

# TP N°1

## Analyse et synthèse de signaux périodiques

### Introduction

Au cours de cette séance, nous utiliserons le logiciel GNU Radio pour analyser et synthétiser des signaux périodiques et ainsi, vérifier les concepts théoriques vus en cours et en TD sur la décomposition en série de Fourier.

### 1- Étude de la transmission d'un signal rectangulaire

Dans cette partie nous allons nous intéresser à l'étude de la transmission d'un signal rectangulaire sur un canal de transmission.

- 1- Réaliser un diagramme de flux dans GNU Radio permettant de générer un signal rectangulaire et d'observer son évolution temporelle à l'aide d'un oscilloscope virtuel. Pour cela, nous choisirons une fréquence d'échantillonnage globale de 100 kHz. Cette fréquence est suffisamment grande comparativement aux fréquences des signaux considérés, de sorte à être en situation de fonctionnement quasi-continu. On utilisera un bloc de fonction **Signal Source** pour générer un signal rectangulaire de fréquence 1 kHz et d'amplitude 1.
- 2- Observer ce signal à l'aide d'un bloc **QT GUI Time sink**. Régler cet oscilloscope de manière à pouvoir observer quelques périodes de ce signal. Tracer l'allure temporelle de ce signal.
- 3- Ne pas oublier d'inclure dans votre diagramme de flux, un bloc **Throttle**. Rappeler quelle est l'utilité de ce bloc.
- 4- Compléter votre diagramme de flux en y ajoutant un bloc **QT GUI Frequency sink**. Observer et décrire le diagramme d'amplitude du signal.
- 5- Quel est l'écart fréquentiel entre deux raies du spectre d'amplitude ? Ce résultat est-il conforme à la théorie concernant la décomposition d'un signal en série de Fourier ? Expliquer.
- 6- La théorie sur la décomposition d'un signal périodique en série de Fourier indique que pour reproduire entièrement ce signal, il convient de considérer une infinité d'harmoniques. En pratique, si l'on souhaite transmettre un signal rectangulaire à travers un support de transmission, on ne pourra pas considérer une infinité d'harmoniques pour au moins deux raisons :
  - a. la transmission du signal nécessiterait une bande passante de largeur infinie, ce qui n'est pas physiquement réaliste,
  - b. un canal de transmission est souvent utilisé pour véhiculer de nombreux signaux partageant la bande passante disponible (exemple : câble téléphonique, fibre optique, etc.).

Nous limiterons donc la bande passante réservée à ce signal. Cela conduit à négliger les harmoniques d'ordre supérieur (c'est-à-dire à tronquer la série).

Utiliser un bloc **Low Pass Filter** qui est un filtre passe bas pour filtrer les harmoniques de haute fréquence de ce signal. On réglera la fréquence de coupure (**Cutoff Freq**) à 10 kHz et la largeur de transition à 100 Hz. Choisir dans FIR Type : **Float->Float (Interpolation)**.

Relever et analyser l'effet de ce filtre sur la représentation temporelle et la représentation fréquentielle du signal en sortie de filtre.

On pourra afficher deux signaux simultanément sur un oscilloscope unique en augmentant le nombre d'entrées de l'oscilloscope (**Number of inputs**).

- 7- Refaire l'étude précédente en choisissant une fréquence de coupure de 8 kHz puis 6 kHz puis 4 kHz et enfin 2 kHz.
- 8- Commenter les résultats obtenus. Que peut-on dire sur la bande passante nécessaire à la transmission du signal et la fidélité du signal transmis ?

## 2- Réalisation d'un synthétiseur universel de signaux

La théorie de Fourier indique que tout signal périodique peut être exprimé sous la forme d'une somme constituée d'une composante continue (la valeur moyenne du signal) et une infinité de fonctions sinusoïdales. Bien entendu, en pratique, il ne sera pas possible de générer une infinité de signaux !

On se propose de réaliser un synthétiseur de signaux sur la base du principe des séries de Fourier. On pourra alors vérifier ce concept et générer diverses formes de signaux périodiques.

