

TABLE DES MATIÈRES

1	INTRODUCTION	1
1.1	Contexte	1
1.2	Formulation du problème de propagation d'interface	1
1.2.1	Formulation lagrangienne traditionnelle	1
1.2.2	Principe de Huygens avec condition d'entropie	1
1.3	Cadre de la thèse	1
1.4	Représentation par les frontières	1
1.5	Contributions	1
1.6	Organisation du manuscrit	1
2	ALGORITHME DE PROPAGATION D'INTERFACES RÉGULIÈRES PAR MORCEAUX	5
2.1	Traitement des différentes entités BRep	5
2.2	Construction de l'enveloppe des sphères partielle	5
2.2.1	Enveloppe d'une famille de sphères à un paramètre	5
2.2.2	Enveloppe d'une famille de sphères à deux paramètres	5
2.3	Application de la condition d'entropie	5
3	MÉTHODE D'ORDRE ÉLEVÉ POUR LE SUIVI D'UN CARREAU DE SURFACE	7
3.1	Discrétisation spectrale en espace	7
3.1.1	État de l'art	7
3.1.2	Polynômes de Chebyshev	7
3.1.3	Représentation de surfaces	7
3.2	Intégration temporelle	7
3.2.1	Advection dans un champ de vecteurs vitesse donné	7
3.2.2	Approximation de l'enveloppe des sphères partielle	7
3.3	Amélioration de la stabilité	7
3.3.1	Réduction de l'erreur d'aliasing	7
3.3.2	Prévention des singularités géométriques	7
4	DÉFORMATION DE MAILLAGE SURFACIQUE	9
4.1	État de l'art	9
4.1.1	Simulation numérique dans une géométrie déformable	9
4.1.2	Génération de maillage surfacique basé sur un modèle BRep	9
4.1.3	Optimisation/Adaptation de maillage surfacique	9
4.2	Problématiques	9
4.2.1	Lien entre le maillage et le modèle BRep	10
4.3	Déformation de maillage conforme aux faces BRep	10

4.3.1	Limitations	10
4.4	Déformation de maillage trans-carreaux	10
4.4.1	Construction d'une structure d'hypergraphe	10
4.4.2	« Transition » d'un instant au suivant	11
4.4.3	Optimisation de maillage trans-carreaux	11
5	DÉFORMATION DE MAILLAGE SURFACIQUE	13
5.1	Introduction/état de l'art/problématique	13
5.1.1	Simulation numérique avec une géométrie déformable	13
5.1.2	Optimisation de maillage surfacique	14
5.1.3	Génération de maillage surfacique basé sur un modèle BRep	14
	BIBLIOGRAPHIE	17

