Table des matières

Introduction

Contexte

Les surfaces (ou interfaces) en propagation interviennent dans de nombreuses applications scientifiques et industrielles. Elles résultent de phénomènes mettant en jeu des couplages multiphysiques complexes comme la combustion, les interactions fluide-structure, les écoulements multi-phasiques ou encore la croissance dendritique de cristaux. C'est généralement au niveau de ces surfaces qu'a lieu la physique la plus intéressante, il est donc indispensable d'en déterminer avec précision l'évolution au cours du temps…

Formulation du problème

formulation lagrangienne traditionnelle (approche EDP) : vecteur vitesse

$$\frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial t} = \mathbf{u}(\boldsymbol{x}, t), \tag{1}$$

ou vitesse normale

$$\frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial t} = \nu(\boldsymbol{x}, t)\mathbf{n}(\boldsymbol{x}, t). \tag{2}$$

(les 2 sont équivalentes)
ambiguïté de la normale dans le cas piecewise-smooth
formulation plus générale (approche "géométrique") : principe de Huygens (propagation de proche en proche), enveloppe de sphères (e.g. ondes) ou de boules (e.g. flamme) (condition d'entropie [1]).

État de l'art

résolution analytique impossible → méthodes numériques

Méthodes numériques pour le suivi d'interfaces

2 façons de traiter l'interface
— point de vue eulérien → représentation implicite

    - ex. : *level-set*, *Volume-of-fluid*, interfaces diffuses…
- point de vue lagrangien $\rightarrow$ représentation explicite
    - ex. : *front-tracking*, *face-offsetting*, ordre élevé…

type de problèmes visés dans cette thèse, motivation high-order, BREP

Représentation par les frontières

Contributions

Organisation du manuscrit

1 Algorithme pour la propagation d'une surface régulière par morceaux

1.1 Construction de l'enveloppe des sphères

1.1.1 Enveloppe d'un ensemble de sphères à un paramètre

[2]

1.1.2 Enveloppe d'un ensemble de sphères à deux paramètres

[3]

1.2 Application de la condition d'entropie

2 Méthode d'ordre élevé pour le suivi d'un patch rectangulaire de surface

3 Généralisation aux surfaces régulières par morceaux de topologie quelconque

3.1 Construction des nouvelles faces

3.1.1 Arêtes convexes

3.1.2 Sommets convexes

3.2 Résolution des intersections entre faces

3.2.1 État de l'art

3.2.2 Approche retenue

3.3 Reconstitution d'un modèle BREP valide

3.4 Validation de la méthode

3.4.1 Propagation suivant un champ de vitesse continu

sphère/cube dans un écoulement tourbillonnaire incompressible analytique de période temporelle $2T$
convergence de l'erreur d'approximation sur la position, l'aire et le volume à $t = 0$ et $t = T$ pour différents niveaux de discrétisations spatiale et temporelle
+ convergence de la variation de volume au cours de la déformation

3.4.2 Propagation à vitesse normale uniforme

cube en expansion

3.4.3 Propagation à vitesse normale non uniforme

?

Déformation de maillage surfacique 4

5 Application à la simulation de la régression de propergol solide

Conclusion

Bibliographie

[1] J. A. Sethian. *Level Set Methods and Fast Marching Methods : Evolving Interfaces in Computational Geometry, Fluid Mechanics, Computer Vision, and Materials Science*. Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics. Cambridge University Press, 1999. 1

[2] M. Peternell et H. Pottmann. Computing Rational Parametrizations of Canal Surfaces. *Journal of Symbolic Computation*, **23** (2-3) : pp. 255–266, 1997. 3

[3] S. M. Gelston et D. Dutta. Boundary surface recovery from skeleton curves and surfaces. *Computer Aided Geometric Design*, **12** (1) : pp. 27–51, 1995. 3

[4] N. M. Patrikalakis et T. Maekawa. *Shape interrogation for computer aided design and manufacturing*. Springer Science & Business Media, 2009.

[5] M. E. Hohmeyer. *Robust and Efficient Surface Intersection for Solid Modeling*. Thèse de Doctorat, EECS Department, University of California, Berkeley, 1992.

[6] T. Dokken. Approximate Implicitization. *Mathematical Methods for Curves and Surfaces*, pp. 81–102, 2001.

[7] E. G. Houghton, R. F. Emnett, J. D. Factor et C. L. Sabharwal. Implementation of a divide-and-conquer method for intersection of parametric surfaces. *Computer Aided Geometric Design*, **2** (1-3) : pp. 173–183, 1985.

[8] R. E. Barnhill et S. Kersey. A marching method for parametric surface/surface intersection. *Computer Aided Geometric Design*, **7** (1-4) : pp. 257–280, 1990.

[9] J. Mason et D. Handscomb. *Chebyshev Polynomials*. CRC Press, 2002.

[10] C. Canuto, M. Y. Hussaini, A. Quarteroni et T. A. Zang. *Spectral Methods. Fundamentals in Single Domains*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006.

[11] A. Gil, J. Segura et N. M. Temme. *Numerical Methods for Special Functions*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA, 2007.

[12] C. Clenshaw. A note on the summation of Chebyshev series. *Mathematics of Computation*, **9** (51) : pp. 118–120, 1955.

[13] H. Wengle et J. H. Seinfeld. Pseudospectral solution of atmospheric diffusion problems. *Journal of computational Physics*, **26** (1) : pp. 87–106, 1978.

[14] R. Peyret. *Spectral Methods for Incompressible Viscous Flow*. Applied Mathematical Sciences. Springer New York, 2002.

[15] A. J. CHORIN. Flame Advection and Propagation Algorithms. *Journal of Computational Physics*, **35** (1) : pp. 1–11, 1980.

[16] J. A. SETHIAN. Numerical algorithms for propagating interfaces : Hamilton-Jacobi equations and conservation laws. *Journal of Differential Geometry*, **31** (1) : pp. 131–161, 1990.

[17] X. JIAO. Face Offsetting : A Unified Approach for Explicit Moving Interfaces. *Journal of Computational Physics*, **220** (2) : pp. 612–625, 2007.

[18] S. POPINET et S. ZALESKI. A front-tracking algorithm for accurate representation of surface tension. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **30** (6) : pp. 775–793, 1999.

[19] G. TRYGGVASON, B. BUNNER, A. ESMAEELI, D. JURIC, N. AL-RAWAHI, W. TAUBER, J. HAN, S. NAS et Y.-J. JAN. A Front-Tracking Method for the Computations of Multiphase Flow. *Journal of Computational Physics*, **169** (2) : pp. 708 – 759, 2001.

[20] S. K. VEERAPANENI, A. RAHIMIAN, G. BIROS et D. ZORIN. A Fast Algorithm for Simulating Vesicle Flows in Three Dimensions. *Journal of Computational Physics*, **230** (14) : pp. 5610–5634, 2011.

[21] D. GUEYFFIER, F. ROUX, Y. FABIGNON, G. CHAINERAY, N. LUPOGLAZOFF, F. VUILLOT, J. HIJLKEMA et F. ALAUZET. Accurate Computation of Grain Burning Coupled with Flow Simulation in Rocket Chamber. *Journal of Propulsion and Power*, **31** (6) : pp. 1761 – 1776, 2015.

[22] D. GUEYFFIER, J. LI, A. NADIM, R. SCARDOVELLI et S. ZALESKI. Volume-of-fluid interface tracking with smoothed surface stress methods for three-dimensional flows. *Journal of Computational Physics*, **152** (2) : pp. 423–456, 1999.