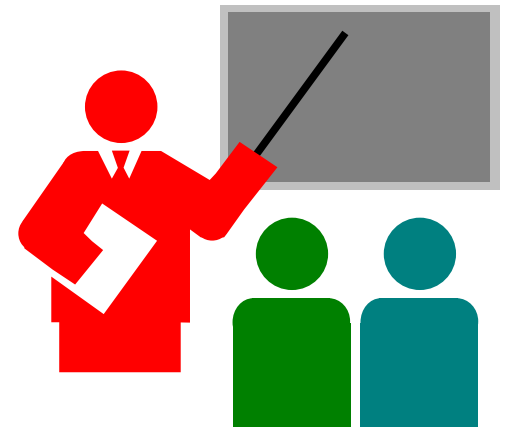




Temas a tratar

- Definiciones y concepto de “sistema”.
- Propiedades y clasificación de los sistemas.
 - Sistemas lineales e invariantes en el tiempo (LTI).
- Sistemas LTI de tiempo discreto:
 - Ecuaciones en diferencias y diagramas de bloques.



Objetivos

- Comprender el concepto de sistema.
- Interpretar correctamente las propiedades de un sistema.
- Comprender la importancia de los sistemas LTI.
- Manejar el concepto de ecuaciones en diferencias y ecuaciones de recurrencia.

Podemos ver el mundo como...

Señales

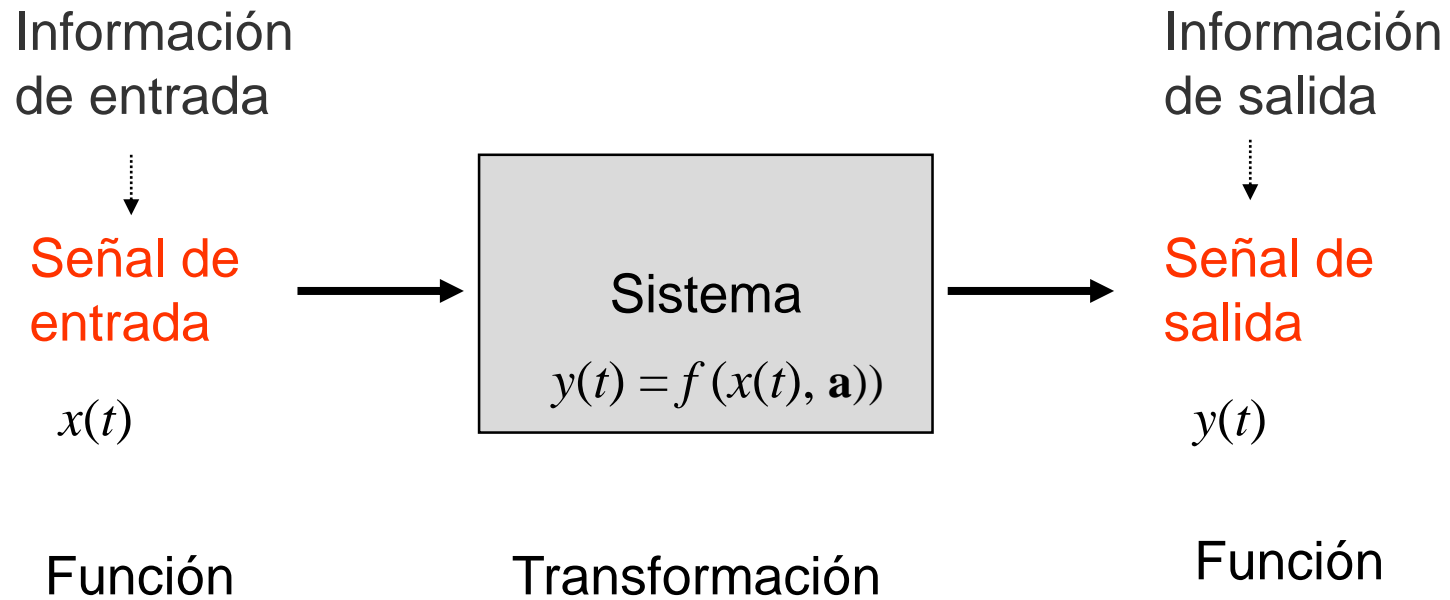
que transportan

Información

y son transformadas por

Sistemas

Podemos ver el mundo como...



Definición...

- “Una **colección de objetos** que están dispuestos de una forma ordenada, de acuerdo a su finalidad”.
- “Un ente formado por un **conjunto de elementos** que evolucionan coordinadamente según determinadas reglas”

Definición...

- “Cualquier parte de un ambiente que causa que ciertas **señales** que existen en él se encuentren relacionadas”.
- “Cualquier proceso que produce una transformación de **señales**”

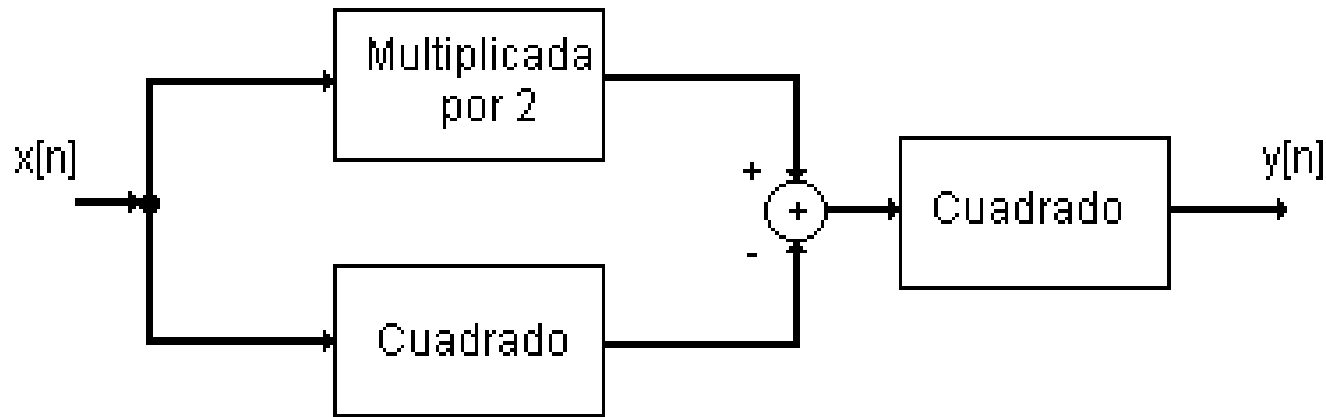
La interrelación de las señales **impuesta**
por las leyes que gobiernan al sistema se
denomina

