- 多元函数微分学
  - 多元连续函数
  - 偏导数
  - 全微分
  - 复合函数微分法
  - 隐函数微分法
  - 方向导数和梯度
    - 多元函数的方向导数
      - 方向导数的概念
        - $\boldsymbol{l}=(\cos\alpha,\sin\alpha)$, $\frac{\partial f(a,b)}{\partial \boldsymbol{l}}=\lim\limits_{t\to 0}\frac{f(a+t\cos\alpha,b+t\sin\alpha)-f(a,b)}{t}$
        - $g(t)=f(a+t\cos\alpha,b+t\sin\alpha)$, $\frac{\partial f(a,b)}{\partial \boldsymbol{l}}=g'(0)$
        - 偏导数是特殊的方向导数
      - 方向导数的计算
        - $f(x,y)$在点(a,b)处可微$\Rightarrow$ $\frac{\partial f(x,y)}{\partial \boldsymbol{l}}=\frac{\partial f}{\partial x}\cos\alpha+\frac{\partial f}{\partial y}\sin\alpha$
          - $\boldsymbol{l}=(\cos\alpha,\sin\alpha)$ 是单位向量
    - 梯度
      - 梯度向量的概念
        - $\mathrm{grad} f(a,b)=\frac{\partial f(a,b)}{\partial \boldsymbol{l}_0}\boldsymbol{l}_0$，其中$\boldsymbol{l}_0$满足$\frac{\partial f(a,b)}{\partial \boldsymbol{l}_0}=\max\limits_{\|\boldsymbol{l}\|=1}\{\frac{\partial f(a,b)}{\partial \boldsymbol{l}}\}$
          - 梯度向量的方向：取到最大的方向导数
          - 梯度向量的长度：方向导数的最大值
      - 梯度向量的计算
        - $f(x,y)$在点(a,b)处可微$\Rightarrow$ $\mathrm{grad} f(a,b)=(\frac{\partial f(a,b)}{\partial x},\frac{\partial f(a,b)}{\partial y})$
          - $f(x,y)$在点(a,b)处可微$\Rightarrow$ $\frac{\partial f(a,b)}{\partial \boldsymbol{l}}=\mathrm{grad} f(a,b)\cdot\boldsymbol{l}$
          - 梯度向量与等值线垂直
  - 映射及其微分
    - $\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^m$的映射
      - 定义
      - 连续映射
    - 映射的微分
      - 概念
      - 映射的Jacobi矩阵
    - 复合映射的微分法
    - 一元向量值函数($\mathbb{R}^1\to\mathbb{R}^m$的映射)的导数与积分
      - 一元向量值函数的概念 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{f}(t), t\in\mathbb{R}, \boldsymbol{r}\in\mathbb{R}^n$
      - 一元向量值函数的导数
        - $\boldsymbol{f}'(t)=\begin{pmatrix}x'(t)\\y'(t)\\z'(t)\end{pmatrix}$
        - $\mathrm{d}\boldsymbol{f}(t)=\begin{pmatrix}x'(t)\mathrm{d}t\\y'(t)\mathrm{d}t\\z'(t)\mathrm{d}t\end{pmatrix}$
      - 求导法则
        - $(c\boldsymbol{u}(t))'=c\boldsymbol{u}'(t)$
        - $(\boldsymbol{u}(t)+\boldsymbol{v}(t))'=\boldsymbol{u}'(t)+\boldsymbol{v}'(t)$
        - $(\lambda(t)\boldsymbol{u}(t))'=\lambda'(t)\boldsymbol{u}(t)+\lambda(t)\boldsymbol{u}'(t)$
        - $(\boldsymbol{u}(t)\cdot\boldsymbol{v}(t))'=\boldsymbol{u}'(t)\cdot\boldsymbol{v}(t)+\boldsymbol{u}(t)\cdot\boldsymbol{v}'(t)$
        - $(\boldsymbol{u}(t)\times\boldsymbol{v}(t))'=\boldsymbol{u}'(t)\times\boldsymbol{v}(t)+\boldsymbol{u}(t)\times\boldsymbol{v}'(t)$
      - 向量值函数的积分 $\int_a^b \boldsymbol{f}(t)\mathrm{d}t=\begin{pmatrix}\int_a^b x(t)\mathrm{d}t\\\int_a^b y(t)\mathrm{d}t\\\int_a^b z(t)\mathrm{d}t\end{pmatrix}$
  - 多元函数的泰勒公式
    - 二元函数的n阶带有 Peano型余项的泰勒公式
      - $f(x,y)=f(a,b)$
        $+[\frac{\partial}{\partial x}(x-a)+\frac{\partial}{\partial y}(y-b)]f(a,b)$
        $+\frac{1}{2}[\frac{\partial}{\partial x}(x-a)+\frac{\partial}{\partial y}(y-b)]^2 f(a,b)$
        $+\cdots$
        $+\frac{1}{n!}[\frac{\partial}{\partial x}(x-a)+\frac{\partial}{\partial y}(y-b)]^n f(a,b)$
        $+o((\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2})^n)$
    - 二元函数的n阶带有Lagrange型余项的泰勒公式
      - $f(x,y)=f(a,b)$
        $+[\frac{\partial}{\partial x}(x-a)+\frac{\partial}{\partial y}(y-b)]f(a,b)$
        $+\frac{1}{2}[\frac{\partial}{\partial x}(x-a)+\frac{\partial}{\partial y}(y-b)]^2 f(a,b)$
        $+\cdots$
        $+\frac{1}{n!}[\frac{\partial}{\partial x}(x-a)+\frac{\partial}{\partial y}(y-b)]^n f(a,b)$
        $+\frac{1}{(n+1)!}[\frac{\partial}{\partial x}(x-a)+\frac{\partial}{\partial y}(y-b)]^{n+1} f(a+\theta\Delta x,b+\theta\Delta y)$,
        $0<\theta<1$