1.1

CONTEXTE

1.2

FORMULATION DU PROBLÈME DE PROPAGATION D’INTERFACE

1.2.1

FORMULATION LAGRANGIENNE TRADITIONNELLE

1.2.2

PRINCIPE DE HUYGENS AVEC CONDITION D’ENTROPIE

1.3

CADRE DE LA THÈSE

1.4

REPRÉSENTATION PAR LES FRONTIÈRES

1.5

CONTRIBUTIONS

1.6

ORGANISATION DU MANUSCRIT

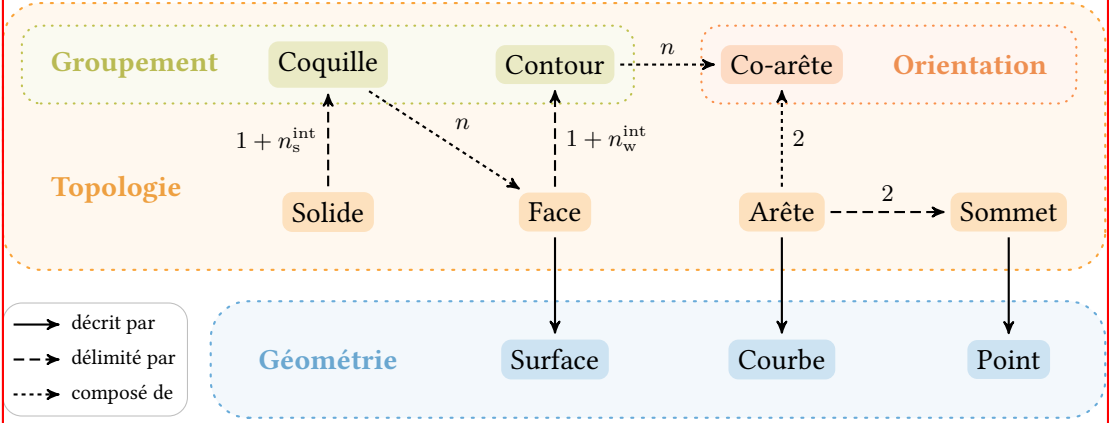
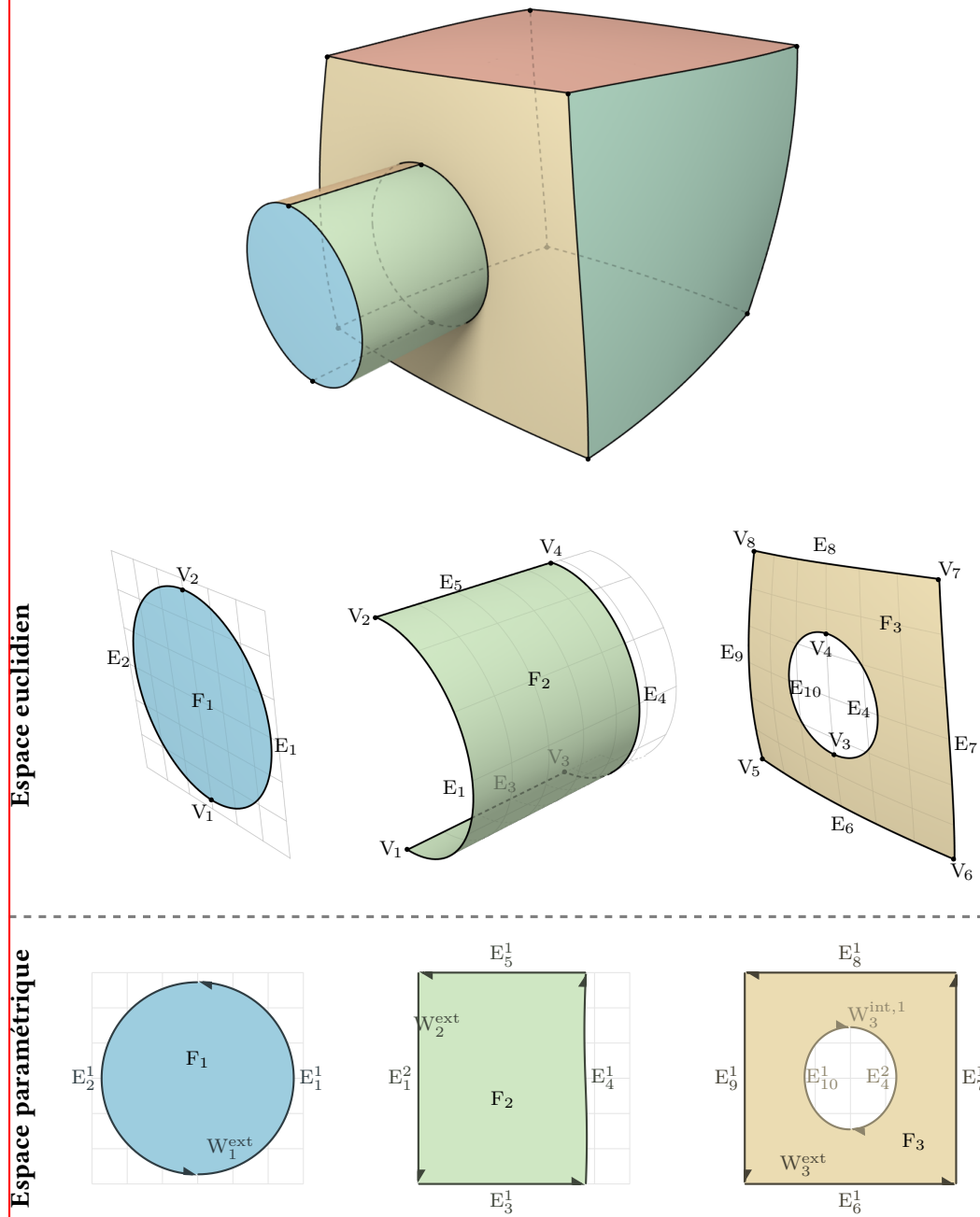


FIGURE 1.1 – Hiérarchie des éléments constituant un modèle BRep.

FIGURE 1.2 – *Modèle BRep.*

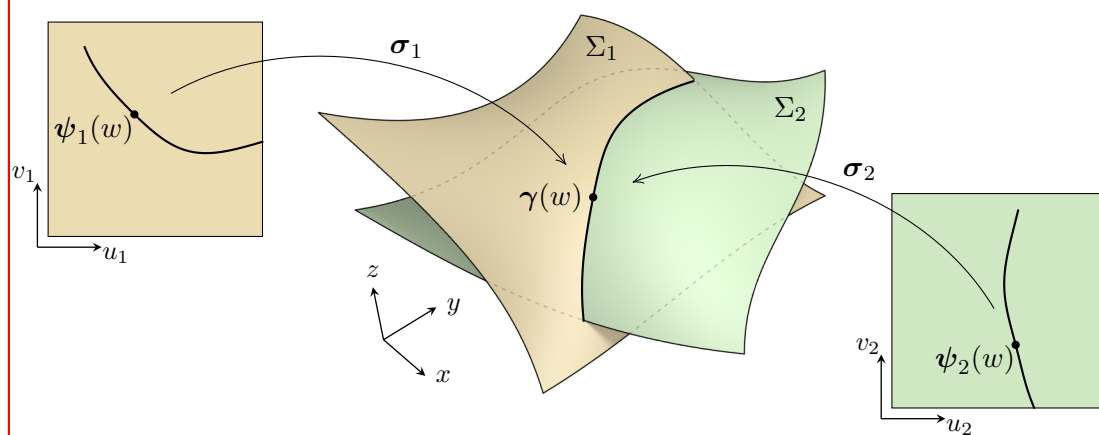


FIGURE 1.3 – Description géométrique d'une arête BRep.

--	--

ALGORITHME GÉNÉRAL POUR LA PROPAGATION D'INTERFACES RÉGULIÈRES PAR MORCEAUX

2

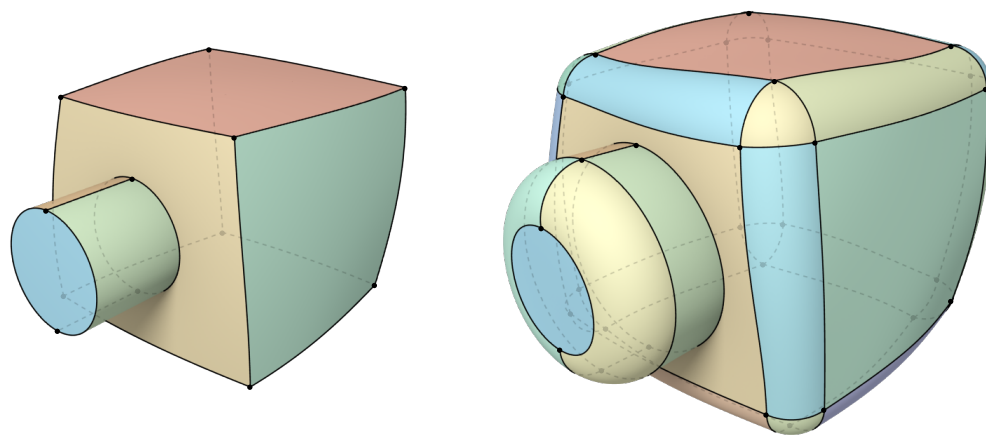
2.1 TRAITEMENT DES DIFFÉRENTES ENTITÉS BRep