- 1- Ouvrir le fichier intitulé **Partie2\_1.grc** fourni (en passant par un clic-droit enregistrer la cible du lien sous). Que réalise ce diagramme de flux ?
- 2- Expliquer en détail le fonctionnement des différents blocs apparaissant dans ce diagramme.
- 3- Compléter le fichier fourni pour réaliser un synthétiseur de signaux capable de générer une composante continue et 5 harmoniques.
- 4- Utiliser ce synthétiseur pour produire un signal rectangulaire (voir annexe).
- 5- Utiliser ce synthétiseur pour produire un signal en dent de scie (voir annexe).
- 6- Expérimenter d'autres réglages afin d'obtenir d'autres formes de signaux.

## 3- Le saviez-vous ?

Les deux principes étudiés constituent la base de la génération de signaux dans les synthétiseurs musicaux. La première méthode est appelée **synthèse soustractive** car elle est fondée sur la génération de formes d'ondes riches en harmoniques (comme le signal rectangulaire étudié) auxquelles on retire certains harmoniques pour produire des sonorités différentes. La seconde méthode est appelée **synthèse additive** car elle est fondée sur la sommation de signaux sinusoïdaux pour produire divers sons.

En analysant le spectre des sons générés par un instrument de musique, il est possible de reproduire ces sons (ou de s'en approcher) en utilisant l'une ou l'autre de ces méthodes.

Qu'attendez-vous pour fabriquer votre synthétiseur musical sur GNU Radio ?

## Annexes

### Rappel sur la décomposition d'un signal périodique en série de Fourier

$x(t)$ : Signal périodique de période  $T$ , de fréquence  $f = \frac{1}{T}$  et intégrable sur l'intervalle  $T$ .

On peut toujours remplacer  $x(t)$  par son développement en série de Fourier qui s'écrit comme suit :

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left( a_n \cos\left(2\pi \frac{nt}{T}\right) + b_n \sin\left(2\pi \frac{nt}{T}\right) \right)$$

Développons cette expression :

$$x(t) = \boxed{a_0} + \boxed{a_1 \cos\left(2\pi \frac{t}{T}\right) + b_1 \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right)} + \boxed{a_2 \cos\left(2\pi \frac{2t}{T}\right) + b_2 \sin\left(2\pi \frac{2t}{T}\right)} + \boxed{a_3 \cos\left(2\pi \frac{3t}{T}\right) + b_3 \sin\left(2\pi \frac{3t}{T}\right)} + \dots$$

Composante  
continue

Signal à la  
fréquence  $f$

Signal à la  
fréquence  $2f$

Signal à la  
fréquence  $3f$

Valeur  
moyenne      composante fondamentale  
(ou harmonique 1)

harmonique 2

harmonique 3

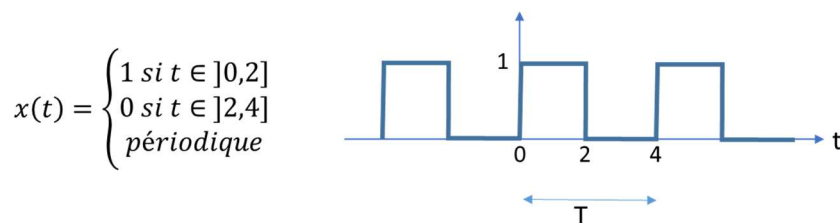
Comment calculer les coefficients de Fourier ?

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad \text{c'est la valeur moyenne de } x(t)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) dt$$

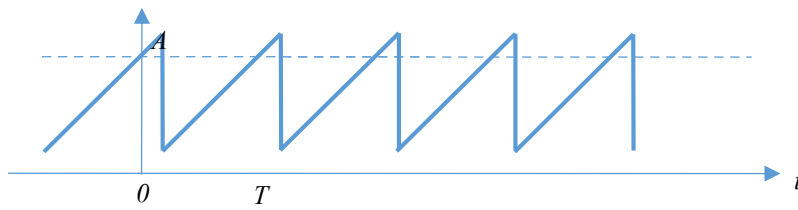
### Exemple de calcul pour un signal rectangulaire



$$x(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2} t\right) + \frac{2}{3\pi} \sin\left(\frac{3\pi}{2} t\right) + \frac{2}{5\pi} \sin\left(\frac{5\pi}{2} t\right) + \dots$$

### Exemple de calcul pour un signal en dent de scie

$x(t)$



$$x(t) = \frac{A}{2} - \frac{A}{\pi} \sin(\omega t) - \frac{A}{2\pi} \sin(2\omega t) - \frac{A}{3\pi} \sin(3\omega t) - \dots$$