

VERSUCH 204

Wärmeleitfähigkeit

Tabea Hacheney
tabea.hacheney@tu-dortmund.de

Bastian Schuchardt
bastian.schuchardt@tu-dortmund.de

Durchführung: 11.01.2022

Abgabe: 18.01.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	4
3.1 Statische Methode	4
3.2 Dynamische Methode	5
4 Auswertung	5
4.1 Vorbereitungsaufgabe	5
4.2 Statische Methode	6
4.2.1 Wärmestrom	7
4.3 Dynamische Methode	8
4.3.1 Messing	8
4.3.2 Aluminium	9
4.3.3 Edelstahl	10
5 Diskussion	11
Literatur	11

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll die Wärmeleitfähigkeit von Aluminium, Messing und Edelstahl nach der Angström-Methode bestimmt werden. Desweiteren soll die Wellenlänge und Frequenz der Temperaturwelle der Stäbe nach periodischer Anregung der Temperatur untersucht werden.

2 Theorie

Wenn sich ein System nicht im Temperaturgleichgewicht befindet, führt dies zu einem Wärmetransport in Richtung des Temperaturgefälles. Dieser Wärmetransport erfolgt über Konvektion, Wärmestrahlung und Wärmeleitung. Letzteres wird bei diesem Versuch genauer untersucht. Bei Festkörpern erfolgt dieser Wärmetransport über Phononen und frei bewegliche Elektronen. Je mehr frei bewegliche Elektronen ein Körper besitzt, desto besser ist seine Wärmeleitfähigkeit. Daher haben Metalle eine sehr hohe Wärmeleitfähigkeit.

Der Fluss der Wärmemenge durch die Fläche A lässt sich durch die Gleichung

$$dQ = -\kappa A \frac{\partial T}{\partial x} dt \quad (1)$$

beschreiben. Die Richtung des Wärmeflusses ist dabei in Richtung der niedrigeren Temperatur. dt ist die Zeitspanne, κ ist die materialabhängige Wärmeleitfähigkeit und A ist die Querschnittsfläche, durch die die Wärme fließt. Das Material hat die Dichte ρ und die spezifische Wärme c .

Die Wärmestromdichte ist durch

$$j_w = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \text{ gegeben.} \quad (2)$$

Mit der Kontinuitätsgleichung kriegt man daraus die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \quad (3)$$

Diese Gleichung beschreibt, wie man durch die partiellen Ableitungen erkennen kann, die (eindimensionale) räumliche und zeitliche Entwicklung der Temperaturverteilung des Körpers. Der Proportionalitätsfaktor $\frac{\kappa}{\rho c}$ ist die Wärmeleitfähigkeit σ_T und gibt an, wie schnell sich die Temperatur im Material ausgleicht.

Wenn ein langer Stab periodisch erhitzt und abgekühlt wird, pflanzt sich entlang des Temperaturgefälles eine Temperaturwelle fort. Der zeitliche und räumliche Verlauf ist gegeben durch

$$T(x, t) = T_{\max} e^{-\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x} \cos \left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x \right). \quad (4)$$

die Phasengeschwindigkeit dieser Welle ist

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}}} = \sqrt{\frac{2\kappa\omega}{\rho c}}. \quad (5)$$

Die Dämpfung dieser Welle wird dadurch verursacht, dass sich ein Wellenberg (Höchsttemperatur) in sowohl positive als auch negative x-Richtung ausbreitet, da sich die Wärme in Richtung des Temperaturgefälles bewegt. Den Wert der Dämpfung erhält man durch das Amplitudenverhältnis A_{nah} und A_{fern} .

Desweiteren ist die Wärmeleitfähigkeit gegeben mit

$$\kappa = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{2 \Delta t \ln(A_{nah}/A_{fern})}. \quad (6)$$

Δx ist der Abstand der Temperaturmessstellen der Teststäbe und Δt ist die Phasendifferenz der Temperaturwelle zwischen den Messstellen.

