INTRODUÇÃO

Para executar as simulações presentes nesse trabalho, utilizei *jupyter notebook*, que é uma IDE de Python para Data Science. Disponibilizerei o pdf gerado pelo notebook e também deixarei o *.ipynb* para que possa ser executado por qualquer um. Para isso algumas instruções:

1. Acesse qualquer interpretador .ipynb — o mais fácil é o google colab → https://colab.research.google.com/ — e faça o upload do arquivo;
2. Primeiro execute o último bloco desse notebook — lá no fim, chamado 'Funções feitas sob medida para simulação' — para carregar as funções utilziadas ao longo das análises.

Existem diversos motivos para utilizar Python em análise de sistemas e gostaria de defender alguns pontos. Há muitas bibliotecas científicas que são abertas ao uso e podem ser fácilmente instaladas com o uso da diretiva **import**. O que torna essa ferramenta tão poderosa é a enorme comunidade envolvida, que está sempre evoluindo a capacidade da ferramenta. Python é usado para tudo! Para tudo existe uma biblioteca que respeita as convenções da linguagem, ou seja, é uma maneira perfeita de interoperar áreas do conhecimento.

É fato que é mais prático usar MATLAB para ações pontuais — no contexto dessas simulações com certeza seria. Entretanto no final das contas, o Python vai fornecer um canhão de ferramentas poderosas para gerar outros tipos de análises matemáticas no contexto de controle. Eu poderia, por exemplo:

- Posso processar uma grande massa de dados empíricos com muito mais facilidade e velocidade;
- Posso "anexar" modelos de aprendizagem de máquina às funções de transferência ou espaços de estados;
- Posso — e essa talvez seja a coisa mais interessante — embarcar minhas funções em dispositivos com muita facilidade.

Por isso, é um bom investimento de tempo se envolver com Python. Abaixo, eu construi algumas funções sob medida para essas simulações. O meu objetivo foi simplesmente acelerar os cálculos, pois muitas vezes temos que corrigir erros o que leva muito tempo. É mais fácil fazer isso ajustando parâmetros.

QUESTÃO 1

Obtendo polos e informações da função

A função de transferência média dos dados “a5.csv” :

$$G(s) = 1.3885 \cdot \frac{20.223}{s^2 + 3s + 20.223}$$

In [ ]:
```
G = obter_sistema(zeta=0.3346, wn=4.4971, k=1.3885)
G['dados']
```

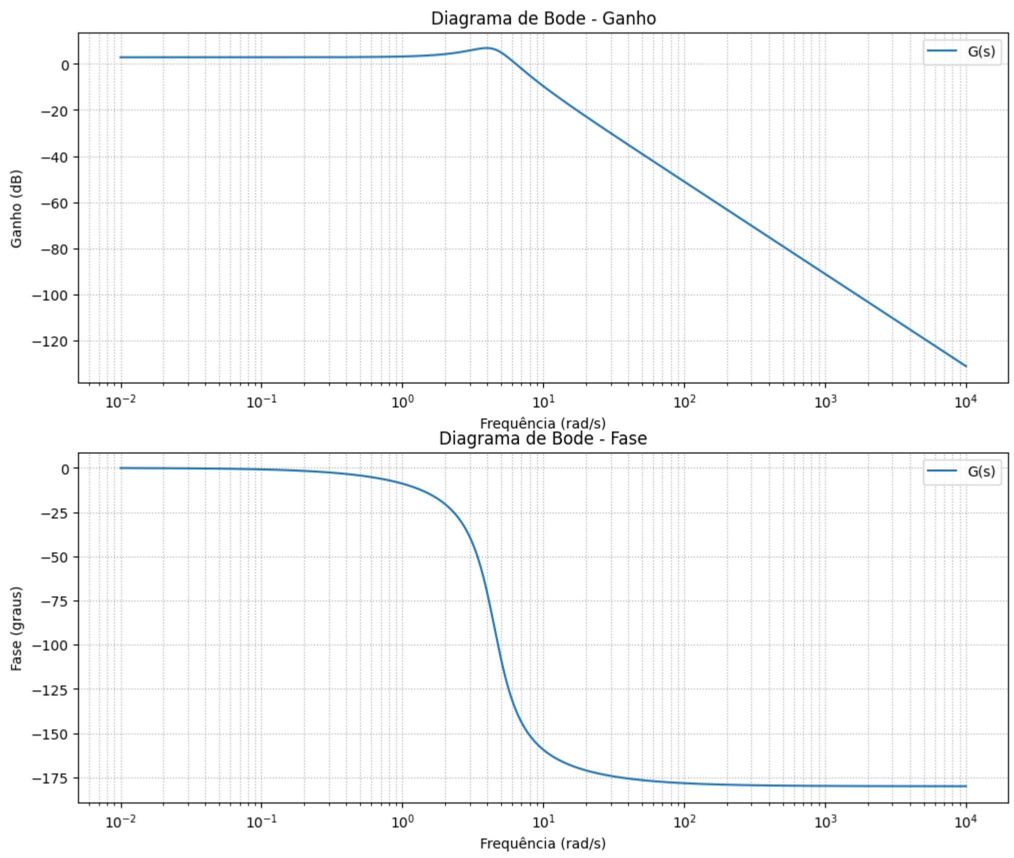
```
        28.08
---------------------
s^2 + 3.009 s + 20.22

Zeros:
Polos:
-1.5047+4.2379j
-1.5047-4.2379j
```

Out[ ]:

	Margem de Ganho (dB)	Margem de Fase (graus)	Frequência de Margem de Ganho (rad/s)	Frequência de Margem de Fase (rad/s)
Sistema	inf	43.14319	NaN	6.380678

Simulação de Bode

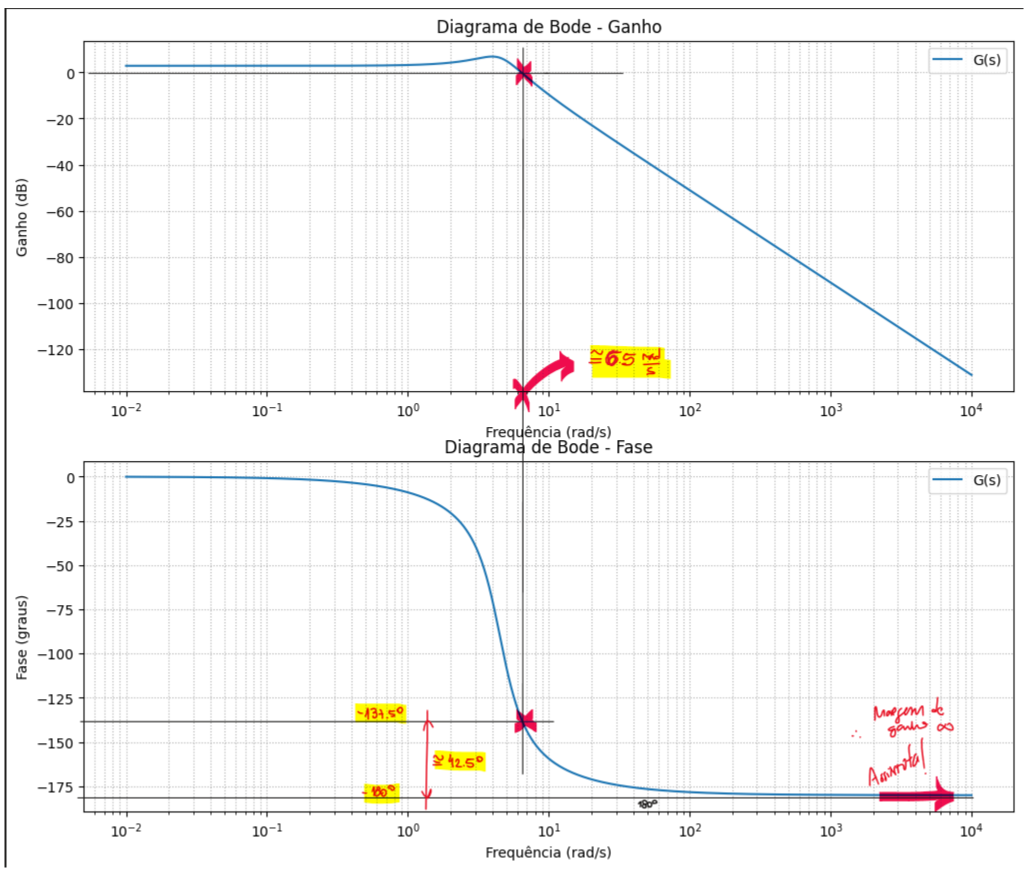
In [ ]:
```
obter_plot_bode({'G(s)':G['scipy']})
```



Segundo Ogata (pag 427, cap 7):

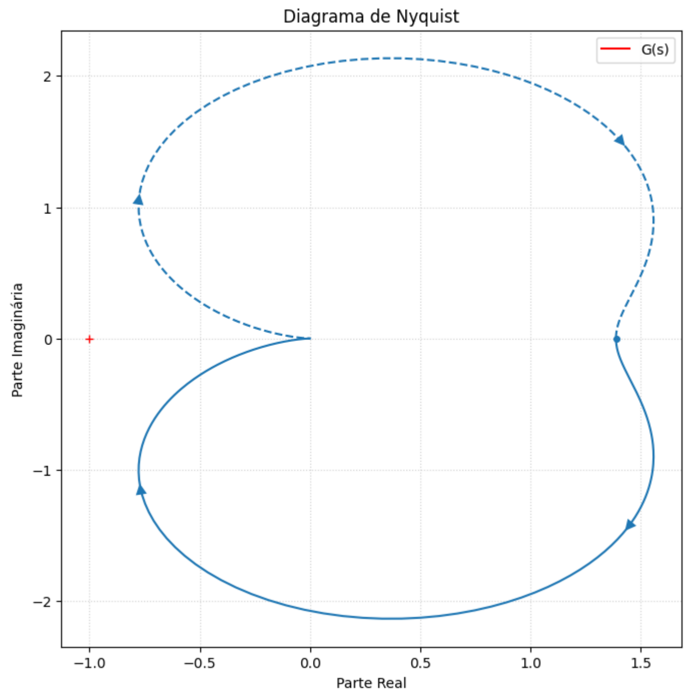
```
"A margem de ganho de um sistema de primeira ou de segunda ordens é infinita, visto que os diagramas polares para esses sistemas não cruzam o eixo real negativo"
```

Consequentemente não haverá frequência de crossover. Além disso, podemos ver na imagem abaixo que a margem de fase é realmente $\approx 45^\circ$ e a frequência desse valor realmente está em torno de $5.5 \frac{\omega}{seg}$

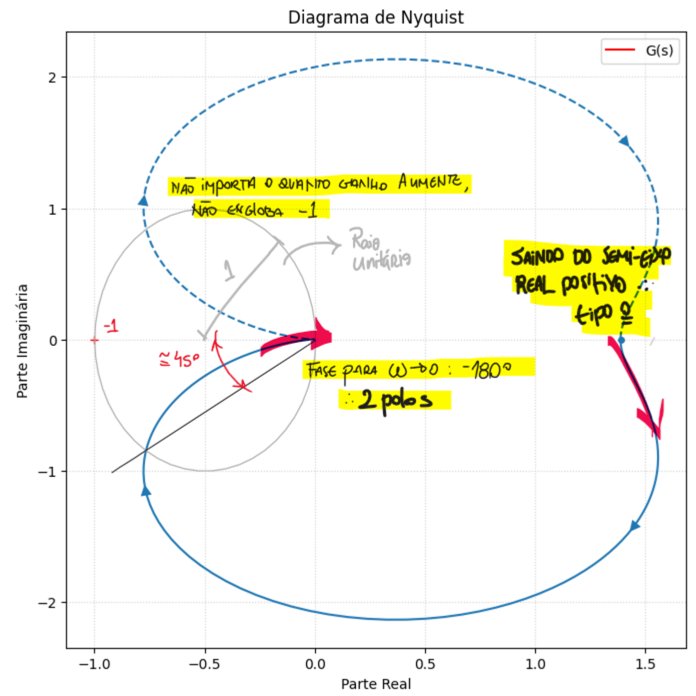


Simulação de Nyquist

In [ ]:
```
obter_plot_nyquist({'G(s)':G['control']})
```



O plot de Nyquist concorda perfeitamente com o diagrama de Bode. Apesar da circunferência estar deformada pelas dimensões do gráfico, podemos ver que o sistema é do tipo 0, temos 2 polos e temos uma margem de fase de aproximadamente 45°. Não importa o ganho, o gráfico não abraçará -1.

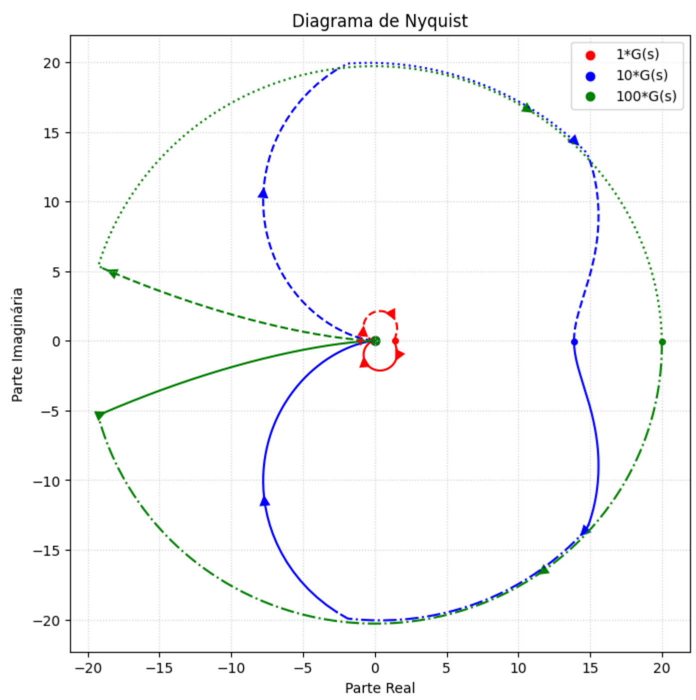


QUESTÃO 2

Simulação de diversos ganhos

Como dito na questão anterior, a margem de ganho é infinita. A única forma desse sistema se tornar instável é através da fase. Faremos o seguinte para mostrar isso, na simulação do plot de Nyquist abaixo, 3 plots são feitos, para ganhos 1, 10 e 100. Isso mostra o comportamento assinstótico. É possível ver o comportamento assintótico do plot de nyquist, ele entra com ângulo -180.

