VERSUCH 103

Biegung elastischer Stäbe

Tabea Hacheney
tabea.hacheney@tu-dortmund.de

Bastian Schuchardt
bastian.schuchardt@tu-dortmund.de

Durchführung: 21.12.2021 Abgabe: 11.01.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll der Elastizitätsmodul durch Biegen von Stäben unterschiedlicher Metalle und Legierungen bestimmt werden.

2 Theorie

Der Elastizitätsmodul E ist eine materialabhängige Konstante, die die Gestaltsänderung eines Körpers unter einer Normalpannung σ beschreibt. Durch die aus der Normalpannung entstehende Längenänderung ΔL lässt sich mit dem Hookschen Gesetz der Zusammenhang

$$\sigma = E \cdot \frac{\Delta L}{L} \tag{1}$$

aufstellen. Bei der Biegungen von Stäben wirkt ein äußeres Drehmoment, das die oberen Schichten des Stabs dehnt und die unteren Schichten staucht. In der Mitte des Stabs befindet sich die so genannte neutrale Faser, die aufgrund des Kräftegleichgewichts in ihrer Länge unverändert bleibt. Die Stab kann sich so weit biegen bis das innere und das äußere Drehmoment gleich ist. Die Drehmomente sind durch

$$M_{\mathrm{F}} = F(L - x)$$
$$M_\sigma = \int_Q y\sigma(y)\mathrm{dq}$$

gegeben. Q ist dabei der Querschnitt des Stabs und y der Abstand des Flächenelements dq zur neutralen Faser. Durch längere mathematische Vorüberlegungen ergibt sich für einen einseitig eingespannten Stab für die Durchbiegung

$$D(x) = \frac{F}{2EI} \cdot \left(Lx^2 - \frac{x^3}{3}\right). \tag{2}$$

Dabei ist x die Entfernung des Messpunktes zum Einspannpunkt, I das Flächenträgheitsmoment und L die Länge des Stabs. Wenn der Stab beidseitig eingespannt ist und die Kraft in der Mitte des Stabs wirkt, ergibt sich für $0 \leq x \leq L/2$

$$D(x) = \frac{F}{48EI} \cdot \left(3L^2x - 4x^3\right). \tag{3}$$

Für $L/2 \leq x \leq L$ ergibt sich

$$D(x) = \frac{F}{48EI} \cdot \left(4x^3 - 12Lx^2 + 9L^2x - L^3\right). \tag{4}$$

Das Flächenträgheitsmoment eines Stabs mit quadratischen Querschnitt und der Seitenlänge a ist durch

$$I_\square = \frac{a^4}{12} \tag{5}$$

gegeben [2]. Das Flächenträgheitsmoment eines Stabs mit quadratischen Querschnitt und Durchmesser d ist durch

$$I_{\bigcirc} = \frac{\pi d^4}{64} \tag{6}$$

gegeben [2].

3 Durchführung

3.1 Einseitige Einspannung

Mit Hilfe dem in Abbildung 1 gezeigten Versuchsaufbaus lässt sich der Elasitiztätsmodul bestimmen. Dabei werden zwei Stäbe mit kreisförmigen und quadratischen Querschnitt in die Apparatur einseitig bei A eingespannt und mit einem am Stabende befestigten Gewicht gebogen. Die Auslenkung des Stabs an einem Punkt wird mit einer Messuhr bestimmt. Die Messuhr lässt sich entlang der Apparatur verschieben und die Entfernung vom Einspannpunkt ist oben auf der Apparatur anhand einer Längenskala ab zu lesen.

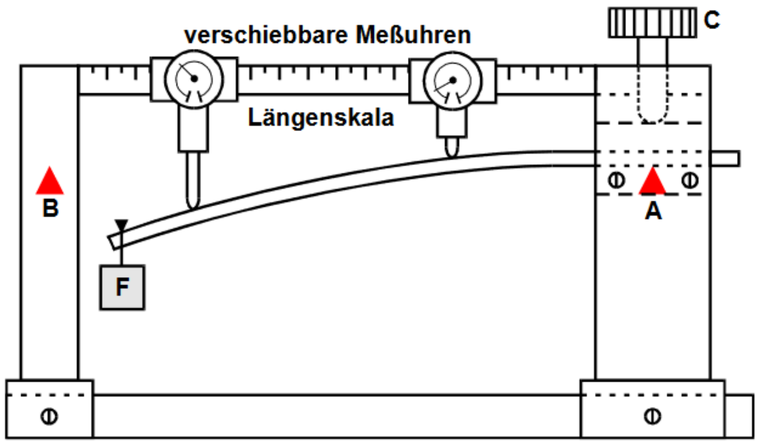


Abbildung 1: Schematische Aufbau der Apparatur [1].

Da nicht davon ausgegangen werden kann, dass die Stäbe komplett gerade sind, wird eine Nullmessung durchgeführt, um die tatsächliche Biegung zu bestimmen.

3.2 Beidseitige Einspannung

Nun werden die Stäbe nacheinander bei A und bei B eingespannt und das Gewicht in der Mitte des Stabs befestigt. Es wird dabei wieder eine Nullmessung durchgeführt. Bei der Messung ist zu beachten, dass beide Messuhren verwendet werden, da die Befestigung der Masse die Bewegung der Messuhr über die Mitte nicht zulässt.

4 Auswertung

4.1 Flächenträgheitsmoment und Dichte

Zur Bestimmung des Flächenträgheitsmoments und der Dichte des Stabes wurden für Masse, Durchmesser und Länge mehrere Werte von jeweils einem runden und einem eckigen Stab notiert. Diese lassen sich in Tabelle 1 und Tabelle 2 finden.

Tabelle 1: Messdaten des runden Stabes

Masse/kg	Radius/m	Länge/m
0,4120	0,005	0,592
0,4119	0,005	0,593
0,4120	0,005	0,592
0,4124	0,005	0,593
0,4123	0,005	0,591

Die folgenden Mittelwerte und Standardabweichungen der Werte wurden mittels Python bestimmt.
Masse des runden Stabs: $m_{\bigcirc} = 0{,}41212 \pm 0{,}00019\,\mathrm{kg}$
Radius des runden Stabs: $r_{\bigcirc} = 0{,}0050 \pm 0\,\mathrm{m}$
Länge des runden Stabs: $l_{\bigcirc} = 0{,}5922 \pm 0{,}0007\,\mathrm{m}$

Tabelle 2: Messdaten des eckigen Stabes

Masse/kg	Durchmesser/m	Länge/m
0,5357	0,01	0,602
0,5359	0,01	0,601
0,5360	0,01	0,602
0,5360	0,01	0,601
0,5360	0,01	0,602

Masse des eckigen Stabs: $m_{\square} = 0{,}53592 \pm 0{,}00012\,\mathrm{kg}$
Durchmesser des eckigen Stabs: $r_{\square} = 0{,}0100 \pm 0\,\mathrm{m}$
Länge des eckigen Stabs: $l_{\square} = 0{,}6016 \pm 0{,}0005\,\mathrm{m}$

4.1.1 Dichte

Die Dichte eines Zylinders bestimmt sich zu: $\rho_{\bigcirc} = \frac{m}{r^2\,\pi\,l}$.
Somit ergibt sich mit den Messwerten die Dichte des Zylinders zu $\rho_{\bigcirc} = 8860 \pm 11\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.

Die Dichte eines Quader bestimmt sich zu: $\rho_\square = \frac{m}{d^2\,l}$.
Somit ergibt sich mit den Messwerten die Dichte des Quaders zu $\rho_\square = 8908 \pm 8\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.

Der Dichte nach zu urteilen, könnte es sich bei dem Material der Stäbe um Kupfer handeln, was sich durch das visuelle Erscheinungsbild bestätigen lässt. Somit haben die Stäbe einen Literaturwert für den Elastizitätsmodul von $E_{\mathrm{lit}} = 100$ bis $130 \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{m^2}$[3].

4.1.2 Flächenträgheitsmoment

Mit der Gleichung 5 ergibt sich für den eckigen Stab das Flächenträgheitsmoment $I_\square = 8,333 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}^4$ und mit Gleichung 6 für den runden Stab das Flächenträgheitsmoment $I_\bigcirc = 4,909 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}^4$.

4.2 Bestimmung des Elastizitätsmoduls mithilfe einseitiger Einspannung

4.2.1 Runder Stab

Der Stab wurde für diesen Versuch einseitig eingespannt und die restliche Länge des Stabes sechs Mal gemessen und gemittelt:

Tabelle 3: Restliche Länge des Stabes nach Einspannen

Länge/m
0,481
0,480
0,479
0,480
0,478
0,480

Somit ergibt sich für die Länge $L = 0{,}4797 \pm 0,0009\,\mathrm{m}$.

Für die Messung wurde ein Gewicht verwendet, das mehrfach gewogen wurde. Die Messwerte befinden sich in Tabelle 4.

Tabelle 4: Verwendetes Gewicht für die einseitige Spannung des runden Stabs

Gewicht/kg
0,4511
0,4515
0,4515
0,4511
0,4513

Somit ergibt sich für das Gewicht die Masse $m = 0{,}4513 \pm 0,0002\,\mathrm{kg}$.

Es wurde zunächst eine Messung ohne Gewicht durchgeführt, um mögliche Verbiegungen des Stabes zu erkennen. Danach wurde eine Messung mit dem Gewicht durchgeführt. Daraus wurde dann die tatsächliche Auslenkung bestimmt. In den folgenden Versuchen wird das gleiche Schema verwendet. Die Werte zu der ersten Messreihe lassen sich in Tabelle 5 finden.

Tabelle 5: Auslenkung des runden Stabes bei einseitiger Einspannung

x/mm	$\mathrm{D_0(x)}$/mm	$\mathrm{D_m(x)}$/mm	D(x)/mm
30	0,040	0,050	0,010
60	0,050	0,150	0,100
90	0,150	0,350	0,200
120	0,295	0,630	0,335
150	0,520	0,990	0,470
180	0,740	1,410	0,670
210	0,960	1,830	0,870
240	1,260	2,245	0,985
270	1,530	2,750	1,220
300	1,825	3,290	1,465
330	2,190	3,850	1,660
360	2,505	4,180	1,675
390	2,880	4,760	1,880
420	3,360	5,370	2,010
450	3,710	6,160	2,450

Hierbei ist x die Entfernung zur Einspannung, $D_0(x)$ die Auslenkung des Stabes ohne Gewicht, $D_m(x)$ die Auslenkung des Stabes mit Gewicht und $D(x)$ die tatsächliche Auslenkung. Ein negativer Wert für D_0 steht für eine Auslenkung nach oben und ein positiver Wert für eine Auslenkung nach unten.