3 Durchführung

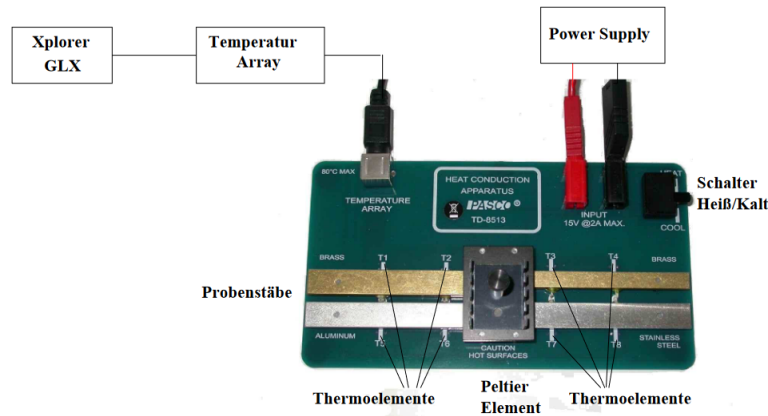


Abbildung 1: Versuchsaufbau.

Zur Durchführung des Versuchs, wird der in Abbildung 1 gezeigte Versuchsaufbau verwendet, sowie ein Datenlogger zum Aufzeichnen der Temperaturen T1 bis T8.

3.1 Statische Methode

Bei dieser Methode wird bei dem Datenlogger zunächst eine Abtastzeit von $\Delta t_{GLX} = 5 \text{ s}$ eingestellt. Dies bedeutet, dass der Datenlogger alle 5 Sekunden die Temperaturen der 8 Messstellen aufzeichnet. Das Peltier Element wird mit einer Spannung von $U_P = 5 \text{ V}$ bei maximalen Strom versorgt.

Die Wärmeisolierung wird auf die Stäbe gelegt und der Schalter auf "Heiß"gestellt. Die Messung wird so lange durchgeführt, bis das Thermoelement T7 ca. 45 Grad Celsius anzeigt. Danach werden die Stäbe so gut wie möglich abgekühlt.

Sobald die Metallstäbe kühl genug sind, werden diese wieder erhitzt. Nach etwa 700 s werden die Temperaturen der Messtellen T1, T4, T5 und T8 notiert.

3.2 Dynamische Methode

Für die Dynamische Methode wird die Abtastrate des Datenloggers auf $\Delta t_{GLX} = 2\text{ s}$ eingestellt und die Spannung auf 8 V erhöht. Die Stäbe müssen zudem auf mindestens 30 Grad Celsius runtergekühlt sein.

Die Stäbe werden nun abwechselnd 40 Sekunden erhitzt und wieder gekühlt, indem der Schalter auf "Heat" und "Cool"gestellt wird. Nach 10 Perioden wird die Messung abgebrochen und die Stäbe werden wieder abgekühlt.

Danach wird dieser Vorgang wiederholt, jedoch werden die Stäbe nun abwechselnd 100 Sekunden erhitzt und wieder gekühlt. Die Messung wird abgebrochen, sobald eins der Thermoelemente eine Temperatur von 80 Grad Celsius anzeigt. Die Stäbe werden abschließend wieder gekühlt.

4 Auswertung

Aufgrund der Menge der Daten sind die Datensätze im Protokoll nicht mit angegeben und es ist aus Gründen der Lesbarkeit jeder Graph mit einer durchgezogenen Linien und keinen einzelnen Punkten markiert. Sie können aber auf Anfrage online zugeschickt werden.

Die Wärmeleitfähigkeit von vier unterschiedlichen Metallstäben wird einmal durch eine statische und eine dynamische Methode bestimmt.

4.1 Vorbereitungsaufgabe

In Tabelle 1 sind die Literaturwerte der Dichten [4], spezifischen Wärme [1] und Wärmeleitfähigkeit [3] von Messing, Aluminium, Edelstahl und Wasser angegeben.

Tabelle 1: Literaturwerte für Messing, Aluminium, Edelstahl und Wasser.

	Messing	Aluminium	Edelstahl	Wasser
$\rho / \text{g cm}^{-3}$	8,5	2,7	7,8	1
$c / \text{kJ kg}^{-1}\text{K}^{-1}$	0,377	0,888	0,444	4,138
$\kappa / \text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$	120	220	20	0,6

4.2 Statische Methode

In Abbildung 2 sind die zeitlichen Verläufe von T_1 , T_4 , T_5 und T_8 aufgetragen. Diese stellen die vom Peltierelement weiter entfernten Thermoelemente dar.

