Exercice 1 :

Soient les matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3 \; ; \; B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 4 & 5 & 5 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3 \; ;$$

$$J = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3 \; ;$$

Déterminer les matrices :
C = 3 x A
D = A + 5 x ^tB
E = J^2
F = A x B
G = B x A

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 12 & 15 & 12 \\ 9 & 6 & 3 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 12 & 23 \\ 9 & 20 & 29 \\ 8 & 17 & 26 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 30 & 60 & 90 \\ 20 & 40 & 60 \\ 10 & 20 & 30 \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 16 & 22 & 22 \\ 26 & 39 & 39 \\ 8 & 14 & 14 \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} 7 & 7 & 5 \\ 23 & 25 & 21 \\ 39 & 43 & 37 \end{pmatrix}$$

Exercice 2 :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3 \; ; \; B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 4 & 5 & 5 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3 \; ;$$

$$J = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3 \; ;$$

Quelle est la bonne réponse dans chaque ligne du tableau suivant ?

Question :	Réponse A	Réponse B	Réponse C
A x B + J = ?	FAUX	FAUX	$\begin{pmatrix} 19 & 28 & 31 \\ 28 & 43 & 45 \\ 9 & 16 & 17 \end{pmatrix}$
J^2 + ^tA = ?	$\begin{pmatrix} 31 & 64 & 93 \\ 22 & 45 & 62 \\ 13 & 24 & 31 \end{pmatrix}$	FAUX	FAUX
$(A \text{ x } B)^2$ = ?	FAUX	$\begin{pmatrix} 1004 & 1518 & 1518 \\ 1742 & 2639 & 2639 \\ 604 & 918 & 918 \end{pmatrix}$	FAUX

Exercice 3 :

Soit la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3 \ ;$$

déterminer sa matrice inverse A^{-1} en appliquant successivement les 5 opérations élémentaires :
$L_2 \leftarrow L_2 - L_1$, $L_2 \leftarrow 0.5L_2$, $L_3 \leftarrow L_3 - L_2$, $L_2 \leftarrow L_2 - L_3$ et $L_1 \leftarrow L_1 - 2L_2$

1 2 0 1 4 2 0 1 2	1 0 0 0 1 0 0 0 1
1 2 0 0 2 2 0 1 2	1 0 0 -1 1 0 0 0 1
1 2 0 0 1 1 0 1 2	1 0 0 -½ ½ 0 0 0 1
1 2 0 0 1 1 0 0 1	1 0 0 -½ ½ 0 ½ -½ 1
1 2 0 0 1 0 0 0 1	1 0 0 -1 1 -1 ½ -½ 1
1 0 0 0 1 0 0 0 1	3 -2 2 -1 1 -1 ½ -½ 1

Soit la matrice inverse :

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{-2} & \mathbf{2} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{\frac{1}{2}} & \mathbf{-\frac{1}{2}} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Exercice 4 :

Soit la matrice :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3 \ ;$$

Calculer son déterminant, sa commatrice et sa matrice inverse.
Résoudre le système :
$x + y + z = 6$
$2x - y + z = 3$
$3x + z = 6$

$\det(A) = 3$

$$\mathrm{Com(A)} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ -1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix} \quad \mathrm{A}^{-1} = \frac{1}{3} \times \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

x = 1 ;
y = 2 ;
z = 3 ;