# 20190311

2019年9月4日　　9:58

# 10多元函数微分学

## 10.1多元连续函数

1. **多元函数的概念**
2. **二元函数的图形和等值线**
3. **二元函数的极限**
4. **连续函数**

   **习题：** 习题10.1中的1.（2）、（4），2.（1）、（2）、（3）、（4），3.

## 10.2多元函数的偏导数

1. **偏导数**
2. **高阶偏导数**

   **习题：** 习题10.2中的

   1.，2.，3.（2）、（4）、（5）、（7），4.（2）、（4）、（5）、（6）

## 10.3多元函数的微分

1. **微分的概念**
2. **函数可微的充分条件**
3. **微分在函数近似计算中的应用**
4. **二元函数的原函数问题**

   **习题：** 习题10.3中的1.（2）、（4）、（5），2.（1）、（2），3.，4.（2），5.，6.

# 20190318

2019年9月4日 10:00

## 10.4复合函数微分法

1. **复合函数求导法则**
   a. **链式法则**
      i. $z=f\big(x(t),y(t)\big)$**的情况**
         - **习题：** 习题10.4中的1.（6）
      ii. $y=f(u_1,u_2,\cdots,u_m),u_i(t),i=1,2,\cdots,m$**的情况**
      iii. $z=z(u,v),u=u(x,y),v=v(x,y)$**的情况**
         - **习题：** 习题10.4中的3.
      iv. $y=f(u_1,u_2,\cdots,u_m),u_i=u_i(x_1,x_2,\cdots,x_n),i=1,2,\cdots,m$**的情况**
         - **习题：** 习题10.4中的1.（5），4.

2. **函数的方向导数和梯度**
   a. **方向导数**
      i. $$\frac{\partial f(x_0,y_0)}{\partial \boldsymbol{v}}=\lim_{t\to 0}\frac{f(x_0+tv_1,y_0+tv_2)}{t}$$
   b. **梯度（向量）与方向导数的计算**
      i. **梯度向量**
      $$\mathrm{grad}f(x_0,y_0)=\left(\frac{\partial f(x_0,y_0)}{\partial x},\frac{\partial f(x_0,y_0)}{\partial y}\right)$$
      ii. **方向导数的计算**
      $$\frac{\partial f(x_0,y_0)}{\partial \boldsymbol{v}}=\mathrm{grad}f(x_0,y_0)\cdot\boldsymbol{v},\boldsymbol{v}=(\cos\alpha,\sin\alpha)$$
         - **习题：** 习题10.4中的5.
      iii. **梯度方向是函数值增加最快的方向，梯度向量的长度等于方向导数的最大值**
         - **习题：** 习题10.4中的6.

3. **雅可比矩阵**
   a. **雅可比矩阵**
   $$\boldsymbol{J}\big(\boldsymbol{y}(\boldsymbol{x})\big)=\frac{\partial(y_1,y_2,\cdots,y_m)}{\partial(x_1,x_2,\cdots,x_n)}=\begin{pmatrix}\frac{\partial y_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial y_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_n}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ \frac{\partial y_m(\boldsymbol{x})}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial y_m(\boldsymbol{x})}{\partial x_n}\end{pmatrix},\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix}x_1\\ \vdots\\ x_n\end{pmatrix}$$
   b. **微分与雅可比矩阵的关系**
   $$\mathrm{d}\boldsymbol{y}=\boldsymbol{J}\big(\boldsymbol{y}(\boldsymbol{x_0})\big)\begin{pmatrix}\mathrm{d}x_1\\ \vdots\\ \mathrm{d}x_n\end{pmatrix}=\boldsymbol{J}\big(\boldsymbol{y}(\boldsymbol{x_0})\big)\mathrm{d}\boldsymbol{x}$$
   c. **复合映射的微分法则**
   $$\boldsymbol{J}\big(\boldsymbol{f}\circ\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})\big)=\boldsymbol{J}\big(\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u})\big)\boldsymbol{J}\big(\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})\big),\qquad \mathrm{d}\boldsymbol{f}\circ\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x_0})=\boldsymbol{J}\big(\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u_0})\big)\boldsymbol{J}\big(\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x_0})\big)\mathrm{d}\boldsymbol{x}$$
   d. **逆映射的微分法则**
   $$\boldsymbol{J}\big(\boldsymbol{f}^{-1}(\boldsymbol{y})\big)=\boldsymbol{J}\big(\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\big)^{-1},\qquad \mathrm{d}\boldsymbol{f}^{-1}(\boldsymbol{y_0})=\boldsymbol{J}\big(\boldsymbol{f}^{-1}(\boldsymbol{y_0})\big)\mathrm{d}\boldsymbol{y}=\boldsymbol{J}\big(\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_0})\big)^{-1}\mathrm{d}\boldsymbol{y}$$

## 10.5隐函数微分法

1. **一个方程确定的隐函数**
   - **习题：**习题10.5中的2.，3.，4.，5.
2. **方程组确定的隐函数**
   - **习题：**习题10.5中的1.，6.

