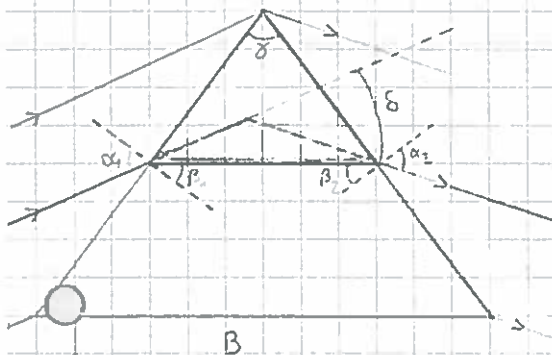


Einleitung

In diesem Versuch soll die Funktionsweise und Anwendung eines Spektralapparats geübt werden. Wir sollen dabei den Brechungsindex sowie das Auflösungsvermögen eines Glasprisma messen und anhand des Spektrums ein unbekanntes Element bestimmen.

Theorie und Formeln



Im Prisma bezeichnet B die Basisbreite (ausgezeichneten Teil) des gebrochenen Strahlenbündels (parallel), δ den Ablenkungswinkel und γ den Winkel der brechenden Kante. Für den Brechungsindex ergibt sich folgende Formel: $\Rightarrow 180^\circ = \gamma + (90^\circ - \beta_1) + (90^\circ - \beta_2) \Rightarrow \gamma = \beta_1 + \beta_2$

Minimum der Ablenkung: $\beta_1 = \beta_2$ und $\alpha_1 = \alpha_2 \Rightarrow \gamma = 2\beta \Rightarrow \beta = \frac{\gamma}{2}$

$$\delta = 180^\circ - [180^\circ - (\alpha_1 - \beta_1) - (\alpha_2 - \beta_2)] = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) = 2\alpha - 2\beta \Rightarrow 2\alpha - \gamma \Rightarrow \alpha = \frac{\delta + \gamma}{2}$$

Brechungsgesetz: $n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \beta_1$ und $n_1 \sin \alpha_2 = n_2 \sin \beta_2$ mit $n_1 = 1 \rightarrow \text{Luft}$

$$\Rightarrow n = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \frac{\delta + \gamma}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}} \quad (1)$$

Der Strahl muss parallel einfallen damit wir die Minimalablenkung nutzen können.

Das Auflösungsvermögen kann man aufgrund der endlichen Strahlenbreite und der eintretenden Beugung folgendermaßen

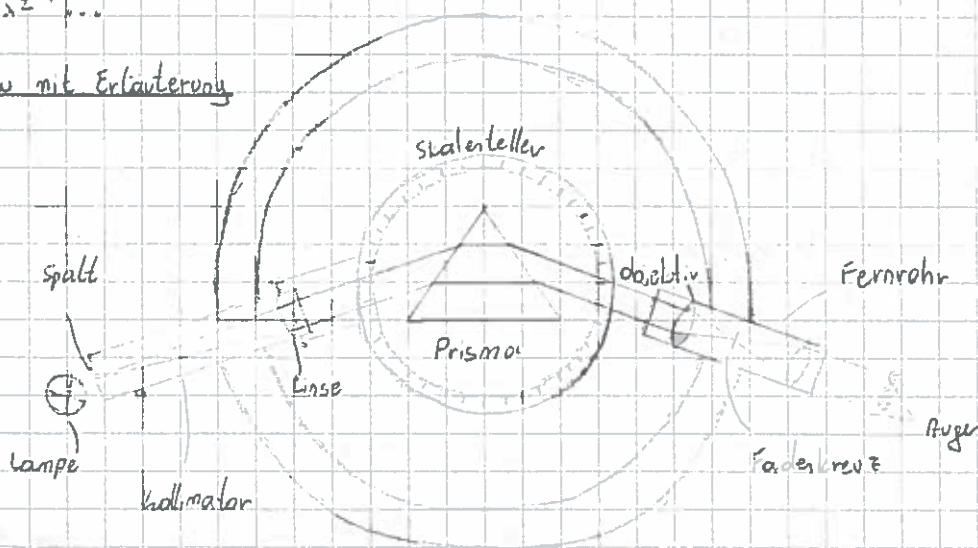
formulieren: $A = \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$. Außerdem hängt A von der Dispersion $\frac{dn}{d\lambda}$ und Basisbreite B des Prisma ab