In [ ]:
```
obter_plot_nyquist({'1*G(s)':G['control'], '10*G(s)':10*G['control'], '100*G(s)':100*G['control']})
```



QUESTÃO 3

Obter dados A5

In [ ]:
```
a5 = obter_dados_a5()
a5
```

Out[ ]:

	Sobressinal	Coeficiente de Amortecimento (ζ)	Frequência Natural não Amortecida (ω_d)	Frequência Natural Amortecida (ω_n)	Ganho
Média	0.330111	0.334555	4.778245	4.497064	1.388502
Valor Máximo	0.394422	0.402900	7.445800	6.981300	2.322430
Variação Máxima	0.064312	0.068345	2.667555	2.484236	0.933928

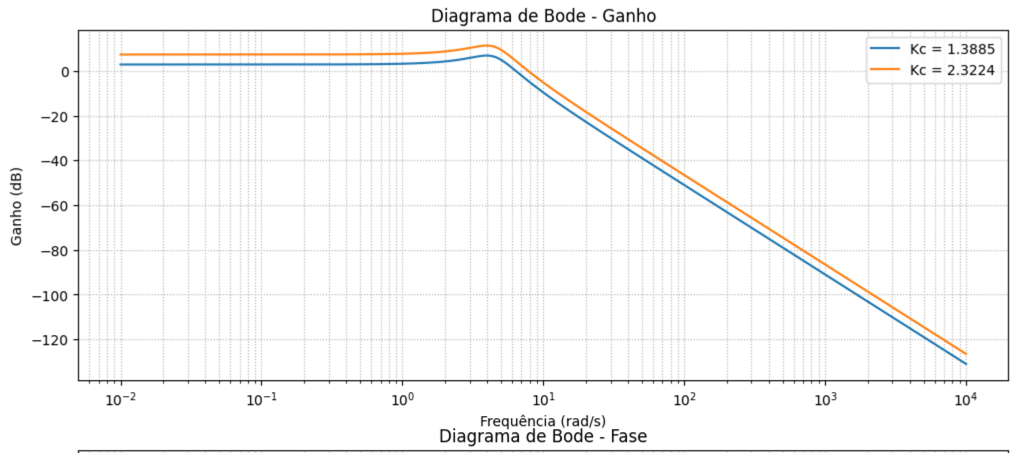
O que farei é o seguinte, vou gerar 3 diagramas de Bode e 3 diagramas plots de Nyquist variando sempre somente um parâmetro, do seu valor médio para seu valor máximo.

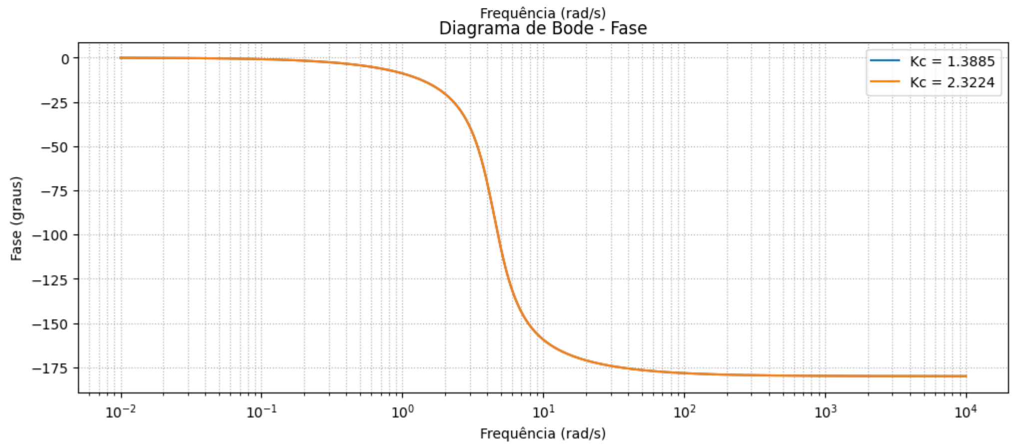
Ao fazer isso, veremos que o o único parâmetro que parece afetar significativamente a margem de fase — a marge de ganho se mostrou inalterada para qualquer manipulação — é o ganho. O coeficiente de amortecimento, ζ, com certeza tem grande poder de influência, visto que uma mudança de 0.07 já provocou aumento de margem de fase também.

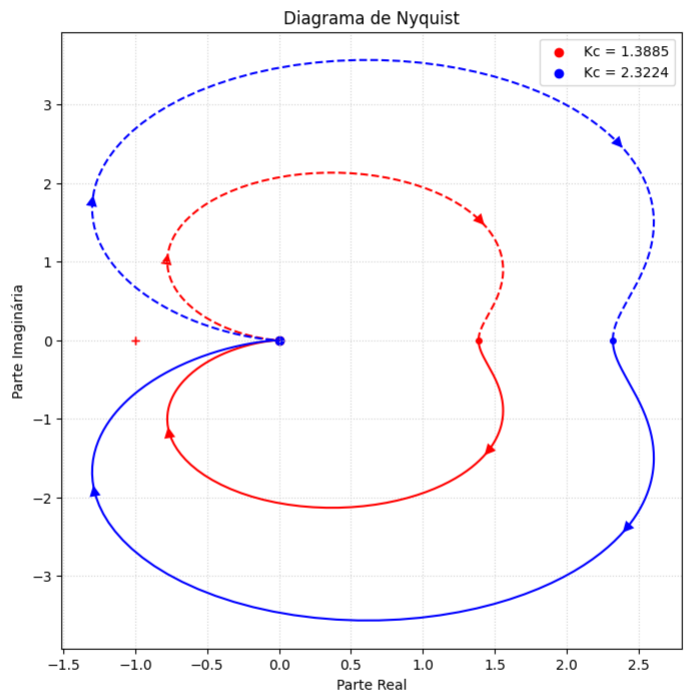
Variação do ganho

In [ ]:
```
G_k1 = obter_sistema(zeta=0.3346, wn=4.4971, k=1.3885)
G_k2 = obter_sistema(zeta=0.3346, wn=4.4971, k=2.3224)

obter_plot_bode({'Kc = 1.3885':G_k1['scipy'], 'Kc = 2.3224':G_k2['scipy']})
obter_plot_nyquist({'Kc = 1.3885':G_k1['control'], 'Kc = 2.3224':G_k2['control']})
```

```
        28.08
---------------------
s^2 + 3.009 s + 20.22

Zeros:
Polos:
-1.5047+4.2379j
-1.5047-4.2379j

        46.97
---------------------
s^2 + 3.009 s + 20.22

Zeros:
Polos:
-1.5047+4.2379j
-1.5047-4.2379j
```



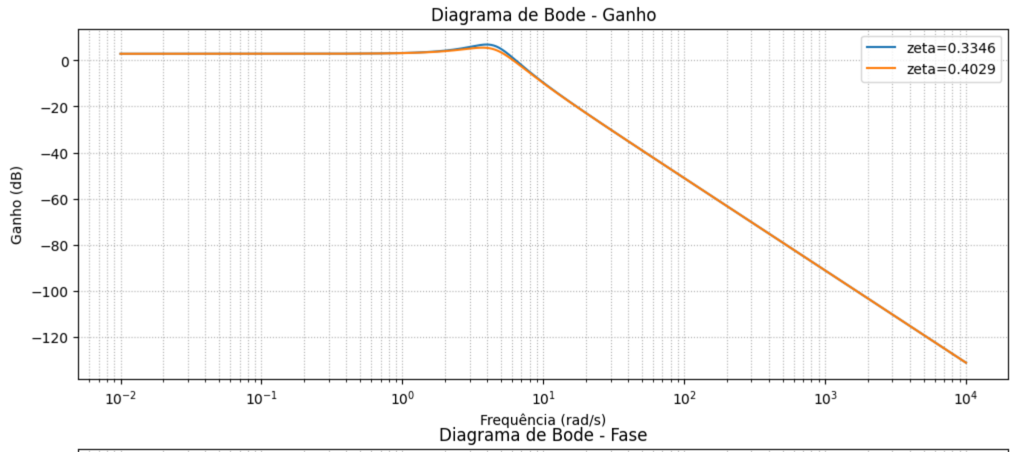


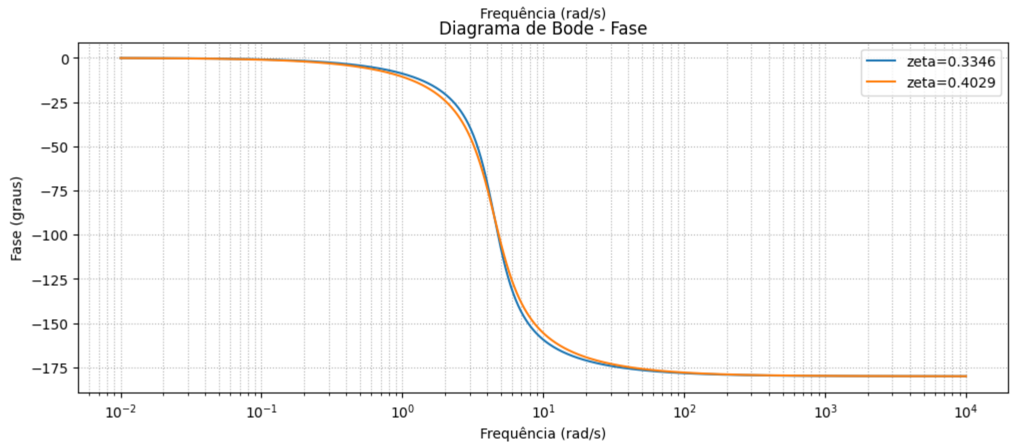


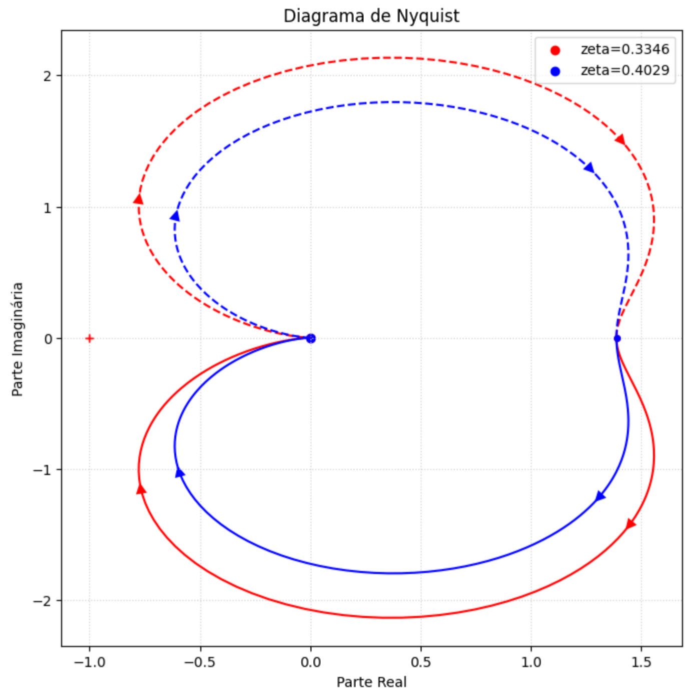
Variação do coeficiente de amortecimento

In [ ]:
```
G_k1 = obter_sistema(zeta=0.3346, wn=4.4971, k=1.3885)
G_k2 = obter_sistema(zeta=0.4029, wn=4.4971, k=1.3885)

obter_plot_bode({'zeta=0.3346':G_k1['scipy'], 'zeta=0.4029':G_k2['scipy']})
obter_plot_nyquist({'zeta=0.3346':G_k1['control'], 'zeta=0.4029':G_k2['control']})
```

```
        28.08
---------------------
s^2 + 3.009 s + 20.22

Zeros:
Polos:
-1.5047+4.2379j
-1.5047-4.2379j

        28.08
---------------------
s^2 + 3.624 s + 20.22

Zeros:
Polos:
-1.8119+4.1159j
-1.8119-4.1159j
```



