

## Introduction

Matlab est un logiciel scientifique spécialisé dans le calcul numérique. Il s'utilise comme un logiciel interactif ou comme un langage de programmation. La documentation se consulte à l'aide de `help` suivi du nom de la fonction utilisée.

## 1 Simulink : étude d'un système en boucle fermée

1. Lancer Matlab et taper `simulink` pour démarrer l'environnement de simulation. Pensez à sauvegarder de temps en temps.
2. Créer à partir des bibliothèques `Sources`, `Continuous` et `Sinks` un système comprenant : une source sinusoïdale, la fonction de transfert

$$\frac{3}{(2s+1)(s+2)}$$

et un scope.

3. Régler le temps de simulation sur 20 sec, et les échelles du scope pour bien voir la réponse du système.
4. Utiliser un bloc `mux` dans la bibliothèque `Signal routing` pour comparer l'entrée et la réponse du système.
5. Quel est le déphasage de la réponse du système pour un signal d'entrée de fréquence 1, ou 2 ?
6. Comment le gain varie-t-il en fonction de la fréquence ? Pourquoi ?
7. Remplacer le signal sinusoïdal par un signal échelon.
8. Quelle est l'erreur statique de la réponse ? À quoi est-elle due ?
9. Quel est le temps de réponse à 5% ?
10. Boucler le système par un régulateur PI pour améliorer cette réponse. Quelles sont maintenant l'erreur statique et le temps de réponse ?
11. Rajouter une perturbation (échelon intervenant à l'instant  $t = 3$  par exemple) sur la sortie du système. Parvenez-vous à l'atténuer grâce à votre régulateur ? Comparer la réponse obtenue sans le contrôleur.
12. Reprendre l'entrée sinusoïdale. Obtenez-vous un bon "suivi de référence" ? Quelles sont les valeurs maximales atteintes par la commande calculée par votre contrôleur ?
13. Introduire un retard à l'entrée du système. Vérifier la robustesse de votre contrôleur.
14. Reprendre l'étude avec le système instable

$$\frac{1.2}{(s-1)}$$

## 2 Oscillateur de Van der Pol

On cherche à simuler un oscillateur de Van der Pol. Physiquement, les équations suivantes représentent un circuit électrique oscillateur avec une résistance variable pouvant être négative

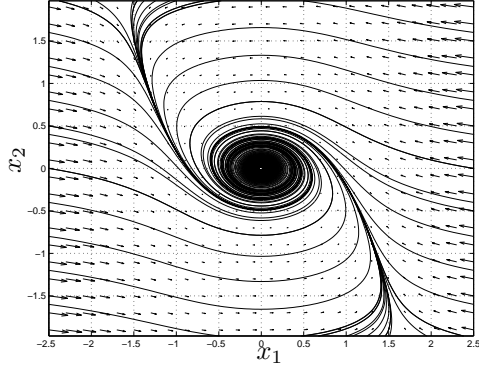
$$\frac{d^2}{dt^2}x + \epsilon(x^2 - 1)\frac{d}{dt}x + x = 0$$

Le terme d'amortissement varie ainsi non-linéairement.

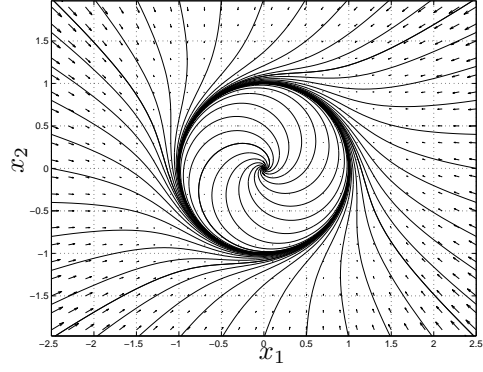
1. Créer un diagramme permettant de simuler l'oscillateur de Van der Pol. Utiliser la condition initiale  $(x, \frac{d}{dt}x)^T = (1, 0.4)^T$  et le paramètre  $\epsilon = 1$ .
2. Représenter la trajectoire issue de la condition initiale précédente. On pourra utiliser un temps de simulation  $T = 100$ .
3. Vers quoi l'état du système converge-t-il ? Quel est le terme dans l'équation de l'oscillateur de Van der Pol qui engendre ce phénomène ?
4. Faire varier les conditions initiales. Que constate-t-on ? Aurait-on obtenu la même propriété avec un oscillateur linéaire ?
5. Rajouter un terme de perturbation dans l'équation de l'oscillateur. Que constate-t-on ? Quel genre de terme peut-on rajouter sans risquer de modifier trop la période de l'oscillateur ? Proposer un cas problématique.
6. *Question subsidiaire* : dupliquer l'oscillateur de Van der Pol. Proposer un schéma pour synchroniser les deux oscillateurs. On pourra par exemple chercher à ralentir ou accélérer l'un des deux systèmes en fonction de mesures. La méthode obtenue est-elle robuste à des perturbations dans les équations des oscillateurs ?

## 3 Portraits de phases

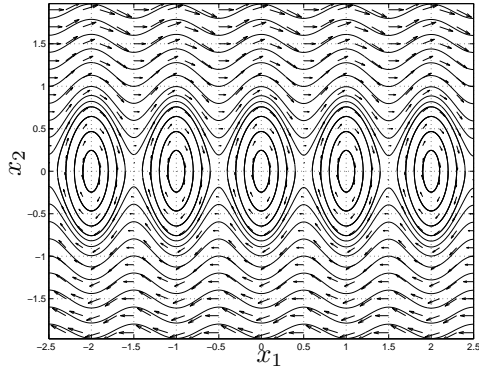
Associer les quatre portraits de phases représentés sur la figure ci-dessous aux quatre systèmes suivants. Simuler les équations correspondantes avec Simulink.



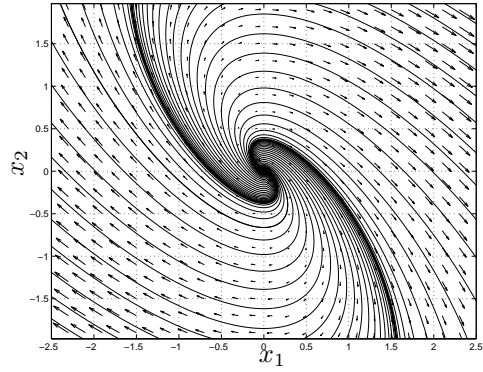
Portrait 1



Portrait 2



Portrait 3



Portrait 4

$$\begin{aligned}
 (1) \begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha_1 x_1 + \beta_1 x_2 \\ \dot{x}_2 = -\alpha_1 x_1 \end{cases} & \quad (2) \begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha_2 x_1 - \beta_2 x_2 - \gamma x_1 (x_1^2 + x_2^2) \\ \dot{x}_2 = \alpha_2 x_1 + \beta_2 x_2 - \gamma x_2 (x_1^2 + x_2^2) \end{cases} \\
 (3) \begin{cases} \dot{x}_1 = -\alpha_3 x_1^3 - \beta_3 x_2 \\ \dot{x}_2 = \alpha_3 x_1 \end{cases} & \quad (4) \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\delta \sin x_1 \end{cases}
 \end{aligned}$$