

VERSUCH 46

Faraday-Effekt

Theodor Zies
theodor.zies@tu-dortmund.de

Bastian Schuchardt
bastian.schuchardt@tu-dortmund.de

Durchführung: 17.04.2023

Abgabe: 22.04.2023

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Effektive Masse	3
2.2	Zirkulare Doppelbrechung	5
2.3	Faraday Effekt	6
3	Durchführung	6
3.1	Versuchsaufbau	6
3.2	Versuchsdurchführung	7
4	Auswertung	8
4.1	Bestimmung der maximalen magnetischen Kraftflussdichte	8
4.2	Bestimmung der effektiven Masse	9
5	Diskussion	13
6	Anhang	14
	Literatur	15

1 Einleitung

Ziel dieses Versuches ist es, die effektive Masse der Leitungselektronen in Galliumarsenid (GaAs) zu bestimmen. Dafür wird der Faraday-Effekt ausgenutzt und eine Vergleichsmessung zwischen reinem und dotiertem GaAs durchgeführt, um den Effekt der Leitungselektronen zu isolieren.

2 Theorie

Für diesen Versuch wird Galliumarsenid verwendet, es handelt sich dabei um einen Halbleiter. GaAs kann undotiert oder dotiert vorliegen, von besonderem Interesse für diesen Versuch sind n-dotierte Varianten, da diese Leitungselektronen aufweisen. Allgemein besitzen alle Festkörper ein Valenzband sowie ein Leitungsband, dies wird auch als Bandstruktur bezeichnet. Im Valenzband befinden sich die Elektronen, die für die kovalenten Bindungen zwischen den Atomen zuständig sind. Das Leitungsband kann nur von Elektronen besetzt werden, wenn diese eine minimal benötigte Energie besitzen. In Halbleitern ist diese Energie etwas höher als die Fermi-Energie der Elektronen, weshalb Elektronen nur durch Anregung in das Leitungsband wechseln können. Elektronen im Leitungsband verleihen dem Festkörper eine elektrische Leitfähigkeit, da sie sich im Gegensatz zu Elektronen im Valenzband nahezu frei bewegen können. Diesen Leitungselektronen lässt sich eine effektive Masse zuordnen, welche in diesem Versuch bestimmt werden soll und im nächsten Kapitel näher erläutert wird.

2.1 Effektive Masse

Zum Verständniss der effektiven Masse bietet es sich an, die Bandstruktur eines Halbleiters im k -Raum zu betrachten. Diese ist in Abbildung 1 graphisch dargestellt.

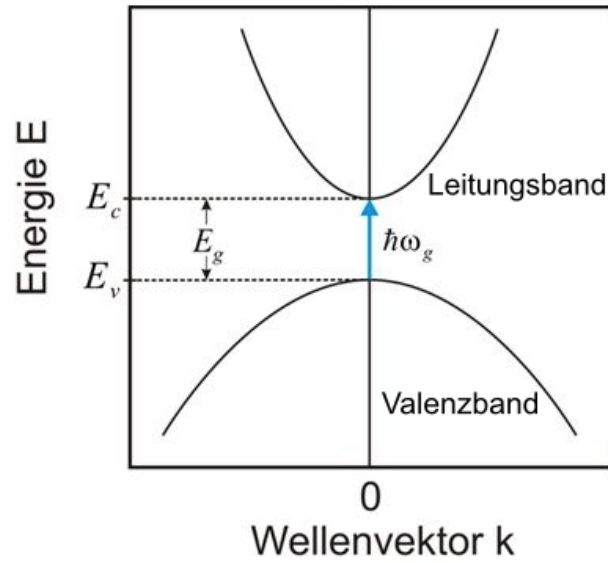


Abbildung 1: Bandstruktur eines Halbleiters im k -Raum. [3]

Hierbei beschreibt E_v die maximale Energie des Valenzbandes und E_c die minimale Energie des Leitungsbandes. Damit ein Elektron vom Valenzband ins Leitungsband wechseln kann, muss ihm die Energie $E_g = \hbar\omega_g$ zugeführt werden. Im Bereich um $k = 0$ weist die Bandstruktur einen nahezu parabelförmigen Verlauf auf, weshalb sich eine Taylorentwicklung der unteren Kante des Leitungsbandes bis zur zweiten Ordnung anbietet:

$$E(\vec{k}) = E(0) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_i^2} \right)_{k=0} k_i^2 + \dots$$

Verglichen mit einem harmonischen Oszillator mit

$$E = \frac{\hbar k^2}{2m}$$

fällt auf, dass sich der zweite Koeffizient der Taylorentwicklung als effektive Masse m_i^* interpretieren lässt:

$$m_i^* := \frac{\hbar^2}{\left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_i^2} \right)_{k=0}}$$

Unter der Annahme, dass der Kristall in alle Richtungen nahezu symmetrisch ist, kann eine allgemeine effektive Masse m^* definiert werden, die sich eignet, um die Dynamik der Leitungselektronen zu beschreiben. Im wesentlichen lassen sich die Leitungselektronen somit als freie Elektronen beschreiben, deren Wechselwirkung mit dem Kristallgitter über die veränderte Masse m^* beschrieben wird.

2.2 Zirkulare Doppelbrechung

In optisch aktiven Medien kann zirkulare Doppelbrechung auftreten. Diese beschreibt die Fähigkeit eines Kristalles, die Polarisations Ebene eines linear polarisierten Lichtstrahles bei der Transmission zu drehen, das Konzept ist in Abbildung 2 dargestellt.

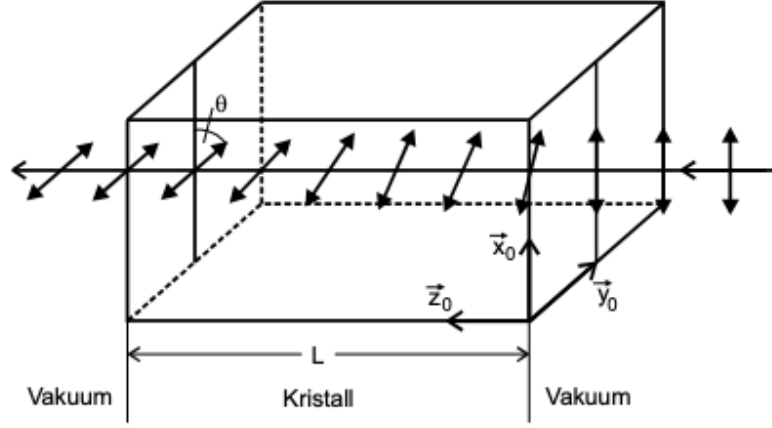


Abbildung 2: Zirkulare Polarisation in einem Kristall. [1]

Die Ursache liegt dabei darin, dass Phasengeschwindigkeiten für links- und rechtszirkular polarisiertes Licht in dem Kristallmedium verschieden sind. Hierbei kann linear polarisiertes Licht gemäß Gleichung 1 als Überlagerung von links- und rechtszirkular polarisiertes Licht verstanden werden.

$$E(z) = \frac{1}{2}(E_L(z) + E_R(z)) \quad (1)$$

Beim Durchqueren des Mediums findet nun aufgrund der unterschiedlichen Geschwindigkeiten eine Rotation der Polarisationsrichtung statt. Der Rotationswinkel in Abhängigkeit der Phasengeschwindigkeiten lautet

$$\theta = \frac{L\omega}{2} \left(\frac{1}{v_{Ph_r}} - \frac{1}{v_{Ph_l}} \right)$$

beziehungsweise über die Brechungsindizes ausgedrückt

$$\theta = \frac{L\omega}{2} \left(\frac{1}{n_r} - \frac{1}{n_l} \right). \quad (2)$$

Dabei ist L die Länge des Kristalls und ω die Kreisfrequenz der elektromagnetischen Welle. Die unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten kommen aufgrund der Dipolmomente der Atome auf den Gitterplätzen im Kristall sowie der Wechselwirkung der Bandelektroten mit diesen zustande. Deshalb kann der in Gleichung 2 berechnete Winkel mithilfe einiger Umformungen über die Suszeptibilität ausgedrückt werden:

$$\theta = \frac{L\omega}{2cn} \chi_{xy} \quad (3)$$

2.3 Faraday Effekt

Durch das Anlegen eines Magnetfeldes parallel zur Ausbreitungsrichtung des Lichtes kann in einem optisch inaktiven Medium die selbe Rotation erzeugt werden, dies wird auch als Faraday Effekt beschrieben. Der physikalische Hintergrund ist hierbei, dass die Leitungselektronen durch das Magnetfeld auf Kreisbahnen gezwungen werden und Dipolmomente erzeugen. Die Tensorkomponente χ_{xy} aus Gleichung 3 ergibt sich nun zu

$$\chi_{xy} = \frac{Ne^3\omega B}{\epsilon_0((-m\omega^2 + K)^2 - (e\omega B)^2)} \quad (4)$$

Dabei beschreibt K die Bindungskonstante der Elektronen an ihre Umgebung. Das Einsetzen von Gleichung 4 in Gleichung 3 liefert die Beziehung

$$\theta = \frac{e_0^3\omega^2 NBL}{2\epsilon_0 cm^2((- \omega^2 + \omega_0^2)^2 - (\omega_c\omega)^2)n} \quad (5)$$

wobei $\sqrt{\frac{K}{m}}$ als Resonanzfrequenz ω_0 definiert wurde sowie $\omega_c = \frac{eB}{m}$ für die Zyklotronfrequenz steht. Zuletzt wird angenommen, dass die Messfrequenz ω wesentlich kleiner als ω_0 ist, sowie dass $\omega_0 > \omega_c$ gilt. Dann vereinfacht sich Gleichung 5 zu der Formel

$$\theta(\lambda) = \frac{e_0^3}{8\pi^2\epsilon_0 c^3} \frac{1}{m^{*2}} \frac{NBL}{n} \lambda^2 \quad (6)$$

welche die Rotation der Polarisationssebene in Abhängigkeit der Wellenlänge angibt. Sind alle vorkommenden Größen bekannt, also das Magnetfeld B , die Ladungsträgerdichte N und die Länge der Probe L , kann die effektive Masse m^* durch Umstellen von Gleichung 6 berechnet werden. Aus praktischen Gründen wird mit θ_{frei} gerechnet, hier wird der Rotationswinkel θ auf die Länge der Probe normiert.

3 Durchführung

Um die effektive Masse der Elektronen bestimmen zu können, muss sichergestellt werden, dass lediglich die durch die freien Ladungsträger verursachte Rotation betrachtet wird. Deshalb wird ebenfalls eine Messung mit reinem GaAs durchgeführt, um später die Differenz aus beiden Rotationen zu bilden.

3.1 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 3 dargestellt und wird im folgenden genauer erläutert.

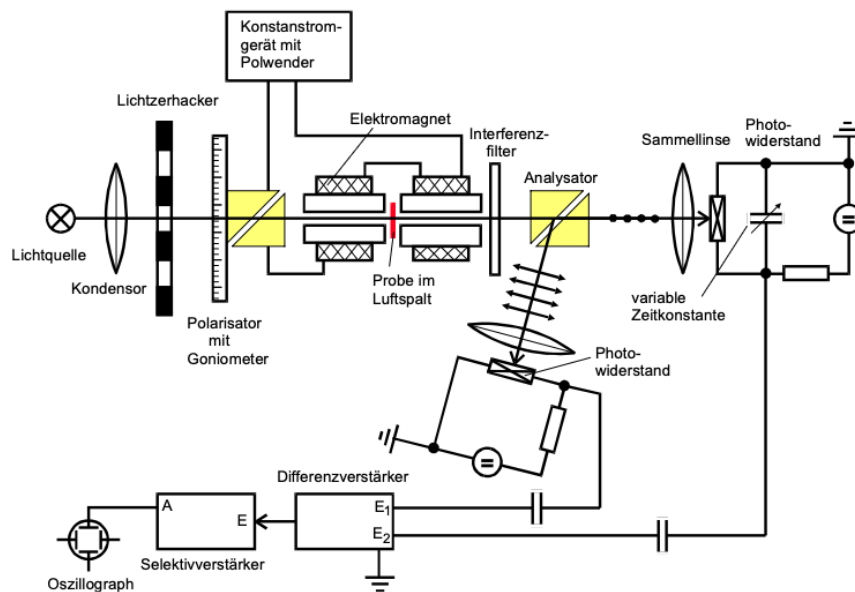


Abbildung 3: Versuchsaufbau inklusive aller Messapparaturen. [5]

Eine Halogenlampe dient als Lichtquelle, sie leuchtet größtenteils im Infrarotbereich, da die Probe für diese Wellenlängen am durchlässigsten ist. Danach wird das Licht durch eine Linse gebündelt und mithilfe eines Lichtzerhackers mit einer bekannten Frequenz von 450 Hz in Pulse geteilt. Mithilfe des darauf folgenden Glan-Thompson-Prismas wird das Licht linear polarisiert. Das Prisma ist dabei drehbar an einem Goniometer befestigt, sodass die genaue Polarisationsrichtung eingestellt und abgelesen werden kann. Anschließend wird das Strahlenbündel durch einen Elektromagneten geschickt, in dessen Mitte sich die Probe befindet. Somit liegt die Probe im Bereich des maximalen B-Feldes, und während das Licht diese durchquert, tritt der in Unterabschnitt 2.2 beschriebene Faraday-Effekt auf.

