VERSUCH 103

Biegung elastischer Stäbe

Tabea Hacheney
tabea.hacheney@tu-dortmund.de

Bastian Schuchardt
bastian.schuchardt@tu-dortmund.de

Durchführung: 21.12.2021 Abgabe: 11.01.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll der Elastizitätsmodul durch Biegen von Stäben unterschiedlicher Metalle und Legierungen bestimmt werden.

2 Theorie

Der Elastizitätsmodul E ist eine materialabhängige Konstante, die die Gestaltsänderung eines Körpers unter einer Normalpannung σ beschreibt. Durch die aus der Normalpannung entstehende Längenänderung ΔL lässt sich mit dem Hookschen Gesetz der Zusammenhang

$$\sigma = E \cdot \frac{\Delta L}{L} \tag{1}$$

aufstellen. Bei der Biegungen von Stäben wirkt ein äußeres Drehmoment, das die oberen Schichten des Stabs dehnt und die unteren Schichten staucht. In der Mitte des Stabs befindet sich die so genannte neutrale Faser, die aufgrund des Kräftegleichgewichts in ihrer Länge unverändert bleibt. Die Stab kann sich so weit biegen bis das innere und das äußere Drehmoment gleich ist. Die Drehmomente sind durch

$$\begin{aligned} M_\mathrm{F} &= F(L-x) \\ M_\sigma &= \int_Q y\sigma(y)\mathrm{dq} \end{aligned}$$

gegeben. Q ist dabei der Querschnitt des Stabs und y der Abstand des Flächenelements dq zur neutralen Faser. Durch längere mathematische Vorüberlegungen ergibt sich für einen einseitig eingespannten Stab für die Durchbiegung

$$D(x) = \frac{F}{2EI} \cdot \left(Lx^2 - \frac{x^3}{3}\right). \tag{2}$$

Dabei ist x die Entfernung des Messpunktes zum Einspannpunkt, I das Flächenträgheitsmoment und L die Länge des Stabs. Wenn der Stab beidseitig eingespannt ist und die Kraft in der Mitte des Stabs wirkt, ergibt sich für $0 \leq x \leq L/2$

$$D(x) = \frac{F}{48EI} \cdot \left(3L^2x - 4x^3\right). \tag{3}$$

Für $L/2 \leq x \leq L$ ergibt sich

$$D(x) = \frac{F}{48EI} \cdot \left(4x^3 - 12Lx^2 + 9L^2x - L^3\right). \tag{4}$$

Das Flächenträgheitsmoment eines Stabs mit quadratischen Querschnitt und der Seitenlänge a ist durch

$$I_\square = \frac{a^4}{12} \tag{5}$$

gegeben [2]. Das Flächenträgheitsmoment eines Stabs mit quadratischen Querschnitt und Durchmesser d ist durch

$$I_{\bigcirc} = \frac{\pi d^4}{64} \tag{6}$$

gegeben [2].

3 Durchführung

3.1 Einseitige Einspannung

Mit Hilfe dem in Abbildung 1 gezeigten Versuchsaufbaus lässt sich der Elasitiztätsmodul bestimmen. Dabei werden zwei Stäbe mit kreisförmigen und quadratischen Querschnitt in die Apparatur einseitig bei A eingespannt und mit einem am Stabende befestigten Gewicht gebogen. Die Auslenkung des Stabs an einem Punkt wird mit einer Messuhr bestimmt. Die Messuhr lässt sich entlang der Apparatur verschieben und die Entfernung vom Einspannpunkt ist oben auf der Apparatur anhand einer Längenskala ab zu lesen.

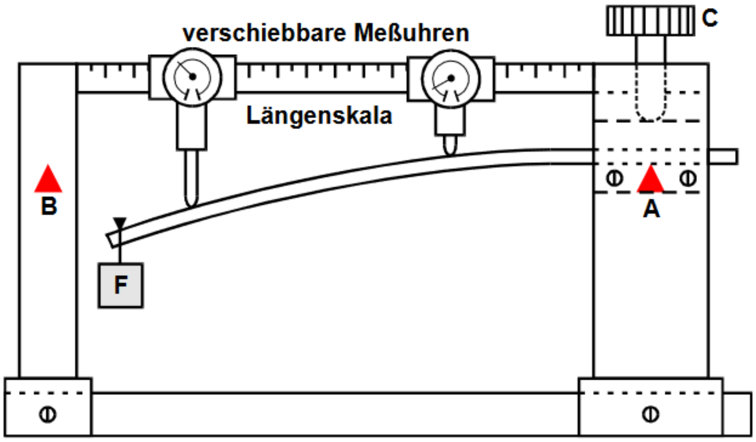

Abbildung 1: Schematische Aufbau der Apparatur [1].

Da nicht davon ausgegangen werden kann, dass die Stäbe komplett gerade sind, wird eine Nullmessung durchgeführt, um die tatsächliche Biegung zu bestimmen.

3.2 Beidseitige Einspannung

Nun werden die Stäbe nacheinander bei A und bei B eingespannt und das Gewicht in der Mitte des Stabs befestigt. Es wird dabei wieder eine Nullmessung durchgeführt. Bei der Messung ist zu beachten, dass beide Messuhren verwendet werden, da die Befestigung der Masse die Bewegung der Messuhr über die Mitte nicht zulässt.

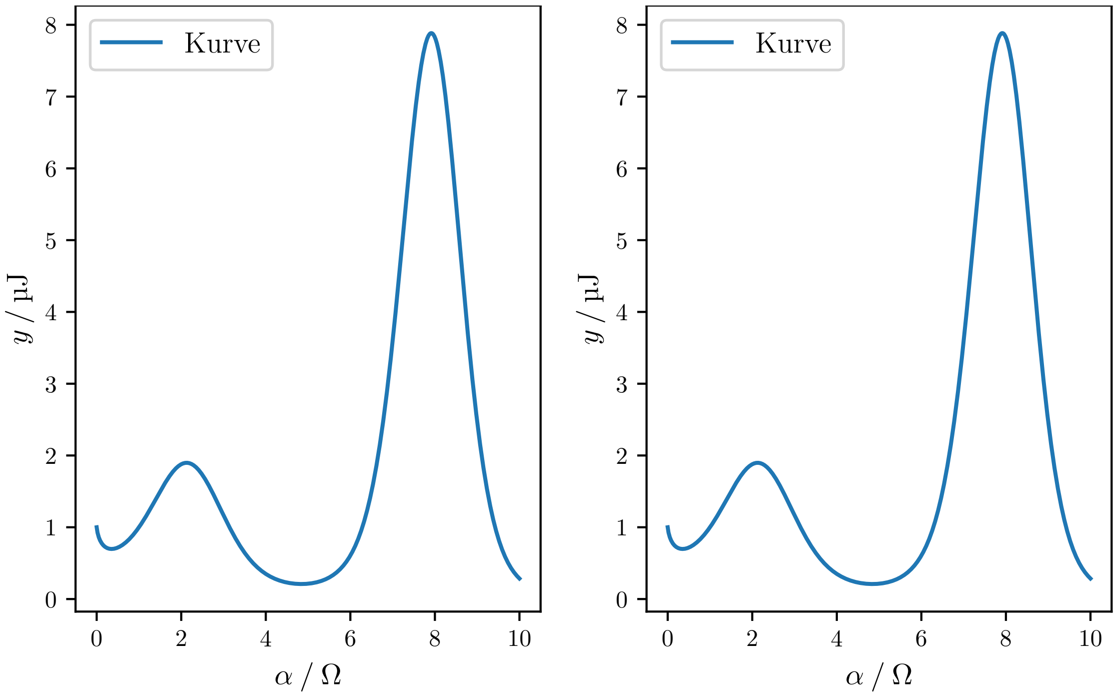

Abbildung 2: Plot.

4 Auswertung

Siehe Abbildung 2!

5 Diskussion

Literatur

[1] TU Dortmund. *Anleitung: Biegung elastischer Stäbe*. 2014.

[2] ingenieurkurse.de. *Übersicht: Flächenträgheitsmomente für ausgewählte Querschnitte*. URL: `https://www.ingenieurkurse.de/technische-mechanik-elastostatik/balkenbiegung/flaechentraegheitsmomente/flaechentraegheitsmomente-in-abhaengigkeit-vom-koordinatensystem.html` (besucht am 28. 12. 2021).