Zur Berechnung des Elastizitätsmoduls E wird $D(x)$ nun gegen $\left(Lx^2 - \frac{x^3}{3}\right)$ aufgetragen und eine Ausgleichsrechnung mittels Python durchgeführt. Dieser Zusammenhang lässt sich in Gleichung 2 ablesen.
Die Ausgleichsrechnung ergibt für diese Messreihe einen Wert für den Elastizitätsmodul von $E_1 = (120{,}3 \pm 3{,}285) \cdot 10^9 \,\frac{\mathrm{N}}{m^2}$. Der passende Plot dazu ist Abbildung 2.

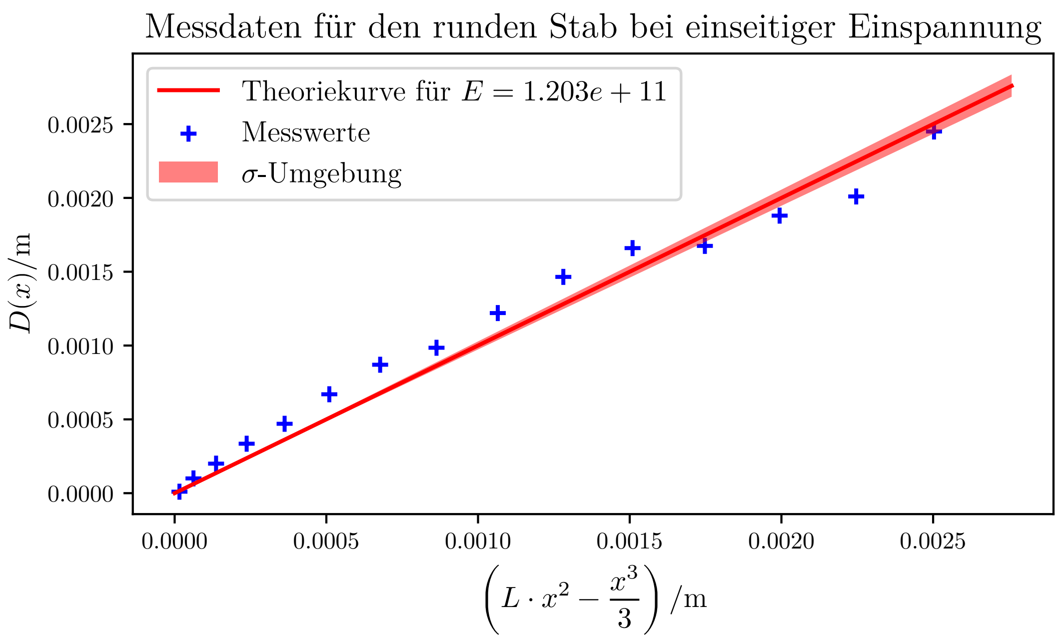


Abbildung 2: Ausgleichsrechnung für das E-Modul des runden Stabs bei einseitiger Einspannung

4.2.2 Eckiger Stab

Der Stab wurde wie auch der runde einseitig eingespannt und die restliche Länge des Stabes fünf Mal gemessen und gemittelt:

Tabelle 6: Restliche Länge des Stabes nach Einspannen

Länge/m
0,488
0,489
0,488
0,489
0,487

Somit ergibt sich für Die Länge $L = 0{,}4882 \pm 0,0007\,\mathrm{m}$.

Für die Messung wurde wieder ein Gewicht verwendet, das mehrfach gewogen wurde. Die Messwerte finden sich in Tabelle 7.
Somit ergibt sich für das Gewicht die Masse $m = 0{,}6529 \pm 0,0000\,\mathrm{kg}$.

Es wurde wie bei dem runden Stab vorgegangen. Die Werte dazu lassen sich in Tabelle 8

Tabelle 7: Verwendetes Gewicht für die einseitige Spannung des eckigen Stabs

Gewicht/kg
0,6529
0,6529
0,6529
0,6528
0,6528

finden.

Tabelle 8: Auslenkung des eckigen Stabes bei einseitiger Einspannung

x/mm	$\mathrm{D_0}$(x)/mm	$\mathrm{D_m}$(x)/mm	D(x)/mm
30	0,300	0,330	0,030
60	0,340	0,420	0,080
90	0,400	0,550	0,150
120	0,470	0,750	0,280
150	0,610	1,000	0,390
180	0,780	1,340	0,560
210	0,850	1,550	0,700
240	0,970	1,840	0,870
270	1,080	2,130	1,050
300	1,190	2,470	1,280
330	1,310	2,780	1,470
360	1,420	3,120	1,700
390	1,620	3,530	1,910
420	1,840	4,000	2,160
450	2,270	4,430	2,160

Für die Messreih mit dem eckigen Stab ergibt dies einen Wert für den Elastizitätsmodul von $E_2 = (110{,}8 \pm 1{,}753) \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{m^2}$. Der passende Plot dazu ist Abbildung 3.

