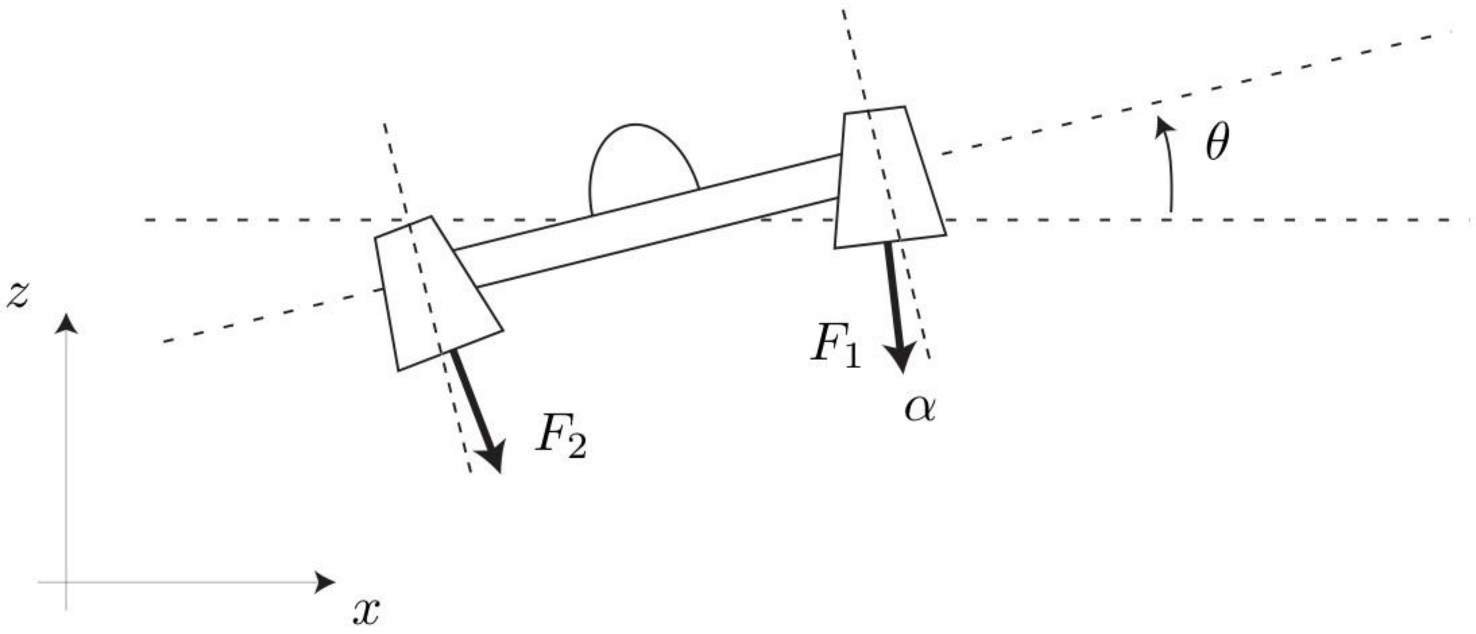
Automatique – Démarche générale

1. Modélisation
2. Equilibre (ou trajectoire de référence)
3. Linéarisation autour de l’équilibre (ou de la trajectoire de référence)
4. Stabilité et commandabilité du linéarisé tangent
5. Loi de commande (retour d’état)

Modélisation

Véhicule aérien à décollage vertical



Modélisation

Equations du mouvement

$$\begin{cases} m.\dfrac{d}{dt}v_x(t) = \big(F_1(t) - F_2(t)\big).\sin(\alpha).\cos\big(\theta(t)\big) - \big(F_1(t) + F_2(t)\big).\cos(\alpha).\sin\big(\theta(t)\big) + f_x \\ m.\dfrac{d}{dt}v_z(t) = \big(F_1(t) - F_2(t)\big).\sin(\alpha).\sin\big(\theta(t)\big) + \big(F_1(t) + F_2(t)\big).\cos(\alpha).\cos\big(\theta(t)\big) - m.g + f_z \\ J.\dfrac{d^2}{dt^2}\theta(t) = \big(F_1(t) - F_2(t)\big).l.\cos(\alpha) + f_\theta \end{cases}$$

Dynamique des moteurs

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}F_1(t) = K.\big(u_1(t) - F_1(t)\big) \\ \dfrac{d}{dt}F_2(t) = K.\big(u_2(t) - F_2(t)\big) \end{cases} \quad \text{avec } K \gg 1$$

Modélisation

Modèle dynamique complet

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt} v_x(t) = \left(F_1(t) - F_2(t)\right).\dfrac{\sin(\alpha)}{\mathrm{m}}.\cos\left(\theta(t)\right) - \left(F_1(t) + F_2(t)\right).\dfrac{\cos(\alpha)}{\mathrm{m}}.\sin\left(\theta(t)\right) + \dfrac{f_x}{m} \\ \dfrac{d}{dt} v_z(t) = \left(F_1(t) - F_2(t)\right).\dfrac{\sin(\alpha)}{\mathrm{m}}.\sin\left(\theta(t)\right) + \left(F_1(t) + F_2(t)\right).\dfrac{\cos(\alpha)}{\mathrm{m}}.\cos\left(\theta(t)\right) - g + \dfrac{f_z}{m} \\ \dfrac{d}{dt} \theta(t) = \omega(t) \\ \dfrac{d}{dt} \omega(t) = \left(F_1(t) - F_2(t)\right).\dfrac{l.\cos(\alpha)}{J} + \dfrac{f_\theta}{J} \\ \dfrac{d}{dt} F_1(t) = K.\left(u_1(t) - F_1(t)\right) \\ \dfrac{d}{dt} F_2(t) = K.\left(u_2(t) - F_2(t)\right) \end{cases}$$

Etats

$v_x(t)$ $v_z(t)$ $\theta(t)$ $\omega(t)$ $F_1(t)$ $F_2(t)$

Commandes

$u_1(t)$ $u_2(t)$

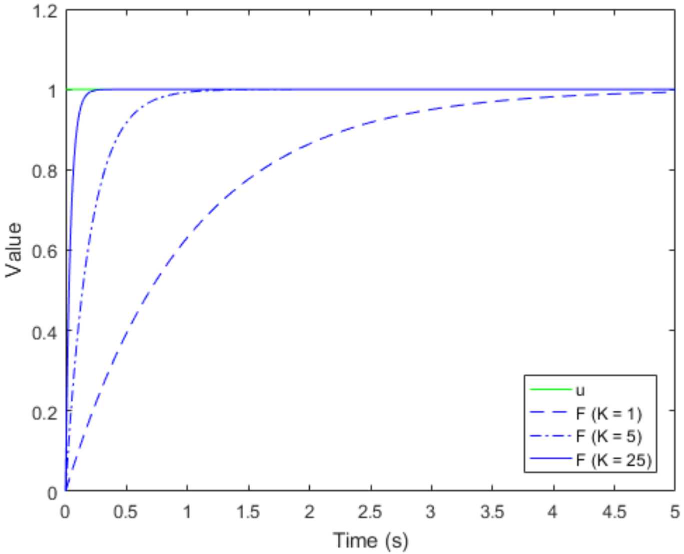
Perturbations

f_x f_z f_θ

Modélisation

Dynamique des moteurs

$$\frac{d}{dt}F_\nu(t) = K.\left(u_\nu(t) - F_\nu(t)\right) \quad \Longrightarrow \quad F_\nu(t) = \exp(-K.t).F_\nu(0) + \int_0^t \exp\left(-K.(t-s)\right).K.u_\nu(s).ds$$



Réponse à un échelon

$$\begin{cases} u_\nu(t) = 0 & t < 0 \\ u_\nu(t) = U & t > 0 \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad F_\nu(t) = U + \exp(-K.t).(F_\nu(0) - U)$$

$$K \gg 1 \quad \Longrightarrow \quad \text{La dynamique est très rapide} \quad \Longrightarrow \quad F_\nu(t) \approx u_\nu(t)$$