Regla del Sistema

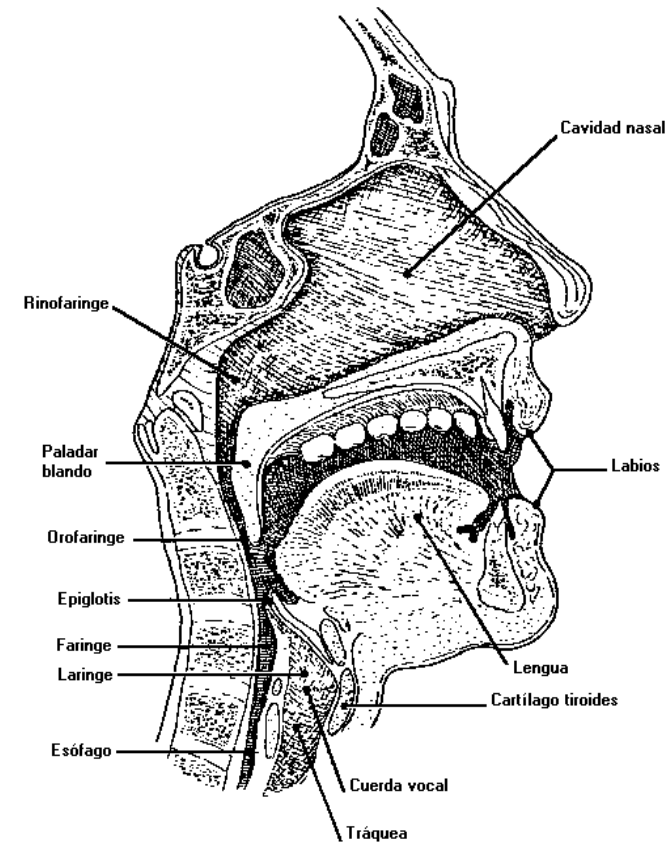
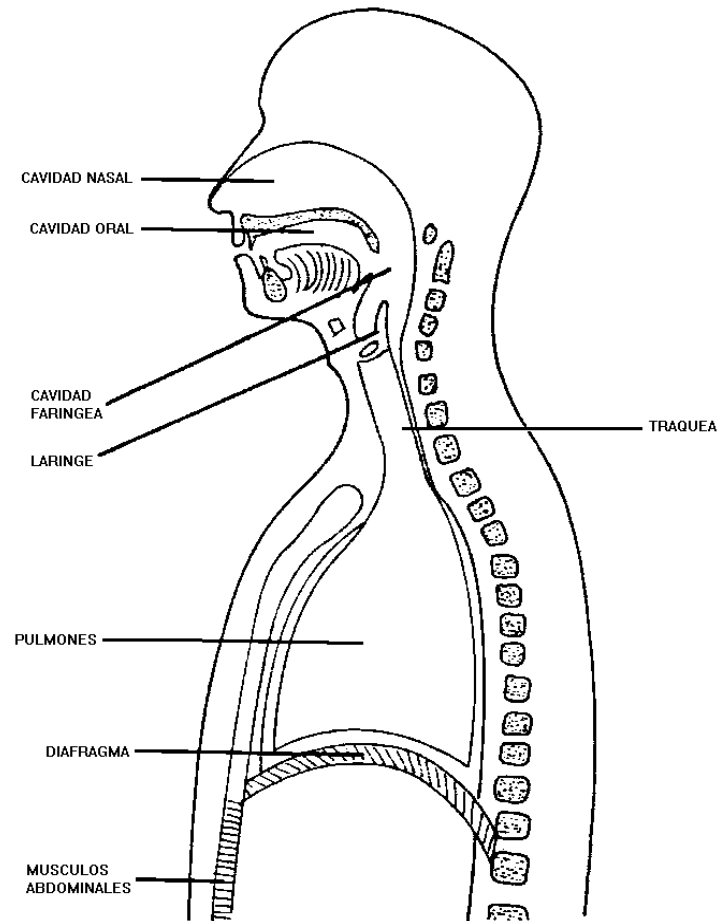
Ejemplo sencillo

- Sistema para el cálculo de:

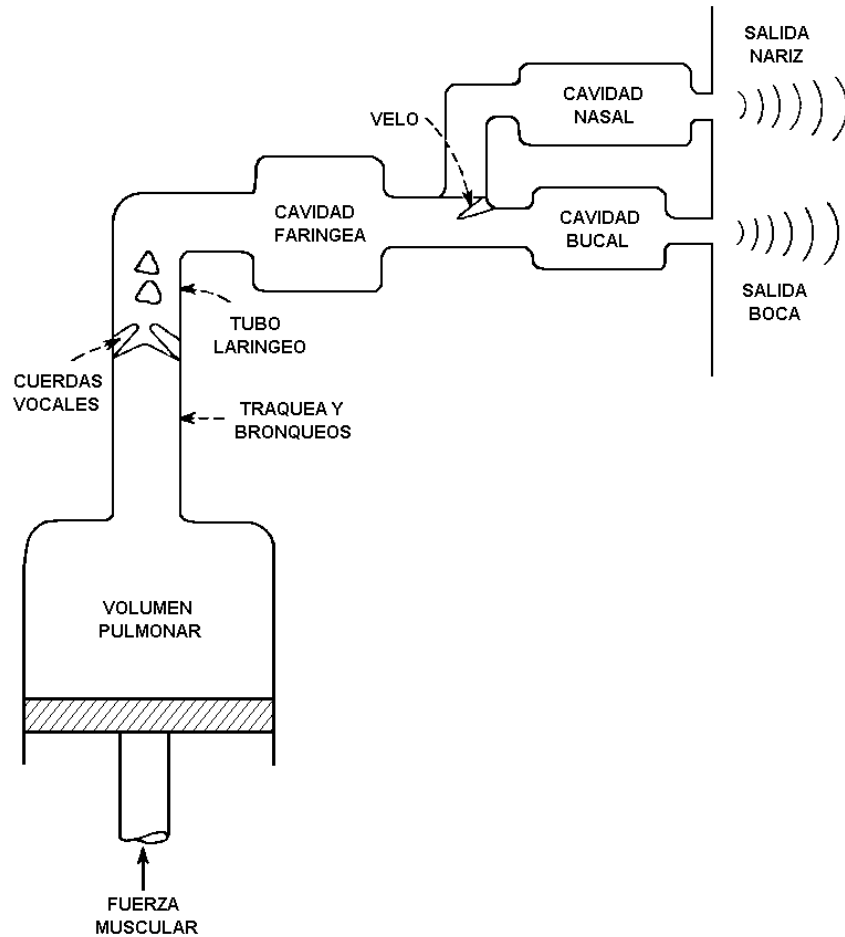
$$y[n] = (2x[n] - x[n]^2)^2$$



Ejemplo “Real”: Aparato Fonador



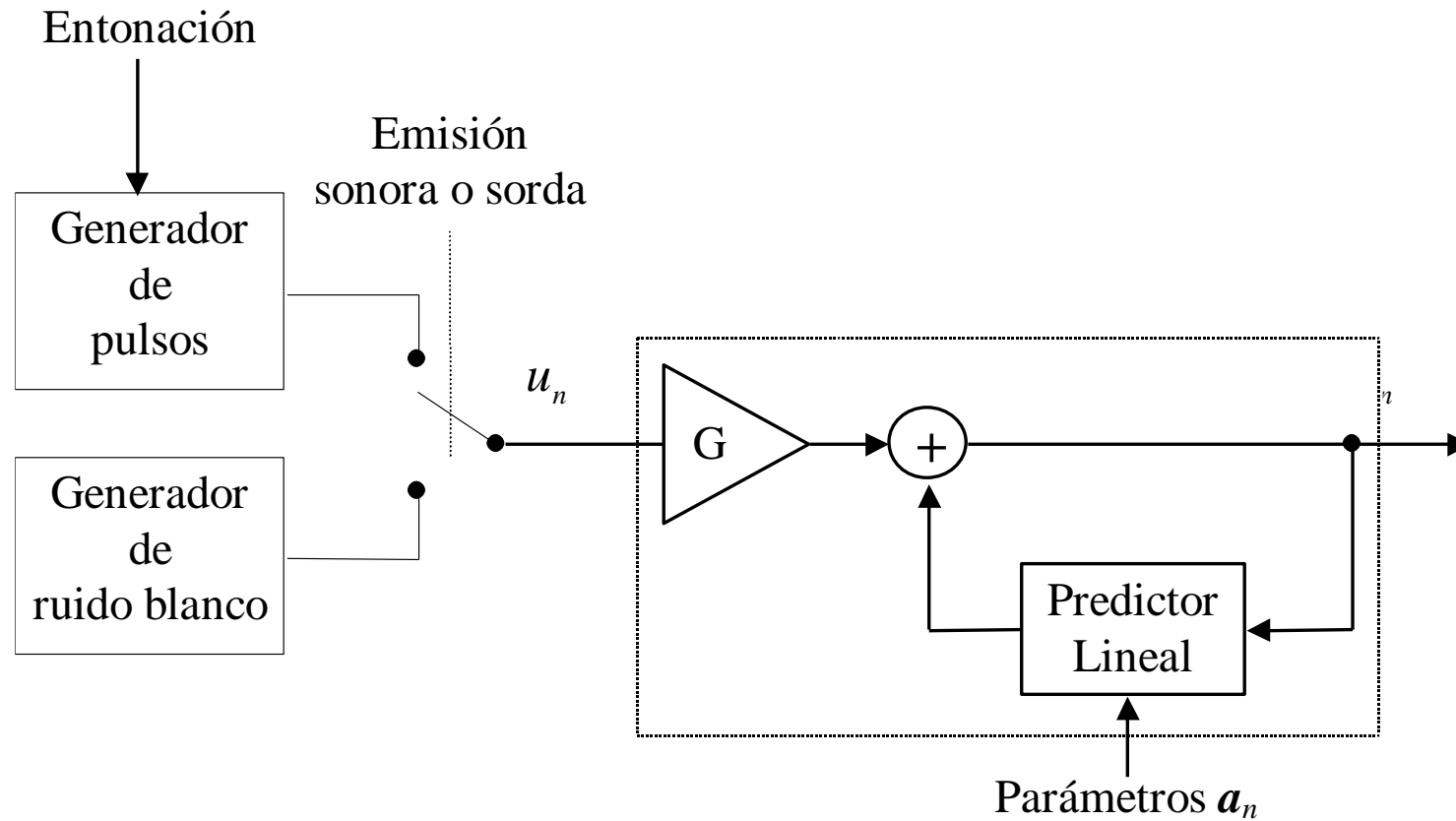
Esquema Aparato Fonador



Fuentes de Excitación:

- Cuerdas Vocales (sonoros)
- Constricción
- Oclusión y Liberación

Modelo AR Aparato Fonador

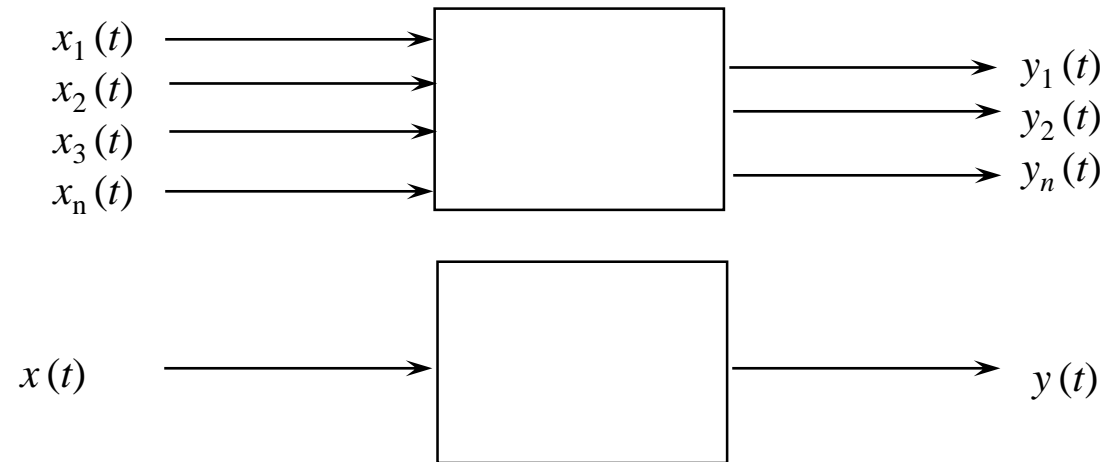


Más Ejemplos...

- Físicos: Masa-resorte, Circuito Eléctrico
- Químicos: Membranas, Pila
- Biológicos: Cardiovascular, Nervioso
- Económicos: Ec. Nacional, PYMEs
- Sociológicos: Político, C. Filosóficas
- Místicos: Religión, C. Literarias
- ...

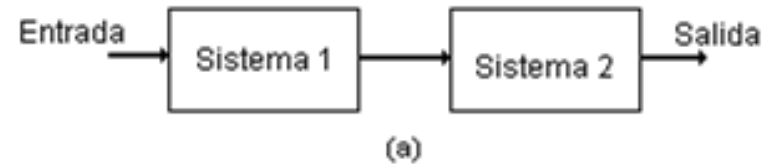
Entidades Abstractas

- Consideraremos a los sistemas como entidades abstractas **independientemente** de su estructura física



Interconexión de sistemas

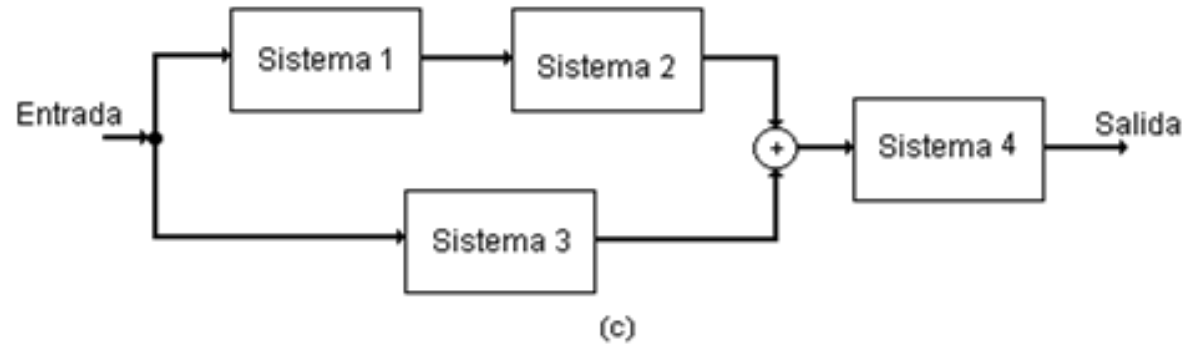
(a) Serie



(b) Paralelo

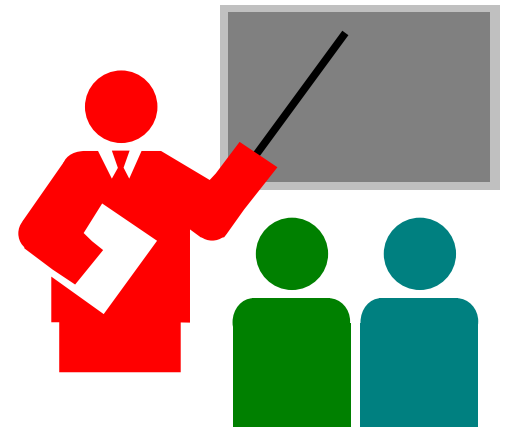


(c) Mixto



Temas a tratar

- Definiciones y concepto de “sistema”.
- **Propiedades y clasificación de los sistemas.**
 - **Sistemas lineales e invariantes en el tiempo (LTI).**
- **Sistemas LTI de tiempo discreto:**
 - Ecuaciones en diferencias y diagramas de bloques.



Clasificación de los Sistemas

- Tiempo Discreto o Continuo
- Cantidad de Entradas y Salidas
- Lineales o No lineales
- Variables o Invariables en el Tiempo
- Determinísticos o No Determinísticos
- Anticipativos o No anticipativos
- Parámetros Concentrados o Distribuidos
- Inversibles o no Inversibles
- Estables o Inestables
- Con Memoria o Sin Memoria

Sistemas de Tiempo Discreto y de Tiempo Continuo

- t discreto: Las señales no están definidas o son constantes entre intervalos.

