

Engins à poussée vectorisée

On s'intéresse ici au pilote de systèmes aérospatiaux à poussée vectorisée qui forment une classe de systèmes sous-actionnés: avion à décollage vertical, quadricoptère, lanceurs réutilisables, atterrisseur lunaire (voir Figure 1). Dans un premier temps, on va considérer un des systèmes de cette classe, un avion. Un objectif est de suivre une trajectoire horizontale ou une trajectoire verticale (décollage).

Modélisation

On considère que l'avion se déplace dans un plan vertical. Le comportement dynamique de l'avion est alors décrit par

$$m\dot{v}_x = (F_1 - F_2) \sin \alpha \cos \theta - (F_1 + F_2) \cos \alpha \sin \theta + f_x(v_x, v_z, \theta, \dot{\theta}) \quad (1)$$

$$m\dot{v}_z = (F_1 - F_2) \sin \alpha \sin \theta + (F_1 + F_2) \cos \alpha \cos \theta - mg + f_z(v_x, v_z, \theta, \dot{\theta}) \quad (2)$$

$$J\ddot{\theta} = l(F_1 - F_2) \cos \alpha + f_\theta(v_x, v_z, \theta, \dot{\theta}), \quad (3)$$

où (v_x, v_z) est la vitesse du centre de masse, θ l'angle par rapport à l'horizontale, F_1, F_2 les poussées des réacteurs, l leur distance par rapport au centre de masse, α leur inclinaison (proche de 0), m la masse de l'appareil, et J son moment d'inertie. Les fonctions f_x, f_z et f_θ représentent des effets aérodynamiques. Ces effets sont négligeables à faible vitesse et s'annulent quand l'avion ne bouge pas.

Un tel engin est schématisé sur la Figure 2.

Les poussées F_1, F_2 évoluent en fonction des commandes des moteurs u_1, u_2 d'après les équations

$$\dot{F}_1 = K(u_1 - F_1) \quad (4)$$

$$\dot{F}_2 = K(u_2 - F_2) \quad (5)$$

où $K > 0$ est grand.

Questions

1. Quels sont, dans le modèle proposé, le nombre de variables d'état et le nombre de commandes?
2. Simplifier ce modèle en notant: *i*) que les effets aérodynamiques sont négligeables à basse vitesse
ii) que certaines variables sont très rapides (et asymptotiquement stables) devant d'autres.
3. En posant

$$a = \frac{m}{\cos \alpha}, \quad b = \frac{J}{l \cos \alpha}, \quad c = \frac{J}{ml} \tan \alpha, \quad v_1 = \frac{u_1 + u_2}{a} \text{ et } v_2 = \frac{u_1 - u_2}{b}$$

montrer qu'on a

$$\begin{aligned} \dot{v}_x &= cv_2 \cos \theta - v_1 \sin \theta \\ \dot{v}_z &= cv_2 \sin \theta + v_1 \cos \theta - g \\ \ddot{\theta} &= v_2 \end{aligned}$$

où v_1 et v_2 sont les commandes.



(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 1: Engines à poussée vectorisée: (a) Dassault Mirage IIIV “Balzac”, (b) Parrot Bebop, (c) Space X Falcon 9, (d) Lunar Landing Research Vehicle

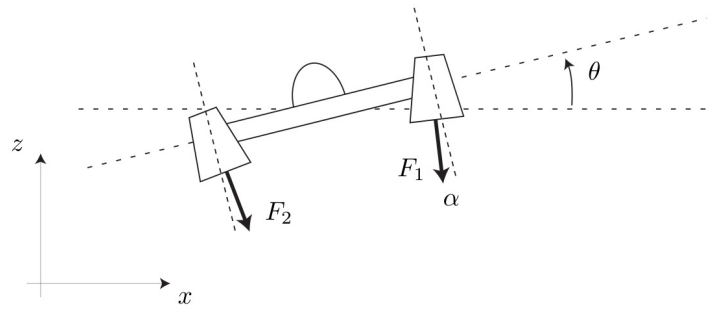


Figure 2: Avion à décollage vertical.

4. Quels sont les points d'équilibre de ce modèle?
5. Établir que le linéarisé tangent autour d'un équilibre est donné par

$$\delta \dot{v}_x = -g\delta\theta + c\delta v_2$$

$$\delta \dot{v}_z = \delta v_1$$

$$\delta \ddot{\theta} = \delta v_2$$

6. Mettre ce système sous forme de Brunovsky.
7. Proposer un bouclage stabilisant.
8. Peut-on choisir arbitrairement les pôles en boucle fermée?
9. Comment effectuer un décollage? Comment effectuer un mouvement latéral?
10. Reprendre l'étude pour l'appareil à poussée vectorisée schématisé sur la Figure 3. Les deux commandes sont dans ce cas la valeur de la poussée et son angle de vectorisation. Montrer qu'on aboutit à la même forme de Brunovsky.

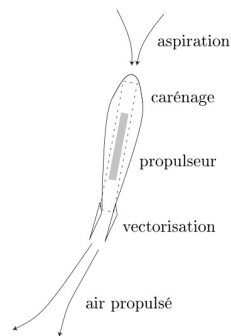


Figure 3: Propulseur vectorisé.