Modélisation

Modèle dynamique simplifié

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt} v_x(t) = \big(u_1(t) - u_2(t)\big).\dfrac{\sin(\alpha)}{\mathrm{m}}.\cos\big(\theta(t)\big) - \big(u_1(t) + u_2(t)\big).\dfrac{\cos(\alpha)}{\mathrm{m}}.\sin\big(\theta(t)\big) \\ \dfrac{d}{dt} v_z(t) = \big(u_1(t) - u_2(t)\big).\dfrac{\sin(\alpha)}{\mathrm{m}}.\sin\big(\theta(t)\big) + \big(u_1(t) + u_2(t)\big).\dfrac{\cos(\alpha)}{\mathrm{m}}.\cos\big(\theta(t)\big) - g \\ \dfrac{d}{dt} \theta(t) = \omega(t) \\ \dfrac{d}{dt} \omega(t) = \big(u_1(t) - u_2(t)\big).\dfrac{l.\cos(\alpha)}{J} \end{cases}$$

Etats

$v_x(t)$ $v_z(t)$ $\theta(t)$ $\omega(t)$

Commandes

$u_1(t)$ $u_2(t)$

Perturbations

Négligeables

Modélisation

Changement de variables

$$a = \frac{m}{\cos(\alpha)} \quad b = \frac{J}{l.\cos(\alpha)} \quad c = \frac{J}{m.l}.\tan(\alpha) \quad v_1(t) = \frac{u_1(t) + u_2(t)}{a} \quad v_2(t) = \frac{u_1(t) - u_2(t)}{b}$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} v_x(t) = c.v_2(t).\cos\big(\theta(t)\big) - v_1(t).\sin\big(\theta(t)\big) \\ \frac{d}{dt} v_z(t) = c.v_2(t).\sin\big(\theta(t)\big) + v_1(t).\cos\big(\theta(t)\big) - g \\ \frac{d}{dt} \theta(t) = \omega(t) \\ \frac{d}{dt} \omega(t) = v_2(t) \end{cases}$$

Etats

$v_x(t)$ $v_z(t)$ $\theta(t)$ $\omega(t)$

Commandes

$v_1(t)$ $v_2(t)$

Perturbations

Négligeables

Dynamique autour de l'équilibre

Equilibre

$$\begin{cases} 0 = c.\,v_{2,eq}.\cos(\theta_{eq}) - v_{1,eq}.\sin(\theta_{eq}) \\ 0 = c.\,v_{2,eq}.\sin(\theta_{eq}) + v_{1,eq}.\cos(\theta_{eq}) - g \\ 0 = \omega_{eq} \\ 0 = v_{2,eq} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = v_{1,eq}.\sin(\theta_{eq}) \\ g = v_{1,eq}.\cos(\theta_{eq}) \\ 0 = \omega_{eq} \\ 0 = v_{2,eq} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{x,eq} = cte \\ v_{z,eq} = cte \\ \theta_{eq} = 0\ [2\pi] \\ \omega_{eq} = 0 \\ v_{1,eq} = g \\ v_{2,eq} = 0 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} v_{x,eq} = cte \\ v_{z,eq} = cte \\ \theta_{eq} = \pi\ [2\pi] \\ \omega_{eq} = 0 \\ v_{1,eq} = -g \\ v_{2,eq} = 0 \end{cases}$$

A l'endroit (étudié)

A l'envers (non étudié)

Dynamique autour de l’équilibre

Linéarisation autour de l’équilibre

$$\begin{cases} v_x(t) = v_{x,eq} + \delta v_x(t) \\ v_z(t) = v_{z,eq} + \delta v_z(t) \\ \theta(t) = \theta_{eq} + \delta\theta(t) = \delta\theta(t) \\ \omega(t) = \omega_{eq} + \delta\omega(t) = \delta\omega(t) \end{cases} \qquad \begin{cases} v_1 = v_{1,eq} + \delta v_1(t) = g + \delta v_1(t) \\ v_2 = v_{2,eq} + \delta v_2(t) = \delta v_2(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\delta v_x(t) = c.\delta v_2(t).\underbrace{\cos\big(\delta\theta(t)\big)}_{\approx 1} - (g + \delta v_1(t)).\underbrace{\sin\big(\delta\theta(t)\big)}_{\approx \delta\theta(t)} \approx c.\delta v_2(t) - g.\delta\theta(t) \\ \dfrac{d}{dt}\delta v_z(t) = c.\delta v_2(t).\underbrace{\sin\big(\delta\theta(t)\big)}_{\approx \delta\theta(t)} + (g + \delta v_1(t)).\underbrace{\cos\big(\delta\theta(t)\big)}_{\approx 1} - g \approx \delta v_1(t) \\ \dfrac{d}{dt}\delta\theta(t) = \delta\omega(t) \\ \dfrac{d}{dt}\delta\omega(t) = \delta v_2(t) \end{cases}$$