Nach dem Magneten ist ein Interferenzfilter platziert, sodass jeweils nur eine Wellenlänge betrachtet werden kann. Das Licht trifft danach auf ein Glan-Thompson-Prisma, das als Analysator dient. Hier wird der Strahl in zwei Teile gespalten, die eine zueinander orthogonale Polarisation besitzen. Beide Strahlen treffen auf Photoelemente, die daraufhin eine Wechselspannung erzeugen, die ausgekoppelt wird. Beide Spannungen werden mithilfe eines Differenzverstärkers zusammengeführt, und anschließend in einen Selektivverstärker geführt. Dieser wird auf die Frequenz des Lichtzerhackers abgestimmt, somit kann ein Großteil des Signalrauschens unterdrückt werden, dieses Vorgehen wird auch als Wechsellichtmethode bezeichnet. Zuletzt wird das Signal des Selektivverstärkers mithilfe eines Oszilloskops visualisiert, sodass eine Amplitude abgelesen werden kann.

3.2 Versuchsdurchführung

Als Erstes wird mithilfe einer Hall-Sonde das B-Feld innerhalb der Spule vermessen. Dafür wird die Sonde schrittweise in den Magneten hereingeführt und es werden Wertepaare aus

Abstand und Feldstärke notiert, sodass daraus das Maximum des Feldes ermittelt werden kann. Bevor die eigentliche Messung beginnt, wird der Strahlengang kontrolliert und justiert um sicherzustellen, dass beide Photoelemente genug Lichtintensität abbekommen. Für den Versuch stehen drei GaAs Proben zur Verfügung, von denen eine undotiert ist, diese wird zuerst in der Mitte des Magneten platziert. Um den Rotationswinkel zu messen, wird der Winkel des Glan-Thompson-Prismas solange verstellt, bis das Signal am Oszilloskop ein Minimum annimmt. Es wird nun der entsprechende Winkel am Goniometer abgelesen und die Prozedur mit umgepolten B-Feld wiederholt. Diese Messung wird mit neun verschiedenen Interferenzfiltern durchgeführt, um genug unterschiedliche Wellenlängen für einen Fit in der Auswertung zur Verfügung zu haben. Zuletzt wird die Messung zwei weitere Male mit den dotiertem GaAs Proben durchgeführt.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der maximalen magnetischen Kraftflussdichte

Die mit Hilfe einer Hallsonde bestimmten Messwerte sind in Tabelle 1 eingetragen und wurden in Abbildung 4 graphisch dargestellt. Die maximale Feldstärke lässt sich zu 422 mT ablesen. Um das Maximum verlässlich ablesen zu können, wurden um das Maximum mehr Messwerte aufgenommen.

Tabelle 1: Mit einer Hallsonde im Luftspalt gemessene Feldstärke zur Bestimmung des maximalen Feldstärkewerts.

x/mm	B/mT
70	14
75	72
80	309
85	415
86	416
87	419
88	421
89	422
90	422
91	420
92	416
93	411
94	403
95	396
100	212
105	41
110	9