$A = \frac{B}{\lambda} \left| \frac{dn}{d\lambda} \right|$. Cauchy nähert den Brechungsindex bei normaler Dispersion an $n(\lambda) = k_0 + \frac{k_1}{\lambda^2} + \dots$

Diese Formel ist leider nur eine Annäherung und nur empirisch brauchbar sodass sie umgewandelt wurde in

$$n^2(\lambda) = k_0' + \frac{k_1'}{\lambda^2} + \dots$$

Versuchsaufbau mit Erläuterung



Von der Spektrallampe fällt das Licht durch den Kollimatorspalt auf die Kollimatorlinse wo es parallel auf das Prisma fällt und spektral zerlegt (dispersion) wird. Durch auf das ∞ eingestelltes Fernrohr werden farbige Bänder beobachtet.

Für die Justage wird das Okular im Fernrohr so verschoben dass das Fadenkreuz scharf abgebildet wird. Nun wird ein Justierkollimator (Objektivseite) aufgedreht und Okular + Fadenkreuz werden so verschoben, dass ^{das} kleine Loch (=Lichtspalt) des Justierkollimators scharf abgebildet wird. Damit ist das Fernrohr auf ∞ eingestellt.

Nun wird er Kollimator justiert, indem der Kollimatorspalt so lange gegen Kollimatorlinse verschoben wird bis der Spalt im Fernrohr scharf abgebildet erscheint. Der Kollimatorspalt wird so gedreht, dass dieser parallel zum Fadenkreuz steht. Für die Messung der Ablenkungswinkel werden Fadenkreuz und Spektrum aufeinander justiert.

Versuchsdurchführung

Im ersten Versuchsteil müssen wir nach der Anleitung den Prismen-Spektralapparat justieren. Für die b richten wir die Brechende Kante χ auf das Kollimatorrohr und beide Winkel (α_1 / α_2) unter denen die Reflexionsbilder erscheinen. Bei der c stellen wir für die grüne Hg-Lampe die minimale Ablenkung ein und bestimmen die Ablenkungswinkel aller sichtbaren Linien. In der Auswertung wird die Wellenlänge dann gegen den Ablenkungswinkel aufgetragen. Für d nehmen wir das Spektrum also die Ablenkungswinkel eines unbekannten Elements auf. Anschließend bestimmen wir mit unserer angefertigten Kalibrationskurve das unbekannte Element. Im letzten Versuchsteil berechnen wir den Brechungsindex von B-B Linien des Hg/Co-Spektrums mit Hilfe der Formel (1) und tragen n gegen $1/\lambda^2$ auf. Die Steigung ergibt k , damit können wir das Auflösungs A mit Hilfe von Z berechnen.

Messung

a Basisbreite $b = 3,2 \pm 0,1 \text{ cm}$

Justage \checkmark

b $\alpha_1 = 241,5^\circ \pm 0'$ $\alpha_2 = 122^\circ \pm 4'$ $\pm 3'$

c.	Farbe	Winkel	Intensität (4 stark 1 schwach)	Farbe	Winkel ($120,0^\circ$)	Intensität
	rot	$131^\circ \pm 8'$	2	hellblau	$124,5^\circ \pm 4'$	3
	orange	$130,5^\circ \pm 10'$	3	blauviolett	$123,0^\circ \pm 12'$	2
	gelb	$130,0^\circ \pm 24'$	4	blauviolett	$128,5^\circ \pm 9'$	3
	grün	$130^\circ \pm 0'$	3	violett	$127,5^\circ \pm 18'$	2
	türkis	$129,5^\circ \pm 12'$	1			

Farbe	Winkel	Intensität	$\Delta\alpha = 0,2^\circ$	Lampe 5 (türkis)
Rot	$131,0^\circ + 20'$	3		
grün	$130,0^\circ + 5'$	4		
hell blau	$129,5^\circ + 4'$	3		
mittel blau	$129,0^\circ + 17'$	2		
lila	$128,0^\circ + 10'$	1		

Auswertung

366a

Der Prismen-Spektrolapparat wurde wie in "Aufbau mit Erläuterung" erklärt justiert.

366b

Hier gilt Leit. Angabe $\gamma = \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)$

$$\Delta\gamma = \frac{1}{2} \sqrt{(\Delta\alpha_1)^2 + (\Delta\alpha_2)^2}$$

Unsere Messwerte: $\alpha_1 = 241^\circ + 0'$ und $\alpha_2 = 122^\circ + 4'$ $\Delta\alpha_{1/2} = 3^\circ$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{1}{2}(241^\circ - (122^\circ + 0,067^\circ)) = 59,4665$$

$$\Delta\gamma = 2,12$$

$$\gamma = (59,4665^\circ \pm 2,12^\circ)$$

366c

Das Minimum der Ablenkung wurde so eingestellt, dass das menschliche Auge bei dieser Wellenlänge (grün) das Maximum der Intensität wahrnimmt.

Für das Diagramm / Plott berechnet man 180° -genaueren Winkel da der wir den Winkel des "tatsächlichen abgelenkten" Strahls gebraucht wird. Wir haben ja eigentlich den vom Kollimator ausgehenden abgelenkten Strahl gemessen.

Im Plott habe ich $\lambda [nm]$ gegen $SE [^\circ]$ aufgetragen als Fit habe ich eine exp. funktion benutzt da mir eine Gerade beim Plotten nicht logisch erschien. Die exp. funktion lautet:

$$f(x) = m \exp(b \cdot x) + c \quad (c \rightarrow \text{Konstante})$$

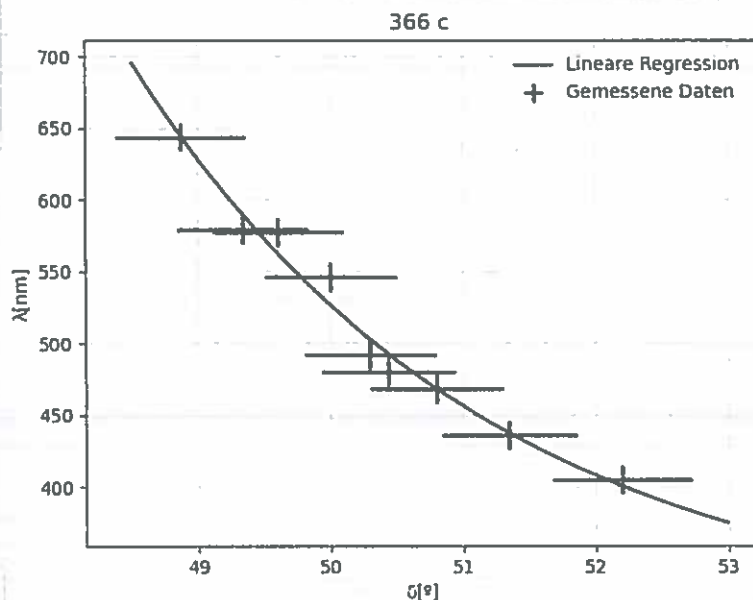
$$m = (2,7147 \pm 0,1573) \cdot 10^{10}$$

$$b = (-0,372 \pm 0,123)$$

$$c = (300,643 \pm 68,583)$$

Somit gilt mit Näherung: $\lambda = 2,7147 \cdot e^{-0,372 \cdot \delta} + 300,613$ (3)

Farbe	Winkel [°+]	Winkel [°]	Intensität	δ [°]	λ [nm]	$\Delta\delta$ [°]	$\Delta\lambda$ [nm]
Rot	131+8	131,333	2	48,667	643,85	0,488	10
Orange	130,5+10	130,667	3	49,333	579,06	0,493	10
Gelb	130+24	130,400	4	49,600	576,96	0,496	10
Grün	130+0	130,000	3	50,000	546,07	0,5	10
Türkis	129,5+12	129,700	1	50,300	491,6	0,503	10
Hellblau	129,5+4	129,567	3	50,433	479,99	0,504	10
Dunkelblau	129+12	129,200	2	50,800	467,82	0,508	10
Blau/Lila	128,5+9	128,650	3	51,350	435,83	0,514	10
Lila	127,5+18	127,800	2	52,200	404,65	0,522	10



reduced chi-square = $2,7211 \cdot 10^{-4}$

Die gemessenen Werte passen alle ziemlich gut auf meine Fit. der Fehler für δ hatte ich jedoch kleiner wählen können.

366 d

Farbe	Winkel [°+]	Winkel [°]	Intensität	δ [°]
Rot	131+20	131,333	3	48,667
Grün	130+5	130,083	4	49,917
Hellblau	129,5+4	129,567	3	50,433
Dunkelblau	129+17	129,283	2	50,717
Lila	128+10	128,167	1	51,833

Lampe 5!

Um jetzt λ raus zu bekommen nutze ich jeweils Formel (3) (oben)

$$\Delta\lambda = m e^{bx} \cdot b \Delta x \quad | x \Rightarrow \delta \text{ und } \Delta x \Rightarrow \Delta\delta$$

$$= \lambda \cdot b \cdot \Delta$$

=>

Rot: $\lambda = (673,177 \pm 12,186) \text{ nm}$

Grün: $\lambda = (534,633 \pm 9,928) \text{ nm}$

Hellblau: $\lambda = (493,761 \pm 9,263) \text{ nm}$

Dunkelblau: $\lambda = (474,396 \pm 8,950) \text{ nm}$

Lila: $\lambda = (415,352 \pm 8,009) \text{ nm} \rightarrow$ Fast nicht sichtbar.

Diese Werte vergleiche ich jetzt mit der Tabelle die wir bekommen haben. Unsere

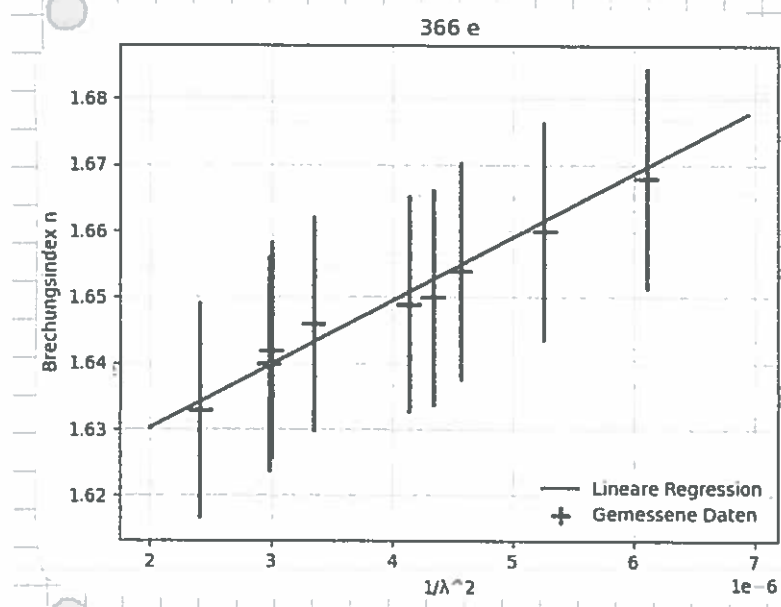
Lampe könnte eine Cadmium (Cd) gewesen sein.

Wie man sieht habe ich den Fehler zu klein gewählt deswegen passen nicht all meine Werte zu Cd und dennoch ist es das Element was am besten zu Lampe 5 passt.

366e

den Brechungsindex n berechnen wir mit: $n = \frac{\sin \frac{\delta + \gamma}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}}$ mit $\gamma = (59,4665^\circ \pm 2,12^\circ)$ (aus der 366b)