Dynamique autour de l'équilibre

Dynamique globale

$$\frac{d}{dt}\underbrace{\begin{pmatrix}\delta v_x(t)\\ \delta v_z(t)\\ \delta\theta(t)\\ \delta\omega(t)\end{pmatrix}}_{X(t)} = \underbrace{\begin{pmatrix}0 & 0 & -g & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}}_{A} . \underbrace{\begin{pmatrix}\delta v_x(t)\\ \delta v_z(t)\\ \delta\theta(t)\\ \delta\omega(t)\end{pmatrix}}_{X(t)} + \underbrace{\begin{pmatrix}0 & c\\ 1 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}}_{B} . \underbrace{\begin{pmatrix}\delta v_1(t)\\ \delta v_2(t)\end{pmatrix}}_{U(t)}$$

Dynamique verticale indépendante

$$\frac{d}{dt}\underbrace{\left(\delta v_z(t)\right)}_{X_1(t)} = \underbrace{(0)}_{A_1} . \underbrace{\left(\delta v_z(t)\right)}_{X_1(t)} + \underbrace{(1)}_{B_1} . \underbrace{\left(\delta v_1(t)\right)}_{U_1(t)}$$

Dynamique latérale indépendante

$$\frac{d}{dt}\underbrace{\begin{pmatrix}\delta v_x(t)\\ \delta\theta(t)\\ \delta\omega(t)\end{pmatrix}}_{X_2(t)} = \underbrace{\begin{pmatrix}0 & -g & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}}_{A_2} . \underbrace{\begin{pmatrix}\delta v_x(t)\\ \delta\theta(t)\\ \delta\omega(t)\end{pmatrix}}_{X_2(t)} + \underbrace{\begin{pmatrix}c\\ 0\\ 1\end{pmatrix}}_{B_2} . \underbrace{\left(\delta v_2(t)\right)}_{U_2(t)}$$

Forme de Brunovsky

Sortie de Brunovsky – Théorème/Définition

$$\frac{d}{dt}X(t) = A.X(t) + B.u(t)\ \left(\text{avec}\dim\left(X(t)\right) = n \text{ et} \dim\left(u(t)\right) = 1\right) \text{ est commandable}$$

si et seulement si il existe un changement de variable $Z(t) = M.X(t)$ tel que :

$$\frac{d}{dt}\underbrace{\begin{pmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ \vdots \\ \vdots \\ z_n(t) \end{pmatrix}}_{Z(t)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \cdots & \cdots & -a_{n-1} \end{pmatrix} . \underbrace{\begin{pmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ \vdots \\ \vdots \\ z_n(t) \end{pmatrix}}_{Z(t)} + \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} .u(t)$$

$z(t) = z_1(t)$ est la sortie de Brunovsky du système et vérifie :

$$\frac{d^n}{dt^n}z(t) = -\sum_{i=0}^{n-1} a_i . \underbrace{\frac{d^i}{dt^i}z(t)}_{z_{i+1}(t)} + u(t)$$

Forme de Brunovsky

Sortie de Brunovsky – Propriété

Pour $i = 1..n$, posons :

$$z_i(t) = \frac{d^{i-1}}{dt^{i-1}} z(t) = M_i . X(t)$$

On a alors :

$$Z(t) = \begin{pmatrix} z_1(t) \\ \vdots \\ z_n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_1 \\ \vdots \\ M_n \end{pmatrix} . X(t) = M . X(t)$$

La sortie de Brunovsky s'exprime à l'aide de la matrice de commandabilité $\mathcal{C}(A, B)$:

$$z(t) = z_1(t) = M_1 . X(t) = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix} . \mathcal{C}(A,B)^{-1} . X(t)$$

avec $\mathcal{C}(A,B) = \begin{pmatrix} B & A.B & \cdots & A^{n-1}.B \end{pmatrix}$

