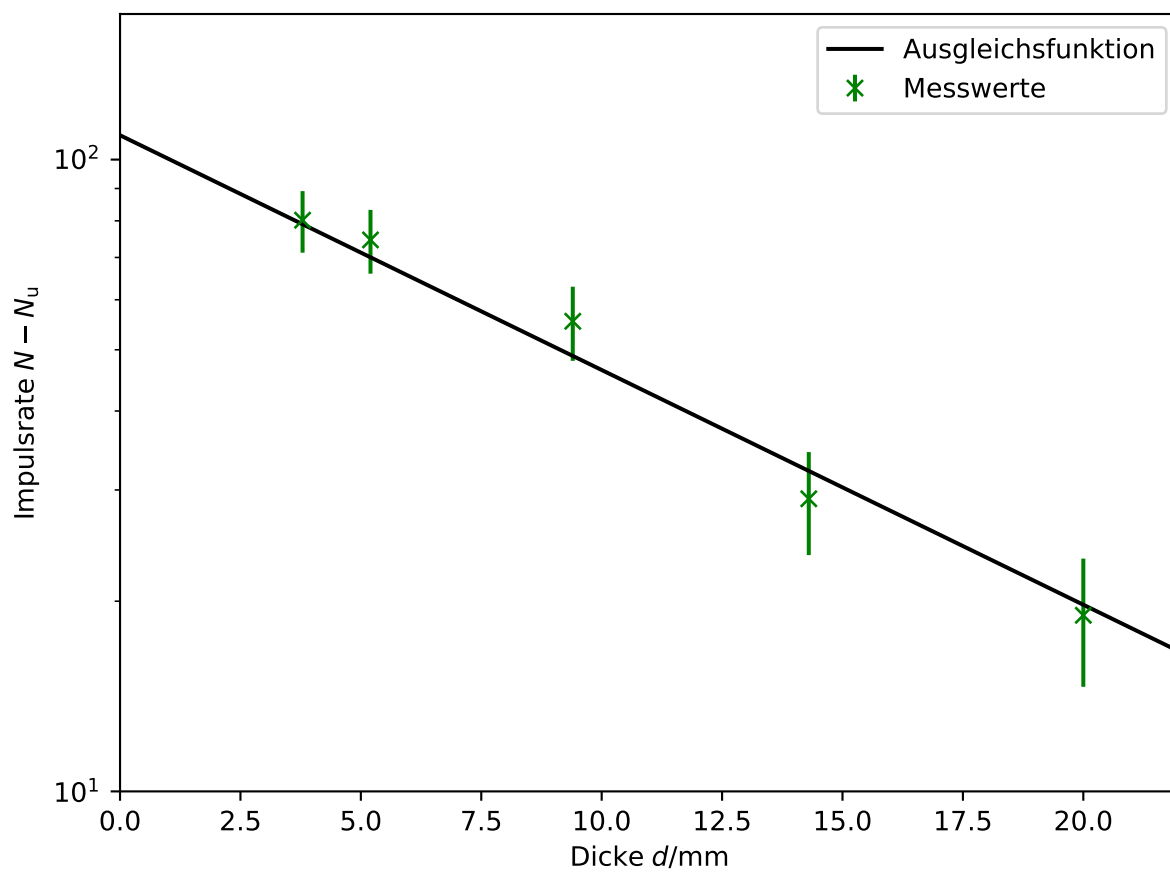
Die Fehlerfortpflanzungen der Gleichungen wurden allesamt mittels Python bestimmt.

## 4.2 Vergleich mit den aus der Theorie berechneten Absorptionskoeffizienten

Um Schlüsse über die vorliegenden Absorptionsmechanismen zu ziehen, werden die gemessenen Absorptionskoeffizienten mit gerechneten Werten verglichen. Die Absorptionskoeffizienten  $\mu_{Com}$  werden durch Gleichung 3 und Gleichung 4 berechnet. Für diese



**Abbildung 6:** Logarithmus der korrigierten Impulsrate bei Eisen aufgetragen gegen die Schichtdicke  $d$



**Abbildung 7:** Logarithmus der korrigierten Impulsrate bei Blei aufgetragen gegen die Schichtdicke  $d$

Gleichungen werden einige Materialkonstanten benötigt, diese werden in Tabelle 3 notiert. Es wird zudem die charakteristische Größe  $\epsilon = 1,295$  für Caesium verwendet. Einsetzen

Material	Ordnungszahl $Z$	Masse $m$ in $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$	Dichte $\rho$ in $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
Blei	82	207,2	11,342
Eisen	26	55,8	7,874

**Tabelle 3:** Materialkonstanten.

ergibt nun:

$$\sigma_{Com} = 2,57 \cdot 10^{-29} \text{ m}^2$$

und dadurch die Absorbtionskoeffizienten

$$\mu_{Com,Fe} = 56,76 \frac{1}{\text{m}} \text{ und}$$

$$\mu_{Com,Pb} = 69,43 \frac{1}{\text{m}}.$$

### 4.3 $\beta^-$ -Absorption

Um die Maximalenergie von  $^{99}\text{Tc}$  zu bestimmen, wird mithilfe der aufgenommenen Messwerte eine  $\beta$ -Absorptionskurve erstellt.

In ?? sind die Messwerte zu verschiedenen Dicken der Aluminiumplatten eingetragen, sowie die berechneten korrigierten Impulsraten  $N - N_u$ . Die korrigierte Impulsrate wird

**Tabelle 4:** Messergebnisse mit unterschiedlichen Aluminiumplatten.

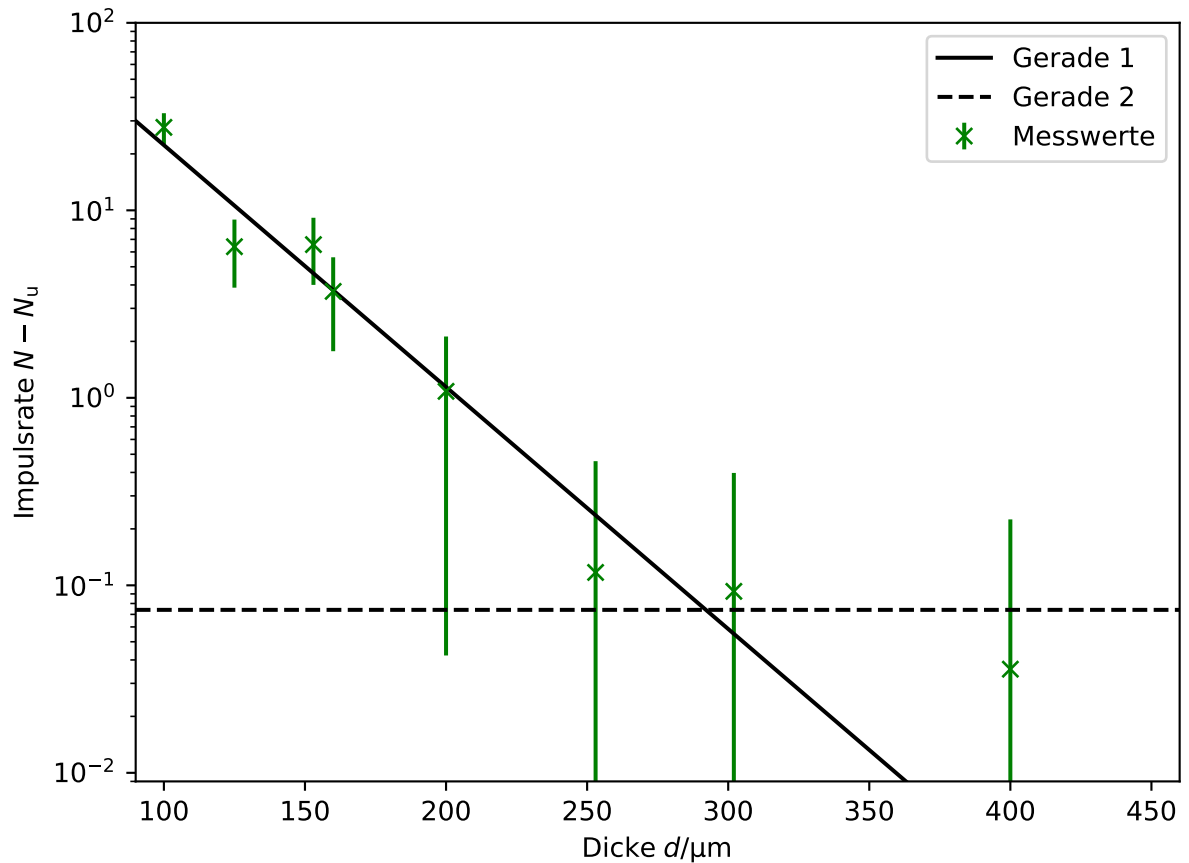
$d$ in $\mu\text{m}$	Messdauer $t$ in s	Anzahl Zerfälle $Z$	korrigierte Impulsrate $N - N_u$ in 1/s
$100 \pm 0,5$	500	$14164 \pm 119$	$27,70 \pm 0,86$
$125 \pm 1$	500	$3514 \pm 59$	$6,40 \pm 0,22$
$153 \pm 1$	600	$4317 \pm 66$	$6,57 \pm 0,23$
$160 \pm 1$	600	$2595 \pm 51$	$3,70 \pm 0,14$
$200 \pm 1$	700	$1199 \pm 35$	$1,08 \pm 0,06$
$253 \pm 1$	700	$523 \pm 23$	$0,12 \pm 0,03$
$302 \pm 1$	700	$506 \pm 22$	$0,09 \pm 0,03$
$400 \pm 1$	700	$466 \pm 22$	$0,04 \pm 0,03$
$482 \pm 1$	700	$495 \pm 20$	$0,08 \pm 0,03$