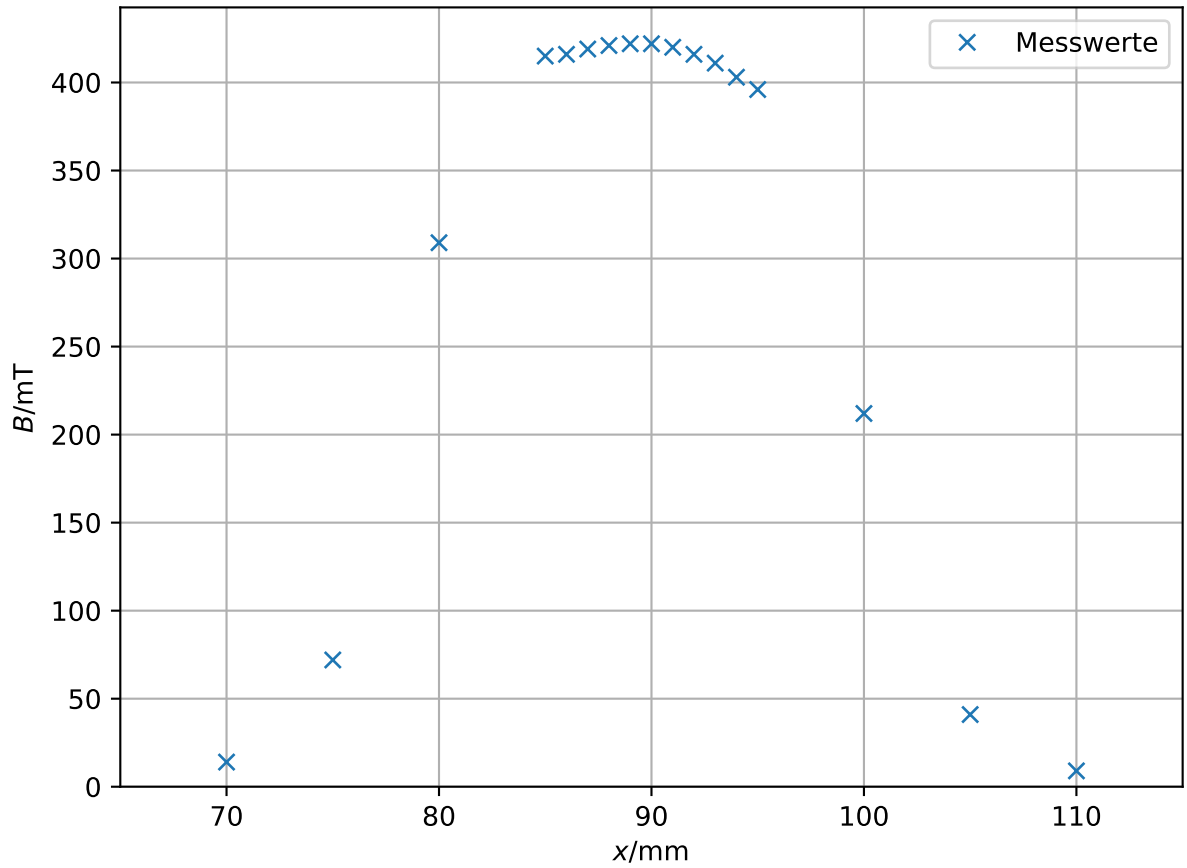


Abbildung 4: Die magnetische Feldstärke B in mT gegen die Koordinate x in mm aufgetragen.

4.2 Bestimmung der effektiven Masse

Es wird Licht mit neun unterschiedlichen Wellenlängen im Bereich von $1,06\ \mu\text{m}$ bis $2,65\ \mu\text{m}$ verwendet, um die Faraday-Rotation zu bestimmen. Die drei Gallium-Arsenid-Proben haben die Parameter

$$\begin{aligned}
 d_{\text{hochrein}} &= 5,11\ \text{mm}, \\
 d_{N=1,2 \cdot 10^{18}\text{cm}^{-3}} &= 1,36\ \text{mm} \text{ und} \\
 d_{N=2,8 \cdot 10^{18}\text{cm}^{-3}} &= 1,296\ \text{mm}.
 \end{aligned}$$

Dabei ist die erste Probe undotiert und anderen beiden sind mit einer Dotierkonzentration N n-dotiert. Die am Goniometer abgelesenen Winkel wurden zur besseren Lesbarkeit in Grad umgerechnet. Weiterhin wurde die Winkeldifferenzen $\theta = \frac{1}{2}|\theta_1 - \theta_2|$ in Radiant umgerechnet und mit Hilfe der oben angegebenen Parameter zu $\frac{\theta}{d}$ normiert. Die entsprechenden Messwerte und bestimmten Größen sind in Tabelle 2, 3 und 4 zu finden.

Tabelle 2: Messwerte und die daraus bestimmten Größen θ und θ/d für die undotiert GaAs-Probe.

$\lambda/\mu\text{m}$	$\theta_1/^\circ$	$\theta_2/^\circ$	θ/rad	$\theta/d/\text{rad m}^{-1}$
1,06	41,13	60,50	0,1690	33,13
1,29	57,00	41,16	0,1381	27,09
1,45	45,16	58,08	0,1127	22,10
1,72	43,50	52,66	0,7999	15,68
1,96	40,00	46,60	0,5759	11,29
2,156	45,58	40,50	0,4436	8,69
2,34	28,78	33,25	0,3897	7,64
2,51	24,38	28,00	0,3156	6,18
2,65	32,89	37,56	0,4072	7,98

Tabelle 3: Messwerte und die daraus bestimmten Größen θ und θ/d für die n-dotierte GaAs-Probe mit $N = 1,2 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$.

$\lambda/\mu\text{m}$	$\theta_1/^\circ$	$\theta_2/^\circ$	θ/rad	$\theta/d/\text{rad m}^{-1}$
1,06	23,16	18,00	0,0045	8,84
1,29	24,56	15,83	0,0076	14,94
1,45	25,83	27,00	0,0010	19,96
1,72	27,00	18,83	0,0071	13,97
1,96	27,00	27,33	0,0029	57,03
2,156	23,00	30,08	0,0061	12,12
2,34	21,99	29,16	0,0062	12,26
2,51	29,41	21,66	0,0067	13,26
2,65	29,99	20,41	0,0083	16,39

Tabelle 4: Messwerte und die daraus bestimmten Größen θ und θ/d für die n-dotierte GaAs-Probe mit $N = 2,8 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$.