Forme de Brunovsky

Sortie de Brunovsky – Démonstration

Pour $i = 1..n-1$ (récurrence) :

$$\begin{cases} \dfrac{d^i}{dt^i} z(t) = M_1 . A^i . X(t) + M_1 . A^{i-1} . B . u(t) \\ \dfrac{d^i}{dt^i} z(t) = z_{i+1}(t) = M_{i+1} . X(t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M_1 . A^i = M_{i+1} \\ M_1 . A^{i-1} . B = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d^n}{dt^n} z(t) = M_1 . A^n . X(t) + M_1 . A^{n-1} . B . u(t) \\ \dfrac{d^n}{dt^n} z(t) = -\sum_{i=0}^{n-1} a_i . \underbrace{\dfrac{d^i}{dt^i} z(t)}_{z_{i+1}(t)} + u(t) \end{cases} \Rightarrow \quad M_1 . A^{n-1} . B = 1$$

⇩

$$M_1 . \begin{pmatrix} B & A.B & \cdots & A^{n-1}.B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Forme de Brunovsky

Sortie de Brunovsky – Loi de commande

$$\frac{d^n}{dt^n}z(t) = -\sum_{i=0}^{n-1} a_i.\frac{d^i}{dt^i}z(t) + u(t)$$

CHOIX

$$u(t) = \underbrace{a_0.z_{ref}}_{\text{précommande}} + \underbrace{k_0.(z_{ref} - z(t)) - \sum_{i=1}^{n-1} k_i.\frac{d^i}{dt^i}z(t)}_{\text{correction = retour d'état}}$$

$$\frac{d^n}{dt^n}z(t) = (a_0 + k_0).(z_{ref} - z(t)) - \sum_{i=1}^{n-1}(a_i + k_i).\frac{d^i}{dt^i}z(t)$$

$$\mathrm{P}(s) = s^n + \sum_{i=0}^{n-1}(a_i + k_i).s^i$$

Via le choix des coefficients k_i, on peut définir le polynôme caractéristique en boucle fermée et choisir ses racines. Le système sera stable si elles sont à partie réelle strictement négative.

Forme de Brunovsky

Sortie de Brunovsky – Equilibre

A l'équilibre, la précommande permet d'atteindre $z_{eq} = z_{ref}$

$$0 = (a_0 + k_0).z_{ref} - \sum_{i=0}^{n-1} (a_i + k_i).\underbrace{\frac{d^i}{dt^i} z_{eq}}_{=0 \text{ si } i>0} \Rightarrow (a_0 + k_0).z_{eq} = (a_0 + k_0).z_{ref}$$

Sortie de Brunovsky – Variables d'état initiales

$$\frac{d}{dt} X(t) = A.X(t) + B.u(t)$$

$$u(t) = \underbrace{a_0.M_1.X_{ref}}_{u_{ref}} + \underbrace{\sum_{i=0}^{n-1} k_i.M_1.A^i}_{K}.\left(X_{ref} - X(t)\right)$$

Dynamique verticale

Sortie de Brunovsky – Loi de commande

$$\frac{d}{dt}\underbrace{\left(\delta v_z(t)\right)}_{X_1(t)} = \underbrace{(0)}_{A_1}.\underbrace{\left(\delta v_z(t)\right)}_{X_1(t)} + \underbrace{(1)}_{B_1}.\underbrace{\left(\delta v_1(t)\right)}_{U_1(t)}$$

Le système est déjà sous forme de Brunovsky

CHOIX

$$\delta v_1(t) = k_z.\left(\delta v_{z,ref} - \delta v_z(t)\right)$$

$$\frac{d}{dt}\delta v_z(t) = k_z.\left(\delta v_{z,ref} - \delta v_z(t)\right)$$

$$k_z > 0 \quad \Rightarrow \quad \delta v_z(t) \xrightarrow[t\to\infty]{} \delta v_{z,ref}$$

