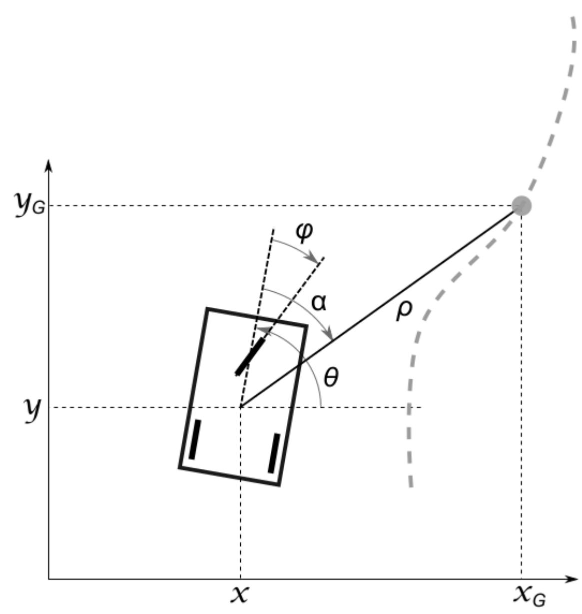
Cinématique et commande par PID

ROB316 - Planification et contrôle

Bastien HUBERT

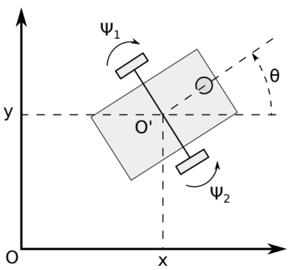


ENSTA Paris - novembre 2022

1 Rappels de cours

Le but de ce cours était d'introduire les bases du contrôle de trajectoire et de chemin appliqué à la robotique, en présentant des modèles simples et des correcteurs usuels.

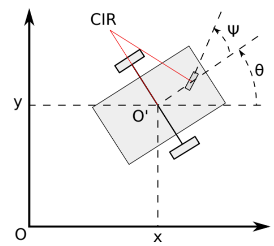
Trois modèles cinématiques ont été présentés, chacun modélisant une situation physiques différente (nombre de roues, position du centre instantané de rotation, ...) :



$$\begin{cases} \dot{x} = u_1 \cos\theta \\ \dot{y} = u_1 \sin\theta \\ \dot{\theta} = u_2 \end{cases}$$

avec $u_1 = \frac{r}{2}(\dot{\psi}_1 + \dot{\psi}_2)$ et $u_2 = \frac{r}{2L}(\dot{\psi}_2 - \dot{\psi}_1)$, avec r le rayon des roues et L la longueur de l'axe

Unicycle

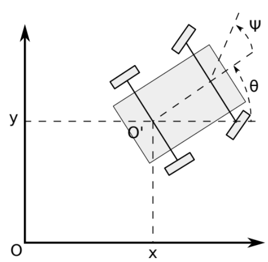


CIR = centre instantané de rotation

$$\begin{cases} \dot{x} = u_1 \cos\theta \cos\psi \\ \dot{y} = u_1 \sin\theta \cos\psi \\ \dot{\theta} = \dfrac{u_1}{D} \sin\psi \\ \dot{\psi} = u_2 \end{cases}$$

avec u_1 vitesse longitudinale et u_2 angulaire de la roue et D la distance entre train arrière et roue avant

Tricycle



$$\begin{cases} \dot{x} = u_1 \cos\theta \\ \dot{y} = u_1 \sin\theta \\ \dot{\theta} = \dfrac{u_1}{D} \tan\psi \\ \dot{\psi} = u_2 \end{cases}$$

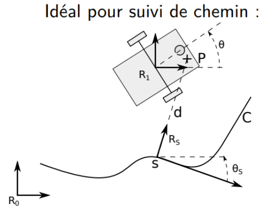
avec u_1 vitesse longitudinale et u_2 vitesse de braquage et D la distance entre train arrière et train avant

Voiture

Figure 1: Différents modèles cinématiques

Afin de bien définir le mouvement du robot, il est essentiel de définir un repère d'étude. Le repère choisi dans ce cours est le repère de Frénet :

Idéal pour suivi de chemin :



R_s : repère centré en S, tangent à C
P : un point du robot (coordonnées (l_1, l_2) dans R_1
s : abscisse curviligne de S, projection de P sur C (existe sous certaines conditions)
d : ordonnée de P dans R_s
$\theta_e = \theta - \theta_s$

Figure 2: Repère de Frénet

Nous avons ensuite appliqué ces éléments de cinématique aux correcteurs de trajectoire, et particulièrement au correcteur proportionnel intégral dérivateur (PID), dont nous avons étudié différentes caractéristiques (temps de réponse, dépassement, erreur statique, ...) en fonction de ses paramètres :