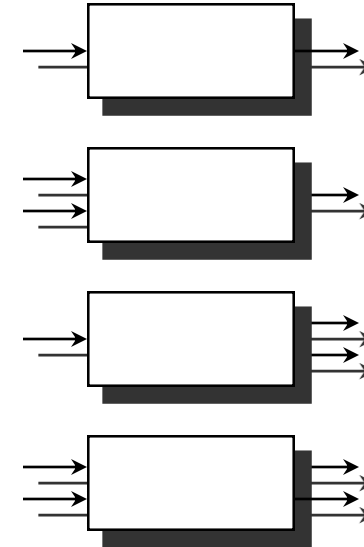
$$x_{tk} \quad x_k \quad x(k) \quad x[k]$$

t_k : Intervalos de tiempo

- t continuo: ?

Cantidad de Entradas y Salidas

- Sistemas SISO
- Sistemas MISO
- Sistemas SIMO
- Sistemas MIMO



Sistema Lineal

- Si una entrada consiste de la suma pesada de muchas entradas, entonces:
 - la salida es la suma pesada de las respuestas del sistema a c/u de esas entradas.

Linealidad

- Un sistema lineal posee las propiedades de homogeneidad y superposición.

Homogeneidad

$$x(t) \rightarrow y(t)$$

$$\alpha x(t) \rightarrow \alpha y(t)$$

Superposición

$$x_1(t) \rightarrow y_1(t) \quad \text{y} \quad x_2(t) \rightarrow y_2(t)$$

$$x_1(t) + x_2(t) \quad \rightarrow \quad y_1(t) + y_2(t)$$

Importante

- En un sistema lineal, una señal de entrada nula, tiene salida **nula**.
- Un sistema lineal **no agrega armónicos** a la señal, sólo cambia los valores relativos de los componentes frecuenciales ya existentes en la misma.

Sistemas Lineales y Señales

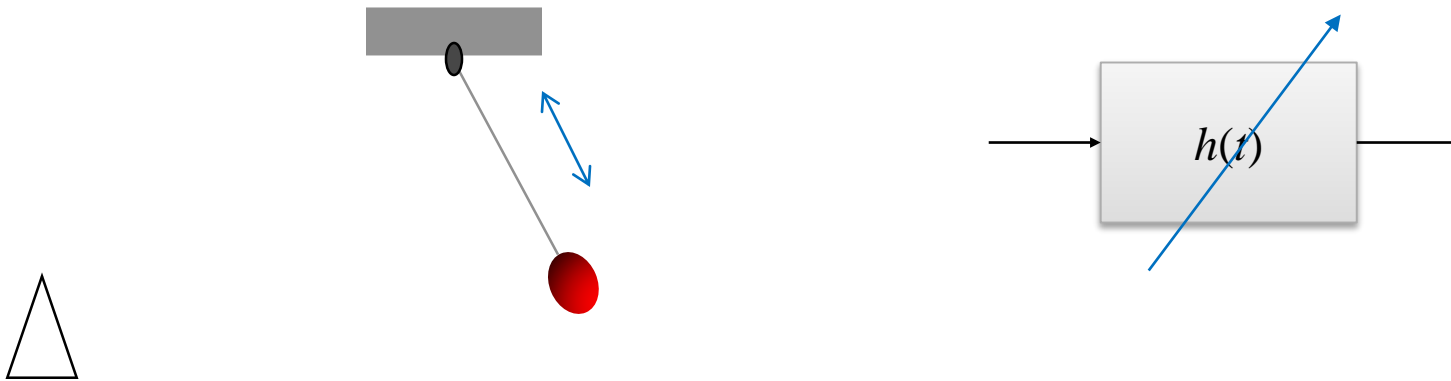
- En un sistema lineal las señales o sus componentes arbitrarias actúan de manera independiente entre ellas, es decir que no interactúan.
- De allí la importancia de métodos de descomposición en señales básicas como el análisis de Fourier.

Invarianza Temporal

- Un sistema **invariable** en el tiempo es aquel en el cual sus parámetros no se modifican con el tiempo.
- Un corrimiento en el tiempo de la señal de entrada causa un corrimiento en el tiempo de la señal de salida.
- Si $y(t)$ es la salida cuando $x(t)$ es la entrada, entonces $y(t - t_o)$ es la salida cuando $x(t - t_o)$ es la entrada

Sistemas variables en el tiempo

- Se puede decir que un sistema es variable en el tiempo si:
 - desplazando la entrada obtenemos, a partir de un desplazamiento idéntico de la salida, respuestas diferentes de la que se obtienen con desplazamiento nulo.
- Ejs: Una hamaca, un filtro adaptativo, SCV.



Sistemas LTI

- La dinámica de los sistemas de tiempo continuo se representa mediante *ecuaciones diferenciales* y la de los sistemas de tiempo discreto mediante *ecuaciones en diferencias*.
- Cuando estas son *lineales y de coeficientes constantes* el sistema se denomina *lineal e invariante en el tiempo* (LTI).
- Estos sistemas representan una amplia variedad de fenómenos físicos.

Sistemas determinísticos y No determinísticos



Causalidad: Sistemas Anticipativos y No Anticipativos

- Un sistema es causal si la salida en cualquier instante depende únicamente de los valores presentes y pasados de la entrada, y de valores pasados de la salida.
- Suele llamarse no anticipativo ya que la salida del sistema no se anticipa considerando valores futuros de la entrada.

- Ejemplo de sistema causal

$$y[n] = 3 x[n] - 4 x[n - 2]$$

- Ejemplo de sistema no causal

$$y[n] = x[n] - x[n + 1]$$

Parámetros Concentrados

- La entrada afecta en forma simultánea a cada uno de los elementos del sistema.
- Se pueden describir mediante ecuaciones diferenciales ordinarias.