$\lambda/\mu\text{m}$	$\theta_1/^\circ$	$\theta_2/^\circ$	θ/rad	$\theta/d/\text{rad m}^{-1}$
1,06	16,69	4,11	0,0109	21,53
1,29	14,90	6,00	0,0077	15,22
1,45	13,30	6,81	0,0056	11,09
1,72	15,41	8,16	0,0063	12,40
1,96	20,66	1,106	0,0083	16,42
2,156	23,38	2,705	0,0031	6,27
2,34	22,75	2,838	0,0049	9,63
2,51	24,00	2,900	0,0043	8,55
2,65	26,05	3,058	0,0039	7,75

Außerdem wird in Abbildung 5 die normierte Faraday-Rotation θ/d gegen λ^2 aufgetragen. In Abbildung 6 wird die Differenz der normierten Faraday-Rotation der hochreinen GaAs-Probe und den n-dotierten GaAs-Proben gegen das Quadrat der Wellenlänge aufgetragen. Um die effektive Masse zu bestimmen, werden zwei Ausgleichsgeraden für die Differenzen der normierten Faraday-Rotationen der n-dotierten GaAs-Proben mit der hochreinen bestimmt. Die Ausgleichsrechnung wird durch

$$\theta_{\text{frei}} = a \cdot \lambda^2 + b$$

beschrieben. Der entsprechende Plot ist in Abbildung 6 zu finden.

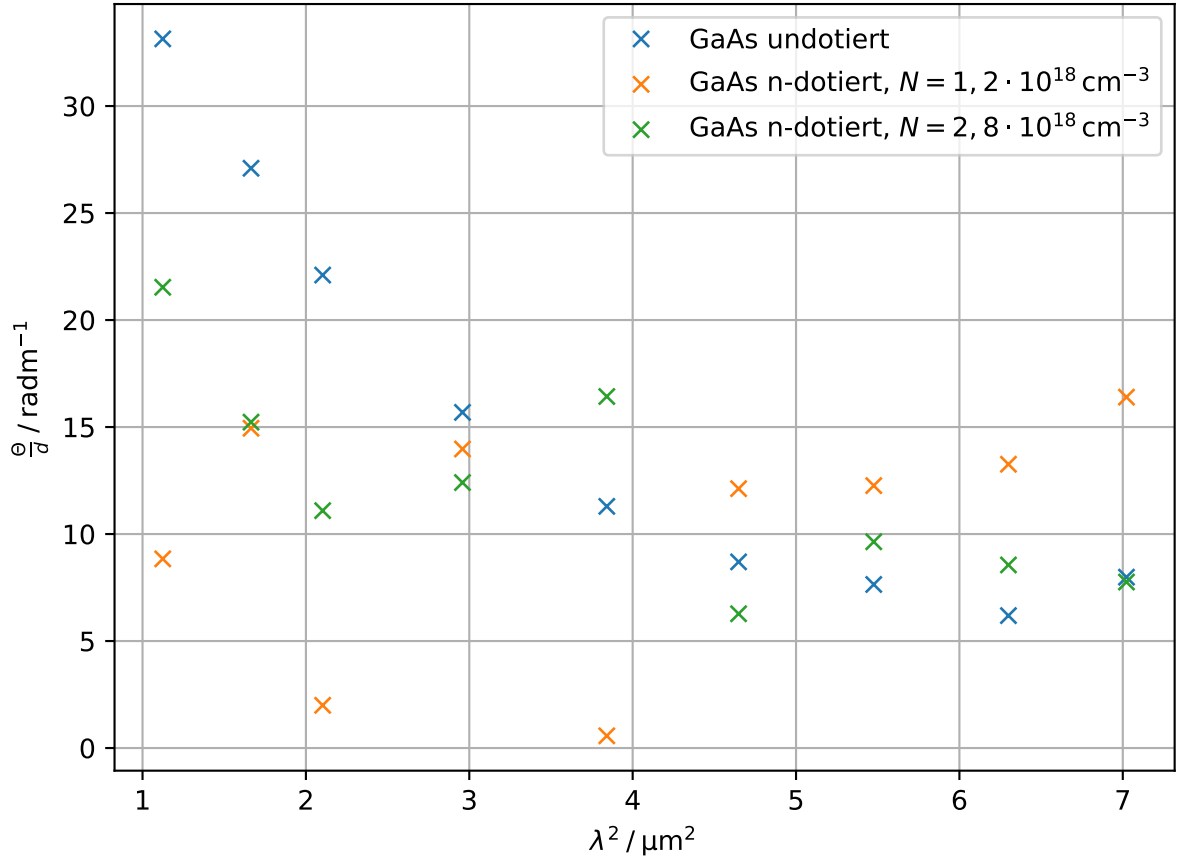


Abbildung 5: Die normierte Faraday-Rotation θ/d gegen die quadrierte Wellenlänge λ^2 für die hochreine und den beiden n-dotierten GaAs-Proben.