Dynamique latérale

Sortie de Brunovsky

$$\frac{d}{dt}\underbrace{\begin{pmatrix}\delta v_x(t)\\ \delta\theta(t)\\ \delta\omega(t)\end{pmatrix}}_{X_2(t)}=\underbrace{\begin{pmatrix}0 & -g & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}}_{A_2}.\underbrace{\begin{pmatrix}\delta v_x(t)\\ \delta\theta(t)\\ \delta\omega(t)\end{pmatrix}}_{X_2(t)}+\underbrace{\begin{pmatrix}c\\ 0\\ 1\end{pmatrix}}_{B_2}.\underbrace{(\delta v_2(t))}_{U_2(t)}$$

$$z(t)=m_x.\delta v_x(t)+m_\theta.\delta\theta(t)+m_\omega.\delta\omega(t)$$

1ère dérivation

$$\frac{d}{dt}z(t)=m_x.\big(-g.\delta\theta(t)+c.\delta v_2(t)\big)+m_\theta.\delta\omega(t)+m_\omega.\delta v_2(t)\quad\Rightarrow\quad m_\omega=-m_x.c$$

Dynamique latérale

Sortie de Brunovsky

$$\frac{d}{dt}\underbrace{\begin{pmatrix}\delta v_x(t)\\ \delta\theta(t)\\ \delta\omega(t)\end{pmatrix}}_{X_2(t)} = \underbrace{\begin{pmatrix}0 & -g & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}}_{A_2}.\underbrace{\begin{pmatrix}\delta v_x(t)\\ \delta\theta(t)\\ \delta\omega(t)\end{pmatrix}}_{X_2(t)} + \underbrace{\begin{pmatrix}c\\ 0\\ 1\end{pmatrix}}_{B_2}.\underbrace{(\delta v_2(t))}_{U_2(t)}$$

$$\begin{cases} z(t) = m_x.\delta v_x(t) + m_\theta.\delta\theta(t) - m_x.c.\delta\omega(t) \\ \dfrac{d}{dt}z(t) = -m_x.g.\delta\theta(t) + m_\theta.\delta\omega(t) \end{cases}$$

2e dérivation

$$\frac{d^2}{dt^2}z(t) = -m_x.g.\delta\omega(t) + m_\theta.\delta v_2(t) \quad \Longrightarrow \quad m_\theta = 0$$

Dynamique latérale

Sortie de Brunovsky

$$\frac{d}{dt}\underbrace{\begin{pmatrix}\delta v_x(t)\\ \delta\theta(t)\\ \delta\omega(t)\end{pmatrix}}_{X_2(t)} = \underbrace{\begin{pmatrix}0 & -g & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}}_{A_2} . \underbrace{\begin{pmatrix}\delta v_x(t)\\ \delta\theta(t)\\ \delta\omega(t)\end{pmatrix}}_{X_2(t)} + \underbrace{\begin{pmatrix}c\\ 0\\ 1\end{pmatrix}}_{B_2} . \underbrace{(\delta v_2(t))}_{U_2(t)}$$

$$\begin{cases} z(t) = m_x.\delta v_x(t) - m_x.c.\delta\omega(t) \\ \dfrac{d}{dt}z(t) = -m_x.g.\delta\theta(t) \\ \dfrac{d^2}{dt^2}z(t) = -m_x.g.\delta\omega(t) \end{cases}$$

3ᵉ dérivation

$$\frac{d^3}{dt^3}z(t) = -m_x.g.\delta v_2(t) \quad \Rightarrow \quad m_x = -\frac{1}{g}$$

Dynamique latérale

Sortie de Brunovsky

$$\frac{d}{dt}\underbrace{\begin{pmatrix}\delta v_x(t)\\ \delta\theta(t)\\ \delta\omega(t)\end{pmatrix}}_{X_2(t)} = \underbrace{\begin{pmatrix}0 & -g & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}}_{A_2}.\underbrace{\begin{pmatrix}\delta v_x(t)\\ \delta\theta(t)\\ \delta\omega(t)\end{pmatrix}}_{X_2(t)} + \underbrace{\begin{pmatrix}c\\ 0\\ 1\end{pmatrix}}_{B_2}.\underbrace{(\delta v_2(t))}_{U_2(t)}$$

$$\begin{cases} z(t) = -\frac{1}{g}.\delta v_x(t) + \frac{c}{g}.\delta\omega(t)\\ \frac{d}{dt}z(t) = \delta\theta(t)\\ \frac{d^2}{dt^2}z(t) = \delta\omega(t)\\ \frac{d^3}{dt^3}z(t) = \delta v_2(t)\end{cases}$$