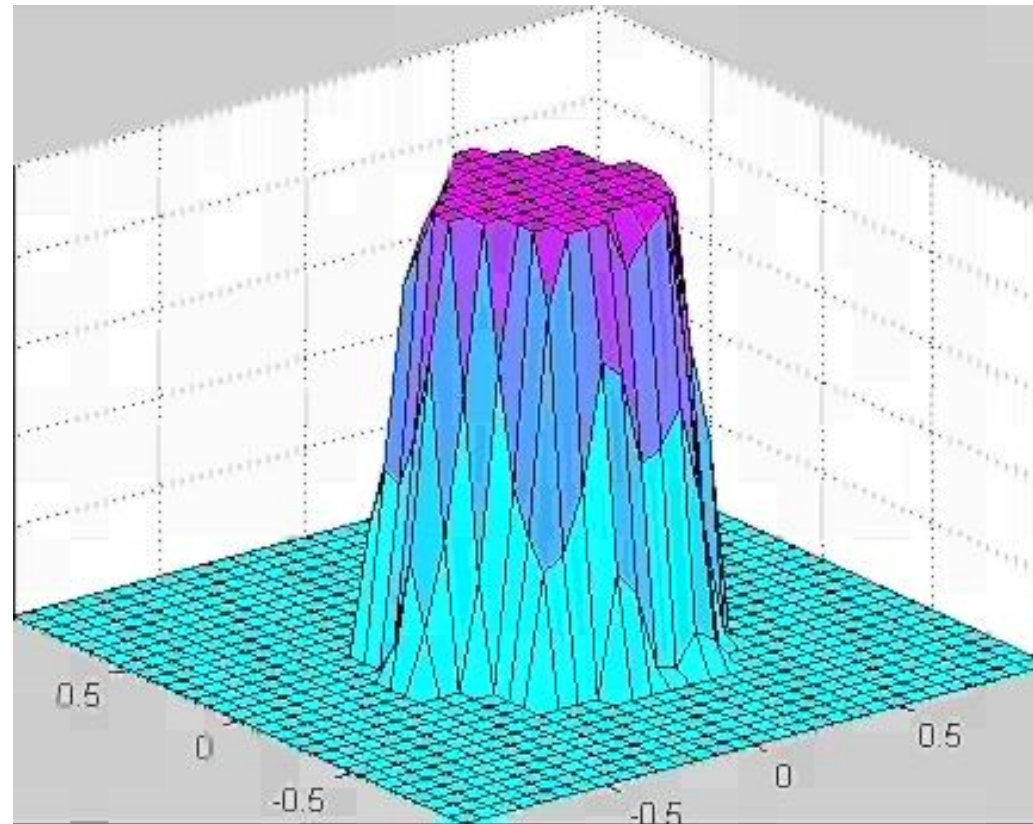
Parámetros Distribuidos

- Interesa la forma en que se distribuye la entrada o sus efectos en las dimensiones espaciales del sistema.
- Deben describirse mediante ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

Ejemplos Parámetros Distribuidos

- Cable coaxial.
- Circuitos de RF en general.
- Distribución del calor en una superficie.
- Transmisión de una onda en una superficie.

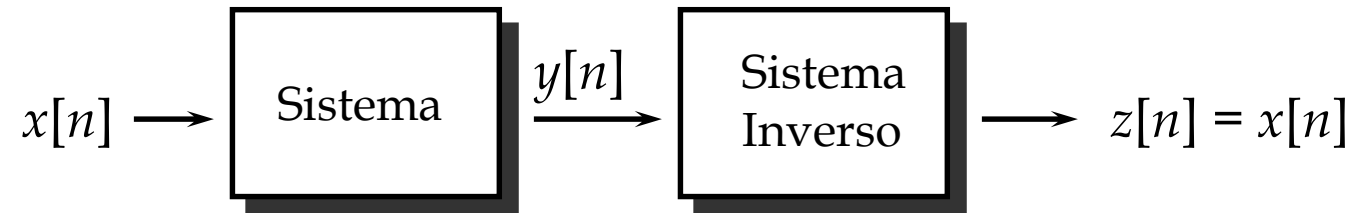
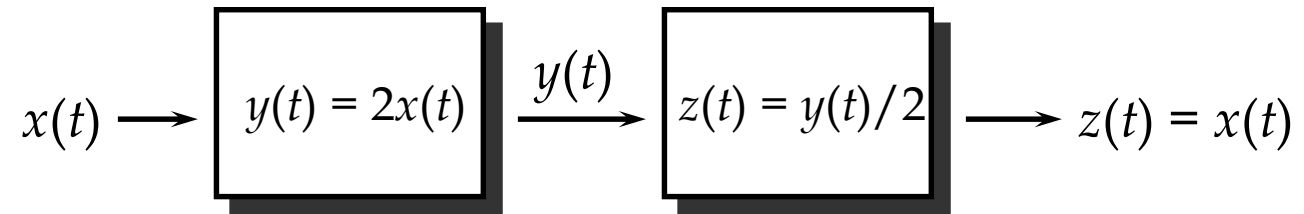
Ejemplo: Distribución del calor en una superficie



Inversibilidad

- Un sistema es inversible si observando su salida podemos encontrar determinísticamente su entrada.
- Por ejemplo, un sistema inversible de tiempo continuo es:
 - $y(t) = 2x(t)$
 - para el cual el sistema inverso es $z(t) = \frac{1}{2} y(t)$

Inversibilidad

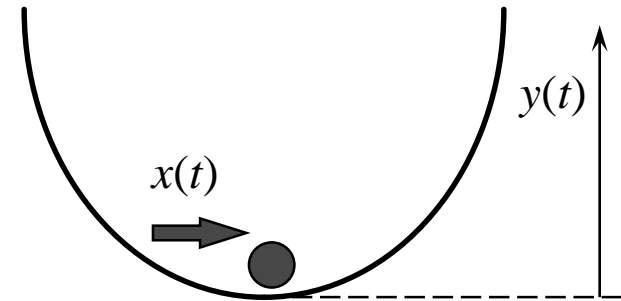
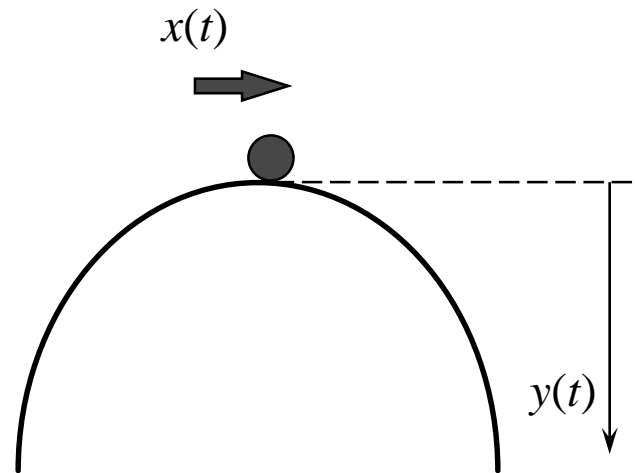