2.2 CONSTRUCTION DE L'ENVELOPPE DES SPHÈRES PARTIELLES

2.2.1 ENVELOPPE D'UNE FAMILLE DE SPHÈRES À UN PARAMÈTRE

2.2.2 ENVELOPPE D'UNE FAMILLE DE SPHÈRES À DEUX PARAMÈTRES

2.3 APPLICATION DE LA CONDITION D'ENTROPIE



(a) *Modèle BRep initial.*

(b) *Modèle BRep de l'enveloppe des boules.*

FIGURE 2.1 – ???

--	--

MÉTHODE D'ORDRE ÉLEVÉ POUR LE SUIVI D'UN SEUL CARREAU DE SURFACE

3

3.1 DISCRÉTISATION SPECTRALE EN ESPACE

3.1.1 ÉTAT DE L'ART

3.1.2 POLYNÔMES DE CHEBYSHEV

3.1.3 REPRÉSENTATION DE SURFACES

3.2 INTÉGRATION TEMPORELLE

3.2.1 ADVECTION DANS UN CHAMP DE VECTEURS VITESSE DONNÉ

3.2.2 APPROXIMATION DE L'ENVELOPPE DES SPHÈRES PARTIELLE

3.3 AMÉLIORATION DE LA STABILITÉ

3.3.1 RÉDUCTION DE L'ERREUR D'ALIASING

3.3.2 PRÉVENTION DES SINGULARITÉS GÉOMÉTRIQUES

--	--

DÉFORMATION DE MAILLAGE SURFACIQUE

Objectif du chapitre: on veut mettre au point une méthodologie pour déformer un maillage de l'interface en propagation en utilisant le modèle BRep dynamique comme support géométrique, afin de pouvoir réaliser des simulations EF/VF dans des domaines de géométrie déformables.

4.1 ÉTAT DE L'ART

4.1.1 SIMULATION NUMÉRIQUE DANS UNE GÉOMÉTRIE DÉFORMABLE

maillage volumique conforme (body-fitted + ALE, Chimère/FLUSEPA) / non-conforme (IBM ...)

4.1.2 GÉNÉRATION DE MAILLAGE SURFACIQUE BASÉ SUR UN MODÈLE BREP

- méthodes indirectes (i.e. Riemanniennes)
 - face par face [1]
 - paramétrisation globale [2, 3, 4]
- méthodes (frontales) directes [5]

4.1.3 OPTIMISATION/ADAPTATION DE MAILLAGE SURFACIQUE

- changements locaux de connectivité
 - bascule d'arête
 - contraction d'arête
- bouger de nœud (direct, i.e. xyz ou indirect, i.e. uv)
 - méthodes heuristiques (lissage laplacien, analogies physiques [6], interpolation (IDW, RBF, ...) ...)
 - lissage basé sur l'optimisation d'une métrique de qualité [7, 8, 9, 10]

4.2 PROBLÉMATIQUES

contraintes :

1. ALE \Rightarrow préserver la connectivité du maillage autant que faire se peut (i.e. déformation pure)

2. le maillage doit être une approximation géométrique fidèle de l'interface (dont la géométrie « exacte » est définie par le modèle BRep)

- solution la plus simple : le maillage interpole la surface BRep aux nœuds (qui sont alors localisés sur des entités BRep et donc sur un ou plusieurs carreaux de surface) \Rightarrow l'écart de corde doit être contrôlé (taille d'élément dicté par le rayon de courbure local, maillage explicite des caractéristiques/singularités géométriques (arêtes vives, coins, ...))