Farbe	λ [nm]	δ [°]	$\Delta\delta$ [°]	δ [rad]	$\Delta\delta$ [rad]	n	Δn	$1/\lambda^2$
Rot	643,85	48,667	0,488	0,849	0,009	1,633	0,01	2,412E-06
Orange	579,06	49,333	0,493	0,861	0,009	1,640	0,01	2,982E-06
Gelb	576,96	49,600	0,496	0,866	0,009	1,642	0,01	3,004E-06
Grün	546,07	50,000	0,500	0,873	0,009	1,646	0,01	3,354E-06
Türkis	491,6	50,300	0,503	0,878	0,009	1,649	0,01	4,138E-06
Hellblau	479,99	50,433	0,504	0,880	0,009	1,650	0,01	4,340E-06
Dunkelblau	467,82	50,800	0,508	0,887	0,009	1,654	0,01	4,569E-06
Blau/Lila	435,83	51,350	0,514	0,896	0,009	1,660	0,01	5,265E-06
Lila	404,65	52,200	0,522	0,911	0,009	1,668	0,01	6,107E-06



der Plot liefert für die Fit-Gerade

$$n = k_0 + \frac{k_1}{\lambda^2} + \dots$$

$k_1 \rightarrow$ Steigung m

$k_0 \rightarrow$ y-Achse Abschn. H b

$$\text{reduced chi-square} = 2,8206 \cdot 10^{-16}$$

$$\lambda = (9596,583 \pm 840,637) \text{ nm}$$

$$k_0 = (1,611 \pm 0,003)$$

Für das Auflösungsvermögen gilt: $A = \left| \frac{dn}{d\lambda} \right| \cdot b$ mit $b = (3,2 \pm 0,01) \mu\text{m}$

$$\left| \frac{dn}{d\lambda} \right| = \left| \frac{d}{d\lambda} \left(k_0 + \frac{k_1}{\lambda^2} \right) \right| = 2 \frac{k_1}{\lambda^3}$$

$$\Rightarrow A = 2 \frac{k_1}{\lambda^3} b \quad \text{und} \quad \Delta A = \sqrt{\left(\frac{2k_1}{\lambda^3} (\Delta k_0) \right)^2 + \left(\frac{2k_1}{\lambda^3} \Delta b \right)^2}$$

$$\text{Außerdem: } A = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} \Rightarrow \Delta \lambda = \frac{\lambda}{A}$$

Basisbreite b	Δb	k_1	Δk_1	λ	A	ΔA	$\Delta \lambda$
3,2	0,01	9596,583	840,637	400	9596,583	840,637	0,0416815
3,2	0,01	9596,583	840,637	500	4913,450	430,406	0,10176148
3,2	0,01	9596,583	840,637	600	2843,432	249,078	0,21101261

Das gelbe Dublett war bei uns bei $\lambda_1 = 576,96$ und für λ_2 haben wir kein Wert. Beim Versuch waren sehr schnell 2 Linien erkennbar, was war es jedoch unmöglich die zweite Linie zu messen. Die Auflösung die wir gebraucht hätten um die zweite Linie zu messen war mit unserer Apparatur nicht erreichbar. Ich denke dass wir ein "Fehler" oder nicht genau genug justiert haben bei der a. So scheint kein unsere Justage aber nicht gewesen sein das wir für jede Zwischen Aufgabe sinnvolle Ergebnisse erzielt haben.

Fazit:

Bei der a. haben wir den Prisma-Spektro-apparat justiert. Dies verlief ohne großen Schwierigkeiten. Für die b sollte man die Winkel der Reflexionsbilder messen was auch sehr gut verlief da man die Reflexions-bilder deutlich erkennen konnte. Nachdem man bei der c. die Spektrallinien entdeckt hat für die Hologramm- Cd-Lampe konnte man die recht gut messen. Auch hier passen unsere Werte sehr gut auf den Fit. Bei der d haben wir das gleiche gemessen nur mit Lampe 5. Auch hier scheinen unsere gemessenen Werte sinnvoll zu sein da wir für Lampe 5. Cadmium rausgefunden haben. Die e. verlief auch recht gut da unsere Werte sehr passend zum Fit sind und unser Brechungsindex auch um die 1,6 liegt. Leider konnten wir die 2 gelben Linien nicht messen weil eine der beiden so schlecht sichtbar war und wir daraufhin die Apparatur nicht einstellen konnten. Ich hab bei der b vergessen zu erwähnen dass unser Wert perfekt passt da der tatsächliche Wert für $\lambda = 60^\circ$ sind.

Abschließend kann man sagen dass die Versuchsdurchführung sehr gut verlief und es auch keine Probleme gab bis auf die Messung des gelben Dublett.