Estabilidad

- Intuitivamente un sistema estable es aquel en el cual la salida tiende a un valor fijo



Estabilidad



$x(t)$: Entrada

$y(t)$: Salida



Ej: Aceleración

Estabilidad

- Si la entrada a un sistema estable está acotada, entonces la salida también debe ser acotada (no diverge).
 - Ej: Un sistema cuya salida es igual a la suma de todas las entradas pasadas es inestable, ya que su salida puede crecer continuamente aunque sus entradas estén acotadas.



Sistemas sin Memoria

- Se dice que un sistema no tiene memoria si la salida para cada valor de la variable independiente depende únicamente de su entrada en ese instante.
- Estos sistemas son también llamados *estáticos*.

Sistemas sin Memoria

- Por ejemplo, una resistencia es un sistema sin memoria:
 - si se considera la entrada $x(t)$ como la corriente eléctrica y el voltaje como la salida $y(t)$.
- La relación salida/entrada de un resistor es:
 - $y(t) = R x(t)$.
- ¿Otros Ejemplos?

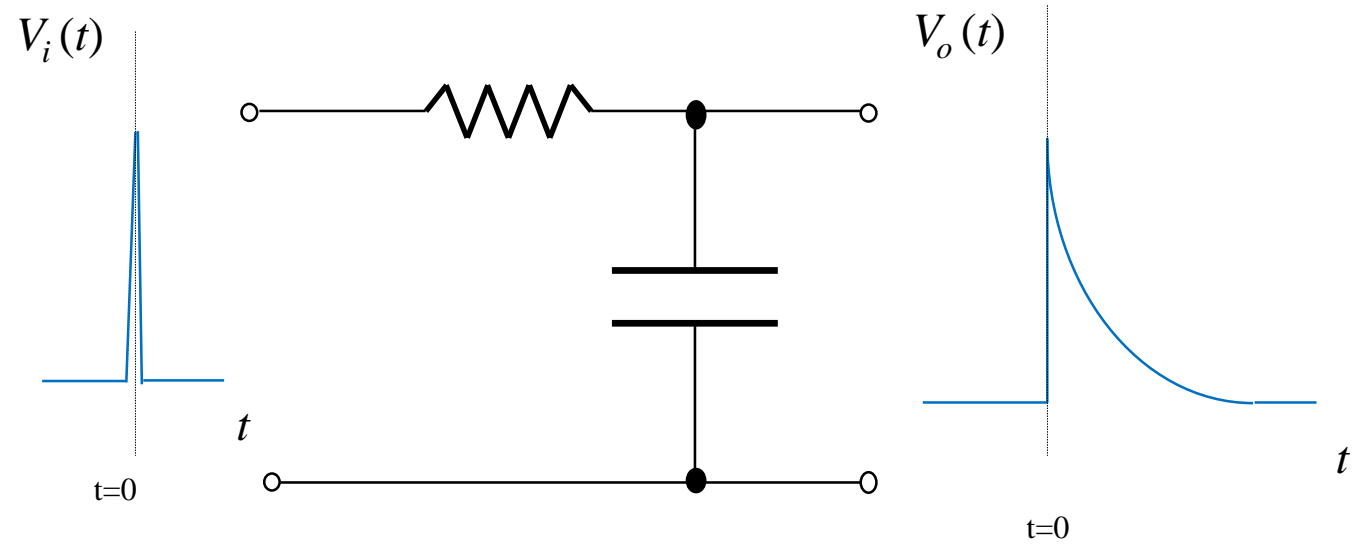
Sistemas con Memoria

- En los sistemas con memoria la salida depende no sólo de la entrada en ese instante, sino también de las entradas anteriores.
- Estos sistemas son también denominados *dinámicos*.

Sistemas con Memoria

- Por ejemplo, un capacitor es un sistema con memoria ya que si la corriente eléctrica es tomada como entrada y la tensión como salida:

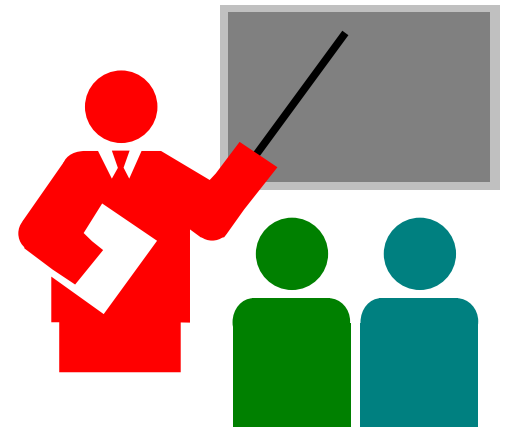
$$y(t) = 1/C \int x(t) dt$$



El concepto de memoria juega un papel fundamental en el análisis y compresión del funcionamiento de los sistemas lineales mediante la *convolución*.

Temas a tratar

- Definiciones y concepto de “sistema”.
- Propiedades y clasificación de los sistemas.
 - Sistemas lineales e invariantes en el tiempo (LTI).
- **Sistemas LTI de tiempo discreto:**
 - Ecuaciones en diferencias y diagramas de bloques.