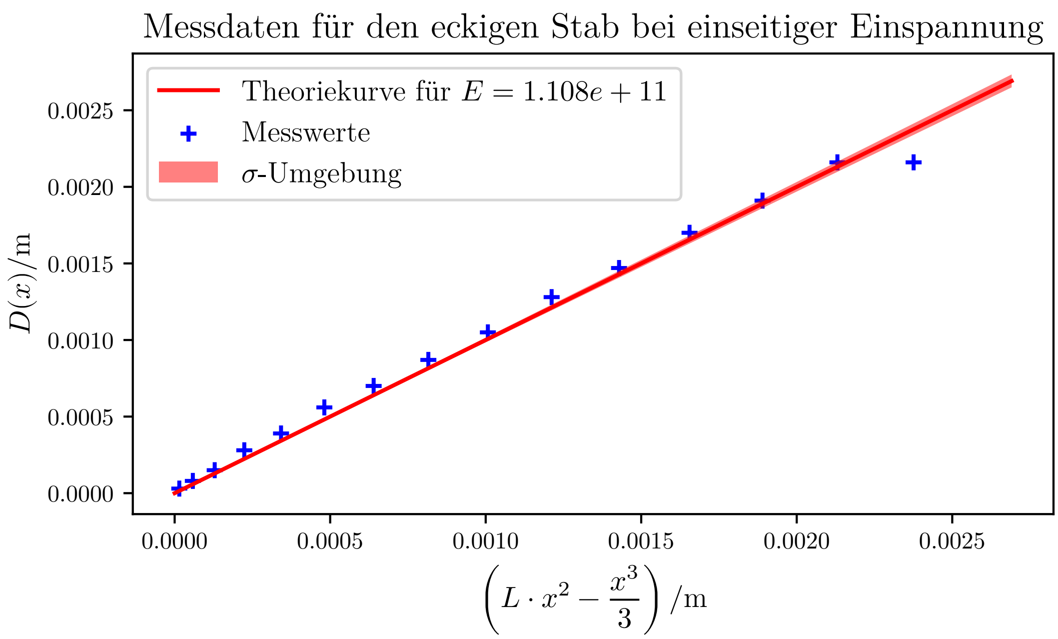


Abbildung 3: Ausgleichsrechnung für das E-Modul des eckigen Stabs bei einseitiger Einspannung

4.3 Bestimmung des Elastizitätsmoduls mithilfe beidseitiger Einspannung

4.3.1 Runder Stab

Der Stab wurde für diesen Versuch beidseitig eingespannt und die Länge zwischen den Einspannungen fünf Mal gemessen und gemittelt:

Tabelle 9: Länge des runden Stabes zwischen den Einspannungen

Länge/m
0,554
0,553
0,553
0,554
0,553

Somit ergibt sich für die Länge $L = 0{,}5534 \pm 0,0005\,\mathrm{m}$.

Für die Messung wurde ein Gewicht verwendet, das mehrfach gewogen wurde. Die Messwerte finden sich in Tabelle 10.
Somit ergibt sich für das Gewicht die Masse $m = 1{,}4534 \pm 0,0001\,\mathrm{kg}$.

Tabelle 10: Verwendetes Gewicht für die beidseitige Einspannung des runden Stabs

Gewicht/kg
1,4535
1,4534
1,4534
1,4534
1,4533

Es wurde wie bei den anderen Versuchen vorgegangen. Die Werte dazu lassen sich in Tabelle 11 finden.

Tabelle 11: Auslenkung des runden Stabes bei beidseitiger Einspannung

x/mm	$\mathrm{D_0(x)}$/mm	$\mathrm{D_m(x)}$/mm	D(x)/mm
30	-0,250	-0,090	0,160
60	-0,340	-0,070	0,270
90	-0,380	0,000	0,380
120	-0,360	0,120	0,480
150	-0,290	0,265	0,555
180	-0,270	0,410	0,680
210	-0,280	0,490	0,770
240	-0,210	0,510	0,720
270	-0,140	0,520	0,660
300	-0,060	0,540	0,600
330	0,040	0,550	0,510
360	0,080	0,550	0,470
390	0,170	0,560	0,390
420	0,250	0,560	0,310
450	0,320	0,520	0,200
480	0,400	0,520	0,120
510	0,420	0,470	0,050
540	0,330	0,380	0,050

Hierbei ist x die Entfernung zu der rechten eingespannten Seite des Stabes, $D_0(x)$ die Auslenkung des Stabes ohne Gewicht, $D_m(x)$ die Auslenkung des Stabes mit Gewicht und $D(x)$ die tatsächliche Auslenkung. Ein negativer Wert für D_0 steht für eine Auslenkung nach oben und ein positiver Wert für eine Auslenkung nach unten. Das Gewicht wurde diesmal nicht am Ende des Stabes, sondern mittig bei $x = 27,5\,\mathrm{cm}$ aufgehangen.

