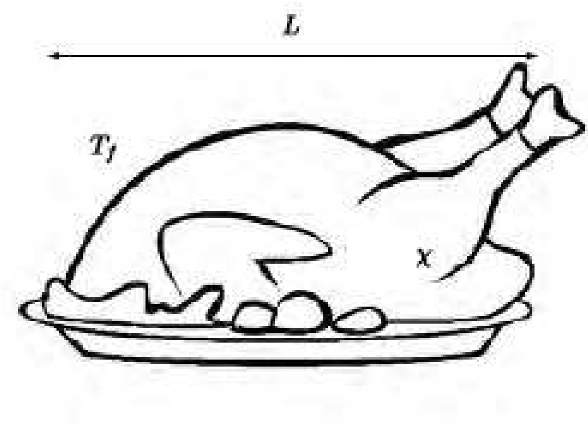
Cours MF101

Les quatre exercices sont indépendants.

Exercice I

Dans les livres de cuisine traditionnels, on trouve que pour cuire une dinde à point "il faut chauffer le four à 180^o et faire cuire 50 minutes par kg de volaille". La dinde est cuite quand la température en son centre est de 82^o. Si l'on voulait déterminer de manière exacte le temps de cuisson, il faudrait résoudre l'équation de la chaleur pour la dinde, avec χ la diffusité thermique.



1. Utiliser le théorème Π pour déterminer le temps de cuisson t_c en fonction de la taille de la dinde L, de sa masse, de sa masse volumique de la diffusivité thermique (sachant que la température du four et du coeur de dinde ne le sont pas, ils sont supposés universels quelle que soit la dinde).

2. En supposant que pour une dinde de 3kg, le livre de cuisine ait raison, et que quand les dindes grossissent elles restent géométriquement semblables et gardent les mêmes masse volumique ρ et diffusivité thermique χ quel est le temps de cuisson d'une dinde de 6kg. Que pensez vous de ce que dit le livre de cuisine?

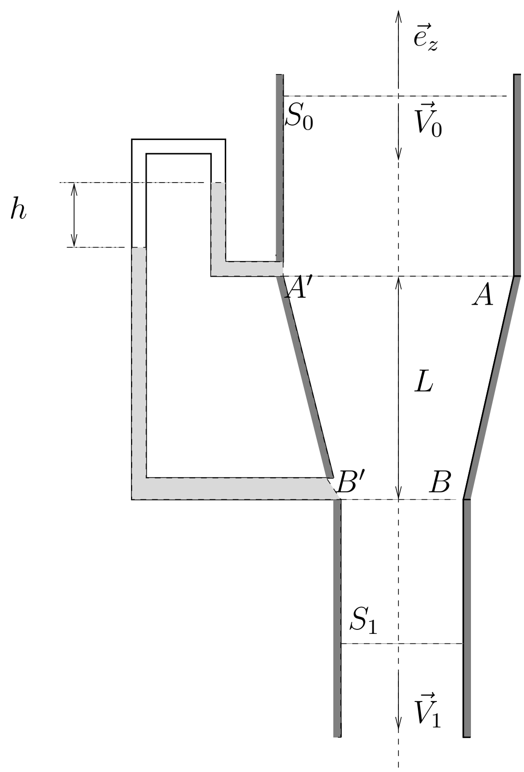
Exercice II

Un bateau de longueur 100m navigue à une vitesse de $10 \mathrm{m.s}^{-1}$. On cherche à mesurer sa trainée. Pour cela, on construit une maquette au 1/25 ème. La maquette est testée dans un réservoir contenant le même fluide que le bateau initial. La trainée mesurée sur la maquette est de 60N.

1. Montrer qu'il n'est pas possible de conserver simultanément les effets dus à la gravité et à la viscosité du fluide.
2. Dans un premier temps, on néglige la viscosité, en déduire la trainée.
3. Dans un deuxième temps, on néglige la gravité, en déduire la trainée.
4. Qu'en concluez vous?