# 20190325

2019年9月4日 10:01

## 2019年3月25日基础习题课习题

# 10多元函数微分学

## 10.6二元函数的泰勒公式

1. **二元函数的微分中值定理**
2. **二元函数的泰勒公式**

   **习题：** 习题10.6中的1.、2.、3.

# 11多元函数微分学的应用

## 11.1向量值函数的导数和积分

1. **向量值函数**
2. **向量值函数的导数**
3. **向量值函数的积分**

   **习题：** 习题11.1中的3.(2), 5.(1), 6.(2)\(3), 7., 8., 9.

## 11.2空间曲线的切平面与法线

1. **一般方程$F(x,y,z)=C$下曲面的法向量、切平面与法线**
2. **曲面$z=z(x,y)$的法向量**
3. **一般方程$\begin{cases}F(x,y,z)=0,\\G(x,y,z)=0,\end{cases}$下空间曲线的切向量**
4. **参数方程$x=x(u,v),y=y(u,v),z=z(u,v),(u,v)\in D$下曲面的法向量**

   **习题：** 习题11.2中的1.(2)\(3)\(5), 2.(1)\(2)\(3), 3., 5., 6., 7., 8.

# 20190401

2019年9月4日 10:01

## 2019年4月1日基础习题课习题（修订版）

# 10多元函数微分学

## 10.4复合函数微分法

**习题：** 习题10.4中的4.

## 10.5隐函数微分法

**习题：** 习题10.5中的4.

## 10.6二元函数的泰勒公式

**习题：** 习题10.6中的1.

# 11多元函数微分学的应用

## 11.2空间曲线的切平面与法线

**习题：** 习题11.2中的6.

## 11.3多元函数的极值

1. **极值的概念与必要条件**
2. **二元函数极值的充分条件**
3. **$n$元函数极值的充分条件**
4. **最小二乘法**

**习题：** 习题11.3中的1.(1)\(2)\(3), 2., 3.

# 第10章补充题

**习题：** 第10章补充题中的1., 2., 3., 6., 7.

# 20190408

2019年9月4日　10:02

## 2019年4月8日基础习题课习题

## 11多元函数微分学的应用

### 11.3多元函数的极值

1. **极值的概念与必要条件**
2. **二元函数极值的充分条件**
3. **$n$元函数极值的充分条件**
4. **最小二乘法**

**习题：** 习题11.3中的1.(2)/(3), 2. 和 1.(1), 3.

### 11.4条件极值

1. **直接法**
2. **拉格朗日乘子法**
3. **多元函数在有界闭域上的最大、最小值**

**习题：** 习题11.4中的1., 2., 3., 4., 5., 6., 7.

# 20190415

2019年9月4日 10:06

## 2019年4月15日基础习题课习题

# 12重积分

## 12.1重积分的概念和性质

1. **重积分的几何意义与定义**
2. **可积的必要与充分条件**
3. **重积分的性质**

**习题：** 习题12.1中的1.(1), 2.(1)/(2), 3.(1)/(2), 4., 5., 6.(1)/(2)/(3)/(4)

## 12.2二重积分的计算

1. **用直角坐标计算二重积分**
2. **用极坐标计算二重积分**

**习题：** 习题12.2中的1.(2)/(4)/(5), 2.(3), 3.(3)/(4), 4.(1)/(2), 5.

## 12.3二重积分的变量代换

1. **二重积分的变量代换公式**

**习题：** 习题12.3中的1., 2., 3., 4.

# 20190422

2019年9月4日 10:09

## 2019年4月22日基础习题课习题

### 12.4三重积分的计算

1. **三重积分在直角坐标系下的计算**
2. **三重积分的变量代换**
3. **用柱坐标计算三重积分**
4. **用球坐标计算三重积分**

### 重积分的物理应用

1. **质心（重心）**
2. **对单位质量质点的引力**
3. **转动惯量**

**习题：** 习题12.4中的1., 2., 4., 6., 7., 8., 9., 10., 11., 12., 13., 14.(1), 15., 16., 18., 19.

# 20190429

2019年9月4日 10:09

## 2019年4月29日基础习题课习题

### 12.5第一型曲线积分

1. **几何意义**
2. **定义**
3. **第一型曲线积分的性质**
4. **第一型曲线积分的计算**

**习题：** 习题12.5中的1., 3., 4., 5., 6., 7.

### 12.6第一型曲面积分

1. **几何意义**
   a. **曲面面积**
2. **定义**
3. **第一型曲面积分的性质**
4. **第一型曲面积分的计算**

**习题：** 习题12.6中的1., 2., 3., 4.(1)/(2)/(3)

### 12.7含参变量积分

1. **含参变量积分的概念**
2. **含参变量积分函数的连续性**
3. **含参变量积分函数的可导性与求导公式**
4. **含参变量函数的积分（积分公式）**

