Partie III

Codes Correcteurs d'erreurs

Taux d'erreurs

- $$Taux\ \text{d'erreur} = \frac{\text{Nbre bits erronés}}{\text{Nbre bits transmis}}$$

- Exemple :
  - 10^{-5} sur ligne téléphonique
  - 10^{-7} à 10^{-8} sur ligne coaxiale
  - 10^{-10} à 10^{-12} sur fibre optique

Codes correcteurs d'erreurs

- Différentes techniques pour détecter les erreurs :
  - Détection par répétition ;
  - Détection par code ;
- Mais alors ... d'où :
  - Détection et correction d'erreurs par code.

Codes correcteurs d'erreurs

- Lorsqu'un message est reconnu comme faux, le récepteur en demande la répétition à l'émetteur !
- Mais cela implique :
  - Une voie de retour,
  - Une identification des messages reçus,
  - Une mémoire des messages émis
  - > une baisse du débit !

Codes correcteurs d'erreurs

- Problème : construire des codes qui détectent et corrigent un maximum d'erreurs, tout en allongeant le moins possible les messages, et qui soient faciles à décoder !
- Dimension du code : nbre de bits utiles ;
- Longueur du code : nbre total de bits après l'ajout du CCE.

Bit de parité

	Bit 1	Bit 2	Bit 3	Bit 4	Bit 5	Bit 6	Bit 7	VCR
H	0	0	0	1	0	0	1	0
E	1	0	1	0	0	0	1	1
L	0	0	1	1	0	0	1	1
L	0	0	1	1	0	0	1	1
O	1	1	1	1	0	0	1	1
LCR								

Bit de parité

	Bit 1	Bit 2	Bit 3	Bit 4	Bit 5	Bit 6	Bit 7	VCR
H	0	0	0	1	0	0	1	0
E	1	0	1	0	0	0	1	1
L	0	0	1	1	0	0	1	1
L	0	0	1	1	0	0	1	1
O	1	1	1	1	0	0	1	1
LCR	0	1	0	0	0	0	1	0

Bit de parité

	Bit 1	Bit 2	Bit 3	Bit 4	Bit 5	Bit 6	Bit 7	VCR
H	0	0	0	1	0	0	1	0
E	1	0	1	0	0	0	1	1
L	0	0	0	1	0	0	1	1
L	0	0	1	1	0	0	1	1
O	1	1	1	1	0	0	1	1
LCR	0	1	0	0	0	0	1	0

!!!

!!!

Bit de parité

	Bit 1	Bit 2	Bit 3	Bit 4	Bit 5	Bit 6	Bit 7	VCR	
H	0	0	0	1	0	0	1	0	
E	1	0	1	0	0	0	1	1	
L	0	0	1	1	1	0	1	1	!!!
L	0	0	0	1	0	0	1	1	!!!
O	1	1	1	1	0	0	1	1	
LCR	0	1	0	0	0	0	1	0	
			!!!		!!!				

Code à redondance cyclique

- On ajoute à la suite de bits P(x) des informations supplémentaires :
  - le reste de la division polynomiale de $x^m P(x)$ avec le polynôme générateur g(x) de degré m.

Exemple

- séquence à envoyer : 1 1 0 1
- Polynôme générateur : $x^4 + x + 1$

    (de degré 4)

- Division :

1 1 0 1 0 0 0 0 | 1 0 0 1 1

En réception ...

- En réception on doit avoir le reste de la division du polynôme reçu par le polynôme générateur g(x) nul.

1 1 0 1 0 1 0 0 | 1 0 0 1 1

Code Reed-Solomon

- On ajoute à la suite de bits des informations supplémentaires :
- Exemple :
  - pour la suite 02 09 12
  - on transmet 02 09 12 23 56

Code de Hamming
(codage convolutif)

- On fait correspondre à chaque mot un nouveau mot tel que 2 mots successifs diffèrent de k bits.
- k est la distance de Hamming
  - on peut alors *détecter (k-1) erreurs* ;
  - on peut *corriger (k-1)/2 erreurs*.

Code de Hamming
(exemple)

Name	PCS 5B Code-group	MII 4B Nibble Code
DATA CODES		
0	11110	0000
1	01001	0001
2	10100	0010
3	10101	0011
4	01010	0100
5	01011	0101
6	01110	0110
7	01111	0111
8	10010	1000
9	10011	1001
A	10110	1010
B	10111	1011
C	11010	1100
D	11011	1101
E	11100	1110
F	11101	1111

Exemple

• 0 0	1 0 0 1 1
• 0 1	1 0 1 0 0
• 1 1	0 1 1 1 0
• 1 0	0 1 0 0 1

- distance de Hamming = 3

=> on détecte 2 erreurs ; on peut corriger 1 erreur

- le débit utile est multiplié par 5/2 !

En pratique

- TNT :
  - un codage Reed Solomon
    - ajoute à chaque paquet de 188 bits, 16 bits de correction ;
  - un codage convolutif
    - 3 bits au lieu de 2.
- GSM :
  - les 260 bits sont regroupées en 3 classes ; le débit passe alors à 22.8 kbits/s.

Pour améliorer encore la transmission, l'entrelacement