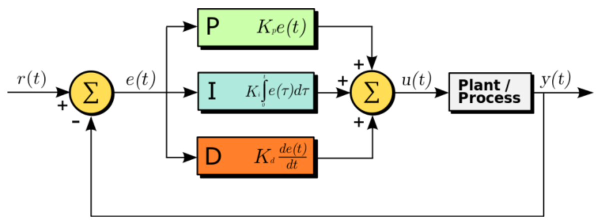


Figure 3: Schéma-bloc d'un PID

2 Contrôle de robots unicycle et bicyclette

Le but de ce TP était d'implémenter sous Octave les modèles cinématiques vus en cours, ainsi qu'implémenter des correcteurs de trajectoire et étudier l'impact de leurs différents paramètres sur la trajectoire du robot. Dans toute la suite, les paramètres retenus pour le correcteur étudié correspondent à ceux de la première figure.

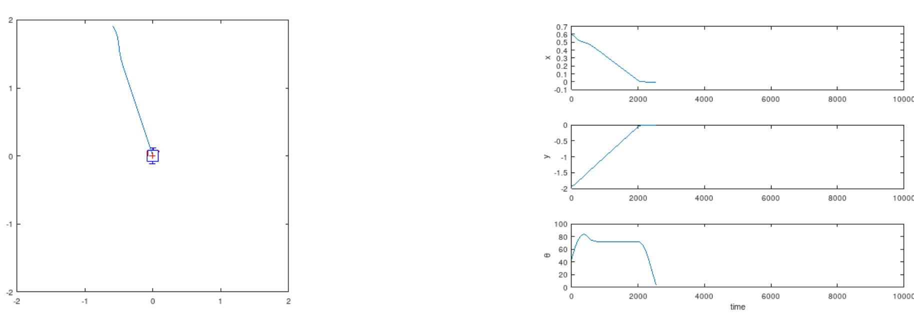
2.1 Unicycle

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés à l'étude d'un unicycle. Sa cinématique lui permettant d'effectuer une rotation sur lui-même, les trajectoires sont relativement simples à obtenir, et on voit que deux correcteurs proportionnels (sélection du correcteur en fonction de la proximité du robot avec son objectif) suffisent amplement à avoir un contrôle efficace.

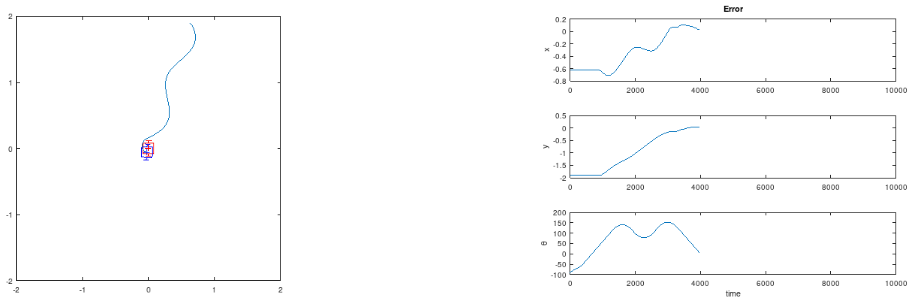
$$\nu = \begin{cases} 0 & \text{si } \left|\arctan\left(\frac{y_G - y}{x_G - x}\right) - \theta\right| \geq \alpha_{max} \\ K_\rho \times \sqrt{(x_G - x)^2 + (y_G - y)^2} & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\omega = \begin{cases} K_\beta \times (\theta_G - \theta) & \text{si } \sqrt{(x_G - x)^2 + (y_G - y)^2} \leq 0.05 \\ K_\alpha \times \left(\arctan\left(\frac{y_G - y}{x_G - x}\right) - \theta\right) & \text{sinon} \end{cases}$$

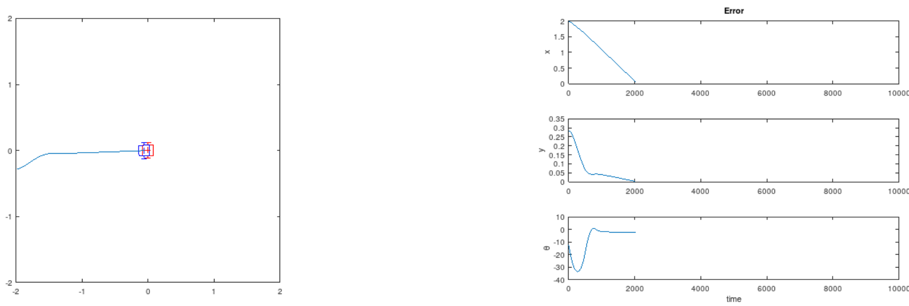
Les figures suivantes montrent les trajectoires obtenues en faisant varier les paramètres du correcteur :



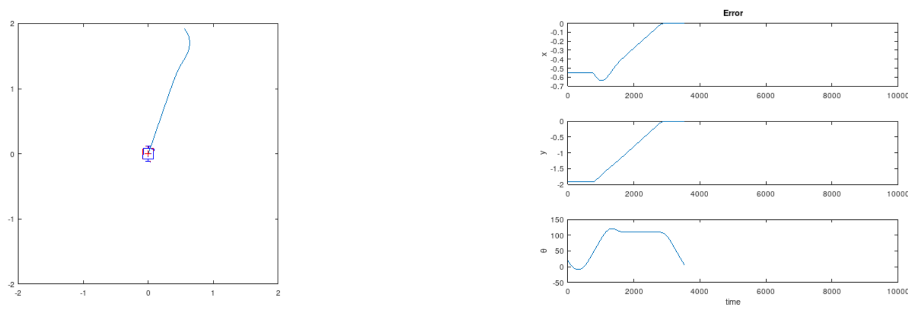
$Krho = 15;\ Kalpha = 10;\ Kbeta = 20;\ alphaMax = 1.2$



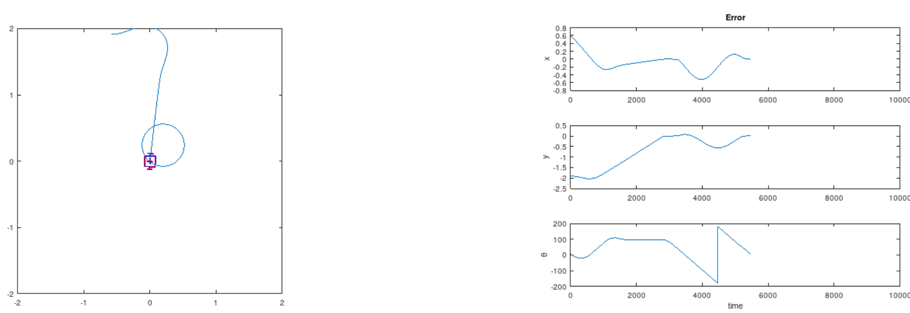
$Krho = 15;\ Kalpha = 100;\ Kbeta = 20;\ alphaMax = 1.2$



$Krho = 150;\ Kalpha = 10;\ Kbeta = 20;\ alphaMax = 1.2$



$Krho = 15;\ Kalpha = 10;\ Kbeta = 200;\ alphaMax = 1.2$



$Krho = 15;\ Kalpha = 10;\ Kbeta = 20;\ alphaMax = 2\pi$

Avec ces différentes trajectoires, on voit que K_α et K_ρ jouent un rôle complémentaire, le premier force le robot à fortement corriger son erreur angulaire au risque de causer des dépassements, tandis que le deuxième cherche à se diriger le plus vite possible vers l'objectif et n'autorise la ré-orientation de celui-ci qu'à la fin de la trajectoire. K_β joue un rôle similaire à K_α mais n'est pris en compte que proche de l'objectif, ce qui rend son impact plus difficile à observer sur les trajectoires. Enfin, α_{max} permet de gagner en efficacité en faisant tourner le robot sur place si son erreur en position est plus grande que α_{max}, empêchant ainsi de grandes trajectoires visant à corriger l'orientation du robot.

2.2 Bicyclette

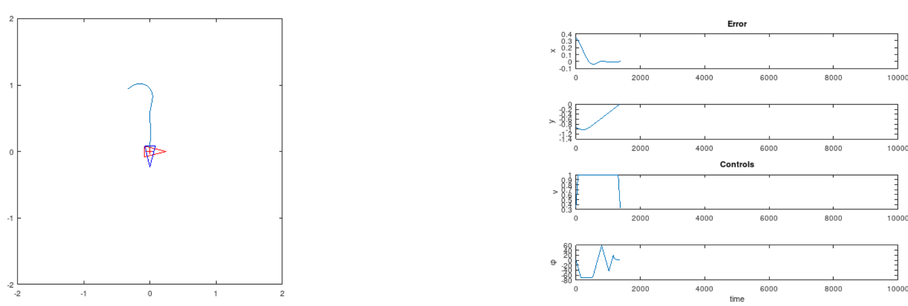
Dans un second temps, on s'intéresse à un modèle de bicyclette (correspondant au robot tricycle du cours). Puisqu'il ne peut pas tourner sur lui-même, sa commande est plus complexe. On commence donc par simplifier le problème en imposant seulement que le robot atteigne la position, sans l'orientation, de l'objectif.