### 第12章补充题

**习题：** 第12章补充题中的1., 2., 3., 4., 6., 8., 10.(1)/(2)

# 20190506

2019年9月4日　　10:09

## 2019年5月6日基础习题课习题

### 13.2向量场在有向曲线上的积分

1. **有向曲线**
2. **向量场在有向曲线上的积分的概念**
3. **第二型曲线积分的计算**

**习题：** 习题13.2中的1.,2., 3., 4., 5., 6., 7., 8., 9., 10., 11.

### 13.3格林公式

**习题：** 习题13.3中的1.(1)/(2)/(3)/(4)/(5)/(6)/(7), 2.(1)/(2), 3.(1)/(2), 4.

# 20190513

2019年9月4日　　10:10

## 2019年5月13日基础习题课习题

### 13.4向量场的曲面积分

1. **有向曲面**
2. **向量场曲面积分的概念和计算**

**习题：** 习题13.4中的1.,2., 3., 4., 5., 6., 7., 8., 9., 10., 11.

### 13.5高斯公式与斯托克斯公式

1. **高斯公式**

   **习题：** 习题13.5中的1.(1)/(2)/(3)/(4)/(5)/(6)/(7).

2. **斯托克斯公式**

# 20190520

2019年9月4日　　10:10

## 2019年5月20日基础习题课习题

### 13.5高斯公式与斯托克斯公式

1. **高斯公式**

   **习题：** 习题13.5中的1.(1)/(2)/(3)/(4)/(5)/(6)/(7)

2. **斯托克斯公式**

   **习题：** 习题13.5中的2.(1)/(2), 3.(1)/(2), 4.

### 13.6保守场

1. **平面保守场**

   **习题：** 习题13.6中的1.(1)/(2)/(3)/(4), 2., 3.(1)/(2), 4.

2. **势函数的计算**
3. **空间保守场**

   **习题：** 习题13.6中的6., 10.(1)/(2).

4. **无源场**

   **习题：** 习题13.6中的5., 7., 8.(1)/(2), 9.

5. **调和场**

# 20190527

2019年9月4日 10:11

## 2019年5月27日基础习题课习题

### 13.6保守场

1. **平面保守场**

   **习题：** 习题13.6中的1.(1)/(2)/(3)/(4), 2., 3.(1)/(2), 4.

2. **势函数的计算**
3. **空间保守场**

   **习题：** 习题13.6中的6., 10.(1)/(2).

4. **无源场**

   **习题：** 习题13.6中的5., 7., 8.(1)/(2), 9.

5. **调和场**

# 20190603

2019年9月4日 10:11

## 2019年6月3日基础习题课习题

### 14.1微分方程的基本概念

### 14.2微分方程的初等解法

1. **分离变量法**

   **习题：** 习题14.2中的1.(2)/(4)/(6).

   a. **齐次方程**

      **习题：** 习题14.2中的2.(2)/(5)/(6).

2. **一阶线性微分方程**

   **习题：** 习题14.2中的3.(2)/(4)/(5)/(7)/(10).

   a. **常数变易法**

   b. **伯努利方程**

      **习题：** 习题14.2中的4.(1)/(2),6.(1)/(2).

3. **全微分方程**

   a. **充要条件**

      **习题：** 习题14.2中的5.(5).

   b. **解法**

      i. **变上限积分法**

      ii. **不定积分法**

      iii. **分项组合凑微分法**

      **习题：** 习题14.2中的5.(2)/(3).

   c. **积分因子**

      **习题：** 习题14.2中的5.(4),9.

4. **可降阶的高阶微分方程**

   a. $y^n = f(x)$，$n$次积分

   b. 右端不显含$y$的二阶方程$\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} = f\left(x, \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)$

      **习题：** 习题14.2中的7.(1)/(4).

   c. 右端不显含$x$的二阶方程$\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} = f\left(y, \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)$

      **习题：** 习题14.2中的7.(2)/(3).

   **习题：** 习题14.2中的8.(1)/(2)/(3).