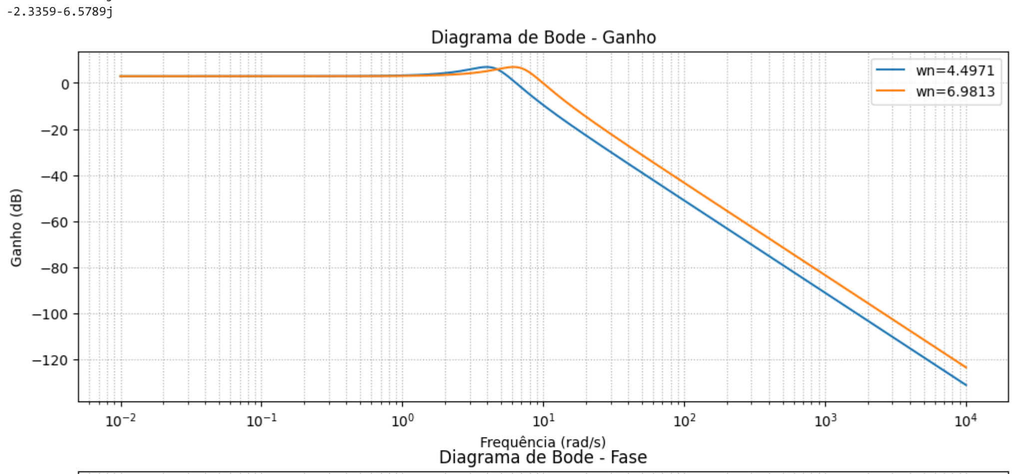


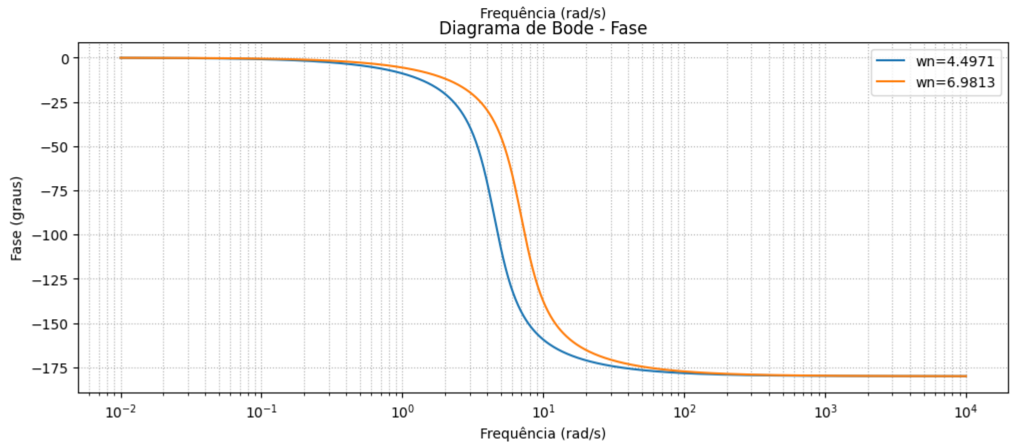


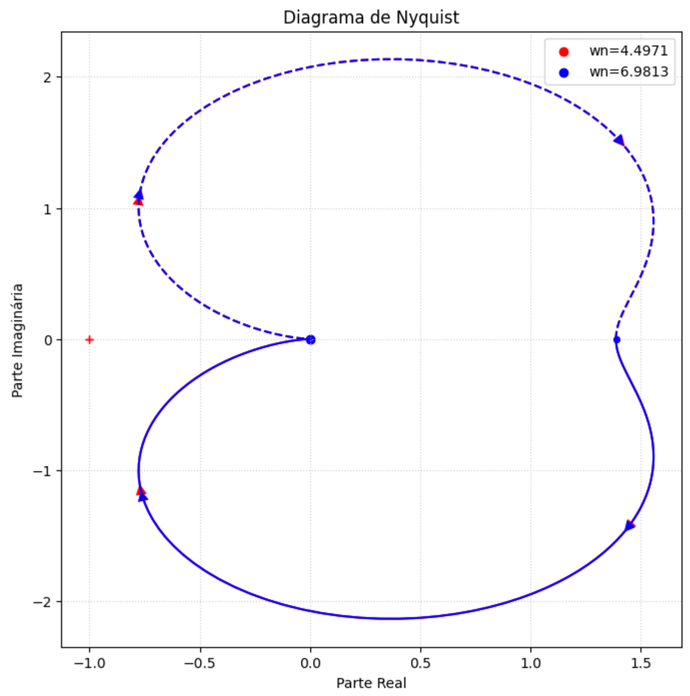
Variação do frequência amortecida

In [ ]:
```
G_k1 = obter_sistema(zeta=0.3346, wn=4.4971, k=1.3885)
G_k2 = obter_sistema(zeta=0.3346, wn=6.9813, k=1.3885)

obter_plot_bode({'wn=4.4971':G_k1['scipy'], 'wn=6.9813':G_k2['scipy']})
obter_plot_nyquist({'wn=4.4971':G_k1['control'], 'wn=6.9813':G_k2['control']})
```

```
        28.08
---------------------
s^2 + 3.009 s + 20.22

Zeros:
Polos:
-1.5047+4.2379j
-1.5047-4.2379j

        67.67
---------------------
s^2 + 4.672 s + 48.74

Zeros:
Polos:
-2.3359+6.5789j
-2.3359-6.5789j
```







QUESTÃO 4.a

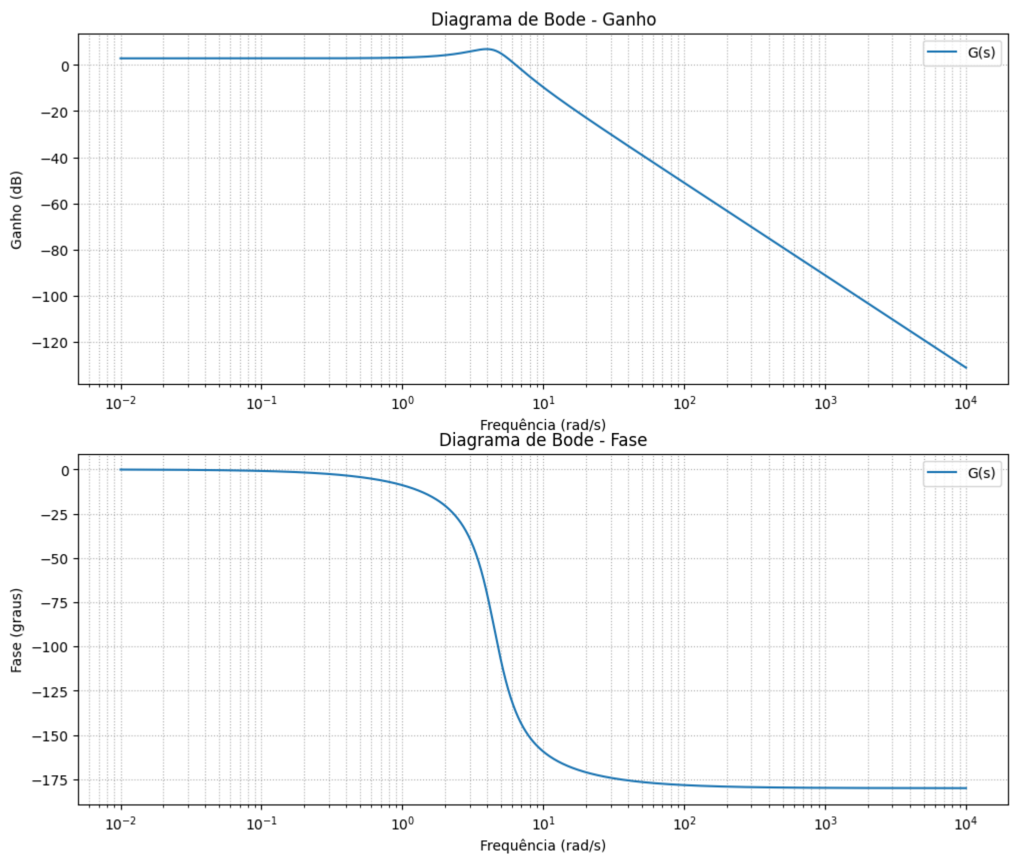
O sistema tal como é

Aqui vamos somente reproduzir a função e obter algumas informações incluindo o erro no estado estacionário.

```
In [ ]: G = obter_sistema(zeta=0.3346, wn=4.4971, k=1.3885)
```

```
      28.08
--------------------
s^2 + 3.009 s + 20.22

Zeros:
Polos:
-1.5047+4.2379j
-1.5047-4.2379j
```

```
In [ ]: obter_plot_bode({"G(s)":G['scipy']})
```




```
In [ ]: obter_informacoes_bode(num=[28.08],den=[1, 3.009, 20.22])
```

Out[ ]:

	Pico de ressonância (dB)	Frequência do pico de ressonância (rad/s)	Ganho em baixas frequências (dB)	Banda de passagem (rad/s) e corte	Margem de Ganho (dB)	Margem de Fase (graus)	Frequência de Margem de Ganho (rad/s)	Frequência de Margem de Fase (rad/s)
0	2.2022	3.9682	1.4434	-2.9682	inf	43.1354	NaN	6.3805

Garantido erro estacionário com ganho adequado

A primeira coisa que iremos fazer é resolver nosso requisito de erro no estado estacionário. Ele é calculado para degrau unitário e é proporcional a uma constante K_p, em sistemas do tipo 0 — que é o caso. Logo:

$$e_{ss} = \frac{1}{1+K_p} \rightarrow K_p = 49$$

O que acabamos de encontrar foi um *controlador proporcional*, a razão ganho natural do sistema pelo *ganho de posição*, $\frac{K}{K_p}$, produz um erro muito próximo à 0.02. Este tipo de controlador, entretanto, não consegue sintonizar corretamente a margem de fase. Por isso vamos projetar o *compensador* para tentar sintonizar, também, o requisito de margem de fase. Compensadores tem a seguinte forma:

$$C(s) = K_c \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}$$

- se $\alpha < 1$, você está adicionando um *compensador de avanço de fase*;
- se $0 < \alpha < 1$, você está adicionando um *compensador de atraso de fase*;
- se $\alpha = 1$, você está adicionando um *controlador proporcional*;
- se $\alpha = 0$, você está adicionando um *zero + controlador proporcional*;

Para projetar um compensador de avanço, a primeira coisa a se fazer é determinar qual será o ganho. Isso se faz dividindo o ganho natural do sistema em malha aberta pelo ganho proporcional para o requisito de erro estacionário:

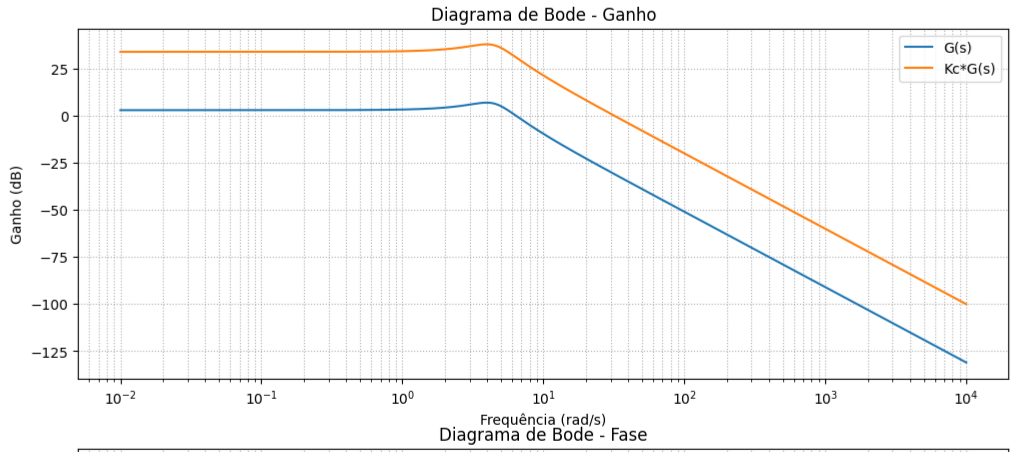
$$K_c = \frac{K}{K_p} \rightarrow \frac{1.3885}{49} \rightarrow \boxed{K_c = 35.2899}$$

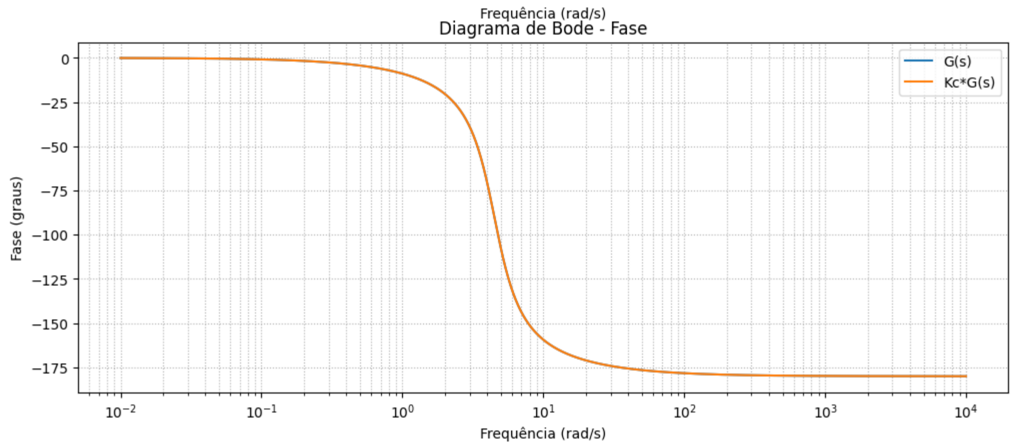
Com isso, temos o ganho do nosso compensador. Nosso novo sistema será:

```
In [ ]: KcG = obter_sistema(zeta=0.3346, wn=4.4971, k=1.3885*35.2899)
```

```
       991
--------------------
s^2 + 3.009 s + 20.22

Zeros:
Polos:
-1.5047+4.2379j
-1.5047-4.2379j
```

```
In [ ]: obter_plot_bode({"G(s)":G['scipy'], 'Kc*G(s)':KcG['scipy']})
```





Definição dos parâmetros baseado na fase necessária

Na prática, o que fazemos é olhar para o nosso instrumento de análise, o *Diagrama de Bode* — preferível ao *Plot de Nyquist* por ser uma superposição gráfica dos elementos que compõe o sistema. Aqui, vamos usar cálculo numérico para isso (os plots só virão ao fim dos cálculos) para encontrar nossos valores.

A função python 'calcula_bode' nos dá três critérios:

- 'frequencia' : retorna frequência, ganho e fase para o valor de frequêcia que você forneceu;
- 'ganho' : retorna frequência, ganho e fase para o valor de ganho que você forneceu;
- 'fase' : retorna frequência, ganho e fase para o valor de fase que você forneceu;

> As unidades retornadas são rad/s, dB e $graus$. Quanto maior a 'resolucao', maior será a precisão dos valores retornados.

Observando as *margens* do sistema, podemos ver que a frequência de margem de fase é de $\boxed{31.7267\frac{rad}{s}}$

In [ ]:
```
obter_valor_bode(KcG['scipy'], criterio="ganho", valor=0, resolucao=1000)
```

Out[ ]:

	Frequência (rad/s)	Fase (graus)	Ganho (dB)
valores	31.878913	-174.498265	-0.084424

Na literatura (*Ogata, 5°Ed, figura 7.91*), podemos ver que o diagrama polar desse tipo de compensador fornece duas relações interessantes para cálculo, a saber:

ϕ_m, fase máxima:

$$\sin \phi_m = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

ω_m, ganho máxima:

$$|C(j\omega_m)| = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$$

Considerando nosso requisito de fase, $55^{\circ} - 5.5290^{\circ} + 10^{\circ} = 59.5^{\circ}$, precisamos que $\phi_m = 58.5^{\circ}$. Logo temos:

$$sen(53^{\circ}) = 0.0.7986 = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \rightarrow \boxed{\alpha = 0.0743}$$

Agora, podemos calcular também o máximo de ganho que nosso compensador pode fornecer:

$$|C(j\omega_m)| = \frac{1}{\sqrt{8.9305}} \rightarrow \boxed{|C(j\omega_m)| = 3.6686dB}$$

Então, o que queremos é que o modulo do sistema seja $|G(j\omega)| = -3.6686dB$, e vamos buscar a frequência para esse ganho.