Pour ce faire, nous utilisons un correcteur proportionnel similaire à celui de l'unicyle, mais sans distinguer les différents cas.

$$\nu = K_\rho \times \sqrt{(x_G - x)^2 + (y_G - y)^2}$$

$$\varphi = K_\alpha \times \left(\arctan\left(\frac{y_G - y}{x_G - x}\right) - \theta\right)$$

Puisque le robot ne peut pas tourner sur lui-même, le paramètre α_{max} n'est pas présent dans ce modèle. Cette commande conduit à la trajectoire suivante :



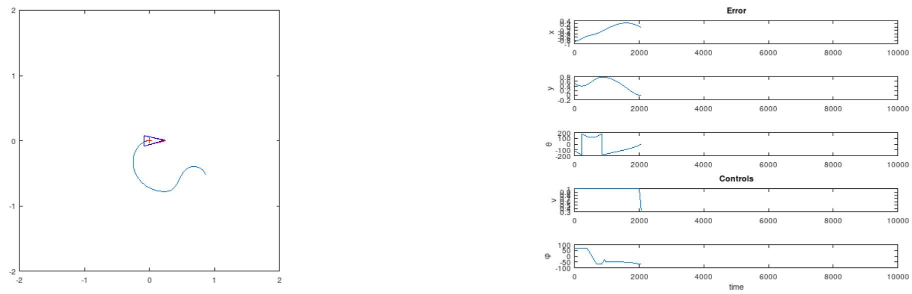
$Krho = 20;\ Kalpha = 15$

Enfin, on ajoute un correcteur proportionnel de compensation pour prendre en compte l'orientation du robot par rapport à son objectif.

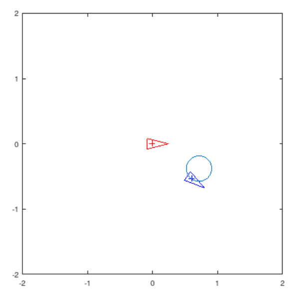
$$\nu = K_\rho \times \sqrt{(x_G - x)^2 + (y_G - y)^2}$$

$$\varphi = K_\alpha \times \left(\arctan\left(\frac{y_G - y}{x_G - x}\right) - \theta\right) + K_\beta \times \left(\arctan\left(\theta_G - \frac{y_G - y}{x_G - x}\right)\right)$$

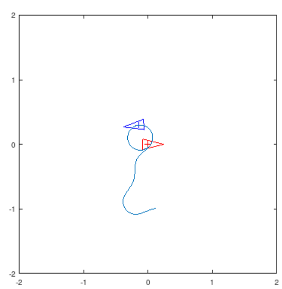
Les figures suivantes montrent les trajectoires obtenues en faisant varier les paramètres du correcteur :



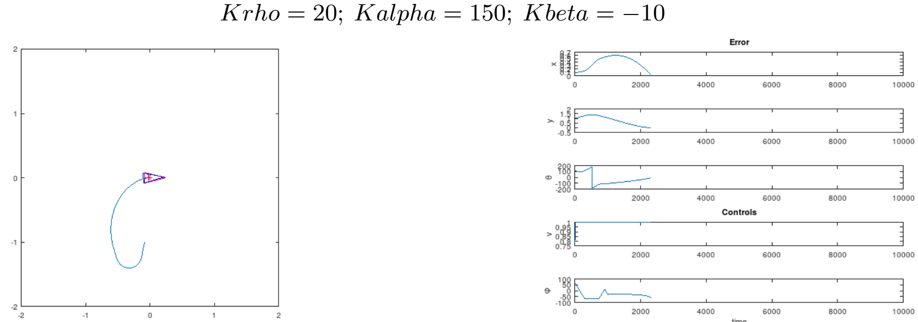
$Krho = 20;\ Kalpha = 15;\ Kbeta = -10$



$Krho = 20;\ Kalpha = 15;\ Kbeta = -100$



$Krho = 20;\ Kalpha = 150;\ Kbeta = -10$



$Krho = 200;\ Kalpha = 15;\ Kbeta = -10$

En faisant varier les paramètres, on retrouve le compromis entre la correction en distance de K_ρ et les corrections en orientation de K_α et K_β. Toutefois, une trop grande valeur de K_α arrive ici à empêcher la convergence de la trajectoire vers l'objectif car le robot, ne pouvant pas tourner sur lui-même, tentera d'atteindre son objectif puis de se réaligner, l'éloignant ainsi de celui-ci. De plus, il faut faire attention imposer une valeur négative et faible en valeur absolue à K_β, sans quoi le correcteur fait diverger la trajectoire (resp. fait boucler le robot sur lui-même).

La dernière étape consiste à itérer le processus de contrôle vers une position donnée jusqu'à ce que le robot soit suffisamment proche de celle-ci, et passer à la position suivante. Le correcteur de cette étape est le même que précédemment.