Zur Berechnung des Elastizitätsmoduls E wird $D(x)$ nun gegen $\left(3L^2x - 4x^3\right)$ und $\left(4x^3 - 12Lx^2 + 9L^2x - L^3\right)$ aufgetragen und eine Ausgleichsrechnung mittels Python durchgeführt. Der Zusammenhang lässt sich an Gleichung 3 und Gleichung 4 ablesen.

Im Bereich von $0 \leq x \leq L/2$ wird Gleichung 3 verwendet und im Bereich $L/2 \leq x \leq L$ Gleichung 4.
Das ergibt für diese Messreihe einen Wert für der Elastizitätsmodul von $E_3 = (156{,}6 \pm 8{,}339) \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{m^2}$. Der passende Plot dazu ist Abbildung 4.

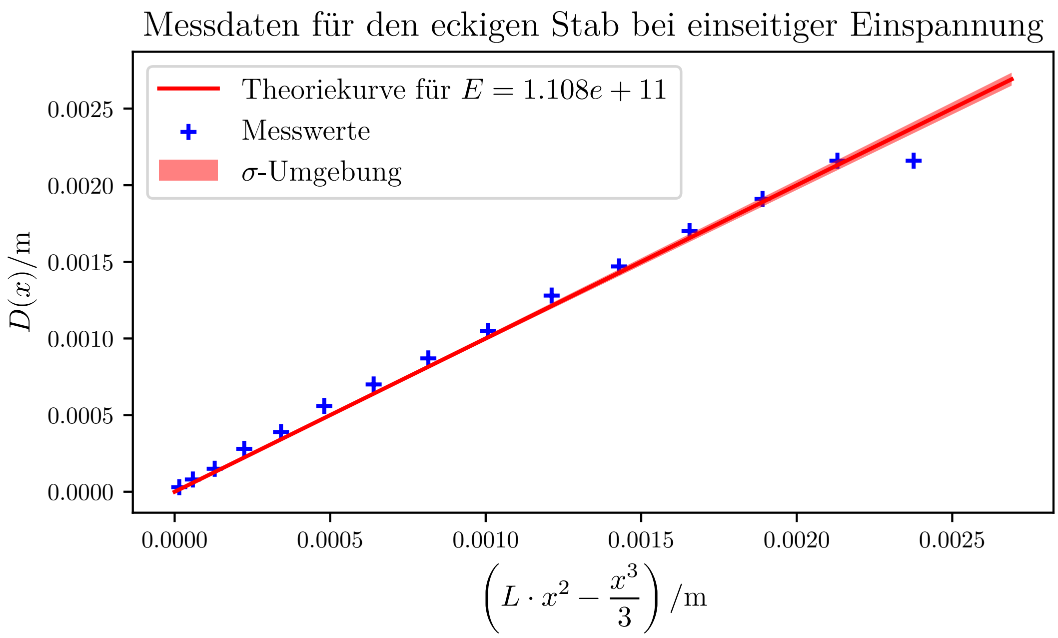


Abbildung 4: Ausgleichsrechnung für das E-Modul des runden Stabs bei beidseitiger Einspannung

4.3.2 Eckiger Stab

Der Stab wurde für diesen Versuch beidseitig eingespannt und die Länge zwischen den Einspannungen fünf Mal gemessen und gemittelt:

Tabelle 12: Länge des eckigen Stabes zwischen den Einspannungen

Länge/m
0,557
0,558
0,556
0,557
0,558

Somit ergibt sich für die Länge $L = 0{,}5572 \pm 0,0007\,\mathrm{m}$.

Für die Messung wurde ein Gewicht verwendet, das mehrfach gewogen wurde. Die Messwerte finden sich in Tabelle 13.

Tabelle 13: Verwendetes Gewicht für die beidseitige Einspannung des eckigen Stabs

Gewicht/kg
1.5522
1.5529
1.5528
1.5530
1.5530

Somit ergibt sich für das Gewicht die Masse $m = 1{,}5528 \pm 0,0003\,\mathrm{kg}$.

Vorgehen und Bezeichnungen sind identisch zu dem Versuch mit dem runden Stab. Die Werte dazu lassen sich in Tabelle 14 finden.

Zur Berechnung des Elastizitätsmoduls E wird $D(x)$ nun wieder gegen $\left(3L^2x - 4x^3\right)$ und $\left(4x^3 - 12Lx^2 + 9L^2x - L^3\right)$ aufgetragen und eine Ausgleichsrechnung mittels Python durchgeführt.
Das ergibt für diese Messreihe einen Wert für des Elastizitätsmoduls von $E_4 = (100{,}2 \pm 5{,}333) \cdot 10^9\,\frac{\mathrm{N}}{m^2}$. Der passende Plot dazu ist Abbildung 5.