3. maintenir une bonne qualité de maillage (métrique à définir suivant la méthode de calcul) \Rightarrow lissage/optimisation (par déplacements tangentiels pour respecter la contrainte 2)

4.2.1 LIEN ENTRE LE MAILLAGE ET LE MODÈLE BREP

(Solution à la contrainte 2)

A chaque nœud du maillage sont associés

- un pointeur vers l'entité BRep qui le supporte (sommet, arête ou face)
- un jeu de coordonnées paramétriques (i.e. un point (u, v) pour chaque carreau de surface associé à l'entité BRep de support)¹

Les coordonnées (x, y, z) d'un nœud sont alors obtenues en évaluant un ou plusieurs carreaux de surfaces, ce qui garantit que le nœud repose exactement sur la surface BRep (à condition que les coordonnées (u, v) soient situées à l'intérieur ou sur le bord du domaine paramétrique des faces BRep concernées).

4.3 DÉFORMATION DE MAILLAGE CONFORME AUX FACES BREP

4.3.1 LIMITATIONS

- les arêtes BRep douces introduisent des contraintes supplémentaires sur le maillage, sans avoir de signification du point de vue du calcul EF/VF \Rightarrow éléments de mauvaise qualité
- problème de la persistance des entités BRep

\Rightarrow maillage *trans-carreaux*

4.4 DÉFORMATION DE MAILLAGE TRANS-CARREAUX

4.4.1 CONSTRUCTION D'UNE STRUCTURE D'HYPERGRAPHE

Structure intermédiaire qui conserve la définition du modèle BRep sous-jacent [11]

Faces adjacentes qui forment une région surfacique de continuité G^1 rassemblées dans une *hyper-face*

Arêtes adjacentes qui forment une branche de courbe de continuité G^1 rassemblées dans une

¹Rappel : les courbes d'intersection ne sont pas paramétrisées directement mais évaluées de manière procédurale en interrogeant les deux carreaux de surface concernés. Les points d'intersection (qui décrivent les sommets BRep) sont repérés dans l'espace paramétrique de chaque carreau de surface concerné.

hyper-arête

Les nœuds du maillage peuvent traverser les arêtes douces intérieures à une hyper-face
Les hyper-arêtes sont des listes chaînées de (co-)arêtes BRep (potentiellement cycliques). Dans le maillage, elles sont matérialisées par des chaînes d'arêtes dont les nœuds sont contraints (1 seul degré de liberté pour les nœuds intérieurs, 0 pour les éventuels nœuds aux extrémités)

4.4.2 « TRANSITION » D'UN INSTANT AU SUIVANT**4.4.2.1 Correspondance des hypergraphes**

« événements » possibles

4.4.2.2 Régénération du maillage contraint

- nœuds avec 0 degré de liberté → coordonnées (x, y, z) du sommet BRep associé (« coin »)
- nœuds avec 1 degré de liberté → régénération des chaînes (hyper-arêtes)

4.4.2.3 « Pré-déformation »**4.4.3 OPTIMISATION DE MAILLAGE TRANS-CARREAUX**

méthode directe avec re-projection sur hyper-face/arête

--	--

DÉFORMATION DE MAILLAGE SURFACIQUE

Objectif du chapitre: on veut mettre au point une méthodologie pour déformer un maillage de l'interface en propagation en utilisant le modèle BRep dynamique comme support géométrique, afin de pouvoir réaliser des simulations EF/VF dans des domaines de géométrie déformables.