Exercice III

On considère une conduite de révolution d'axe $(O, \vec{e_z})$ vertical ascendant (cf figure). Cette conduite est constituée d'une partie cylindrique de section S_0 suivie d'une zone de contraction qui la racccorde à une deuxième partie cylindrique de section S_1.



Dans cette conduite on étudie l'écoulement stationnaire d'un fluide parfait newtonien incompressible, homogène de masse volumique ρ. Loin de la zone de contraction, en amont (section S_0) et en aval (section S_1), l'écoulement est supposé uniforme (les valeurs de la vitesse et de la pression sont uniformes dans chaque section) et parallèle à $\vec{e}_z$. On note $\vec{V_0} = -V_0\vec{e}_z$ et $\vec{V_1} = -V_1\vec{e}_z$ les vitesses dans les sections S_0 et S_1 (V_0 et V_1 positifs) et $\mathcal{Q}$ le débit volumique dans la conduite. l'accélération de la pesanteur est $\vec{g} = -g\vec{e}_z$.
Au niveau du rétrécissement , on considère S_A et S_B deux sections distantes de L schématisées par AA' et BB' sur la figure.

1. Exprimer la vitesse avale V_1 en fonction de $\mathcal{Q}$ et de S_1.
2. Exprimer la différence de pression $p_A - p_B$ entre les points A et B en fonction des vitesses en A et B notées respectivement V_A et V_B et des données du problème.
3. Un manomètre est constitué d'un tube branché aux points A' de S_A et B' de S_B. Ce tube contient de l'air en blanc et du fluide en grisé sur la figure, ce fluide est identique à celui circulant dans la conduite qui n'a pas été représenté pour ne pas compliquer le schéma. Dans le tube l'air et le fluide sont au repos. On note p_0 la pression de l'air à l'intérieur du tube.
   - Quelles relations existent ils entre p_0 et $p_{A'}$ et entre p_0 et $p_{B'}$.
   - Montrer que la dénivellation h entre deux niveaux de fluide dans le tube vérifie $h = \frac{V_B^2 - V_A^2}{2g}$
4. Déterminer l'effort subit par la zone de contraction délimitée par les sections S_A et S_B. On notera $\mathcal{V}$ le volume de fluide contenu dans la contraction.

Exercice IV

On considère l'écoulement d'un fluide newtonien, parfait, incompressible et homogène de masse volumique ρ, irrotationnel, stationnaire, plan décrit par le potentiel complexe suivant:

$$f(z) \; = \; iVb\sqrt{3}\; Log\left(\frac{2z - ib\sqrt{3}}{2z + ib\sqrt{3}}\right) \tag{1}$$

avec V et b des constantes et i le nombre complexe imaginaire pur. On notera p_∞ la valeur de la pression à l'infini et ρ la masse volumique du fluide supposée constante. On négligera les forces de masse. Le cercle de centre $\mathcal{I}$, d'abscisse 0 et d'ordonnée b, et de rayon $b/2$ est une ligne de courant pour l'écoulement défini par $f(z)$, on ne demande pas de démontrer ce résultat.

1. Montrer que l'axe Ox est une ligne de courant de l'écoulement défini par $f(z)$.
2. Donner la valeur de la pression au point M s'abscisse x sur l'axe Ox.
3. Evaluer la résultante des efforts exercés sur le cercle réel de centre $\mathcal{I}$ et de rayon $b/2$. En particulier précisez la trainée et la portance.

4. Evaluer les efforts que le fluide exerce sur l'axe réel. On se bornera à calculer les termes qui ne dépendent pas de p_∞.

5. Commenter les résultats obtenus précédemment

On rappelle que:

$$\int \frac{dx}{(a^2 \ + \ x^2)^2} = \frac{x}{2a^2(a^2 \ + \ x^2)} + \frac{1}{2a^3} \ \mathrm{Arctg}\frac{x}{a}$$