Tabelle 14: Auslenkung des eckigen Stabes bei beidseitiger Einspannung

x/mm	D_0(x)/mm	D_m(x)/mm	D(x)/mm
30	-0.050	0.190	0.240
60	-0.140	0.200	0.340
90	-0.210	0.210	0.420
120	-0.270	0.230	0.500
150	-0.350	0.210	0.560
180	-0.400	0.220	0.620
210	-0.510	0.150	0.660
240	-0.540	0.120	0.660
270	-0.620	0.070	0.690
300	-0.740	-0.260	0.480
330	-0.860	-0.420	0.440
360	-1.000	-0.600	0.400
390	-1.110	-0.800	0.310
420	-1.250	-1.000	0.250
450	-1.350	-1.220	0.130
480	-1.420	-1.310	0.110
510	-1.660	-1.570	0.090
540	-1.770	-1.760	0.010

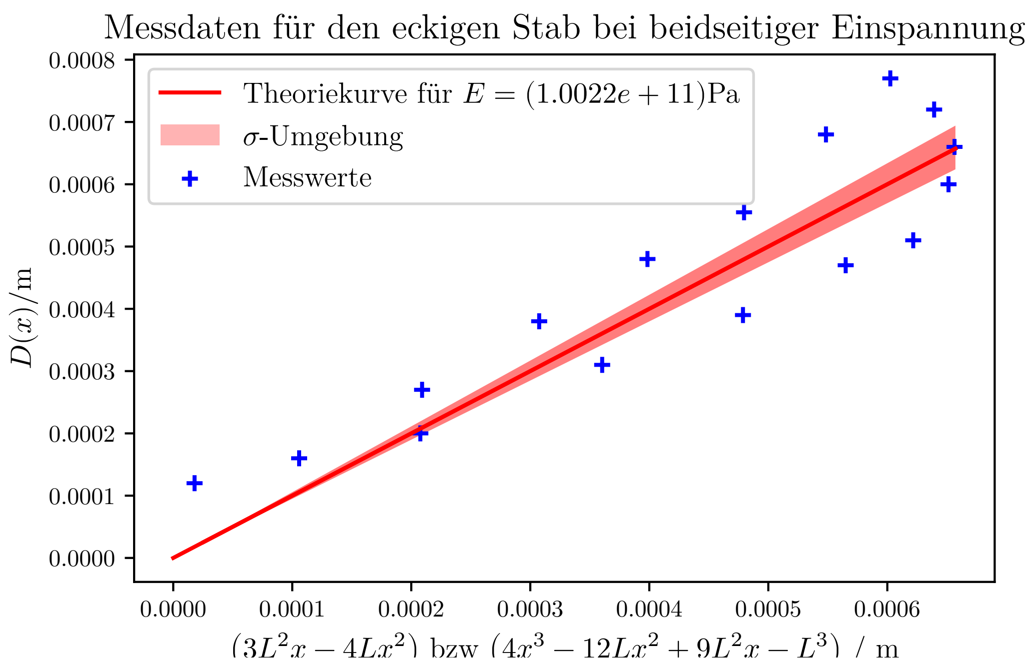


Abbildung 5: Ausgleichsrechnung für das E-Modul des eckigen Stabs bei beidseitiger Einspannung

5 Diskussion

Für das Elastizitätsmodul konnten insgesamt vier verschiedene Werte berechnet werden:

$$E_1 = (120{,}3 \pm 3{,}285) \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{m^2} \tag{7}$$

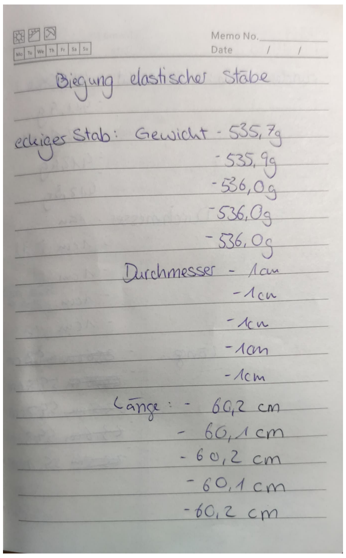
$$E_2 = (110{,}8 \pm 1{,}753) \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{m^2} \tag{8}$$

$$E_3 = (156{,}6 \pm 8{,}339) \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{m^2} \tag{9}$$

$$E_4 = (100{,}2 \pm 5{,}333) \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{m^2} \tag{10}$$

Alle Werte bis auf E_3 befinden sich im Bereich des Literaturwerts für Kupfer $E_{\mathrm{lit}} =$ 100 bis $130 \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{m^2}$[3]. E_3 hat eine Abweichung von nur $16,986\,\%$ zur oberen Grenze des Literaturwerts. So ein kleiner Unterschied kann durch Messfehler oder fehlerhaftes Equipment hervorgerufen werden. Die zwei verwendeten Messuhren haben teilweise große Differenzen zueinander gehabt. Bei der beidseitigen Einspannung konnte es hier also zu Fehler kommen.
Insgesamt befinden sich alle Werte in einem guten Toleranzbereich der Messungenauigkeit. Mithilfe weiterer Messungen an anderen Versuchsaufbauten könnten diese Messungenauigkeiten noch weiter verringert werden, da dort zum Beispiel ein weiteres Paar Messuhren verwendet werden kann und somit diese Fehlerquelle verringert wird.
Das Material kann mit zufriedenstellender Genauigkeit als Kupfer identifiziert werden, da sowohl die Dichte, als auch das Elastizitätsmodul deutlich darauf hinweist. Zudem konnten die in der Theorie hergeleiteten Gleichungen mit Messdaten verifiziert werden.