In [ ]:
```
obter_valor_bode(KcG['scipy'], criterio='ganho', valor=-3.6686, resolucao=1000)
```

Out[ ]:

	Frequência (rad/s)	Fase (graus)	Ganho (dB)
valores	39.227768	-175.554808	-3.733772

Ou seja, nossa nova frequência de corte será $32.2484\frac{rad}{s}$, pois se o cruzamento for ω_m, o ganho do compesador vai zerar com o ganho do sistema. Para garantir isso, precisamos encontrar o T que faça isso, assim:

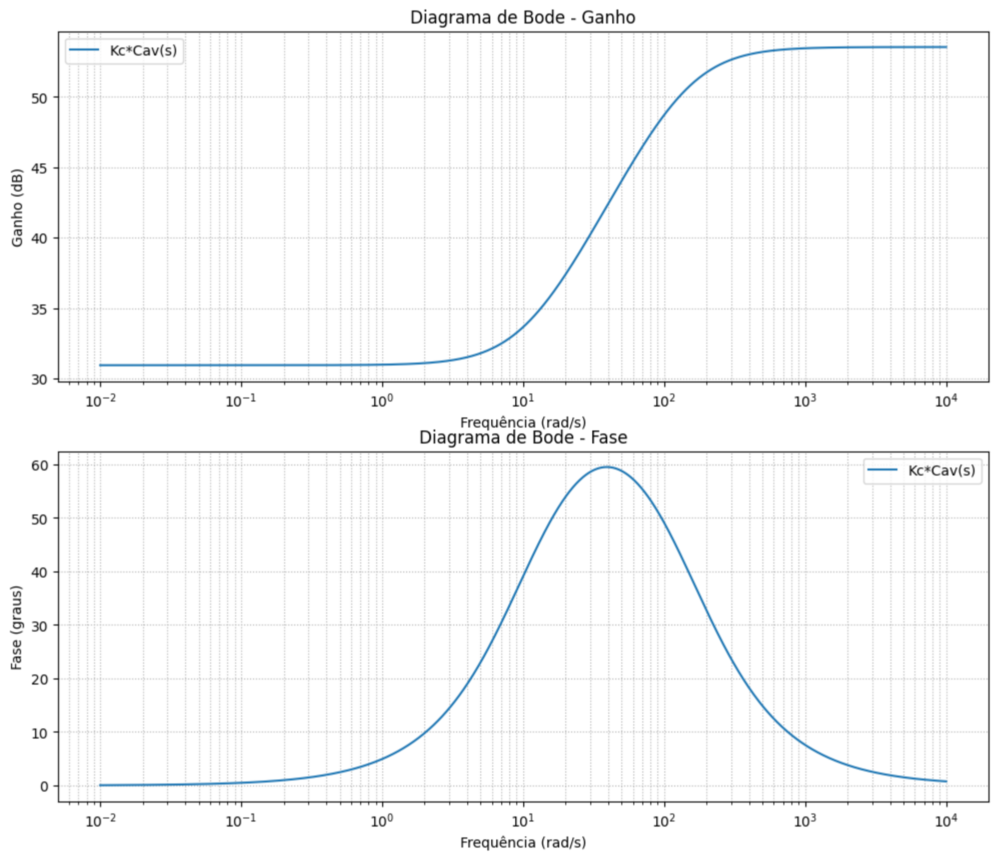
$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha}T} \rightarrow \boxed{T = 0.0103}$$

Logo nosso compensador será:

In [ ]:
```
Cav = obter_compensador(alpha=0.0743, T=0.0935, kc=35.2899)
```

```
3.3 s + 35.29
--------------
0.006947 s + 1

Zeros:
-10.6952+0.0000j
Polos:
-143.9460+0.0000j
```

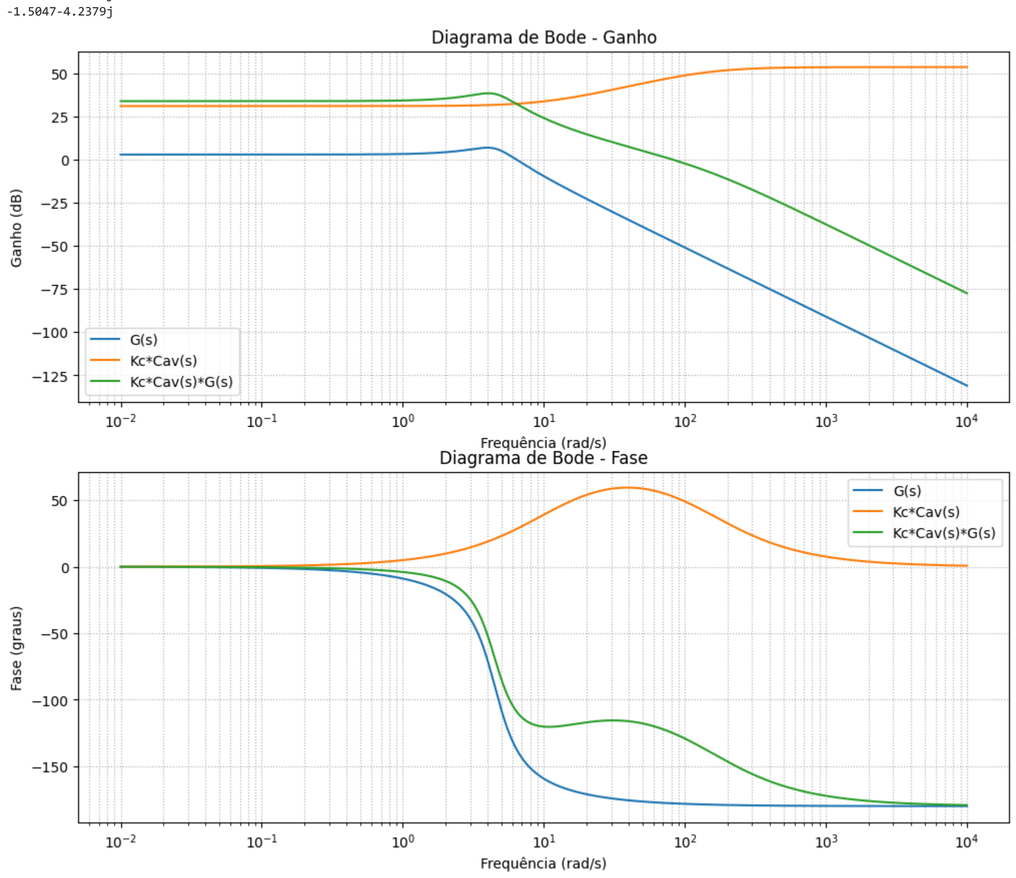
In [ ]:
```
obter_plot_bode({"Kc*Cav(s)":Cav['scipy']})
```



Simulação e plot do compensador de avanço

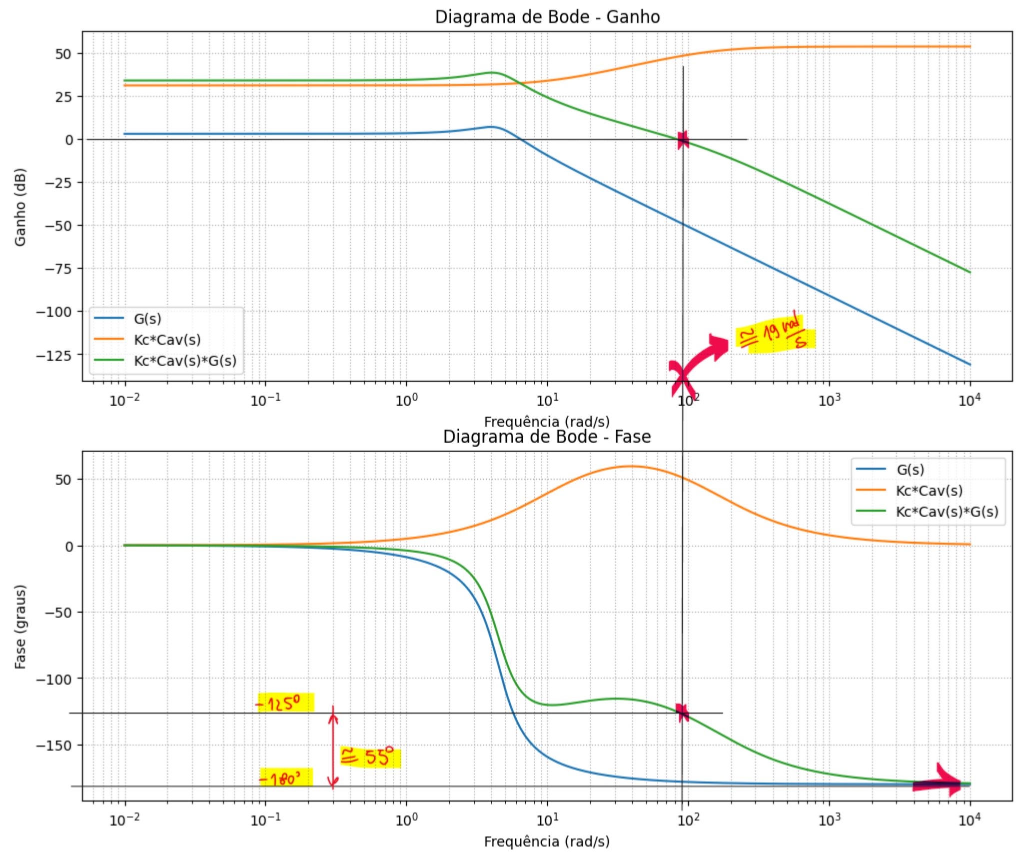
In [ ]:
```
Kc_Cav_G = obter_malha([Cav['control'], G['control']], control=True)
obter_plot_bode({'G(s)':G['scipy'], 'Kc*Cav(s)':Cav['scipy'], 'Kc*Cav(s)*G(s)':Kc_Cav_G['scipy']})
```

```
Forma padrão:
**************

              92.66 s + 991
-----------------------------------------
0.006947 s^3 + 1.021 s^2 + 3.15 s + 20.22

Zeros:
-10.6952+0.0000j
Polos:
-143.9460+0.0000j
-1.5047+4.2379j
-1.5047-4.2379j
```



In [ ]:
```
_,_ = obter_sistema(num=[92.66, 991], den=[0.007, 1.021, 3.15, 20.22])
```

```
              92.66 s + 991
--------------------------------------
0.007 s^3 + 1.021 s^2 + 3.15 s + 20.22

Zeros:
-10.6950+0.0000j
Polos:
-142.8485+0.0000j
-1.5043+4.2377j
-1.5043-4.2377j
```



Malha fechada

Nossa malha fechada será:

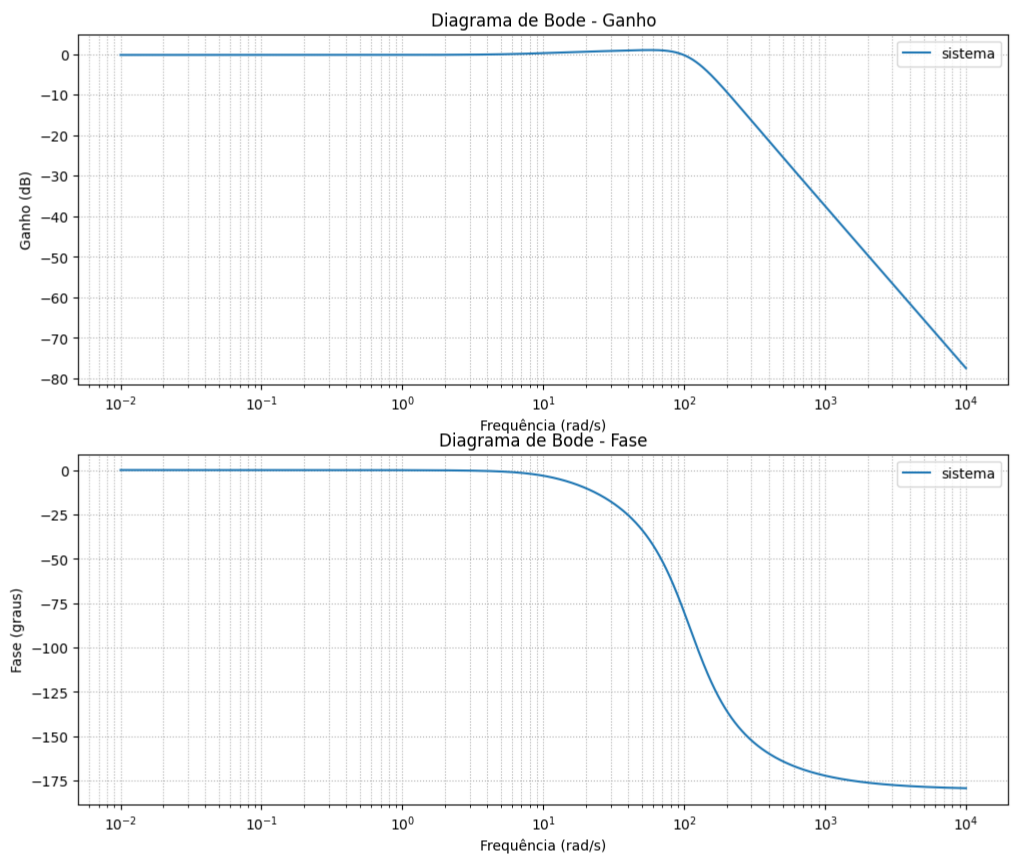
```
In [ ]: malha_fechada_avanco = obter_malha([G['control'], Cav['control']], control=True, close=True) # obter cascata da malha e fechar ela
```

```
Forma padrão:
**************

              92.66 s + 991
----------------------------------------
0.006947 s^3 + 1.021 s^2 + 95.81 s + 1011

Zeros:
-10.6952+0.0000j
Polos:
-67.5011+87.2969j
-67.5011-87.2969j
-11.9533+0.0000j
```

```
In [ ]: info = obter_informacoes_bode(num=[92.66,991],den=[0.007, 1.021, 95.81, 1011], resolucao=1000, close=True)
obter_plot_bode({'sistema':malha_fechada_avanco['scipy']})
info
```

Out[ ]:

	Pico de ressonância (dB)	Ganho em baixas frequências (dB)	Margem de Ganho (dB)	Margem de Fase (graus)
0	1.1288	0.9811	inf	102.848



QUESTÃO 4.b

Cálculo do compensador de atraso

O *compensador de atraso* faz é interessante quando já temos o ganho ajustado ao erro e só queremos garantir a margem de fase em uma frequência específica. Na prática, vamos atrasar a fase para que a frequência de corte ocorra no início da transitório original.

Se você subtrair: $-180^\circ + MF = \theta$.

θ será a fase onde você terá sua margem de fase desejada. A partir dela você pode encontrar qual deve ser sua frequência de corte. No nosso caso, $-180^\circ + 55^\circ = -125^\circ$ e acrescentaremos 8° por recomendação da literatura — no compensador de avanço, ajustamos para 10° além do requisito. $K_c = 35.2899$.

```
In [ ]: obter_valor_bode(KcG['scipy'], criterio="fase", valor=-117, resolucao=1000)
```

Out[ ]:

	Frequência (rad/s)	Fase (graus)	Ganho (dB)
valores	5.342293	-117.350678	34.767229

A função 'calcular_bode' retornou os valores de frequência, fase e ganho, para a fase -117°.

> Mas de todo o caso, o que se faz é observar gráfico e traçar uma linha para a margem de fase que precisa, identificando com isso, onde o ganho que precisaria estar para produzir essa margem de fase. Com isso você pode calcular a queda de ganho necessária.

No nosso caso, a frequência está por volta de $5.3\frac{rad}{s}$. Considerando esse ponto, precisamos de um ganho $-34.7672dB$, para cancelar com o ganho e ter o frequência de corte nessa fase. Ou seja:

$$20\ \log_{10}|C(j\omega)| = -34.7672 \rightarrow |C(j\omega)| = 0.0182$$

Sabe-se que em *altas frequências*, o ganho de nosso controlador se resume a $\frac{1}{a}$:

$$\frac{1}{a} = 0.0182 \rightarrow a = 54.9450$$

Finalmente, nossa frequência dirá o parâmetro T. A prática é escolher o zero do controlador uma década abaixo (*Castrucci, cap.5.11.12*), evitando assim a diminuição da margem. Logo:

$$s = -\frac{1}{T} = -0.5494 \rightarrow T = 1.8201$$

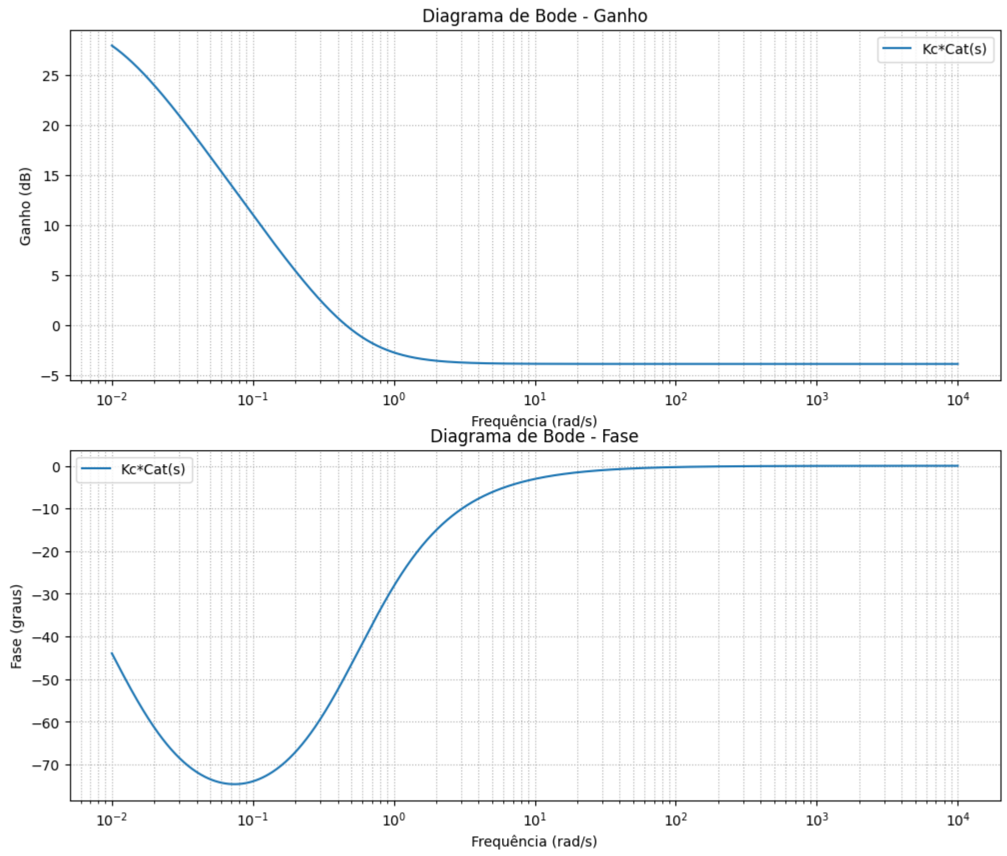
In [ ]:
```python
Cat = obter_compensador(alpha=54.9450, T=1.8201, kc=35.2899)
Cat['dados']
```

```
64.23 s + 35.29
---------------
   100 s + 1

Zeros:
-0.5494+0.0000j
Polos:
-0.0100+0.0000j
```

Out[ ]:

	Margem de Ganho (dB)	Margem de Fase (graus)	Frequência de Margem de Ganho (rad/s)	Frequência de Margem de Fase (rad/s)
Compensador de atraso	inf	131.195208	NaN	0.46021

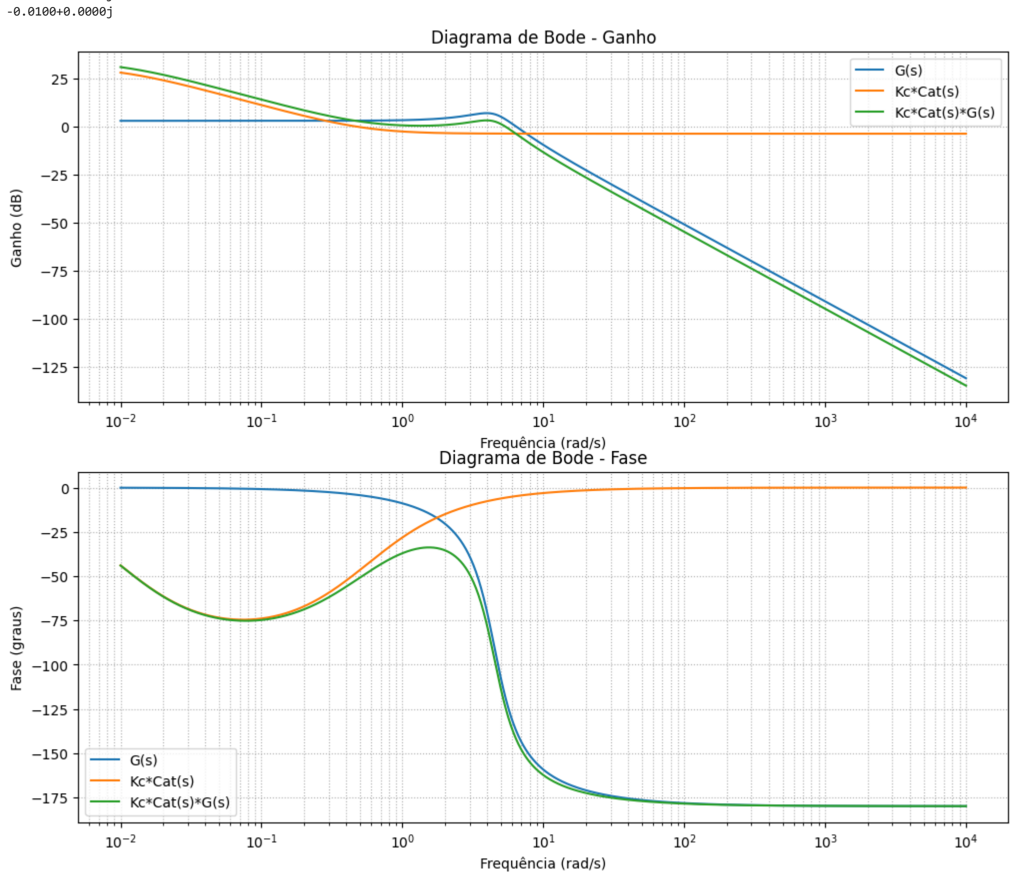
In [ ]:
```python
obter_plot_bode({"Kc*Cat(s)":Cat['scipy']})
```



Simulação e plot do compensador de atraso

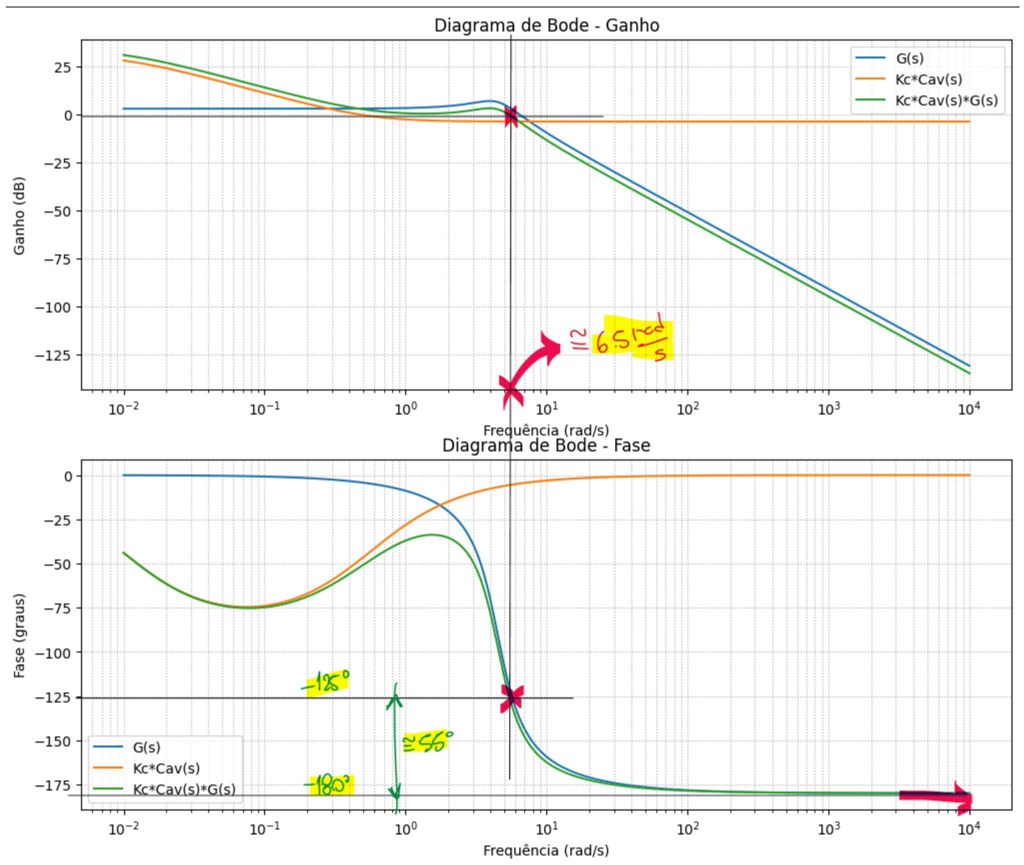
In [ ]:
```python
Kc_Cat_G = obter_malha([Cat['control'], G['control']], control=True)
obter_plot_bode({'G(s)':G['scipy'], 'Kc*Cat(s)':Cat['scipy'], 'Kc*Cat(s)*G(s)':Kc_Cat_G['scipy']})
```

```
Forma padrão:
**************

         1804 s + 991
---------------------------------
100 s^3 + 302 s^2 + 2026 s + 20.22

Zeros:
-0.5494+0.0000j
Polos:
-1.5047+4.2379j
-1.5047-4.2379j
-0.0100+0.0000j
```



In [ ]:
```python
_,_ = obter_sistema(num=[1804, 991], den=[100, 302, 2026, 20.22])
```

```
         1804 s + 991
---------------------------------
100 s^3 + 302 s^2 + 2026 s + 20.22

Zeros:
-0.5493+0.0000j
Polos:
-1.5050+4.2385j
-1.5050-4.2385j
-0.0100+0.0000j
```



Malha fechada

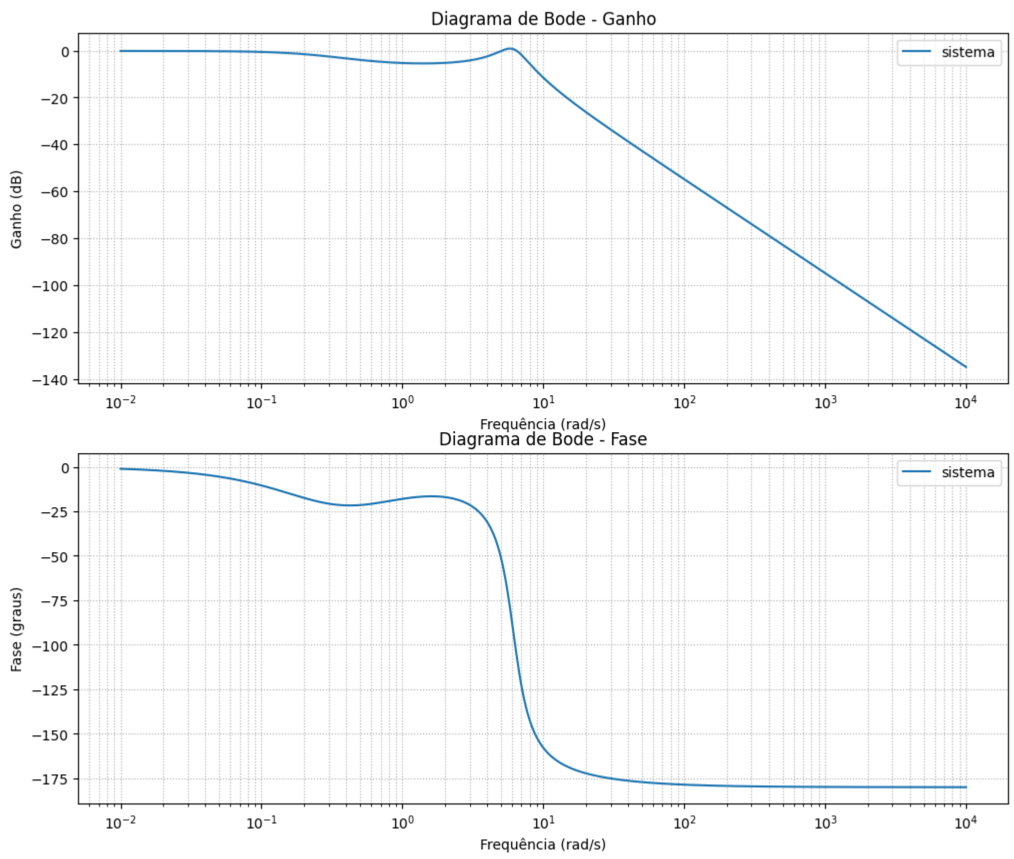
```
In [ ]: malha_fechada_atraso = obter_malha([G['control'], Cat['control']], control=True, close=True) # obter cascata da malha e fechar ela
```

```
Forma padrão:
*************

         1804 s + 991
--------------------------------
100 s^3 + 302 s^2 + 3829 s + 1011

Zeros:
-0.5494+0.0000j
Polos:
-1.3751+5.9715j
-1.3751-5.9715j
-0.2693+0.0000j
```

```
In [ ]: info = obter_informacoes_bode(num=[1804, 991],den=[100, 302, 3829, 1011], resolucao=1000, close=True)
obter_plot_bode({'sistema':malha_fechada_atraso['scipy']})
info
```

Out[ ]:

	Pico de ressonância (dB)	Ganho em baixas frequências (dB)	Margem de Ganho (dB)	Margem de Fase (graus)
0	1.1019	0.9797	inf	75.4043



QUESTÃO 4.c

Cálculo do compensador de atraso e avanço

O ganho necessário é o mesmo, o que precisamos agora é projetar um controlador de atraso para reduzir o ganho em altas frequências depois um controlador de avanço para satisfazer as especificações de margem. Ou seja, vamos:

- Aumentar a margem de fase com compensador de avanço e
- Diminuir o ganho em altas frequências com compensador de atraso.