Gleichung 6 lässt sich umstellen zu

$$m^* = \sqrt{\frac{e_0^3}{8\pi^2\epsilon_0 c^3} \frac{NB_{\text{max}}}{n} \frac{1}{a}}$$

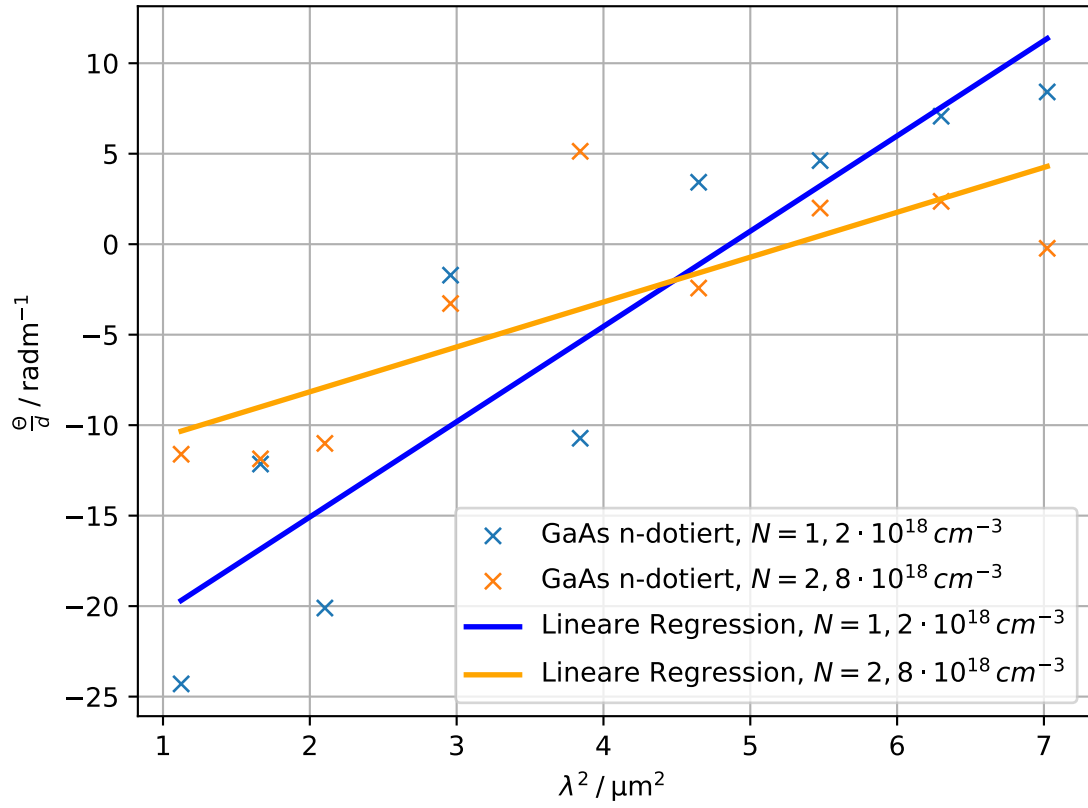


Abbildung 6: Die normierte Faraday-Rotation θ/d gegen die quadrierte Wellenlänge λ^2 für die hochreine und den beiden n-dotierten GaAs-Proben.

Die Parameter der linearen Regression bestimmen sich für die $N = 1,2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ zu

$$a = (5,26463802859300 \pm 9,0692633541909) \cdot 10^{12} \text{ m}^{-3}$$

$$b = (-25,61 \pm 3,97) \text{ m}^{-1}$$

und für die $N = 2,8 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ zu

$$a = (2,48020202722674 \pm 0,71167087346399) \cdot 10^{12} \text{ m}^{-3}$$

$$b = (-13,12 \pm 3,12) \text{ m}^{-1}$$

Die effektiven Massen bestimmen sich zu

$$m_1 = (7,90 \pm 0,70) \cdot 10^{-35} \text{ kg},$$

$$m_2 = (1,76 \pm 0,25) \cdot 10^{-34} \text{ kg}.$$

Dabei wurde der Brechungsindex als $n = 3,3543$ der Literatur entnommen. [2] Dies lässt sich umschreiben zu

$$\begin{aligned} m_1 &= (0,000087 \pm 0,000007) \cdot m_e, \\ m_2 &= (0,000193 \pm 0,000028) \cdot m_e. \end{aligned}$$