Dynamique latérale

Sortie de Brunovsky – Loi de commande

$$\begin{cases} z(t) = -\frac{1}{g}.\delta v_x(t) + \frac{c}{g}.\delta\omega(t) \\ \frac{d^3}{dt^3}z(t) = \underbrace{-\sum_{i=0}^{2} a_i.\frac{d^i}{dt^i}z(t)}_{=0} + \delta v_2(t) = \delta v_2(t) \end{cases}$$

CHOIX

$$\delta v_2(t) = k_0.\left(z_{ref} - z(t)\right) - k_1.\frac{d}{dt}z(t) - k_2.\frac{d^2}{dt^2}z(t)$$

$$P(s) = s^3 + k_2.s^2 + k_1.s + k_0 = (s-\lambda_1).(s-\lambda_2).(s-\lambda_3)$$

On peut choisir les racines du polynôme caractéristique via le réglage des k_i.

Exemple : -1 racine triple

$$P(s) = s^3 + k_2.s^2 + k_1.s + k_0 = (s+1)^3 \quad \Rightarrow \begin{cases} k_0 = 1 \\ k_1 = 3 \\ k_2 = 3 \end{cases}$$

Dynamique latérale

Sortie de Brunovsky – Equilibre

$$\begin{cases} z_{ref} = -\dfrac{1}{g}.\delta v_{x,ref} + \dfrac{c}{g}.\delta\omega_{ref} \\ 0 = \delta\theta_{ref} \\ 0 = \delta\omega_{ref} \\ 0 = \delta v_{2,ref} \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad z_{ref} = -\frac{1}{g}.\delta v_{x,ref}$$

Sortie de Brunovsky – Variables d'état initiales

$$\delta v_2(t) = \frac{k_0}{g}.\left(\delta v_x(t) - \delta v_{x,ref}\right) - k_1.\delta\theta(t) - \left(\frac{k_0.c}{g} + k_2\right).\delta\omega(t)$$

Exemple : -1 racine triple

$$\delta v_2(t) = \frac{1}{g}.\left(\delta v_x(t) - \delta v_{x,ref}\right) - 3.\delta\theta(t) - \left(\frac{c}{g} + 3\right).\delta\omega(t)$$