Motivation

1. la précision et la vitesse de convergence du calcul dépendent fortement de la qualité (forme et taille) des éléments du maillage

5.1 INTRODUCTION/ÉTAT DE L'ART/PROBLÉMATIQUE

5.1.1 SIMULATION NUMÉRIQUE AVEC UNE GÉOMÉTRIE DÉFORMABLE

1. maillage volumique (fluide) conforme à l'interface
 - a) 1 seul maillage *body-fitted* avec formulation ALE (*ref*)
 - principe : frontière = maillage de l'interface, intérieur déformé de façon arbitraire
 - intérêt/avantages : ...
 - contraintes/inconvénients :
 - la qualité du maillage volumique dépend fortement de celle du maillage surfacique, surtout dans les régions proches de l'interface, où ont généralement lieu les phénomènes physiques les plus pertinents
 - la connectivité du maillage doit rester fixe (*à vérifier*)
 - b) plusieurs maillages *body-fitted* qui se superposent
 - méthode Chimère [12, 13], FLUSEPA [14]
 - intérêt/avantages :
 - facilite la génération du maillage volumique lorsque la géométrie est complexe (e.g. hyper-sustentateurs)
 - évite de déformer un maillage 3d
 - contraintes/inconvénients :
 - nécessite de traiter les intersections entre les blocs de maillage
 - limité aux mouvements rigides (*à vérifier*)
2. maillage volumique non conforme à l'interface
 - méthode des frontières immergées [15, 16, 17] : interface représentée explicitement, volume (fluide) traité de façon eulérienne (i.e. maillage fixe)

- intérêt/avantages : évite de générer et déformer un maillage 3d autour d'une géométrie complexe
- contraintes/inconvénients : application indirecte des conditions aux limites

Dans cette thèse,

1. on se concentre sur les applications utilisant la méthodologie décrite à l'[item 1a](#)
2. on ne traite que le maillage (surficiel) de l'interface
3. (on se limite pour le moment à des maillages simpliciaux, mais une future extension aux maillages hybrides et courbes envisageable)

5.1.2 OPTIMISATION DE MAILLAGE SURFACIQUE

1. changements locaux de connectivité
 - a) bascule d'arête
 - b) contraction d'arête
2. bouger de nœud (direct, i.e. xyz ou indirect, i.e. uv)
 - a) méthodes heuristiques (lissage laplacien, analogies physiques [6], interpolation (IDW, RBF, ...) ...)
 - b) lissage basé sur l'optimisation d'une métrique de qualité [7, 8, 9, 10]

Dans cette thèse,

1. [item 1a](#) \Rightarrow on se concentre essentiellement sur le bouger de nœud (déformation pure)
2. on effectuera des reconnections locales qu'en dernier recours (remaillage)

5.1.3 GÉNÉRATION DE MAILLAGE SURFACIQUE BASÉ SUR UN MODÈLE BREP

Essentiellement extension de méthodes standard (i.e. quadtree, Delaunay, avancée de front) 2d plan à des surfaces immergées/plongées dans \mathbb{R}^3

1. méthodes indirectes (Riemanniennes) : on travaille dans l'espace paramétrique en tenant compte de la métrique (anisotrope, Riemannienne) induite par la paramétrisation de façon à ce que le plongement du maillage dans \mathbb{R}^3 respecte les critères prescrits
 - a) conforme à la topologie BRep : on exploite directement les paramétrisations locales (carreaux de surface) du modèle BRep [1] (on maille d'abord les sommets, puis les arêtes et enfin les faces afin de garantir la conformité du maillage)
 - intérêt/avantages : utilisation de méthodes 2d plan robustes et efficaces
 - contraintes/inconvénients : les arêtes BRep douces introduisent des contraintes supplémentaires sur le maillage, sans avoir de signification du point de vue du calcul EF/VF \Rightarrow éléments de mauvaise qualité
 - b) trans-carreaux par (re-)paramétrisation globale :
 - i. [2] :
 - ii. [3] :

iii. [4] :

- intérêt/avantages : lève les contraintes topologiques du modèle BRep qui ne sont pas pertinentes pour le calcul EF/VF
- contraintes/inconvénients :
 - topologique : limité aux variétés ouvertes (avec un ou plusieurs bords)
 - géométrique : limité aux surfaces quasi-planes et régulières, on perd le lien avec la géométrie de la surface BRep
 - méthodes pas suffisamment automatisées

2.

--	--

BIBLIOGRAPHIE

- [1] H. BOROUCAKI, P. LAUG et P.-L. GEORGE. Parametric surface meshing using a combined advancing-front generalized Delaunay approach. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **49** (1-2) : pp. 233–259, 2000. (cf. pp. [9](#) et [14](#))
- [2] D. L. MARCUM et J. A. GAITHER. Unstructured Surface Grid Generation Using Global Mapping and Physical Space Approximation. Dans *Proceedings of the 8th International Meshing Roundtable*, pp. 397–406, 1999. (cf. pp. [9](#) et [14](#))
- [3] F. NOËL. Global parameterization of a topological surface defined as a collection of trimmed bi-parametric patches: Application to automatic mesh construction. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **54** (7) : pp. 965–986, 2002. (cf. pp. [9](#) et [14](#))
- [4] W. JONES. Toward a global parameterization for quilted CAD entities. Dans *42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, p. 611, 2004. (cf. pp. [9](#) et [15](#))
- [5] G. FOUCAULT, J.-C. CUILLIÈRE, V. FRANÇOIS, J.-C. LÉON et R. MARANZANA. Generalizing the advancing front method to composite surfaces in the context of meshing constraints topology. *Computer-Aided Design*, **45** (11) : pp. 1408–1425, 2013. (cf. p. [9](#))
- [6] C. FARHAT, C. DEGAND, B. KOOBUS et M. LESOINNE. Torsional springs for two-dimensional dynamic unstructured fluid meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **163** (1-4) : pp. 231–245, 1998. (cf. pp. [9](#) et [14](#))
- [7] L. A. FREITAG, M. JONES et P. PLASSMANN. An efficient parallel algorithm for mesh smoothing. Dans *Proceedings of the 4th International Meshing Roundtable*, pp. 47–58, 1995. (cf. pp. [9](#) et [14](#))
- [8] S. A. CANANN, J. R. TRISTANO, M. L. STATEN ET AL. An Approach to Combined Laplacian and Optimization-Based Smoothing for Triangular, Quadrilateral, and Quad-Dominant Meshes. Dans *Proceedings of the 7th International Meshing Roundtable*, pp. 85–102, 1998. (cf. pp. [9](#) et [14](#))
- [9] X. JIAO, D. WANG et H. ZHA. Simple and Effective Variational Optimization of Surface and Volume Triangulations. Dans *Proceedings of the 17th International Meshing Roundtable*, pp. 315–332, 2008. (cf. pp. [9](#) et [14](#))
- [10] A. GARGALLO-PEIRÓ, X. ROCA et J. SARRATE. A surface mesh smoothing and untangling method independent of the CAD parameterization. *Computational Mechanics*, **53** (4) : pp. 587–609, 2014. (cf. pp. [9](#) et [14](#))
- [11] G. FOUCAULT, J.-C. CUILLIÈRE, V. FRANÇOIS, J.-C. LÉON et R. MARANZANA. Adaptation of CAD model topology for finite element analysis. *Computer-Aided Design*, **40** (2) : pp. 176–196, 2008. (cf. p. [10](#))

