

微分方程的基本概念

微分方程的初等解法

n 阶线性常微分方程 $a_n(x)y^{(n)} + a_{n-1}(x)y^{(n-1)} + \cdots + a_1(x)y' + a_0(x)y = \varphi(x)$

存在唯一性定理 当 $a_k(x)(k = 0, 1, \cdots, n)$ 及 $\varphi(x)$ 连续时, n 阶常微分方程的初值问题存在唯一解.

线性微分方程解的性质 齐次线性微分方程解的叠加原理

非齐次线性微分方程解的叠加原理

函数组线性相关(无关)的定义

\exists 不全为零的 c_1, c_2, \cdots, c_n , s.t. $\sum_{k=1}^n c_k g_k(x) = 0, x \in I$,

则 $\{g_k(x)\}_{k=1}^n$ 线性相关, 否则线性无关.

函数组的线性相关、线性无关

函数组线性相关的必要条件

函数组的Wronsky行列式

$W[g_1, g_2, \cdots, g_n](x)$

$$= \begin{vmatrix} g_1(x) & g_2(x) & \cdots & g_n(x) \\ g_1'(x) & g_2'(x) & \cdots & g_n'(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_1^{(n-1)}(x) & g_2^{(n-1)}(x) & \cdots & g_n^{(n-1)}(x) \end{vmatrix}$$

函数组线性相关的必要条件

$$W[g_1, g_2, \cdots, g_n](x) = 0$$

$\{g_k(x)\}_{k=1}^n$ 是 n 阶齐次线性常微分方程的 n 个解,

则 $\{g_k(x)\}_{k=1}^n$ 在 I 上线性相关

线性微分方程的解函数组

线性相关(无关)的判别

$$\Leftrightarrow W[g_1, g_2, \cdots, g_n](x) = 0, x \in I$$

(充要条件)

$$\Leftrightarrow \exists x_0 \in I, \text{ s.t. } W[g_1, g_2, \cdots, g_n](x_0) = 0.$$

1. 齐次线性微分方程的解空间 n 维线性空间.

2. 齐次线性微分方程的通解

已知 n 个线性无关解 $y_1(x), y_2(x), \cdots, y_n(x)$

$$\Rightarrow \text{通解 } y = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) + \cdots + C_n y_n(x).$$

齐次方程的 n 个线性无关解 $y_1(x), y_2(x), \cdots, y_n(x)$,

3. 非齐次线性微分方程的通解

非齐次方程的一个特解, $y^*(x)$

$$\Rightarrow \text{通解 } y = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) + \cdots + C_n y_n(x) + y^*(x).$$

n 阶线性微分方程的通解

高阶线性微分方程解的结构

常微分方程

高阶线性常系数齐次微分方程

线性常系数微分方程组

稳定性初步