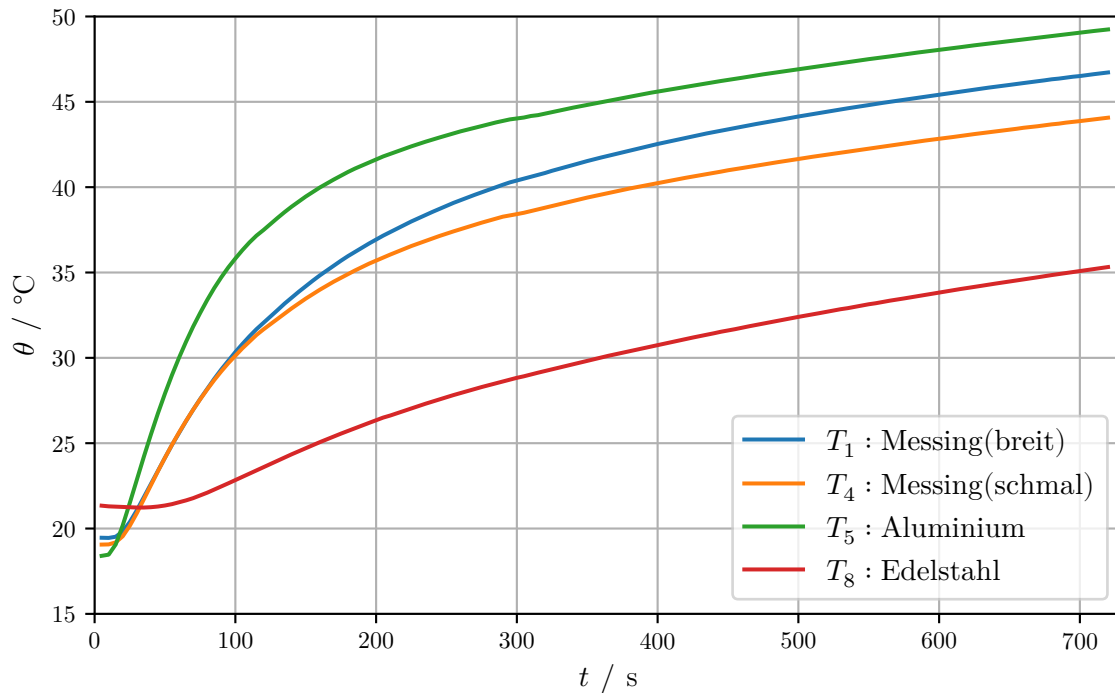


Abbildung 2: Temperaturverlauf der Stäbe außen.

Die Verläufe haben alle einen kurzen Startbereich bis ca. 10 s bei dem die Verläufe nicht ansteigen. Danach stellt sich bei allen Verläufen eine Sättigungskurve ein. Dabei fällt auf, dass der Temperaturverlauf des Edelstahlstabs am langsamsten ansteigt und auch insgesamt die Form der Sättigungskurve abflacht. Weiterhin hat der Edelstahlstab einen längeren Startbereich bis ca. 50 s bei dem keine Temperaturänderung fest zu stellen ist.

Nach 700 s hat der Aluminiumstab die höchste Temperatur erreicht. Darauf folgen in absteigender Reihenfolge der breite Messingstab, der schmale Messingstab und der Edelstahlstab. Demnach hat Aluminium die größte Wärmeleitfähigkeit von den vier Stäben.

Tabelle 2: Äußere Temperatur nach 700 s.

t	Messing (breit)	Messing (schmal)	Aluminium	Edelstahl
700 s	47,62 °C	43,97 °C	49,15 °C	35,20 °C

4.2.1 Wärmestrom

Nun wird der Wärmestrom für jeweils 5 Messwerte bestimmt. Dabei ist κ der Literaturwert der Wärmeleitfähigkeit des jeweiligen Materials, A die Querschnittsfläche und $\frac{\partial T}{\partial x}$ der Temperaturgradient, der als $\frac{\Delta T}{\Delta x}$ mit $\Delta x \approx 3,00 \text{ cm}$ geschrieben wird.

Die verwendeten fünf Messungen für die Temperaturdifferenzen der jeweiligen Stäbe sind in Tabelle 3 angegeben.

