

Physikalisches Institut der Universität Bonn

Physikalisches Praktikum für Physiker

Modul physik261

Status Februar 2024



Inhaltsverzeichnis

Vorbemerkungen	iii
100 Einführungsversuch	1
102 Freie und erzwungene Schwingungen mit Dämpfung	5
104 Physisches Pendel	11
106 Trägheitsmoment	15
108 Elastizitätskonstanten, Biegung und Knickung	19
110 Spezifische Wärmekapazität – Adiabatenexponent von Luft	29
112 Wärmeausdehnung von Festkörpern	37
Symbolverzeichnis	41
Raumplan	45

Vorbemerkungen

Die vorliegenden Praktikumsanleitungen zu den verschiedenen Versuchen sollen zwei Zielen dienen:

Erstens sollen sie in die Aufgabenstellungen des jeweiligen Versuchs einweisen und bei der Vorbereitung unterstützen. Allerdings sei ausdrücklich darauf hingewiesen, dass damit keine ausreichende Behandlung der zum Verständnis der Versuche notwendigen physikalischen Grundlagen gegeben wird. Daher werden jeweils entsprechende Lehrbücher angegeben, deren abschnittsweise Lektüre für die erfolgreiche Bewältigung des Praktikums notwendig ist. Die zitierten Bücher stehen in der „Abteilungsbibliothek für Medizin, Naturwissenschaften und Landbau“ (Nußallee 15a) zur Verfügung.

Zweitens werden die Versuchsanordnungen erklärt, Anweisungen für die Versuchsdurchführungen gegeben, sowie die zu lösenden Aufgaben gestellt. Die Anleitungen sind speziell auf die in Bonn vorhandenen Versuchsaufbauten zugeschnitten und für die Versuchsdurchführung und Auswertung verbindlich. Die Aufgaben sind unterteilt in solche, die **vor Beginn** des Versuchs zu lösen sind (gekennzeichnet durch **große Buchstaben**), und solche, die **im Verlauf** der Versuchsdurchführung zu lösen sind (gekennzeichnet durch **kleine Buchstaben**). Die sorgfältige Bearbeitung der ersteren dient der Vorbereitung und ist eine der Voraussetzungen zum Verständnis des Versuchsablaufs. Sie sind vor Versuchsbeginn schriftlich zu lösen und der/dem Versuchsassistentin/en zur Kontrolle vorzulegen.

Zu Beginn jedes Praktikumsversuchs gibt es ein Antestat vor Ort, bei welchem die Details des Versuchsaufbaus und der Versuchsdurchführung besprochen werden. Im Rahmen dessen werden die benötigten Grundkenntnisse, der rote Faden der Versuchsdurchführung und die Versuchsziele abgefragt. Sollte sich dabei herausstellen, dass ein(e) Praktikant(in) unzureichend vorbereitet ist, wird er/sie an diesem Tag nicht zur Durchführung des Versuchs zugelassen; ihm/ihr wird ein Nachholtermin zugewiesen. Bei zweimaliger Nichtzulassung gilt das Praktikum als nicht bestanden.

In der Regel arbeiten zwei Praktikant(inn)en zusammen an einer Apparatur, wobei jede(r) ein eigenes Protokoll anfertigt. Daher sind die Messwerte in beiden Protokollen identisch. Bei der Auswertung und der Fehlerdiskussion dürfen jedoch Unterschiede auftreten. Eine Ausnahme von dieser Regel stellt der Statistik-Versuch (Versuch 114) dar. Bei diesem Versuch bekommt jede(r) Studierende einen eigenen Datensatz. Das Protokoll soll parallel zum Experimentieren geschrieben werden und damit den Ablauf und die Auswertung der Versuche nachvollziehbar protokollieren (sog. „Ablaufprotokoll“). Es ist leserlich und für Dritte logisch nachvollziehbar abzufassen. Verwerfene Messungen werden durchgestrichen und evtl. mit einer Bemerkung versehen, aus welcher der Grund der Streichung hervorgeht. **Das Protokoll zu einem Praktikumsversuch samt Voraufgaben, Messdaten, Auswertung und ggf. Korrekturen ist zusammenhängend in ein festes DIN A4 Heft zu schreiben.**

Folgende Punkte muss das Protokoll mindestens enthalten:

1. Datum, Versuchsnummer und Versuchstitel
2. Thema und Aufgabenstellung mit einer kurzen Zusammenstellung der verwendeten Größen, Formeln und Beziehungen
3. Antworten zu den Aufgaben, die vor Versuchsbeginn zu lösen sind
4. Versuchsskizze mit Angaben über Geräte (z. B. Gerätenummer)
5. Beobachtungen
 - Alle unmittelbar beobachteten Messwerte. Diese sind nur sinnvoll, wenn sie die verwendete physikalische Dimension enthalten (z. B. 5,4 V oder 17 S_{kt});
 - Sonstige Beobachtungen (z. B. Auffälligkeiten während der Durchführung)
6. Auftragung der direkten oder abgeleiteten Messwerte auf Millimeterpapier bzw. ausgedruckte Plots (Platz sinnvoll ausnutzen und Achsen eindeutig beschriften!)
7. Auswertung mit Nebenrechnungen (Bei den Rechnungen sind nur so viele Dezimalstellen zu verwenden, dass Rundungsfehler keinen signifikanten Einfluss auf das Ergebnis haben.)
8. Sinnvoll gerundete Ergebnisse mit Angabe der Unsicherheiten (Unsicherheiten sind auch ohne explizite Erwähnung in der Aufgabenstellung anzugeben. Wo ein Vergleich mit Literaturwerten möglich ist, müssen die Übereinstimmungen bzw. Abweichungen kurz diskutiert werden.)
9. Antworten zu den Aufgaben während und nach der Versuchsdurchführung.

Das Protokoll ist am Versuchstag fertigzustellen und der/dem Versuchsassistenten/in abzugeben. Falls dies aus Zeitmangel nicht möglich sein sollte, kann mit der/dem Assistentin/en ein anderer Abgabetermin vereinbart werden. Das Protokoll muss jedoch spätestens vor Beginn des nächsten Praktikumsversuchs vorliegen. Die für die unterschiedlichen Praktika verbindlichen Abgabemodalitäten werden in der Vorbesprechung bekannt gegeben.

Computer sind zur Auswertung und zur Erstellung von Graphen nicht zugelassen.

Die Praktikumsassistent(inn)en stehen während der gesamten Praktikumszeit zur Verfügung, verlassen jedoch nach der Einführung in der Regel den Praktikumsraum. Sie hinterlassen dann eine Telefonnummer, unter der sie bei auftretenden Schwierigkeiten erreicht werden können.

Die erfolgreiche Durchführung und Protokollierung aller Praktikumsversuche (\equiv Studienleistung) ist die Voraussetzung zur Teilnahme an der mündlichen Abschlussprüfung (\equiv Prüfungsleistung), zu welcher man sich zusätzlich in **BASIS** anmelden muss.

Allgemeine Sicherheitshinweise

- In keinem der Praktikumsräume darf eine einzelne Person allein arbeiten.
- Essen, Trinken und Rauchen ist in allen Praktikumsräumen verboten.
- In die Steckdosen dürfen nur dafür vorgesehene Netzstecker gesteckt werden.
- Sämtliche Geräte dürfen nicht manipuliert werden.
- Geräte, die nicht zum durchgeführten Versuch gehören, sind unangetastet zu lassen.
- Einige der im Praktikum verwendeten Gegenstände (z. B. Netzgeräte, Fallturm, Galvanometer, Transformatorkern, optische Bänke, etc.) sind schwer. Im Umgang mit diesen ist entsprechende Vorsicht geboten, um Verletzungen zu vermeiden.
- Bei einigen Versuchen wird mit zerbrechlichen Gegenständen (z. B. Glaskolben, Prisma, Lampen, etc.) gearbeitet. Diese sind mit entsprechender Vorsicht zu behandeln, um deren Zerstörung und Verletzungen (Schnittgefahr!) zu vermeiden.
- Zum Inventar einiger Versuche zählen Hitzequellen (z. B. Lampen, heißes Wasser, etc.). Kontakt mit diesen ist zu vermeiden (Verbrennungsgefahr!). Falls dies nicht zu vermeiden ist, ist auf entsprechende Schutzkleidung (z. B. geeignete Wärmeschutzhandschuhe) zu achten. Bei Wasserkochen bitte nur soviel Wasser verwenden, wie für die Versuchsdurchführung benötigt wird (maximal jedoch bis zur Maximalmarkierung des Gerätes).
- Defekte Geräte sind unverzüglich zu melden. Sie dürfen nicht weiter verwendet werden. Eine Selbstreparatur ist zu unterlassen.
- Bei Unfällen/medizinischen Notfällen ist zunächst erste Hilfe zu leisten und dann unverzüglich die Praktikumsleitung zu informieren.

Ferner sind weitere versuchsspezifische Sicherheitshinweise in den jeweiligen Versuchsanleitungen zu beachten.

FAQ

- Allgemeine Informationen: <https://www.praktika.physik.uni-bonn.de>
- Ansprechpartner für organisatorische Belange (Termin, Attest, . . .): Praktikumsleitung (Dr. T. Jungk und Dr. D. Elsner), E-Mail: anfaengerpraktikum@physik.uni-bonn.de
- Ansprechpartner für physikalische Belange: Praktikumsassistent/in

Allgemeine Literaturempfehlungen

Praktikumslehrbücher:

- Walcher, Praktikum der Physik; Teubner
- Geschke, Physikalisches Praktikum für Anfänger, Teubner
- Westphal, Physikalisches Praktikum; Vieweg
- Kohlrausch, Praktische Physik zum Gebrauch für Unterricht, Forschung und Technik

Messdatenauswertung:

- Blobel/Lohrmann, Statistische und Numerische Methoden der Datenanalyse
- Gränicher, Messung beendet - was nun?, ETH-Zürich/Teubner
- Brandt, Datenanalyse

Formelsammlungen:

- Kneubühl, Repetitorium der Physik;
- Otten, Repetitorium der Experimentalphysik
- Kuchling, Taschenbuch der Physik

Es wird nachdrücklich empfohlen, die Anhänge der Praktikumsanleitung vor Beginn des Praktikums durchzuarbeiten.

Versuch 100

Einführungsversuch

Lernziel: Am Beispiel eines einfachen Messproblems sollen Fertigkeiten für eine erfolgreiche Versuchsdurchführung und für das Verfassen eines Versuchsprotokolls erworben werden.

Kenntnisse: Fehlerrechnung, Grundbegriffe und Gesetze der geometrischen Optik: Brechungsgesetz, Linsengleichung, Abbildungsmaßstab

Literatur: Einführungsabschnitte in Praktikumsbüchern

Geräte: Optische Bank mit Maßstab und mehreren Reitern, Sammellinse, Lampe, Kreuzblende, Projektionsschirm

100.1 Erläuterungen

Bestimmen Sie die Brennweite einer dünnen Sammellinse nach dem Bessel-Verfahren. Dazu muss eine Messapparatur aufgebaut und justiert werden. Für die Bestimmung des Mittelwertes und der statistischen Fehler wird die Messung mehrfach wiederholt. Fehlerquellen sollen diskutiert und mittels Fehlerrechnung quantifiziert werden.

Zunächst sei an die Abbildungsgleichung und die Definition des Abbildungsmaßstabs erinnert. Gegenstandsweite g , Gegenstandsgröße G , Bildweite b , Bildgröße B , Brennweite f und Abbildungsmaßstab γ sind verknüpft in den beiden Gleichungen:

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}, \quad (100.1)$$

$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g} = \gamma. \quad (100.2)$$

Im Folgenden wird beiderseits der Linse das gleiche Medium (Luft) vorausgesetzt.

Aufgabe 100.A: Beweisen Sie, dass es für $a > 4f$ genau 2 Linsenstellungen mit scharfer Abbildung gibt. Welchen Abbildungsmaßstab hat man bei $a = 4f$?

Aufgabe 100.B: Leiten Sie mit dem Abstand der Linsenpositionen e (siehe Abb. 100.1) die folgende Gleichung her:

$$4f = a - e^2/a. \quad (100.3)$$

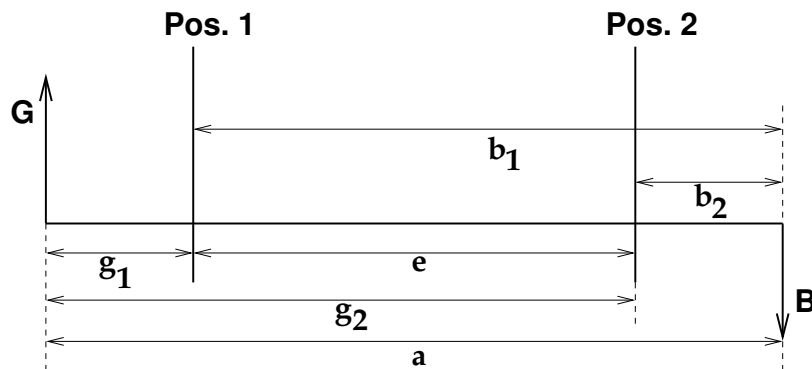


Abbildung 100.1: Aufbau für das Bessel-Verfahren auf einer Optischen Bank

100.2 Versuchsdurchführung

In Ihr Protokollheft haben Sie vor Versuchsbeginn bereits eingetragen:

- Nummer und Titel des Versuchs, Datum des Versuchstags,
- Ihre Antworten zu den Aufgaben 100.A und 100.B.

Aufgabe 100.a: Bauen Sie Gegenstand, Linse und Schirm auf der optischen Bank so auf, dass $a > 4f$ gewährleistet ist.

Der Abstand a ist durch die Banklänge beschränkt. Den von Ihnen eingestellten Wert von a messen Sie mit dem in die optische Bank integrierten Maßstab. Dazu müssen Sie entscheiden, welche Stellen an Gegenstand und Schirm Sie für die Abstandsmessung heranziehen, so dass Sie sich keinen systematischen Längenmessfehler einhandeln und a auf $\Delta a \approx 1 \text{ mm}$ messen können.

Um die Bedingung $a > 4f$ einhalten zu können, müssen Sie f ungefähr kennen. Bestimmen Sie in einem einfachen Vorversuch – ohne optische Bank – die ungefähre Größe der Brennweite f .

Durch Verschieben der Linse zwischen Gegenstand und Schirm auf der optischen Bank können Sie überprüfen, ob Ihr Aufbau diese Bedingung erfüllt, und ebenso, ob Sie Gegenstand, Linse und Schirm auf ein- und derselben optischen Achse parallel zur optischen Bank zentriert haben. Wie können Sie das erkennen? Prüfen Sie dabei auch, ob Sie die Ebenen von Blende, Linse und Schirm senkrecht zur optischen Achse fixiert haben.

Spätestens jetzt sollten Sie eine Skizze des Aufbaus mit den Bezeichnungen – ähnlich wie Abb. 100.1 – in Ihr Heft einzeichnen. Dann tragen Sie direkt, d.h. ohne Schmierzettel, die Ergebnisse Ihrer groben Bestimmung der Brennweite f und Ihre Messung(en) des Abstands a ein. Zur Ermittlung von $a \pm \Delta a$ ist eine Messreihe nicht sinnvoll (Warum?). Schätzen Sie Δa sinnvoll ab.

Aufgabe 100.b: Mit Hilfe des Bessel-Verfahrens bestimmen Sie nun die Brennweite der Sammellinse. Für festes a sind 10 Paare von Linsen-Einstellungen und Abstandsmessungen vorzunehmen. Aus diesen Messreihen-Paaren ist f mit dem zugehörigen Messfehler Δf zu bestimmen.

Entscheiden Sie, wie Sie den Abstand e messen: für jede der beiden Linsenpositionen i messen Sie den Abstand x_i des optischen Reiters von demselben Fixpunkt; benutzen Sie immer dieselbe Stelle. Sie erhalten 2 Messreihen x_1 und x_2 .

Frage: Warum brauchen Sie die Positionen der Hauptebenen der Linse relativ zu Linsenhalter bzw. Reiter nicht zu kennen?

Im Protokollheft haben Sie eine Tabelle mit geeigneter Spaltenzahl für Ihre Messreihen und deren Auswertung vorbereitet. Es ist sinnvoll, eine Spalte für Bemerkungen zu einzelnen Messungen einzurichten, z.B. für Ihre Erklärung einer Fehlmessung.

Nun beginnen Sie die Auswertung Ihrer Messungen. Berechnen Sie die Mittelwerte $\langle x_1 \rangle$ und $\langle x_2 \rangle$ und daraus $\langle e \rangle$. Mit Hilfe von Gleichung 100.3 erhalten Sie aus a und $\langle e \rangle$ den Mittelwert $\langle f \rangle$ Ihrer Messung von f . Das ist Ihr bester „Schätzwert“ für die wahre Brennweite.

Ermitteln Sie die Fehler Δx_1 , Δx_2 Ihrer Messreihen. Dazu berechnen Sie die Streuungen $\Delta x_{i,n}$ der N (hier ist $N = 10$) einzelnen „Stichproben“ gemäß $\Delta x_{i,n} = x_{i,n} - \langle x_i \rangle$ und daraus die beiden Mittelwertfehler bei Mehrfachmessung:

$$\Delta x_i = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{n=1}^N \Delta x_{i,n}^2}. \quad (100.4)$$

Dann berechnen Sie den Messfehler Δe und daraus schließlich Δf , jeweils nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz. Für Δe ist das einfach: $(\Delta e)^2 = (\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2$. Dann formen Sie Gleichung 100.3 so um, dass Sie f als Funktion von e und a erhalten, und berechnen die Ableitungen $\partial f / \partial e$ und $\partial f / \partial a$. Damit berechnen Sie dann $\Delta f_{a=\text{const}} = \partial f(e) / \partial e \cdot \Delta e$ und $\Delta f_{e=\text{const}} = \partial f / \partial a \cdot \Delta a$ und endlich

$$\Delta f = \sqrt{(\Delta f_{e=\text{const}})^2 + (\Delta f_{a=\text{const}})^2}. \quad (100.5)$$

All das steht jetzt in Ihrem Protokollheft.

Als Abschluss berechnen Sie mit Ihren Ergebnissen für a , Δa , e , Δe Ihr Hauptmessergebnis $f \pm \Delta f$. Bestimmen Sie die richtige physikalische Maßeinheit.

Versuch 102

Freie und erzwungene Schwingungen mit Dämpfung

Lernziel: Freie und erzwungene Schwingungen mit Dämpfung gehören zu den wichtigsten Phänomenen der Physik und sind auf Gebieten verschiedenster Art zu beobachten, z.B. an Pendeln, Saiten, Maschinenteilen, sogar an der Erdkugel, an elektrischen Ladungsverteilungen in Schwingkreisen oder in Atomhüllen, an Lasern, an Molekülen, an Elementarteilchen. Besonders wichtig ist dabei das Phänomen der Resonanz. So verschieden die schwingenden physikalischen Messgrößen auch sein mögen, alle diese Schwingungssysteme gehorchen denselben Gesetzmäßigkeiten. Daher ist das Verständnis der Eigenschaften irgendeines Schwingungssystems die Grundlage für das Verständnis einer Vielzahl von Phänomenen, die wir in der Natur beobachten.

Dieser Versuch soll am Beispiel eines mechanischen Drehschwingsystems, dem Pohlschen Drehpendel, mit den grundlegenden Gesetzmäßigkeiten des allgemeinen Phänomens „Schwingung“ vertraut machen.

Kenntnisse: Hooksches Gesetz, Rotation eines starren Körpers, Trägheitsmoment, rücktreibendes und dämpfendes Drehmoment; freie Schwingung eines gedämpften Systems; erzwungene Schwingung, Amplituden- und Phasenverhalten, Resonanz, Inhalt von Anhang [A2](#); Lorentz-Kraft, Induktionsgesetz, Wirbelströme.

Literatur: Jedes Grundkurs-Lehrbuch der Physik, z.B.
Brandt-Dahmen, Bd. I;
Gerthsen, Physik;
Berkeley, Physik-Kurs III, Kap. 1 und 3;
Pohl, Einfg. in die Physik, Bd. I;
Westphal, Physikalisches Praktikum, Anhang;
Walcher, Physikalisches Praktikum, Kap. 2 und 7

Geräte: Pohlsches Drehpendel 346 00 von Leybold-Heraeus mit Wirbelstrombremse und Exzentererregung, Stoppuhr.

102.1 Versuchsanordnung

Das Drehpendel nach Pohl ist ein schwingfähiges System, das eine Zusatzdämpfung besitzt. Damit lässt sich die Abhängigkeit von Amplitude und Phase eines Resonators mit gegebener Eigenfrequenz von der Frequenz eines Erregers und der Dämpfung des Resonators quantitativ aufnehmen.

Die wesentlichen Komponenten der Versuchsanordnung sind in Abb. 102.1 beschrieben. Das Schwingsystem kann durch ein periodisches, äußeres Drehmoment zu Schwingungen angeregt werden. Dieses Drehmoment wird von einem Motor (13) (mit einstellbarer Frequenz ν) über einen Exzenter (11) und ein Gestänge (12), das an einem Ende der Schnecken (2) angreift, erzeugt: dieses zusätzliche Drehmoment variiert kosinusförmig:

$$D\varphi \rightarrow D(\varphi - \varphi_1 \cos \omega t) = D\varphi - D\varphi_1 \cos \omega t. \quad (102.1)$$

Um auch die Dämpfung des Systems variieren zu können, ist eine Wirbelstrombremse eingebaut. Der kupferne Drehkörper (1) bewegt sich im Luftspalt eines Elektromagneten (16), dessen Feldstärke (über den durch ihn fließenden Strom) wählbar ist. Die Leitungselektronen im Kupfer eines Scheibensegments erfahren beim Eintritt in das Magnetfeld eine Änderung des magnetischen Flusses, wodurch ein elektrisches Wirbelfeld im Scheibensegment induziert wird. Dies erzeugt einen geschlossenen Wirbelstrom und damit ein Magnetfeld, das nach der Lenz'schen Regel dem äußeren Feld entgegen gerichtet ist und zu einer geschwindigkeitsproportionalen Reibungskraft führt. Die Abnahme der Bewegungsenergie wird über Ohm'sche Verluste der Wirbelströme in Wärme umgesetzt.

102.2 Durchführung des Versuchs

102.2.1 Freie Schwingung mit Dämpfung

Mit Hilfe des Motors wird der Zeiger des Drehkörpers mit dem Nullpunkt der Skala (5) einjustiert und der Motor in dieser Stellung abgeschaltet.

Eine Schwingung wird in Gang gesetzt, indem man das Pendel von Hand auslenkt (z. B. auf 19 Skalenteile) und dann loslässt. Vermeiden Sie dabei, dem System durch ungeschicktes Loslassen einen Drehimpuls zu erteilen.

Aufgabe 102.a: Bestimmen Sie die Eigenfrequenz ν_0 aus der Messung der Schwingungsdauer bei abgeschalteter Wirbelstrombremse über hinreichend viele Perioden. Diese Messung ist mindestens drei mal zu wiederholen.

Aufgabe 102.b: Messen Sie für 3 verschiedene Stärken der Dämpfung (Magnetströme $I_m = (0,1 / 0,3 / 0,5) \text{ A}$) die abklingenden Amplituden als Funktion der Zahl n der Schwingungsperioden. Es genügen 15 Schwingungen.

Amplitude: $\varphi(t) = \varphi_0 e^{-\beta t}$ mit $t = n \cdot T$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) und $T = 2\pi/\omega$.

Da Sie zu zweit sind, kann eine/r Protokoll führen und der/die andere die aufeinanderfolgenden Amplitudenwerte eines Abklingvorgangs ablesen.

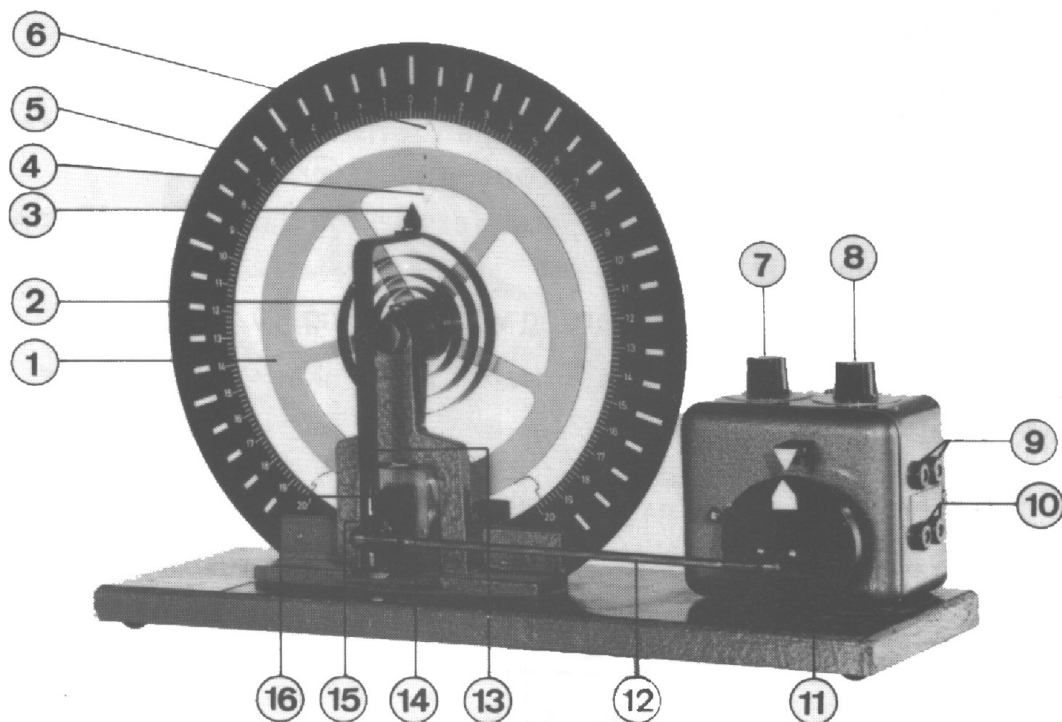


Abbildung 102.1: Pohlsches Drehpendel

- 1, 2** *Drehpendel*, bestehend aus *Pendelkörper 1* aus Kupfer und *Schneckenfeder 2*; ein Ende der Feder ist mit einem Schwingungserreger **13** verbunden.
- 3, 4** *Vergleichsanzeiger* für Phasenlagen des Schwingungserregers (**3**) und des Drehpendels (**4**).
- 5** *Skalenring* zur Amplitudenmessung der Drehschwingung; zur Projektion in Abständen von je 5 Skalenteilen geschlitzt.
- 6** *Amplitudenanzeiger*
- 9** *Anschlussbuchsen* für Versorgungsspannung des Motors.
- 11** *Antriebsrad* mit Exzenter.
- 12** *Schubstange*.
- 13** *Schwingungserreger*, mit Feder **2** des Drehpendels verbunden.
- 14** *Schlitz* zur Verschiebung des Angriffspunktes der Schubstange **11** am Schwingungserreger **13** (Amplitudeneinstellung des Schwingungserregers).
- 15** *Schraube* zur Halterung der Schubstange **12** in **14**.
- 16** *Elektromagnet* zur Wirbelstrombremsung des Drehpendels; 4 mm-Anschlußbuchsen für Spulenstrom an der Rückseite.

Technische Daten:

Eigenfrequenz: ca. 0,5 Hz

Erregerfrequenz: (0,1 – 1,2) Hz

Motorspannung: maximal 20 V

Stromaufnahme: maximal 600 mA

Wirbelstromdämpfung: (0 – 20) V

Belastbarkeit der Spulen: kurzzeitig maximal 2 A

Aufgabe 102.c: Tragen Sie die gemessenen Amplituden φ gegen die Anzahl n der Perioden in ein halblogarithmisches Diagramm ein (3 Dekaden). Bestimmen Sie gemäß Anhang A1 die Ausgleichsgerade

$$\ln \varphi_n = \ln \varphi_0 - (\beta T)n \quad (102.2)$$

und aus ihrer Steigung

$$\Delta \ln \varphi_n / \Delta n = -\beta T =: -\ln K \quad (102.3)$$

das Dämpfungsverhältnis K und die Güte $Q = \pi/(\beta T)$.

Vorsicht: Der Magnet der Wirbelstrombremse darf höchstens 2 – 3 Minuten mit Strömen über 1 A betrieben werden!

102.2.2 Erzwungene Schwingungen mit Dämpfung

Bei diesem Experiment wird die Amplitude φ als Funktion der Frequenz ν bzw. ω , d.h. die Resonanzkurve, gemessen. Der Motor wird dazu mit einer stabilisierten Spannung betrieben (an Klemmen (9) anschließen), wobei die Frequenz eine gut reproduzierbare Funktion der Spannung ist. Die Spannung wird an einem Digitalvoltmeter (DVM) abgelesen, welches im Versorgungsgerät eingebaut ist.

Aufgabe 102.d: Ermitteln Sie den Zusammenhang zwischen der Frequenz des Exzeters (11) und der Motorspannung bei 4 geeignet gewählten Frequenzen im Bereich von (0,1 – 1) Hz, indem Sie die Zeit für mindestens 10 Umdrehungen stoppen. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen Frequenz und Spannung auf mm-Papier (DIN A4) grafisch dar.

Aufgabe 102.A: Welche Maßeinheit hat das Amplitudenquadrat φ^2 ?

Aufgabe 102.e: Messen Sie nun für 2 verschiedene Stärken der Dämpfung ($I_m = (0,3 \text{ und } 0,5) \text{ A}$) die Amplitude φ als Funktion der Frequenz ν bzw. ω , d.h. die Resonanzkurve.

$$\varphi(\omega) = \frac{\mu}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2 \cdot \omega_0^2}{Q^2}}} \quad (102.4)$$

Legen Sie hinreichend viele Messpunkte in den relativ schmalen Resonanzbereich. Eine Messung kann erst erfolgen, wenn der Einschwingvorgang hinreichend abgeklungen ist. Beobachten Sie daher, ob der stationäre Zustand erreicht ist.

Es empfiehlt sich, zuerst die Kurve mit der starken Dämpfung zu messen (warum?). Tragen Sie die Messwerte in ein Diagramm (φ gegen ν , $\nu = 1/T$) ein und zeichnen Sie die beiden Resonanzkurven. Bestimmen Sie die Frequenz ν aus der Motorspannung mit Hilfe der oben durchgeführten Kalibration.

Aufgabe 102.f: Bestimmen Sie die Güte Q aus dem Abstand $\Delta\nu$ der beiden Frequenzen, für welche die Amplitude auf das $1/\sqrt{2}$ -fache der Maximalamplitude abgesunken ist und der Frequenz ν_0 , bei der die Maximalamplitude auftritt, mit $Q = \nu_0 / \Delta\nu$.

Bestimmen Sie ferner die Güte Q aus dem Verhältnis der Amplituden $\varphi(\omega = \omega_0)$ und $\varphi(\omega \rightarrow 0)$.

Vergleichen Sie diese beiden Werte für Q mit denen, die Sie aus der freien Schwingung ermittelt haben.

Versuch 104

Physisches Pendel

Lernziel: Der wichtige physikalische Begriff des Trägheitsmomentes soll verstanden werden. Hierzu wird das physische (= körperhafte, reale) Pendel untersucht. Als Anwendung wird aus der periodischen Bewegung die Erdbeschleunigung g bestimmt.

Kenntnisse: Energie und Arbeit, Drehmoment, Trägheitsmoment, Drehimpuls; Newtonsche Bewegungsgleichung, