**Разница Windows, android, Linux**. В смысли работы с аппаратной частью одинаково функционирует на одном железе. Устанавливая программу под Windows мы устанавливаем готовый продук, но он должен прописаться внутри системы и получить доступ к перефирийным устройствам. В Linux программы поставляются в исходники и компилируются по месту.

**Python-** интерпретируемый язык программирования, и медленней компилированных языков в 2-1000 раз. В компилируемых языках таких как СИ, С++ и т.п сначала пишется программа, а потом она компилируется компилятором под данный процессор. В python динамические типы данных, что приводит к не рациональному использованию памяти.

**Julia**- язык программирования предназначенный для математических вычислений, написан на СИ, и по заявлению производителей не менее быстрый чем С++.

**Алгебра** произошла от арабского слова альджабр перевод: восполнение.В математику входят такие разделы как Алгебра, Математический анализ, Дифференциальные уравнения, Теория вероятности, Топология, Математическая логика, Теория кодов, Дискретная математика, Математическая статистика и т.п. Математика дискретная: Алгебра, теория графов. Математика не прерывная: Математический анализ.

Математический анализ = Топология + Алгебра (существует 300 лет.)

Алгебра занимается алгебраическими операциями, и возникла около 100 лет назад.

Герман Вафель – “В математике определение есть акт творения, математическое понятие в момент определения”. Удивительным образом математическими методами и способы описываюся законы реального мира.

**Алгебраическая операция**

Пусть дано множество

где и b = -a

– Элементы множества

(a,b) – то откуда берутся элементы.

|a,b A – какому свойству удовлетворяет

Бинарная алгебраическая операция это любое отображение, которое к каждой паре элементов А, В ставит элемент С.

Бинарная алгебраическая операция равна умножению и сложению. С маленькой буквы умножение и сложение являются синонимами бинарной алгебраической операции, а с большой буквы являются отдельными конкретными операциями.

Сколько существуют алгебраических операций?

|| - официальный математический символ обозначающий модуль, и максимальное количество элементов.

Общее число различных элементов вычисляется по формуле =

Алгебраических операций так много, что их невозможно все исследовать, поэтому изучают так называемые «Хорошие» алгебраические операции на которые накладываются определенные ограничения.

**Ассоциативность**

- квантор всеобщности (для любых)

Когда операция умножения обозначается «\*», то она мультипликативная.

Множество А на котором задана ассоциативная бинарная алгебраическая операция называется полугруппой. Так называемых групп очень мало.

**Коммутативность**

Ассоциативность встречается часто, а коммутативность редко.

**Нейтральные элементы**

Если операция мультипликативная, то элемент имеет 3 обозначения: 1,e,E

Если он называется сложением и обозначается «+» то это аддитивная запись:

∃-квантор существования

Когда существует нейтральный элемент, то можно поставить обратный ему элемент.

Элемент «В» обратный элементу «А», если a\*b=b\*a=e

Если такой элемент единственный, то в мультипликации b = 1/a (обратный эл)

В аддитивном случае: a+b=b+a=0 b=-a

Множество «А» ка которых задана бинарная алгебраическая операция

1. Ассоциативная.

2. Есть нейтральный элемент.

3. Каждый элемент имеет обратный.

Отта Юльевич Смит 1891-1936. Вице президент наук полярный исследователь. Первый исследователь в России тории групп. Создал кафедру в МГУ и был ее заведующем.

**Сложение и умножение.** Объекты изучаемые в школе бинарные алгебраические операции сложение, умножения. Запись: «+» - агитивная, «\*» - мульткативная. Если на множестве задана всего одна бинарная алгебраическая операция и все равны, как ее называть и обозначать. Если операция коммутативная то ее как правило называют сложением и используют агитивную формулу записи. Если не коммутативная, то всегда называют умножением и используют мультикативную форму записи.

Пусть дано множество А на которой дано две алгебраические операции, на которой дано умножение и сложение, если накладывать никаких условий, то как правило получаем много объектов бесполезных.

Предположим что операция сложения является комутативной, ассоциативной у нее есть нейтральный элемент обозначенный 0 и каждый элемент имеет обратный от умножения потребуем чтобы оно было ассоциативной e или 1. Предупреждение 0 и 1 это просто нейтральный по сложению и совсем необязательно, что это число 0, 1. Это множество А с описаными свойствами **называется кольцом.**

Формальное определение кольца . Множество К называется кольцом если на нем задано сложение и умножение.

Аксиомы дистрибутивной связи умножения и сложения:

Эта аксиом задает кольцо с нейтральным элементом

В кольце можно «+», «-», «\*».

В полугруппе можно «\*» «-» «+»

В группе можно «-» «+» «\*»

Замечание в аксиомах дистрибутивности , сложения и умножения не равноправны и полное название аксиом звучит так: дистрибутивность сложения относительно умножения.

**Примеры колец:**

Кольцо целых чисел

Если 0 не входит, то N полугруппа.

Неформальное определение поля. Если в комутативном кольце относится умножения не нулевым элементом имеют обратный, то такое кольцо поле.

Множество рациональных чисел образуют поле. Если добавить перед точки, то множество рациональных чисел превратятся в комплекс чисел.

Кольцо многочленов К называется кольцом многочленов.

Коэффициент если не нулевой называется старшим коэффициентом.

На множестве коэффициентов определены операции сложения умножения.

Операция сложения коэффициентов одной степени складывается.

Если некоторая степень отсутствует, то коэфицент при ней = 0.

Неформальноее описания множества, перемножаем используя дистрибутивность.

Эти две формы определяют сложение и умножение 4 степени нужно проверить что это множество K[x] является кольцом и при проверки нужно использовать только 2 определение и тем что К кольцо.

Квадратная матрица — квадратная таблица разбивается на строки и столбцы.

Диагональ с лева на право, является главной диагональю.

Диагональ с права на лево, является побочной диагональю.

На множестве матриц вводим операции сложения и умножения.

Внимание: умножение матриц первой строку по элементное на первый столбец и складывая их.

В матрице в качестве коэффициента может использоваться любое кольцо и многочленов матрицы. Это же относится и к коэффициентам многочлена.

Важное для программирования и криптографии кольцо остатков.

Остаток от деления на N число называется кольцом вычитания или кольцом остатка.

На этом множестве зададим сложение и умножение это обычно сложение и умножение чисел но в качестве ответа берется остаток от деления на n.

Следствие из аксиомы кольца.

1. если нейтральнй элемент сушевствует то от единственный .

2. если операция ассоцитиатинва и у элемента «а» есть обратый то он единственный . Если операция не ассоциативна то элемент может иметь несколько обратных.

Замечание: элемент который обратный сам себе в математике не редкость.

Если обратный элемент единственыный то его можно обозначить онзависит только от «а» и разночтений не будет. Это образное выражение «элемент обратный к а»

Замечание: если операция не ассоциативная то понятия степени бесмысленно.Если операция ассоциативна то порядок скобок не важен и понятия степени законно.

Из сообображений удобства вычитаний нулевую степень лучше считать нейтральным элементом и степень обратного элемента отрицателььныи числом.

Следствие 3.В кольце К при умножении на неййтральный элемент по сложению получится всегда 0.

По аксиоме о сущевствовании обратного по сложению существует элемента, такой что a\*0 +b=0 a\*0+b = (a\*0+a\*0)+b

**Система линейных уравнений.**

Пусть К некоторое кольцо например целых чисел многочлена и матриц.

Решением СЛУ являются элементы а1 а2 .. an называется решением системы если подстановка в их систему у нас получится верное равенство в кольце А.

Система называется не совместная если она неимеет решений.

Системы называются эквивалентными если они имеют одно и то же множество решений.

Замечание: все несовместные системыэквивалентны.

Предупреждение: матрицы прямоугольные их можно складывать только если они имеют одинаковый размер.

**Определение поле**  Комутотивное кольцо в котором есть нейтральный по уможению и все не нулевые обратно 0 не равно 1.

В поле можно «+», «-», «\*», «/».

Поле рациональных чисел

- поле Галуа

- самое маленькое поле

**СЛУ только над полем**

Система называется эквивалентной если они имеют одно и тоже множество решение.

Преобразование СЛУ называется эквивалентныым, есил он систему приводит в эквивалент.

**Эквивалентных преобразований.**

1. э.п. Умножение i — тую строку на нелувой элемент (преобразование обратно)

2. э.п. j-тую строку умножаем на ненулевой элемент прибавляя к i-той строке

3. э.п поменять местами i-тую строку и j-тую.

Теорема: 1 и 2 этап является эквивалентными преобразованиями a=(a1,an)-если этот набор был решением исходной системы, то он не станет решением получившейся системы. Алгоритм Гауга или алгоритм решения системы линейных уравнений.

От СЛУ сразу переходим к расширенной матрице.

1. шаг рассматриваем 1 столбец матрицы и находим элемент неравный нулю. Если то меняем местами 1 строку и ту строку в которой первый элемент не нулевой.

2. шаг применяем 1 э.п. и умножаем первую строку на (если бы у нас было просто кольцо, то в нем мог бы просто не сцщевствовать).

3. шаг применяя 2 э.п обнуляем 1 столбец, тоесть исключаем переменную

!!!!

4. шаг

Если на последней ступеньке окажутся К неизвестныз на который наложены и эти К называются свободные. А остальные n-k называются зависимыми они одонозначно называются свободными

Над бесконечном полем СЛУ может иметь 0 решений, 1 решение (когда свободных переменных нет), и решений.

**Алгоритм Гауса или метод исключения.**

Модификации метода гауса используют во многих разделах математики.

В алгебре используют:

1 СЛУ

2 нахождение ранга матрицы

3 нахождение обратной матрицы

4 вычисление определителя

5 нахождения базиса пространства

Матрицы по крайней мере квадратные образуют кольцо, там определено «\*», «+» и и больше ничего там не живет.

Элементарные преобразования легко можно задать при помощи умножения и сложения матриц.

Если на множестве задана 1 операция , то это может быть группа, полугруппа, если 2 операции связаны дистрибутивность, то будет кольцо или поле.

Введем новое объект:действие полю на коммутативной группе.