6 Originale Messwerte

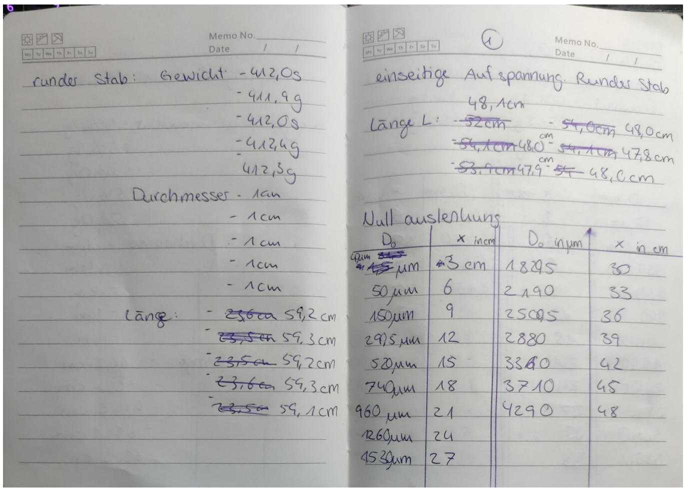


Biegung elastischer Stäbe

eckiges Stab: Gewicht - 535,7g
- 535,9g
- 536,0g
- 536,0g
- 536,0g

Durchmesser - 1cm
- 1cm
- 1cm
- 1cm
- 1cm

Länge: - 60,2 cm
- 60,1 cm
- 60,2 cm
- 60,1 cm
- 60,2 cm



runder Stab: Gewicht - 412,0g
- 411,9g
- 412,0g
- 412,4g
- 412,3g

Durchmesser - 1cm
- 1cm
- 1cm
- 1cm
- 1cm

Länge: - ~~23,6cm~~ 59,2 cm
- ~~23,5cm~~ 59,3 cm
- ~~23,5cm~~ 59,2 cm
- ~~23,6cm~~ 59,3 cm
- ~~23,5cm~~ 59,1 cm

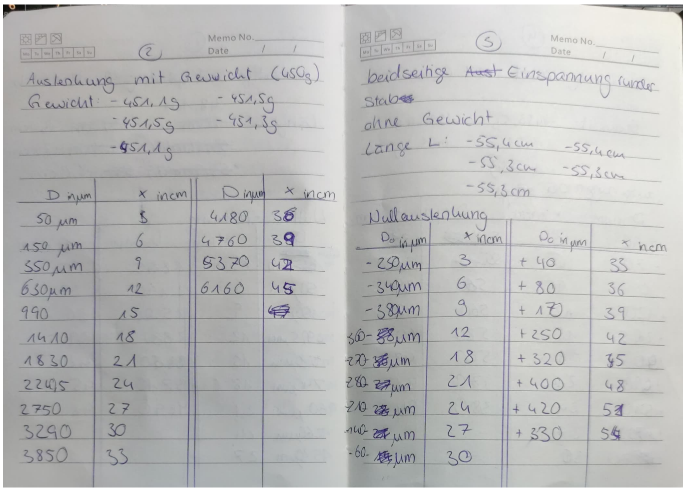
(1)

einseitige Aufspannung. Runder Stab

Länge L: - ~~52cm~~ 48,1cm - ~~54,0cm~~ 48,0 cm
- ~~54,1cm~~ 48,0 cm - ~~54,1cm~~ 47,8 cm
- ~~53,9cm~~ 47,9 cm - ~~54~~ 48,0 cm

Null auslenkung

D_0	x in cm	D_0 in µm	x in cm
4µm ~~31,5~~ ~~1,5~~ µm	3 cm	18295	30
50 µm	6	2190	33
150µm	9	25005	36
297,5 µm	12	2880	39
520µm	15	3360	42
740µm	18	3710	45
960 µm	21	4290	48
1260µm	24		
1530µm	27		



②

Auslenkung mit Gewicht (450g)

Gewicht: -451,1g -451,5g

-451,5g -451,3g

-451,1g

D in µm	x in cm	D in µm	x in cm
50 µm	3	4180	36
150 µm	6	4760	39
350 µm	9	5370	42
630 µm	12	6160	45
990	15		
1410	18		
1830	21		
2245	24		
2750	27		
3290	30		
3850	33		

⑤

beidseitige ~~Ausl~~ Einspannung runder Stab

ohne Gewicht

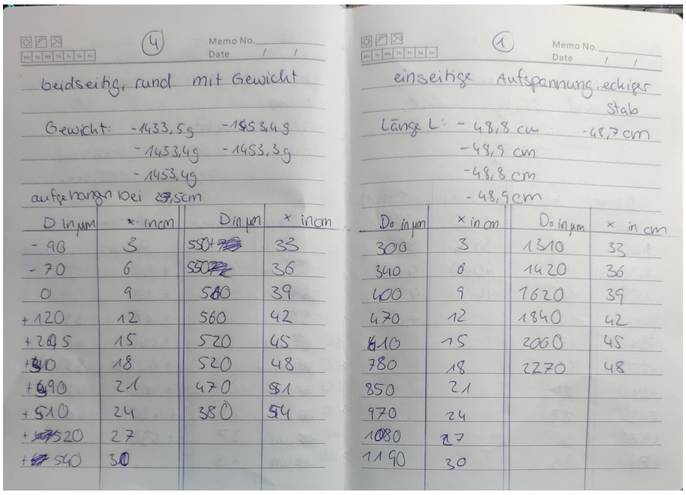
Länge L: -55,4cm -55,4cm

-55,3cm -55,3cm

-55,3cm

Nullauslenkung

D_0 in µm	x in cm	D_0 in µm	x in cm
-250 µm	3	+40	33
-340 µm	6	+80	36
-380 µm	9	+170	39
-360 µm	12	+250	42
-270 µm	18	+320	45
-280 µm	21	+400	48
-210 µm	24	+420	51
-140 µm	27	+330	54
-60 µm	30		