Relembrando nosso sistema já com ganho.

```
In [ ]: KcG = obter_sistema(zeta=0.3346, wn=4.4971, k=1.3885*35.2899)
```

```
        991
---------------------
s^2 + 3.009 s + 20.22

Zeros:
Polos:
-1.5047+4.2379j
-1.5047-4.2379j
```

A tática é supor que toda a margem de fase de 55° será fornecida pelo compensador de avanço e que o a diferença para -180° seja preenchida pelo compensador de atraso, logo: $-174.5^{\circ} - 5.5^{\circ} + 55^{\circ} = -125^{\circ}$. Em outras palavras, queremos a frequência de corte onde a fase é -5.5°, pois isso somado à -174.5° é -180°, o que deixa toda a compensação para o de avanço.

```
In [ ]: obter_valor_bode(KcG['scipy'], criterio="fase", valor=-5.5, resolucao=1000)
```

Out[ ]:

	Frequência (rad/s)	Fase (graus)	Ganho (dB)
valores	0.63358	-5.494406	33.938068

No nosso caso, a frequência está por volta de $0.6336\frac{rad}{s}$. Considerando esse ponto, precisamos de um ganho $-31.7267dB$, para cancelar com o ganho e ter o frequência de corte nessa fase. Ou seja:

Como a prática é escolher o zero do controlador uma década abaixo, temos:

$$s = -\frac{1}{T_2} = -0.5494 \rightarrow \boxed{T_2 = 1.8201}$$

α é dado pelo compensador de avanço. Considerando $\phi_m = 55^{\circ}$. Logo temos:

$$sen(55^{\circ}) = 0.8191 = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \rightarrow \boxed{\alpha = 10.0558}$$

In [ ]:
```
Cat_2 = obter_compensador(T=1.8201, alpha=10.0558, kc=35.2899)
Cat_2['dados']
```

```
64.23 s + 35.29
---------------
  18.3 s + 1

Zeros:
-0.5494+0.0000j
Polos:
-0.0546+0.0000j
```

Out[ ]:

	Margem de Ganho (dB)	Margem de Fase (graus)	Frequência de Margem de Ganho (rad/s)	Frequência de Margem de Fase (rad/s)
Compensador de atraso	inf	inf	NaN	NaN

Já ω_m deve ocorrer na frequência de corte, ou seja:

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha}T_1} \rightarrow \boxed{T_1 = 0.5771}$$

In [ ]:
```
Cav_2 = obter_compensador(T=5, alpha=10.0558, kc=1)
Cav_2['dados']
```

```
  5 s + 1
----------
50.28 s + 1

Zeros:
-0.2000+0.0000j
Polos:
-0.0199+0.0000j
```

Out[ ]:

	Margem de Ganho (dB)	Margem de Fase (graus)	Frequência de Margem de Ganho (rad/s)	Frequência de Margem de Fase (rad/s)
Compensador de atraso	inf	inf	NaN	NaN

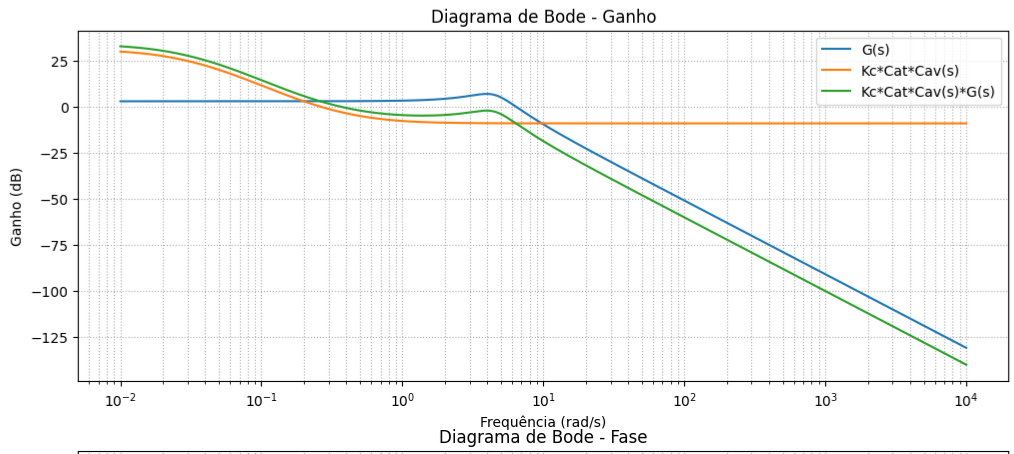
In [ ]:
```
Kc_Cat2_Cav2 = obter_malha([Cat_2['control'], Cav_2['control']], control=True)
```

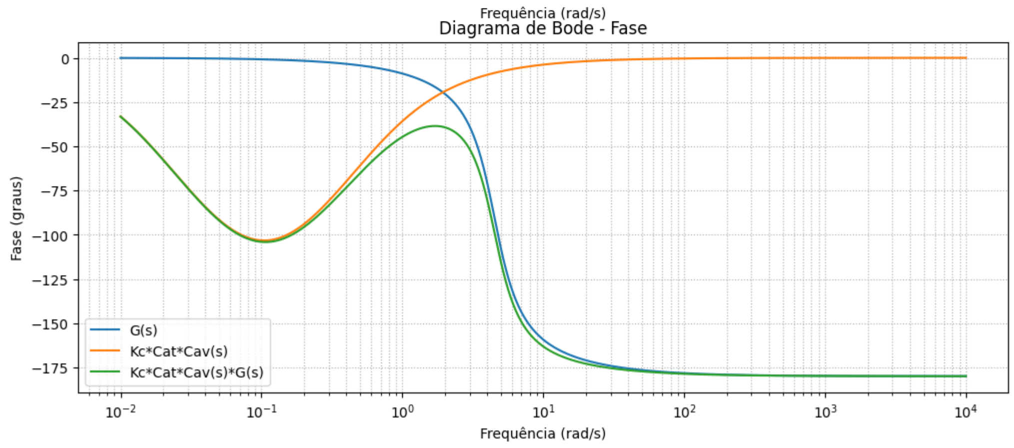
```
Forma padrão:
*************

321.2 s^2 + 240.7 s + 35.29
--------------------------
  920.2 s^2 + 68.58 s + 1

Zeros:
-0.5494+0.0000j
-0.2000+0.0000j
Polos:
-0.0546+0.0000j
-0.0199+0.0000j
```

Simulação e plot do compensador de atraso e avanço

In [ ]:
```
Kc_Cat2_Cav2_G = obter_malha([Cat_2['control'], Cav_2['control'], G['control']], control=True) # obter a cascata dos dois compensadores
obter_plot_bode({'G(s)':G['scipy'], 'Kc*Cat*Cav(s)': Kc_Cat2_Cav2['scipy'], 'Kc*Cat*Cav(s)*G(s)':Kc_Cat2_Cav2_G['scipy']})
```

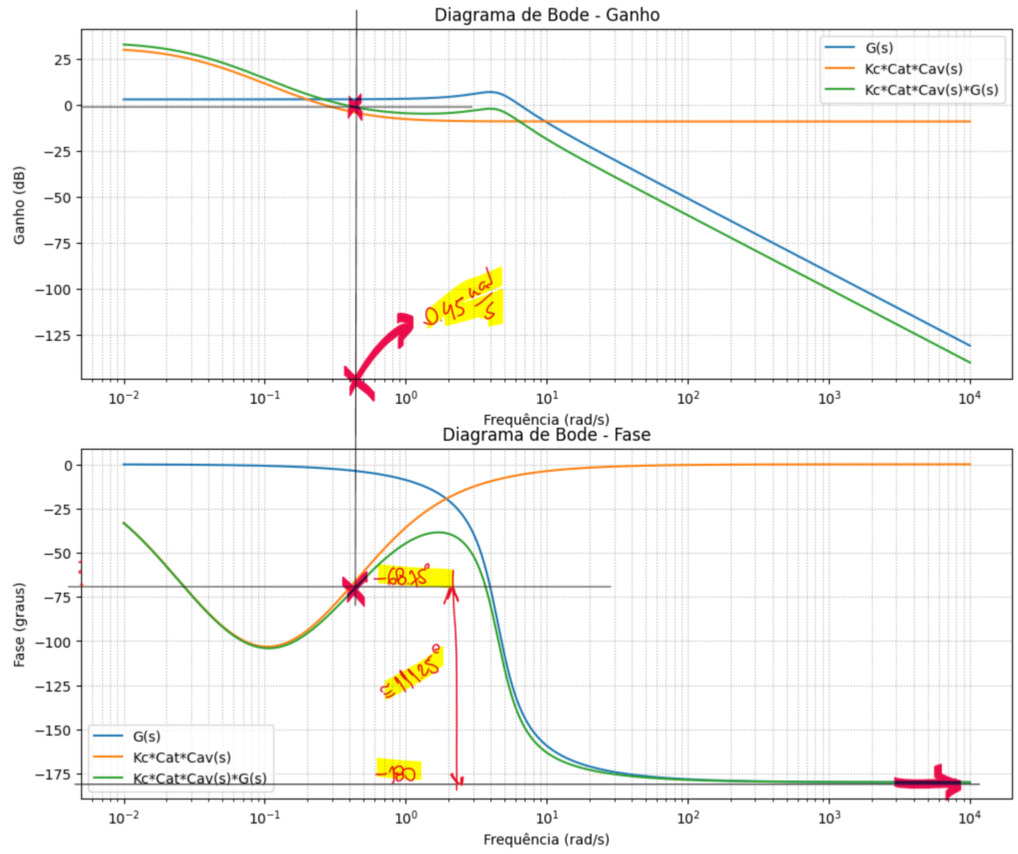
```
Forma padrão:
*************

              9018 s^2 + 6759 s + 991
----------------------------------------------------
920.2 s^4 + 2838 s^3 + 1.882e+04 s^2 + 1390 s + 20.22

Zeros:
-0.5494+0.0000j
-0.2000+0.0000j
Polos:
-1.5047+4.2379j
-1.5047-4.2379j
-0.0546+0.0000j
-0.0199+0.0000j
```





In [ ]:
```
_,_ = obter_sistema(num=[9018, 6759, 991], den=[920.2, 2838, 18820, 1390, 20.22])
```

```
              9018 s^2 + 6759 s + 991
----------------------------------------------------
920.2 s^4 + 2838 s^3 + 1.882e+04 s^2 + 1390 s + 20.22

Zeros:
-0.5495+0.0000j
-0.2000+0.0000j
Polos:
-1.5048+4.2382j
-1.5048-4.2382j
-0.0546+0.0000j
-0.0199+0.0000j
```



Malha fechada

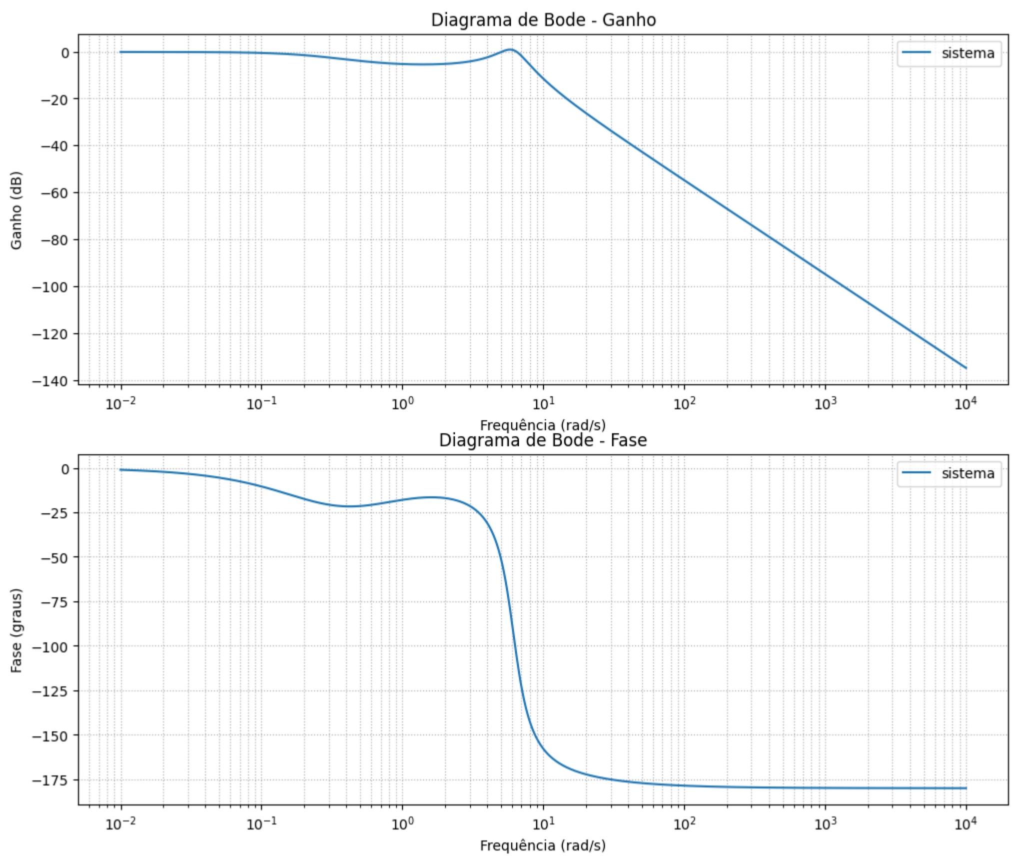
In [ ]:
```python
# obter cascata da malha e fecha-la
malha_fechada_avanco_atraso = obter_malha([G['control'], Cat_2['control'], Cav_2['control']], control=True, close=True)
```

```
Forma padrão:
**************

              9018 s^2 + 6759 s + 991
----------------------------------------------------
920.2 s^4 + 2838 s^3 + 2.784e+04 s^2 + 8149 s + 1011

Zeros:
-0.5494+0.0000j
-0.2000+0.0000j
Polos:
-1.3931+5.2385j
-1.3931-5.2385j
-0.1489+0.1234j
-0.1489-0.1234j
```

In [ ]:
```python
# obter informações e Bode do sistema
info = obter_informacoes_bode(num=[9018, 6759, 991],den=[920.2, 2838, 27840, 8149, 1011], resolucao=1000, close=True)
obter_plot_bode({'sistema':malha_fechada_atraso['scipy']})
info
```

Out[ ]:

	Pico de ressonância (dB)	Ganho em baixas frequências (dB)	Margem de Ganho (dB)	Margem de Fase (graus)
0	1.0311	0.9811	inf	158.3732