Der Mittelwert der beiden Massen bestimmt sich zu

$$m = (0,00014 \pm 0,000014) \cdot m_e.$$

5 Diskussion

Der Literaturwert für die effektive Masse ist $m = 0.063m_e$ [4]. Für die bestimmten effektiven Massen ergeben sich relative Abweichungen von 99,86% für m_1 und 99,69% für m_2 . Für den Mittelwert der beiden Massen ergibt sich eine Abweichung von 99,78%. Dies sind relativ hohe Abweichungen, dafür dass der Versuchsaufbau ordentlich eingestellt und justiert wurde und die Messung überwiegend nach Plan ablief. Es sei aber angemerkt, dass die am Goniometer abgelesenen Winkel große Bereiche aufwiesen in denen das Oszilloskop konstant ein minimales Signal angezeigt hat. Dort wurde versucht genau die Mitte des Winkelbereichs als Messergebnis aufzunehmen, um den Fehler möglichst gering zu halten. Außerdem gab es bei der zweiten Probe zwei nah beieinander gelagerte Winkel bei denen sich ein minimales Signal am Oszilloskop ablesen ließ. Der Grund dafür konnte aber nicht bestimmt werden. Weiterhin lässt sich feststellen, dass die Messung des B-Feldes sehr genau funktioniert hat und deshalb als Fehlerquelle ausgeschlossen werden kann. Aufgrund der hohen relativen Abweichungen konnte die effektive Masse der Leitungselektronen in GaAs nicht zufriedenstellend bestimmt werden. Die Messung reicht aber aus, um die Größenordnung der effektiven Masse ungenau anzugeben.

6 Anhang

B-Feld Messung

x/mm	B/mT
110	409 5
105	411 41
100	412
95	406
90	420 2
85	415
80	409
75	412
70	414

Zwischenwerte

86	416
87	410
88	421
89	422
91	420
92	416
93	411
94	403

c. H.

Abbildung 7: Aufgenommene Messwerte 1.Seite.

GaAs n-dotiert $N = 12 \cdot 10^{18} / \text{cm}^3$, $d = 1,35 \text{ mm}$

$\lambda/\mu\text{m}$	Winkel 1	Winkel 2
1,06	23° 10'	18° 0'
1,23	24° 34'	16° 50'
1,45	25° 50'	27° 0'
1,72	27° 0'	18° 50'
1,86	29° 0'	28° 28'
2,34	22° 0'	28° 10'
2,65	30° 0'	20° 20'
2,156 nm	23° 0'	30° 5'
2,518 nm	31° 28'	30° 0'
2,510 nm	29° 25'	21° 40'
1,86	27° 0'	24° 20'

c. H.

Abbildung 8: Aufgenommene Messwerte 2.Seite.

GaAs n-dotiert $N = 2,8 \cdot 10^{18} / \text{cm}^3$ $d = 1,296 \text{ mm}$

$\lambda / \mu\text{m}$	Winkel 1	Winkel 2
1,06	16° 42'	4° 7'
1,29	14° 54' 14° 54'	5° 0' 5° 0'
1,45	15° 18'	6° 49'
1,72	15° 25' 15° 25'	7° 0' 7° 0'
1,96	20° 40'	11° 4'
2,156 nm	23° 23'	27° 3'
2,34	22° 45'	28° 23' 28° 23'
2,510 nm	24° 0'	29° 0'
2,65	26° 5'	30° 35' 30° 35'

C.H.

Abbildung 9: Aufgenommene Messwerte 3.Seite.

GaAs un-dotiert
Interferenzfilter Winkel / Grad
~~1,06~~

GaAs un-dotiert $d = 5,11 \text{ mm}$

$\lambda / \mu\text{m}$	Winkel 1	Winkel 2
1,06	41° 8'	60° 30'
1,29	57° 0' \leftrightarrow	41° 10'
1,45	45° 10'	58° 5'
1,72	43° 30'	52° 40'
1,96	40° 0'	46° 36'
2,34	28° 47'	33° 15'
2,65	32° 54'	37° 34'
2,156 nm	45° 35' \leftrightarrow	40° 30'
2,510 nm	24° 23'	28° 0'

C.H.

Abbildung 10: Aufgenommene Messwerte 4.Seite.

Literatur

- [1] Anhang 1 V46-Faraday-Effekt an Halbleitern. TU Dortmund, Fakultät Physik.

- [2] *Brechungsindex von Gallium Arsenide*. URL: <https://www.filmetrics.de/refractive-index-database/GaAs/Gallium-Arsenide> (besucht am 20.04.2023).
- [3] *Dotierte Halbleiter*. URL: <https://slideplayer.org/slide/885648/> (besucht am 17.04.2023).
- [4] *Gallium Arsenide Basic Parameters at 300 K*. URL: <http://www.ioffe.ru/SVA/NSM/Semicond/GaAs/basic.html> (besucht am 20.04.2023).
- [5] *V46-Faraday-Effekt an Halbleitern*. TU Dortmund, Fakultät Physik.