nun logarithmisch gegen die Schichtdicke  $d$  aufgetragen, wodurch die Massenbelegung  $R_{max}$  und die Gesamtenergie  $E_{max}$  berechnet werden können. Die maximale Reichweite ist der Schnittpunkt zwischen der Ausgleichsgeraden des vorderen Bereichs der Messwerte und der Ausgleichsgeraden des hinteren Bereichs der Messwerte.

Die Geradengleichungen der beiden Geraden lauten

$$g(d) = (-29710 \pm 5011)d + (6.1 \pm 0.8) \text{ und } f(d) = (-2.6 \pm 0.3).$$

Dadurch ergibt sich die maximale Reichweite  $D = 0,000292 \pm 0,000056$  m. Mit der Massenbelegung  $R_{max} = \rho D$  lässt sich dann mit Gleichung 6 die Gesamtenergie bestimmen zu  $E_{max} = (0,295 \pm 0,115)$  MeV.



**Abbildung 8:** Logarithmus der korrigierten Impulsrate bei Aluminium aufgetragen gegen die Schichtdicke  $d$

## 5 Diskussion

### 5.1 Vergleich der berechneten und gemessenen Werte von $\mu$

Die berechneten und gemessenen Werte des Absorptionskoeffizienten haben bei Eisen eine Abweichung von 32,93 %. Das ist eine recht hohe Abweichung, welche durch einen systematischen Fehler der Messapparatur entstanden sein könnte.

Bei Blei haben gemessener und berechneter Wert eine Abweichung von rund 23,29 %. Da beide Abweichungen so hoch sind, ist die Annahme des systematischen Fehlers bestätigt. Da die Abweichungen, obwohl sie etwas hoch sind, dennoch nicht enorm hoch sind, lässt sich das Messverfahren als geeignet anzunehmen.

## 5.2 Maximale Energie der $\beta^-$ -Strahlung

Der Literaturwert der maximalen Energie beträgt  $E_{lit} = 0,294$  MeV. Somit ergibt sich eine Abweichung von nur 0,34 %. Dadurch erweist sich dieses Messverfahren als äußerst genau.

Da für die Messungen mit dem  $\beta$ -Strahler ein anderer Versuchsaufbau verwendet wurde, lässt sich der systematische Fehler des Versuchsaufbaus der anderen Versuchsreihe nicht widerlegen.

## Literatur

- [1] *Versuch 704 - Absorption von Gamma- und Betastrahlung*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2014.