Dynamique globale

Forme d'état

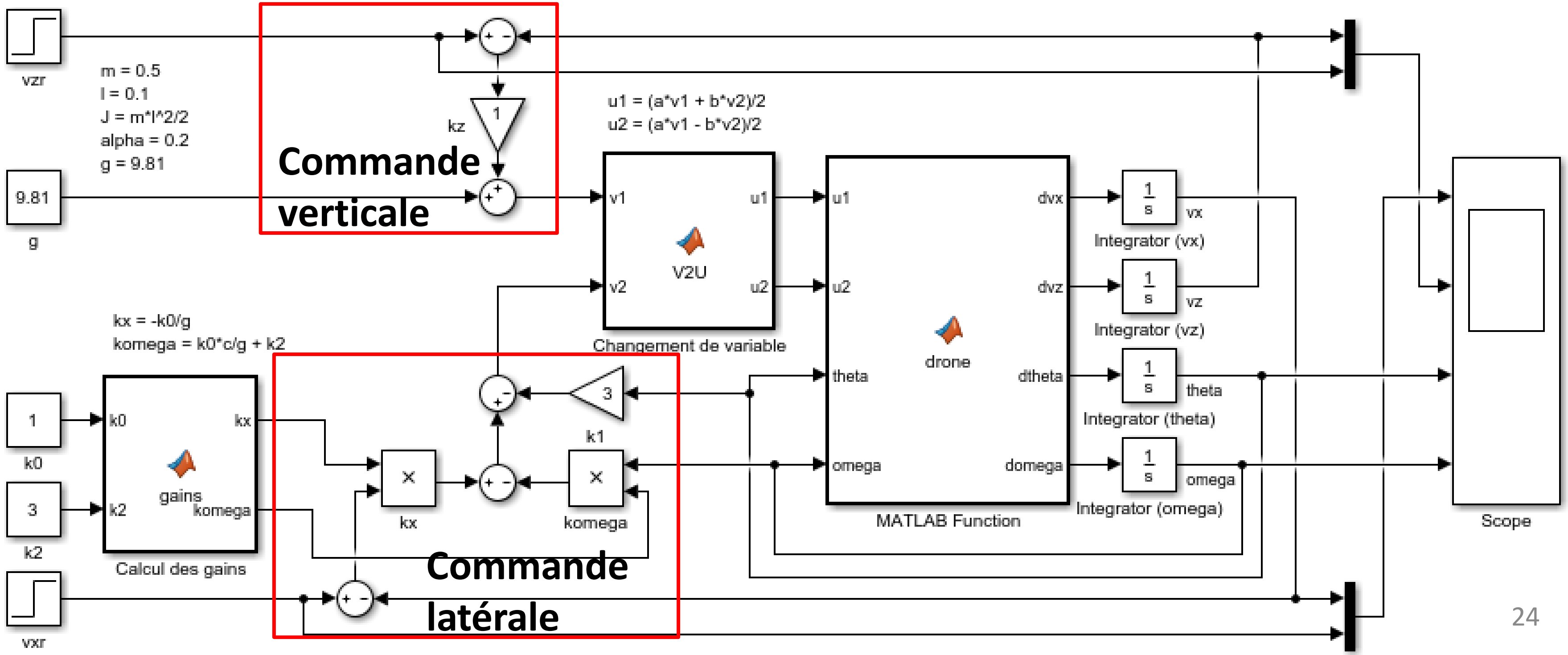
$$\frac{d}{dt}\underbrace{\begin{pmatrix}\delta v_x(t)\\ \delta v_z(t)\\ \delta\theta(t)\\ \delta\omega(t)\end{pmatrix}}_{X(t)} = \underbrace{\begin{pmatrix}0 & 0 & -g & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}}_{A}.\underbrace{\begin{pmatrix}\delta v_x(t)\\ \delta v_z(t)\\ \delta\theta(t)\\ \delta\omega(t)\end{pmatrix}}_{X(t)} + \underbrace{\begin{pmatrix}0 & c\\ 1 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}}_{B}.\underbrace{\begin{pmatrix}\delta v_1(t)\\ \delta v_2(t)\end{pmatrix}}_{U(t)}$$

Loi de commande

$$\begin{cases}\delta v_1(t) = k_z.\left(\delta v_{z,ref} - \delta v_z(t)\right)\\ \delta v_2(t) = \dfrac{k_0}{g}.\left(\delta v_x(t) - \delta v_{x,ref}\right) - k_1.\delta\theta(t) - \left(\dfrac{k_0.c}{g} + k_2\right).\delta\omega(t)\end{cases}$$

Dynamique globale

MATLAB / Simulink



Dynamique globale

MATLAB / Simulink

```
function [u1, u2] = V2U(v1, v2)

m = 0.5;
l = 0.1;
J = m*l^2/2;
alpha = 0.2;
a = m/cos(alpha);
b = J/(l*cos(alpha));

u1 = (a*v1 + b*v2)/2;
u2 = (a*v1 - b*v2)/2;
```

```
function [dvx, dvz, dtheta, domega] = drone(u1, u2, theta, omega)

m = 0.5;
l = 0.1;
J = m*l^2/2;
alpha = 0.2;
g = 9.81;

dvx = (u1 - u2)*sin(alpha)/m*cos(theta) - (u1 + u2)*cos(alpha)/m*sin(theta);
dvz = (u1 - u2)*sin(alpha)/m*sin(theta) + (u1 + u2)*cos(alpha)/m*cos(theta) - g;
dtheta = omega;
domega = (u1 - u2)*l*cos(alpha)/J;
```

```
function [kx, komega] = gains(k0, k2)

m = 0.5;
l = 0.1;
J = m*l^2/2;
alpha = 0.2;
g = 9.81;
c = J/(m*l)*tan(alpha);

kx = -k0/g;
komega = k0*c/g + k2;
```