- [12] R. L. MEAKIN et N. E. SUHS. Unsteady aerodynamic simulation of multiple bodies in relative motion. Dans *9th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*, p. 1996, 1989. (cf. p. 13)
- [13] Z. J. WANG et V. PARTHASARATHY. A fully automated Chimera methodology for multiple moving body problems. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **33** (7) : pp. 919–938, 2000. (cf. p. 13)
- [14] P. BRENNER. Three-dimensional aerodynamics with moving bodies applied to solid propellant. Dans *27th Joint Propulsion Conference*, p. 2304, 1991. (cf. p. 13)
- [15] C. S. PESKIN. The immersed boundary method. *Acta numerica*, **11** : pp. 479–517, 2002. (cf. p. 13)
- [16] J. HOVNANIAN. *Méthode de frontières immergées pour la mécanique des fluides. Application à la simulation de la nage..* Thèse de Doctorat, Université Sciences et Technologies-Bordeaux I, 2012. (cf. p. 13)
- [17] K. WANG, J. GRÉTARSSON, A. MAIN et C. FARHAT. Computational algorithms for tracking dynamic fluid–structure interfaces in embedded boundary methods. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **70** (4) : pp. 515–535, 2012. (cf. p. 13)
- [18] C. CLENSHAW. A note on the summation of Chebyshev series. *Mathematics of Computation*, **9** (51) : pp. 118–120, 1955. (Pas cité)
- [19] H. WENGLE et J. H. SEINFELD. Pseudospectral solution of atmospheric diffusion problems. *Journal of computational Physics*, **26** (1) : pp. 87–106, 1978. (Pas cité)
- [20] M. A. LACHANCE. Chebyshev economization for parametric surfaces. *Computer Aided Geometric Design*, **5** (3) : pp. 195–208, 1988. (Pas cité)
- [21] S. CAMPAGNA, P. SLUSALLEK et H.-P. SEIDEL. Ray tracing of spline surfaces: Bézier clipping, Chebyshev boxing, and bounding volume hierarchy – a critical comparison with new results. *The Visual Computer*, **13** (6) : pp. 265–282, 1997. (Pas cité)
- [22] J. P. BOYD. *Chebyshev and Fourier Spectral Methods*. Dover Books on Mathematics. Dover Publications, Mineola, NY, seconde édition, 2001. (Pas cité)
- [23] J. MASON et D. HANDSCOMB. *Chebyshev Polynomials*. CRC Press, 2002. (Pas cité)
- [24] A. RABABAH. Transformation of Chebyshev–Bernstein polynomial basis. *Computational Methods in Applied Mathematics*, **3** (4) : pp. 608–622, 2003. (Pas cité)
- [25] C. CANUTO, M. Y. HUSSAINI, A. QUARTERONI et T. A. ZANG. *Spectral Methods. Fundamentals in Single Domains*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006. (Pas cité)
- [26] O. P. BRUNO, Y. HAN et M. M. POHLMAN. Accurate, high-order representation of complex three-dimensional surfaces via Fourier continuation analysis. *Journal of Computational Physics*, **227** (2) : pp. 1094 – 1125, 2007. (Pas cité)
- [27] A. GIL, J. SEGURA et N. M. TEMME. *Numerical Methods for Special Functions*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA, 2007. (Pas cité)
- [28] R. PEYRET. *Spectral Methods for Incompressible Viscous Flow*, volume 148. Springer Science & Business Media, 2013. (Pas cité)

- [29] A. BOWYER. Computing dirichlet tessellations. *The Computer Journal*, **24** (2) : pp. 162–166, 1981. (Pas cité)
- [30] D. F. WATSON. Computing the n-dimensional Delaunay tessellation with application to Voronoi polytopes. *The Computer Journal*, **24** (2) : pp. 167–172, 1981. (Pas cité)
- [31] W. CHO, N. M. PATRIKALAKIS et J. PERAIRE. Approximate development of trimmed patches for surface tessellation. *Computer-Aided Design*, **30** (14) : pp. 1077–1087, 1998. (Pas cité)
- [32] F. ALAUZET, B. FABRÈGES, M. A. FERNÁNDEZ et M. LANDAJUELA. Nitsche-XFEM for the coupling of an incompressible fluid with immersed thin-walled structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **301** : pp. 300–335, 2016. (Pas cité)