④

beidseitig, rund mit Gewicht

Gewicht: -1433,5g -1453,4g

-1453,4g -1453,3g

-1453,4g

aufgehangen bei 27,5cm

D in µm	x in cm	D in µm	x in cm
-90	3	550	33
-70	6	550	36
0	9	540	39
+120	12	560	42
+245	15	520	45
+340	18	520	48
+490	21	470	51
+510	24	380	54
+520	27		
+540	30		

①

einseitige Aufspannung eckiger Stab

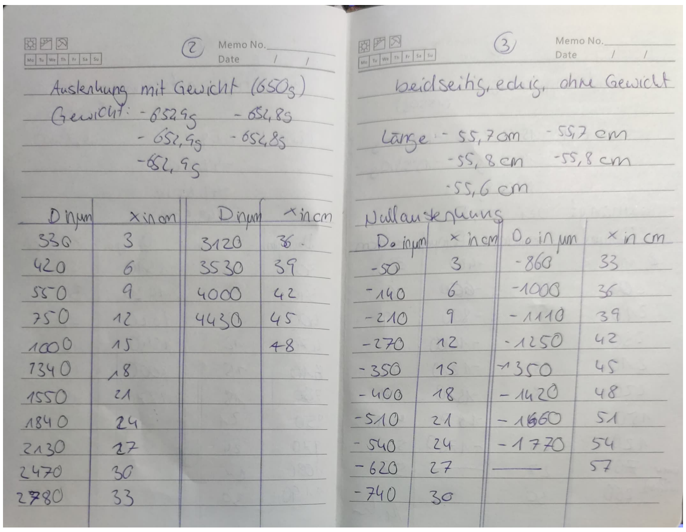
Länge L: -48,8 cm -48,7 cm

-48,9 cm

-48,8 cm

-48,9 cm

D_0 in µm	x in cm	D_0 in µm	x in cm
300	3	1310	33
340	6	1420	36
400	9	1620	39
470	12	1840	42
610	15	2060	45
780	18	2270	48
850	21		
970	24		
1080	27		
1190	30		



②

Auslenkung mit Gewicht (650g)

Gewicht: -652,9g -654,8g

-652,9g -654,8g

-652,9g

D in µm	x in cm	D in µm	x in cm
330	3	3120	36
420	6	3530	39
550	9	4000	42
750	12	4430	45
1000	15		48
1340	18		
1550	21		
1840	24		
2130	27		
2470	30		
2780	33		

③

beidseitig, eckig, ohne Gewicht

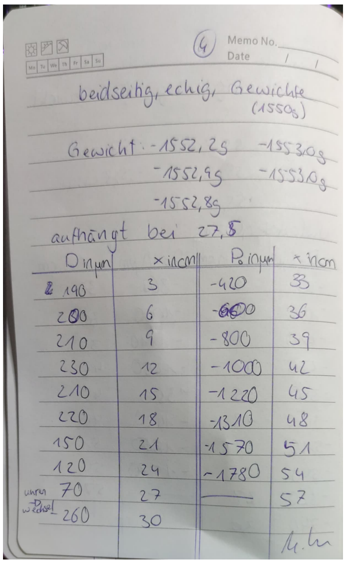
Länge: -55,7cm -55,7 cm

-55,8 cm -55,8 cm

-55,6 cm

Nullauslenkung

D_0 in µm	x in cm	D_0 in µm	x in cm
-50	3	-860	33
-140	6	-1000	36
-210	9	-1110	39
-270	12	-1250	42
-350	15	-1350	45
-400	18	-1420	48
-510	21	-1660	51
-540	24	-1770	54
-620	27	—	57
-740	30		



D in µm	x in cm	P in µm	x in cm
190	3	-420	33
200	6	-600	36
210	9	-800	39
230	12	-1000	42
210	15	-1220	45
220	18	-1310	48
150	21	-1570	51
120	24	-1780	54
70	27	—	57
260	30		

Literatur

[1] TU Dortmund. *Anleitung: Biegung elastischer Stäbe*. 2014.

[2] ingenieurkurse.de. *Übersicht: Flächenträgheitsmomente für ausgewählte Querschnitte*. URL: `https://www.ingenieurkurse.de/technische-mechanik-elastostatik/balkenbiegung/flaechentraegheitsmomente/flaechentraegheitsmomente-in-abhaengigkeit-vom-koordinatensystem.html` (besucht am 28. 12. 2021).

[3] web.archive.de. *Elastizitätsmodul von Kupfer*. URL: `https://web.archive.org/web/20091115152133/http://www4.architektur.tu-darmstadt.de/buildingmaterials/db/251,id_17,s_GeneView.fb15` (besucht am 31. 12. 2021).