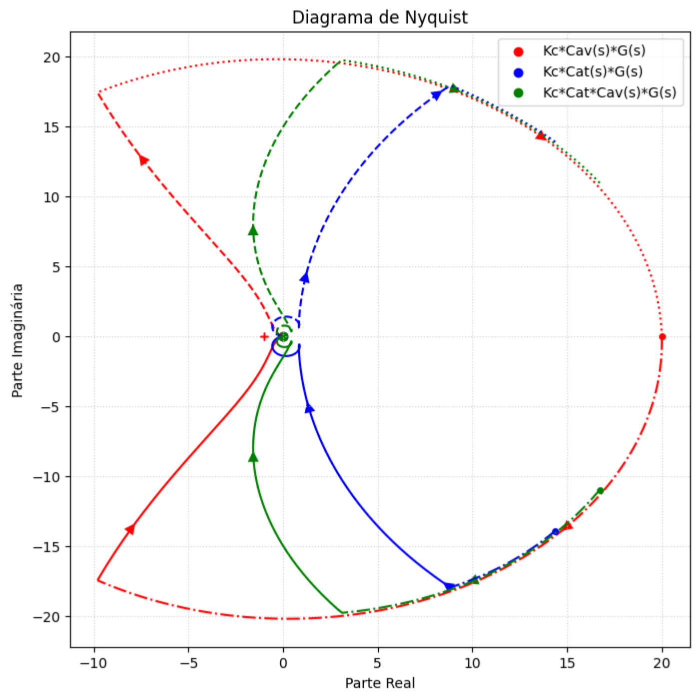


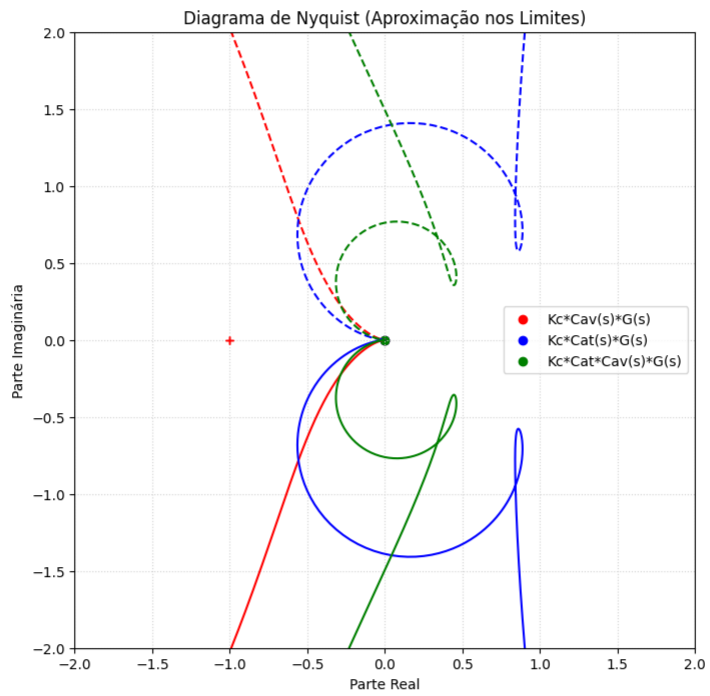
QUESTÃO 4.d

Um compensador de avanço é projetado para melhorar a estabilidade relativa de um sistema, aumentando a margem de fase. Logo, ele será a melhor saída para aumentar a estabilidade relativa.

- **Margem de fase aumentada:** O compensador de avanço adiciona uma fase positiva ao sistema, o que resulta em um deslocamento para a direita na curva de Nyquist. Isso geralmente aumenta a margem de fase, tornando o sistema mais estável em relação a oscilações e instabilidades.
- **Ganho modificado:** O compensador de avanço também pode afetar o ganho do sistema em diferentes frequências. Dependendo do projeto do compensador, o ganho em determinadas frequências pode ser aumentado ou diminuído. Isso é importante para garantir que o sistema mantenha a estabilidade em diferentes faixas de frequência.'

In [ ]:
```python
obter_plot_nyquist({'Kc*Cav(s)*G(s)':Kc_Cav_G['control'], 'Kc*Cat(s)*G(s)':Kc_Cat_G['control'], 'Kc*Cat*Cav(s)*G(s)':Kc_Cat2_Cav2_G['control']})

# Desligar mensagens de erro
warnings.filterwarnings("ignore")
```





QUESTÃO 4.e

Vou resumir os resultados obtidos na análise abaixo.

Avanço:

- SettlingTime 0.0694
- Overshoot 18.7406

Atraso:

- SettlingTime 8.7283
- Overshoot 0.0000

Atraso e Avanço:

- SettlingTime 18.4442
- Overshoot 6.8399

O controlador de avanço alcançará o valor final bem mais rápido do que o sistema. Ele não só está com o ganho ajustado, como tem uma inclinação quase vertical, pois seu valor final está "adiantado". A resposta oscilatória é alcançada através do aumento do ângulo de fase do sistema na faixa de frequência crítica. Isso resulta em uma melhor estabilidade do sistema. Infelizmente, no gráfico, a resposta desse sistema ficou distorcida, porque eu quis plotar junto com o normal. Logo abaixo eu ploto ele sozinho.

Digamos que apesar do compensador de atraso não possuir overshoot, ele tem um tempo de acomodação relativamente grande. Ele não possui overshoot porque não consegue acompanhar o sinal de entrada — visto que foi justamente atrasado. Assim, ele se acomoda ao sinal de referência de forma gradual — é o mais gradual dos três.

Finalmente, o controlador de avanço e atraso faz basicamente as duas coisas. Apesar do tempo de acomodação ser o maior, ele alcança o sinal mais rápido do que o de atraso e tem menos instabilidade que o de avanço.

Em resumo, um controlador de avanço de fase é mais adequado quando o objetivo é melhorar a estabilidade e reduzir oscilações indesejadas, enquanto um controlador de atraso de fase é mais apropriado quando é necessário melhorar o desempenho transitório e reduzir a sensibilidade a distúrbios de alta frequência. O controlador de avanço e atraso permite um ajuste fino e preciso da resposta do sistema, equilibrando os benefícios de estabilidade e resposta transitória.

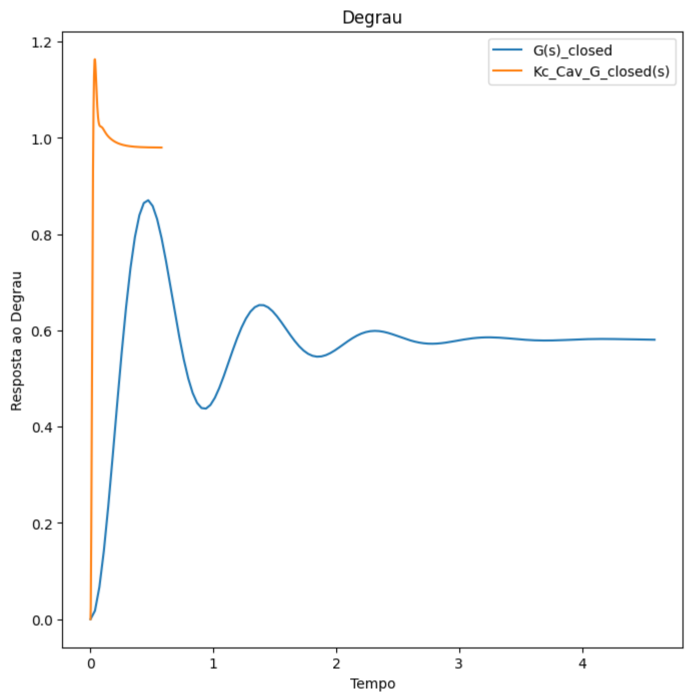
Antes de gerar os gráficos e dados, vou fecha a malha do sistema sem compensação para podermos comparar as respostas.

In [ ]:
```
malha_fechada_normal = obter_malha([G['control']], control=True, close=True)
```

```
Forma padrão:
**************

       28.08
--------------------
s^2 + 3.009 s + 48.3

Zeros:
Polos:
-1.5047+6.7853j
-1.5047-6.7853j
```

In [ ]:
```
obter_plot_degrau({'G(s)_closed':malha_fechada_normal['control'], 'Kc_Cav_G_closed(s)':malha_fechada_avanco['control']}, amortecimento=0.05)
```

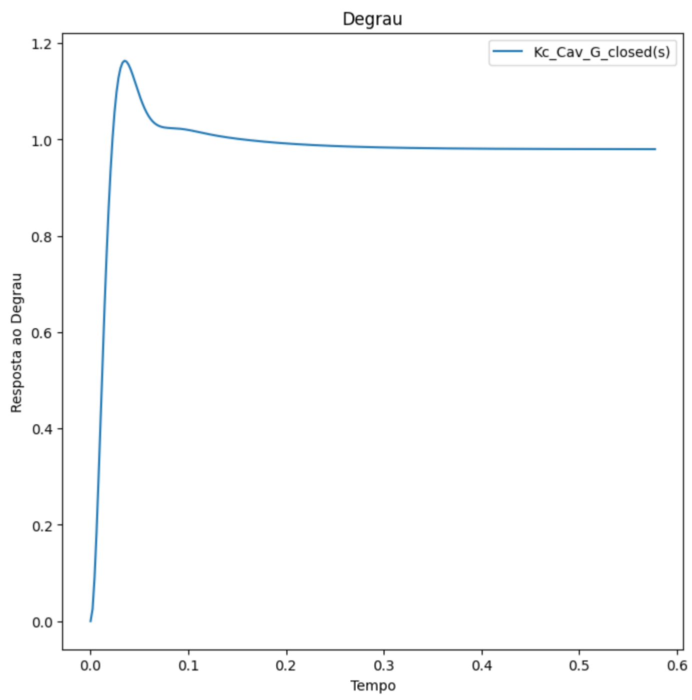
```
                   Valor
Parâmetro
RiseTime          0.1807
SettlingTime      1.9519
SettlingMin       0.4377
SettlingMax       0.8706
Overshoot        49.7662
Undershoot        0.0000
Peak              0.8706
PeakTime          0.4699
SteadyStateValue  0.5813
                   Valor
Parâmetro
RiseTime          0.0143
SettlingTime      0.0694
SettlingMin       0.9344
SettlingMax       1.1637
Overshoot        18.7406
Undershoot        0.0000
Peak              1.1637
PeakTime          0.0347
SteadyStateValue  0.9800
```



Vou plotar somente o sistema compensado por avanço, para enxergar-mos melhor.

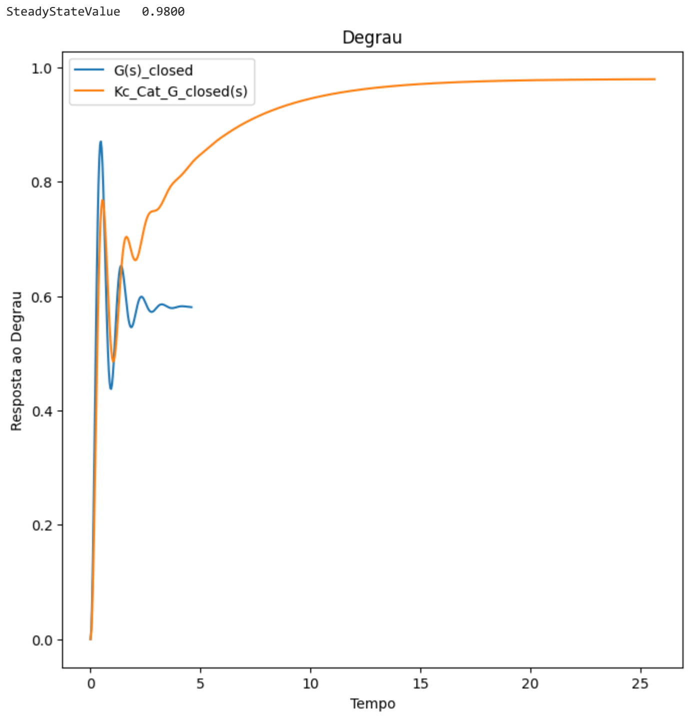
In [ ]:
```
obter_plot_degrau({'Kc_Cav_G_closed(s)':malha_fechada_avanco['control']}, amortecimento=0.05)
```

```
                   Valor
Parâmetro
RiseTime          0.0143
SettlingTime      0.0694
SettlingMin       0.9344
SettlingMax       1.1637
Overshoot        18.7406
Undershoot        0.0000
Peak              1.1637
PeakTime          0.0347
SteadyStateValue  0.9800
```



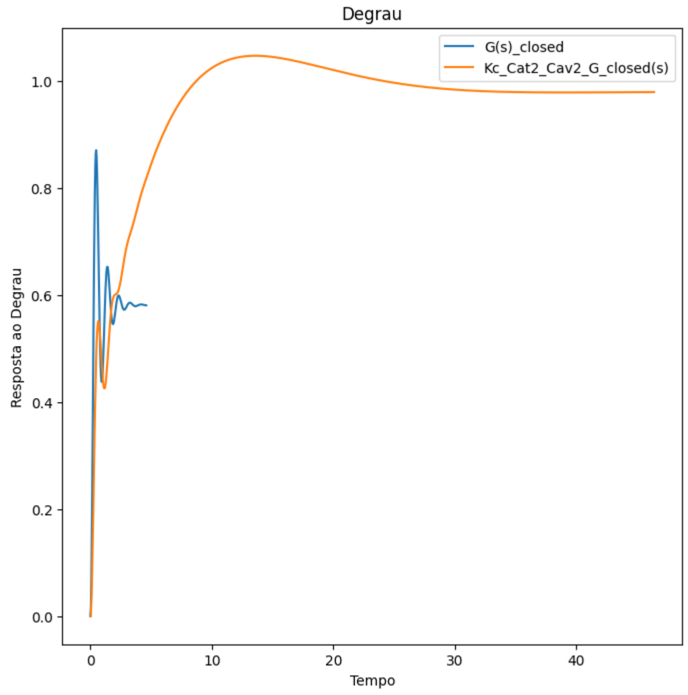
In [ ]:
```
obter_plot_degrau({'G(s)_closed':malha_fechada_normal['control'], 'Kc_Cat_G_closed(s)':malha_fechada_atraso['control']}, amortecimento=0.05)
```

```
                   Valor
Parâmetro
RiseTime          0.1807
SettlingTime      1.9519
SettlingMin       0.4377
SettlingMax       0.8706
Overshoot        49.7662
Undershoot        0.0000
Peak              0.8706
PeakTime          0.4699
SteadyStateValue  0.5813
                   Valor
Parâmetro
RiseTime          6.0238
SettlingTime      8.7283
SettlingMin       0.8828
SettlingMax       0.9800
Overshoot         0.0000
Undershoot        0.0000
Peak              0.9795
PeakTime         25.6522
SteadyStateValue  0.9800
```