Sistemas LTI Discretos

- Sistemas Autorregresivos (AR)
- Sistemas Moving Average (MA)
- Sistemas ARMA

Ecuaciones en diferencias...

- Una ecuación diferencial de orden N y coeficientes constantes está dada por:

$$\sum_{k=0}^N \alpha_k \cdot \frac{d^k y(t)}{dt^k} = \sum_{k=0}^M \beta_k \cdot \frac{d^k x(t)}{dt^k}$$

- La contraparte discreta es la ecuación en diferencias lineal de coeficientes constantes:

$$\sum_{k=0}^N a_k \cdot y[n-k] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k]$$

Ecuaciones en diferencias...

- Esta puede acomodarse de la siguiente forma:

$$y[n] = \frac{1}{a_0} \left[\sum_{k=0}^M b_k x[n-k] - \sum_{k=1}^N a_k y[n-k] \right]$$

Sistemas Autorregresivos (AR)

- Su salida en un instante depende del valor actual de la entrada y de los valores anteriores de la propia salida:

$$y[n] = \sum_{i=1}^N \frac{a_i}{a_0} y[n-i] + \frac{b_0}{a_0} x[n]$$

Sistemas Moving Average (MA)

- Su salida depende solamente del valor actual de la señal de entrada y sus valores anteriores:

$$y[n] = \sum_{j=0}^M \frac{b_j}{a_0} x[n-j]$$

Sistemas ARMA

- Son los más generales, donde la salida depende de valores anteriores de la entrada y de la propia salida:

$$y[n] = \sum_{i=1}^N \frac{a_i}{a_0} y[n-i] + \sum_{j=0}^M \frac{b_j}{a_0} x[n-j]$$

Sistemas FIR y IIR

- FIR (Sistemas de Respuesta Finita al Impulso): los sistemas MA son sistemas de este tipo.
 - No tienen problemas respecto a la estabilidad y causalidad, ya que su salida depende únicamente de las entradas anteriores y la actual.
- Pueden existir FIR no causales.
 - Ej: Filtros de Imagen.

Sistemas FIR y IIR

- IIR (Sistemas de Respuesta Infinita al Impulso):
 - los sistemas AR y los ARMA son IIR, ya que un impulso en la entrada provoca que su salida tienda a cero cuando el tiempo tiende a infinito.
- Estos sistemas son estables si todos los polos de la función transferencia tienen parte real negativa.

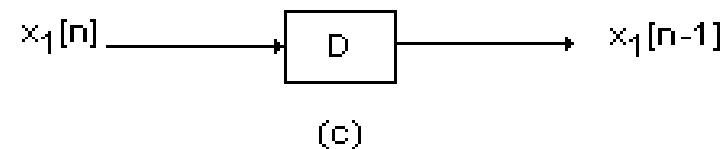
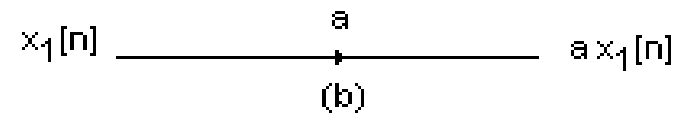
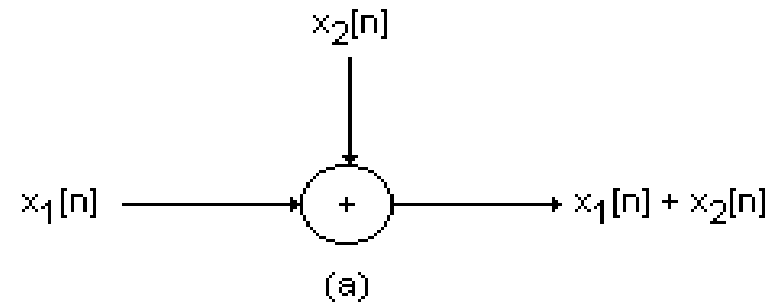
Representación de sistemas LTI

- Una forma de representar sistemas LTI discretos es mediante diagramas de bloques.
- Estos facilitan la interpretación de su comportamiento en forma gráfica.

Representación de sistemas LTI

Es necesario definir:

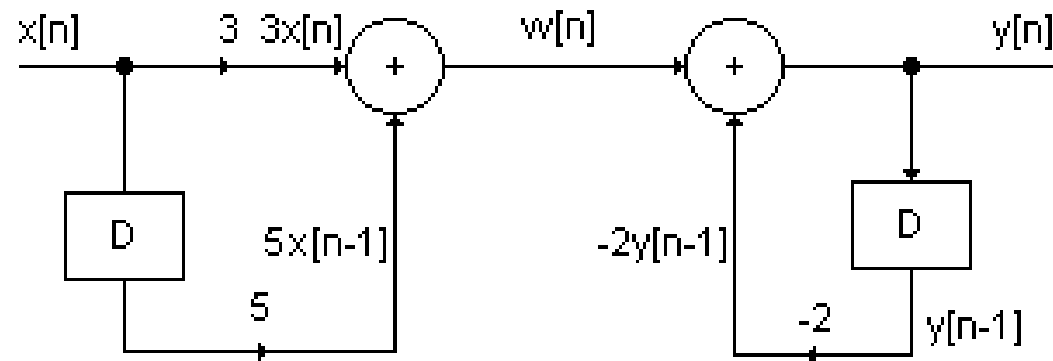
- Suma
- Multiplicación
(por un escalar)
- Retardo



Representación de sistemas LTI

Ejemplo - Diagrama de bloques del sistema:

$$y[n] = 3x[n] + 5x[n-1] - 2y[n-1]$$



Bibliografía para esta Unidad

- OppenheimWillsky: 2.5, 2.6
- Sinha: 1.1, 1.2
- Kwakernaak: 3.1, 3.2, 3.3, 3.4

(Las referencias completas se encuentran en la Planificación de Cátedra)