

TP : Mathématiques du signal

Pour ce TP, nous allons utiliser la calculatrice en ligne fournie par Géogebra à l'adresse suivante :

<https://www.geogebra.org/calculator>

qui vous permet notamment de tracer n'importe quelle fonction sur un intervalle quelconque.

Exercice 1 Soit la fonction

$$f(x) = x^3 + x^2 - 7x + 2.$$

- a) Tracer la fonction sur la calculatrice en ligne et identifier une racine "évidente" (à vérifier par le calcul).
- b) En déduire une factorisation de la fonction f .
- c) Calculer les deux autres racines de f .

Exercice 2 Dans cet exercice, nous allons travailler sur les signaux de base rencontrés dans le chapitre 1.

- a) Dans Géogebra, taper

$s(t) = \text{Si}(t < 2, 1, 2 < t < 7, 3, t > 7, 4)$

et comprendre comment tracer la fonction valeur absolue.

- b) Représenter graphiquement le signal rampe $r(t)$, le signal porte $\Pi_1(t)$ puis le signal triangle $\Lambda_1(t)$.
- c) Représenter les signaux suivants :

$$\begin{aligned} s_1(t) &= 3r(t+1) - 2r(t) + r(t-3) \\ s_2(t) &= 1/2\Pi_1(t-1) + \Pi_1(2t) \\ s_3(t) &= \Lambda_1(t-1) - \Lambda_1(t) \end{aligned}$$

Exercice 3 On note $s(t)$ le signal sinusoïdal pour lequel

$$S = 5 \text{ V}, f = 2 \text{ Hz et } \varphi = -\frac{2\pi}{5}.$$

- a) Représenter graphiquement le signal sinusoïdal $s(t)$ sur la calculatrice en ligne et identifier t^* , la valeur de t la plus proche de 0 où le signal atteint son maximum (à vérifier par le calcul).
- b) Tracer le signal avancé de 250 millisecondes. Que vaut alors sa phase à l'origine ?
- c) Tracer le signal amplifié de paramètre $\lambda = 3$.
- d) Tracer le signal dilaté de paramètre $\lambda = 4$. Que vaut alors sa fréquence ?
- e) Tracer le signal décalé de 2 V. Que vaut alors son amplitude ?

Exercice 4 Identifier les paramètres des signaux $s_1(t)$ (en bleu) et $s_2(t)$ (en vert) sur la figure du fichier .png déposé sur Moodle et calculer le déphasage entre les deux.

Exercice 5 On cherche à calculer la valeur de $a = \cos(\pi/5)$.

- a) Notons $b = \sin(\pi/5)$. Quelle est la relation entre a et b donnée par le théorème de Pythagore ?
- b) En utilisant les formules d'addition, montrer que

$$\cos(2\pi/5) = 2a^2 - 1 = 1 - 2b^2 \quad \text{et} \quad \sin(2\pi/5) = 2ab.$$

- c) En utilisant les formules d'addition, montrer que

$$\cos(3\pi/5) = a(1 - 4b^2) \quad \text{et} \quad \sin(3\pi/5) = (4a^2 - 1)b.$$

- d) Représenter $\sin(2\pi/5)$ et $\sin(3\pi/5)$ sur le cercle trigonométrique. Quelle est leur relation ?
e) En déduire que a est solution de l'équation

$$4x^2 - 2x - 1 = 0$$

et donner sa valeur exacte.