Tabelle 3: Temperaturdifferenzen für fünf Messzeiten.

t / s	Messing (breit)	Messing (schmal)	Aluminium	Edelstahl
30 s	5,68 °C	7,07 °C	5,69 °C	2,33 °C
60 s	6,97 °C	8,43 °C	5,16 °C	8,65 °C
120 s	5,27 °C	6,39 °C	3,27 °C	12,01 °C
240 s	3,22 °C	4,44 °C	1,91 °C	11,44 °C
480 s	2,28 °C	3,72 °C	1,52 °C	10,25 °C

Die Querschnittsflächen sind für die breiten Messing-, Aluminium- und Edelstahlstäbe durch

$$\begin{aligned} A_{\text{breit}} &= 1,2 \text{ cm} \cdot 0,4 \text{ cm} \\ &= 0,48 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

gegeben [2]. Die Querschnittsfläche des schmalen Messingstabs ist durch

$$\begin{aligned} A_{\text{schmal}} &= 0,7 \text{ cm} \cdot 0,4 \text{ cm} \\ &= 0,28 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

gegeben [2]. Der Wärmestrom für die Messwerte wird durch Gleichung 1 bestimmt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4 zu finden.

Tabelle 4: Wärmestrom für fünf Messwerte.

Stoff	30 s	60 s	120 s	240 s	480 s
Messing(breit)	-1,091 J/s	-1,338 J/s	-1,002 J/s	-0,618 J/s	-0,438 J/s
Messing(schmal)	-0,792 J/s	-0,944 J/s	-0,716 J/s	-0,214 J/s	-0,170 J/s
Aluminium	-2,003 J/s	-1,816 J/s	-1,151 J/s	-0,672 J/s	-0,535 J/s
Edelstahl	-0,075 J/s	-0,277 J/s	-0,384 J/s	-0,366 J/s	-0,328 J/s

Anschließend werden die Temperaturdifferenzen des breiten Messingstabs $\Delta T_{\text{Messing}}$ und des Edelstahlstabs $\Delta T_{\text{Edelstahl}}$ verglichen. Die Graphen sind in Abbildung 3 dargestellt. Dabei ist fest zu halten, dass die Verläufe bis ca. 50 s fast gleich verlaufen. Durch die bessere Wärmeleitfähigkeit des Messings fällt die Temperaturdifferenz dann aber ab, da die Wärme bis zum äußeren Thermoelement vorgedrungen ist. Danach stellt sich ab

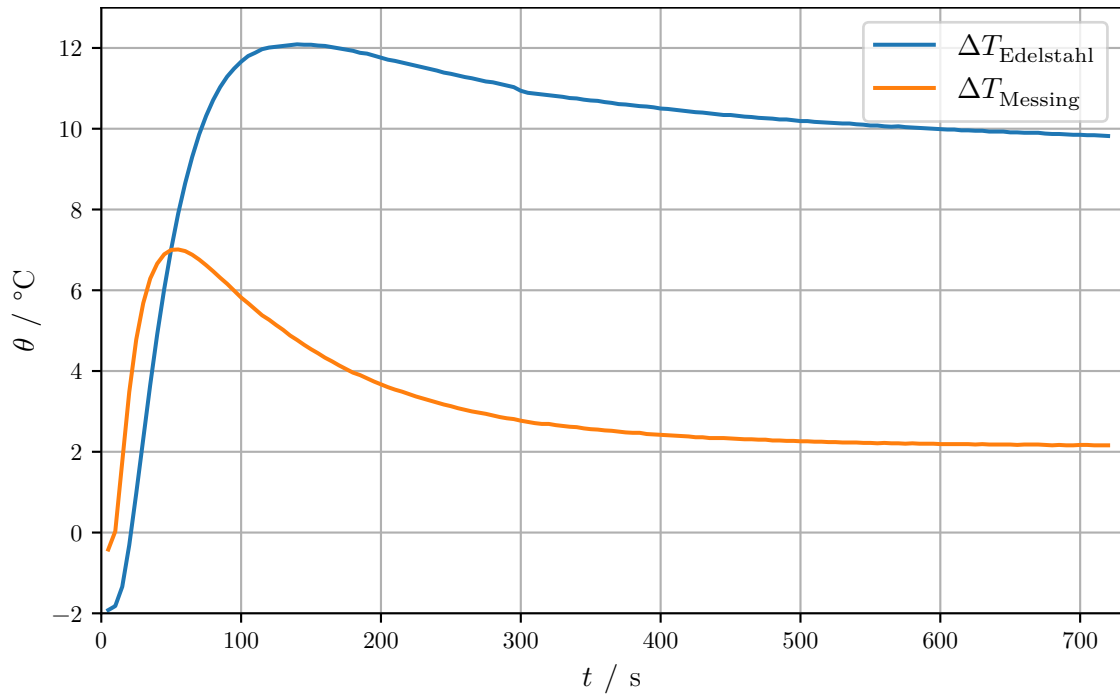


Abbildung 3: Temperaturdifferenz des breiten Messingstabs und des Edelstahlstabs.

ca. 500 s ein Gleichgewicht ein. Für Edelstahl dauert dieser Prozess länger an, da die Wärmeleitfähigkeit geringer ist, so dass sich das Gleichgewicht erst nach ca. 700 s einstellt. Die geringere Wärmeleitfähigkeit des Edelstahls sorgt auch dafür, dass der Verlauf einen höheren Peak erreicht.

4.3 Dynamische Methode

Die Wärmeleitfähigkeit mit Hilfe der dynamischen Methode lässt sich aus Gleichung 6 bestimmen. Dazu wird die Amplitude A und die Phasendifferenz Δt aus Abbildung 4 und Abbildung 5 für Messing und Aluminum abgelesen.

4.3.1 Messing

Die Messwerte und die Wärmeleitfähigkeit für Messing sind in Tabelle 5 angegeben.

Tabelle 5: Abgelesene Werte und berechnete Wärmeleitfähigkeit für Messing.

$A_{\text{nah}} / \text{K}$	$A_{\text{fern}} / \text{K}$	$\Delta t / \text{s}$	$\kappa / \frac{\text{W}}{\text{m K}}$
8	3	12	122,52

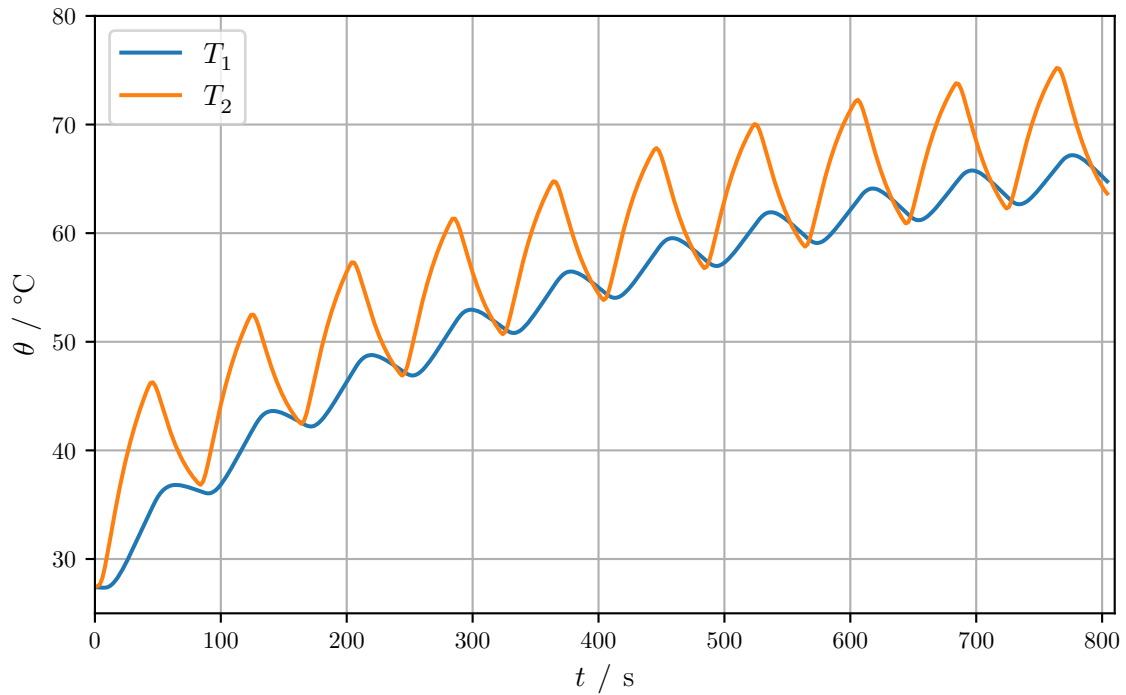


Abbildung 4: Temperaturverlauf des breiten Messingstabs.

Insgesamt ergibt sich eine Wärmeleitfähigkeit für Messing von

$$\kappa_{\text{Messing}} = 122,25 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$$

und eine Abweichung zum Literaturwert von 2,1 %.

4.3.2 Aluminium

Die Messwerte und die Wärmeleitfähigkeit für Aluminium sind in Tabelle 6 angegeben.

Tabelle 6: Abgelesene Werte und berechnete Wärmeleitfähigkeit für Aluminium.

$A_{\text{nah}} / \text{K}$	$A_{\text{fern}} / \text{K}$	$\Delta t / \text{s}$	$\kappa / \frac{\text{W}}{\text{m K}}$
7,5	3,8	8	198,36

Insgesamt ergibt sich eine Wärmeleitfähigkeit für Aluminium von

$$\kappa_{\text{Aluminium}} = 198,36 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$$

und eine Abweichung zum Literaturwert von 9,84 %.

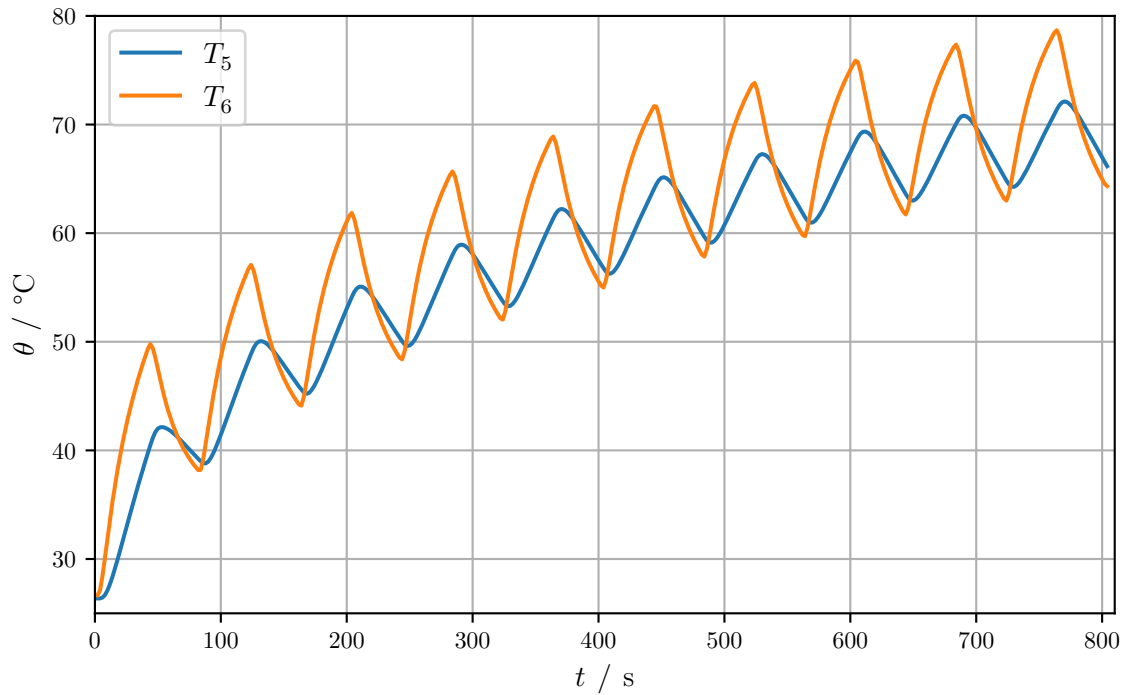


Abbildung 5: Temperaturverlauf des Aluminiumstabs.

4.3.3 Edelstahl

Auf gleiche Art und Weise lässt sich die Wärmeleitfähigkeit von Edelstahl bestimmen. Die Messwerte und die Wärmeleitfähigkeit des Edelstahlstabs sind in Tabelle 7 angegeben.

Tabelle 7: Abgelesene Werte und berechnete Wärmeleitfähigkeit für Edelstahl.

$A_{\text{nah}} / \text{K}$	$A_{\text{fern}} / \text{K}$	$\Delta t / \text{s}$	$\kappa / \frac{\text{W}}{\text{m K}}$
12,5	3	50	21,84

Insgesamt ergibt sich eine Wärmeleitfähigkeit für Edelstahl von

$$\kappa_{\text{Edelstahl}} = 21,84 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$$

und eine Abweichung zum Literaturwert von 9,2 %.

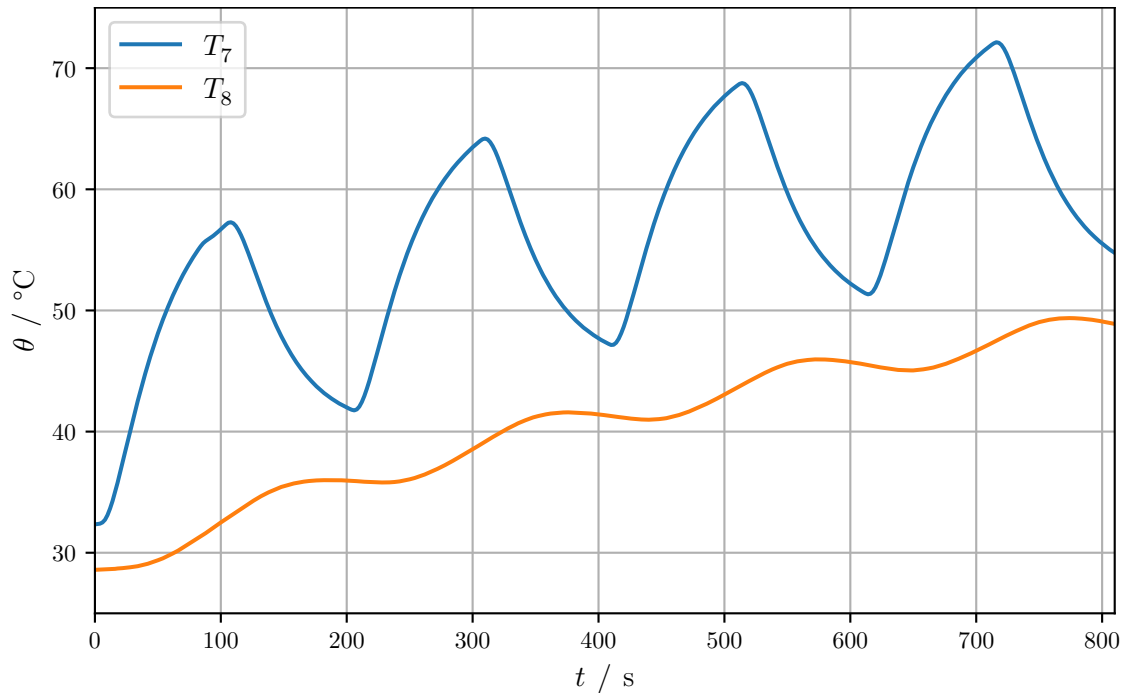


Abbildung 6: Temperaturverlauf des Edelstahlstabs.

5 Diskussion

Insgesamt sind die Abweichungen der bestimmten Wärmeleitfähigkeiten zu den Literaturwerten mit knapp unter 10 % für Aluminium und Edelstahl und wesentlich unter 5 % für Messing sehr gut. Dabei sollte angemerkt werden, dass die Literaturwerte je nach verwendeter Legierung variieren können, so dass besonders die Werte für Messing und Aluminium für eine sehr gute Messung sprechen.

Die nicht vermeidbaren Fehler sind wahrscheinlich durch die mangelnde Isolierung der Stäbe oder durch Ablesefehler der Graphen entstanden, da insbesondere die Stäbe auf weit unter 5 cm auf der Versuchsapparatur befestigt sind.

Literatur

- [1] chemie.de. *Spezifische Wärmekapazität*. URL: https://www.chemie.de/lexikon/Spezifische_W%C3%A4rmekapazit%C3%A4t.html (besucht am 16.01.2022).
- [2] TU Dortmund. *Versuch 204: Wärmeleitung von Metallen*. 2014.
- [3] schweizer-fn.de. *Wärmeleitfähigkeit - Metalle*. URL: https://www.schweizer-fn.de/stoff/wleit_metall/wleit_metall.php (besucht am 16.01.2022).
- [4] YaClass. *Dichtetabellen von Stoffen*. URL: <https://www.yaclass.at/p/physik/9-schulstufe/kinematik-20670/dichte-20598/re-1c28828a-3952-4508-8213-00d97ae06a65> (besucht am 16.01.2022).