常微分方程

- 微分方程的基本概念
- 微分方程的初等解法
  - 分离变量法
    - 变量可分离方程 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=f(x)g(y)$
    - 齐次型方程 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=g(\frac{y}{x})$
  - 一阶线性微分方程 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+p(x)y=q(x)$
    - 性质
      - 一阶齐次线性微分方程($q(x)=0$)的叠加原理
      - 一阶非齐次线性微分方程($q(x)\neq 0$)的叠加原理
    - 一阶齐次线性微分方程
      - 通解公式 $y=C\mathrm{e}^{-\int p(x)\mathrm{d}x}$
      - 公式推导方法-分离变量法
    - 一阶非齐次线性微分方程
      - 通解公式 $y=\mathrm{e}^{-\int p(x)\mathrm{d}x}(\int q(x)\mathrm{e}^{\int p(x)\mathrm{d}x}\mathrm{d}x+C)$
      - 公式推导方法-常数变易法 $y=C\mathrm{e}^{-\int p(x)\mathrm{d}x}\Rightarrow y=C(x)\mathrm{e}^{-\int p(x)\mathrm{d}x}$
      - 也可用全微分法推导出通解公式
    - 伯努利方程 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+p(x)y=q(x)y^n, n\neq 0,1$
      - 变量代换：化为$y^{-n}+p(x)y^{1-n}=q(x)$，令$z=y^{1-n}$，从而转化成一阶线性微分方程
      - 公式推导方法-常数变易法
  - 全微分方程 $X(x,y)\mathrm{d}x+Y(x,y)\mathrm{d}y=0$
    - 充要条件:平面单连通域D上$\frac{\partial Y}{\partial x}=\frac{\partial X}{\partial y}$
    - 求法
      - 变上限积分法 $\int_{(x_0,y_0)}^{(x,y)} X\mathrm{d}x+Y\mathrm{d}y=C$
      - 不定积分法
      - 分项组合凑微分法
    - 积分因子
  - 可降阶的高阶微分方程
    - ①$y^{(n)}=f(x)$ 则n次积分
    - ② 不显含y的二阶方程 $y''=f(x,y')$，令$p(x)=y'$
    - ③ 不显含x的二阶方程 $y''=f(y,y')$，令$y'=p(y), y''=p'y'=p'p$
- 高阶线性微分方程解的结构
- 高阶线性常系数齐次微分方程
- 线性常系数微分方程组
- 稳定性初步