In [ ]:
```
obter_plot_degrau({'G(s)_closed':malha_fechada_normal['control'], 'Kc_Cat2_Cav2_G_closed(s)':malha_fechada_avanco_atraso['control']}, amortecimento=0.05)
```

```
                    Valor
Parâmetro
RiseTime           0.1807
SettlingTime       1.9519
SettlingMin        0.4377
SettlingMax        0.8706
Overshoot         49.7662
Undershoot         0.0000
Peak               0.8706
PeakTime           0.4699
SteadyStateValue   0.5813
                    Valor
Parâmetro
RiseTime           5.4684
SettlingTime      18.4442
SettlingMin        0.8838
SettlingMax        1.0470
Overshoot          6.8399
Undershoot         0.0000
Peak               1.0470
PeakTime          13.5783
SteadyStateValue   0.9800
```



Funções feitas sob medida para simulação

In [ ]:
```python
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.lines as mlines
import scipy.signal as signal
import numpy as np
import pandas as pd
import control as ct
import scipy as sp
import warnings

def obter_sistema(zeta=None, wn=None, k=None, num=None, den=None):
    if num is not None and den is not None:
        sc_tf = ct.TransferFunction(num, den)
        ct_tf = ct.TransferFunction(num, den)
    elif zeta is not None and wn is not None and k is not None:
        num = [k*wn**2]
        den = [1, 2*zeta*wn, wn**2]
        sc_tf = signal.TransferFunction(num, den)
        ct_tf = ct.TransferFunction(num, den)
    else:
        raise ValueError("É necessário fornecer os coeficientes da função de segunda ordem ou os coeficientes num e den.")

    # gm, pm, wg, wp = ct.margin(ct_tf)
    # df = pd.DataFrame(columns=['Margem de Ganho (dB)', 'Margem de Fase (graus)', 'Frequência de Margem de Ganho (rad/s)', 'Frequência de Margem de Fase (rad/s)'])
    # df.loc['Sistema'] = [gm, pm, wg, wp]

    print(ct_tf)
    print("Zeros:")
    zeros = np.round(ct.zero(ct_tf), 4)
    for zero in zeros:
        print(f"{zero.real:+.4f}{zero.imag:+.4f}j")
    print("Polos:")
    polos = np.round(ct.pole(ct_tf), 4)
    for polo in polos:
        print(f"{polo.real:+.4f}{polo.imag:+.4f}j")

    # return {"scipy":sc_tf, "control":ct_tf, "dados":df}
    return {"scipy":sc_tf, "control":ct_tf}

def obter_compensador(alpha, T, kc):

    num = [kc*T, kc*1]
    den = [alpha * T, 1]
    sc_tf = signal.TransferFunction(num, den)
    ct_tf = ct.TransferFunction(num, den)
    gm, pm, wg, wp = ct.margin(ct_tf)

    df = pd.DataFrame(columns=['Margem de Ganho (dB)', 'Margem de Fase (graus)', 'Frequência de Margem de Ganho (rad/s)', 'Frequência de Margem de Fase (rad/s)'])
    if alpha > 1:   df.loc['Compensador de atraso'] = [gm, pm, wg, wp]
    elif alpha < 1: df.loc['Compensador de avanço'] = [gm, pm, wg, wp]
    else:           df.loc['Não é compensador'] = [gm, pm, wg, wp]
    print(ct_tf)
    print("Zeros:")
    zeros = np.round(ct.zero(ct_tf), 4)
    for zero in zeros:
        print(f"{zero.real:+.4f}{zero.imag:+.4f}j")
    print("Polos:")
    polos = np.round(ct.pole(ct_tf), 4)
    for polo in polos:
        print(f"{polo.real:+.4f}{polo.imag:+.4f}j")

    return {"scipy":sc_tf, "control":ct_tf, "dados":df}

def obter_parametros_sistema(num=None, den=None, sys=None, acomodacao=0.02):
    if sys is not None:
        sistema = sys
    elif num is not None and den is not None:
        sistema = ct.TransferFunction(num, den)
    else:
        raise ValueError("É necessário fornecer o sistema ou o numerador e o denominador.")
    info_sistema = ct.step_info(sistema, SettlingTimeThreshold=acomodacao)
    df_sistema = pd.DataFrame.from_dict(info_sistema, orient='index', columns=['Valor'])
    df_sistema.index.name = 'Parâmetro'
    df_sistema = df_sistema.applymap(lambda x: f'{x:.4f}')
    e_ss_atual = float(f"{1 - float(df_sistema.at['SteadyStateValue', 'Valor']):.4f}")
    df_adicional = pd.DataFrame({'Valor': [e_ss_atual]}, index=['Erro(%)'])
    df_sistema = pd.concat([df_sistema, df_adicional])
    # df_sistema = df_sistema.drop(['SettlingMin', 'SettlingMax', 'Undershoot'])
    return df_sistema

def obter_valor_bode(sistema, criterio, valor, resolucao):

    w = np.logspace(-2, 3, num=resolucao)  # Definir o array de frequências com mais pontos
    omega, mag, phase = signal.bode(sistema, w=w)   # produz a simulação de Bode

    # verifica qual critério o usuário escolheu e retorna o valores com base nele
    if criterio == "frequencia":
        indice = np.argmin(np.abs(omega - valor))
    elif criterio == "fase":
        valor_rad = np.deg2rad(valor)
        indice = np.argmin(np.abs(phase - valor))
    elif criterio == "ganho":
        indice = np.argmin(np.abs(mag - valor))
    frequencia = omega[indice]
    fase = phase[indice]
    ganho = mag[indice]

    # produz uma tabela (Dataframe) para melhor visualização dos resultados
    df = pd.DataFrame({"Frequência (rad/s)": [frequencia],"Fase (graus)": [fase],"Ganho (dB)": [ganho]}, index=["valores"])

    return df

def obter_plot_bode(transfer_functions):

    # Frequências para o cálculo do Bode
    w = np.logspace(-2, 4, num=1000)

    # Criação dos subplots
    fig, (ax1, ax2) = plt.subplots(2, 1, figsize=(12, 10))

    for name, transfer_function in transfer_functions.items():

        # Obter os dados do diagrama de Bode
        omega, mag, phase = signal.bode(transfer_function,w=w)

        # Plot do diagrama de ganho
        ax1.semilogx(omega, mag, label=name)

        # Plot do diagrama de fase
        ax2.semilogx(omega, phase, label=name)

        # 20*np.log10(mag)
        # phase*(180/np.pi)

    ax1.set_xlabel('Frequência (rad/s)')
    ax1.set_ylabel('Ganho (dB)')
    ax1.set_title('Diagrama de Bode - Ganho')
    ax1.grid(True, which='both', linestyle='dotted')
    ax1.legend()

    ax2.set_xlabel('Frequência (rad/s)')
    ax2.set_ylabel('Fase (graus)')
    ax2.set_title('Diagrama de Bode - Fase')
    ax2.grid(True, which='both', linestyle='dotted')
    ax2.legend()

    # Retorna a figura
    # return fig

def obter_plot_nyquist(transfer_functions, colors=['red', 'blue', 'green']):
    # Frequências para o cálculo do Nyquist
    w = np.logspace(-2, 4, num=1000)

    # Criação do plot padrão
    fig, ax = plt.subplots(figsize=(8, 8))

    for i, (name, transfer_function) in enumerate(transfer_functions.items()):
        # Cálculo do diagrama de Nyquist
        response = ct.nyquist(transfer_function, omega=w, color=colors[i])

        # Plot dos pontos do diagrama de Nyquist com cor específica
        ax.scatter(response.real, response.imag, color=colors[i], label=name)

    ax.set_xlabel('Parte Real')
    ax.set_ylabel('Parte Imaginária')
    ax.set_title('Diagrama de Nyquist')
    ax.grid(True, linestyle='dotted')
    ax.legend()
    plt.show()

    # Criação do plot com aproximação nos limites
    fig2, ax2 = plt.subplots(figsize=(8, 8))

    for i, (name, transfer_function) in enumerate(transfer_functions.items()):
        # Cálculo do diagrama de Nyquist
        response = ct.nyquist(transfer_function, omega=w, color=colors[i])

        # Plot dos pontos do diagrama de Nyquist com cor específica e limites de exibição
        ax2.scatter(response.real, response.imag, color=colors[i], label=name)

    ax2.set_xlabel('Parte Real')
    ax2.set_ylabel('Parte Imaginária')
    ax2.set_title('Diagrama de Nyquist (Aproximação nos Limites)')
    ax2.grid(True, linestyle='dotted')
    ax2.set_xlim([-2, 2])  # Limites no eixo x
    ax2.set_ylim([-2, 2])  # Limites no eixo y
```

```python
    ax2.legend()
    plt.show()

def obter_plot_degrau(transfer_functions, amortecimento=0.02):

    fig, ax = plt.subplots(figsize=(8, 8))

    for i, (name, transfer_function) in enumerate(transfer_functions.items()):

        info_sistema = ct.step_info(transfer_function, SettlingTimeThreshold=amortecimento)
        df_sistema = pd.DataFrame.from_dict(info_sistema, orient='index', columns=['Valor'])
        df_sistema.index.name = 'Parâmetro'
        df_sistema = df_sistema.applymap(lambda x: f'{x:.4f}')

        tempo, resposta = ct.step_response(transfer_function)
        ax.plot(tempo, resposta, label=name)
        print(df_sistema)

    ax.set_xlabel('Tempo')
    ax.set_ylabel('Resposta ao Degrau')
    ax.set_title('Degrau')
    ax.legend()

    # plt.tight_layout()
    plt.show()

def obter_malha(lista_tf, scipy=False, control=False, close=False):


    if scipy:

        raise ValueError("Função bloqueada, não utilize scipy!")
        # num_total = [1]
        # den_total = [1]

        # for tf in lista_tf:
        #     num_total = np.convolve(num_total, tf.num) # convolui o numerador
        #     den_total = np.convolve(den_total, tf.den) # convolui o denominador

        # tf_scipy = signal.TransferFunction(num_total, den_total) # obtem função objeto função de transferência no scipy
        # tf_control = ct.TransferFunction(num_total, den_total) # obtem função objeto função de transferência no control

    if control:
        tf_control = ct.TransferFunction(1, 1)  # Inicializa a função de transferência da malha como 1 (sistema vazio)
        for tf in lista_tf:
            tf_control *= tf  # Multiplica a função de transferência da malha pelo sistema atual
        tf_scipy = tf_control.returnScipySignalLTI()
        tf_scipy = tf_scipy[0][0]

    if close:
        tf_control = ct.feedback(tf_control)  # Realizar o feedback no objeto do Control
        tf_scipy = tf_control.returnScipySignalLTI()
        tf_scipy = tf_scipy[0][0]

    print("Forma padrão:")
    print("**************")
    print(tf_control)

    print("Zeros:")
    zeros = np.round(ct.zero(tf_control), 4)
    for zero in zeros:
        print(f"{zero.real:+.4f}{zero.imag:+.4f}j")

    print("Polos:")
    polos = np.round(ct.pole(tf_control), 4)
    for polo in polos:
        print(f"{polo.real:+.4f}{polo.imag:+.4f}j")

    return {'scipy':tf_scipy, 'control':tf_control}

def obter_informacoes_bode(num=[],den=[], resolucao=1000, close=False):

    # Simulação de Bode com scipy
    w = np.logspace(-2, 3, num=resolucao)
    tf_scipy = signal.TransferFunction(num, den)
    omega, mag, phase = signal.bode(tf_scipy, w=w)

    # Frequências para o cálculo do Bode
    w = np.logspace(-2, 2, num=1000)
    tf_control = ct.TransferFunction(num, den, )
    mag, phase, omega = ct.bode(tf_control, deg = True, Hz=False, dB=True, plot=False)


    # Pico de ressonância e sua frequência
    indice_pico = np.argmax(mag)
    pico_ressonancia = mag[indice_pico]
    frequencia_pico = omega[indice_pico]

    # Ganho em baixas frequências
    ganho_baixas_frequencias = mag[0]

    # Banda de passagem
    indice_ganho_nulo = np.argmin(np.abs(mag))
    indice_3db = np.where(mag >= ganho_baixas_frequencias - 3)[0][0] # castrucci. fig 5-40
    frequencia_corte = omega[indice_3db]
    banda_passagem = frequencia_corte - frequencia_pico

    # Margens de ganho e fase
    gm, pm, wg, wp = ct.margin(tf_control)

    if close:
        data = {
        "Pico de ressonância (dB)": round(pico_ressonancia, 4),
        "Ganho em baixas frequências (dB)": round(ganho_baixas_frequencias, 4),
        "Margem de Ganho (dB)": round(gm, 4),
        "Margem de Fase (graus)": round(pm, 4),
        }
    else:
        data = {
            "Pico de ressonância (dB)": round(pico_ressonancia, 4),
            "Frequência do pico de ressonância (rad/s)": round(frequencia_pico, 4),
            "Ganho em baixas frequências (dB)": round(ganho_baixas_frequencias, 4),
            "Banda de passagem (rad/s) e corte": round(banda_passagem, 4),
            "Margem de Ganho (dB)": round(gm, 4),
            "Margem de Fase (graus)": round(pm, 4),
            "Frequência de Margem de Ganho (rad/s)": round(wg, 4),
            "Frequência de Margem de Fase (rad/s)": round(wp, 4),
        }

    df = pd.DataFrame(data, index=[0])
    return df

def obter_dados_a5():
    # Médias, valores máximos e variação máxima do dados 'a5.csv'
    data_dict={'Sobressinal': {'Média': 0.33011062039602557,
                          'Valor Máximo': 0.39442231075697215,
                          'Variação Máxima': 0.06431169036094658},
               'Coeficiente de Amortecimento (ζ)': {'Média': 0.33455454545454544,
                                                   'Valor Máximo': 0.4029,
                                                   'Variação Máxima': 0.06834545454545454},
               'Frequência Natural não Amortecida (ω_d)': {'Média': 4.778245454545455,
                                                          'Valor Máximo': 7.4458,
                                                          'Variação Máxima': 2.6675545454545455},
               'Frequência Natural Amortecida (ω_n)': {'Média': 4.497063636363636,
                                                      'Valor Máximo': 6.9813,
                                                      'Variação Máxima': 2.484236363636364},
               'Ganho': {'Média': 1.3885018106236868,
                        'Valor Máximo': 2.3224299065420557,
                        'Variação Máxima': 0.9339280959183689}}
    df_medias_copiado = pd.DataFrame(data_dict)
    return df_medias_copiado
```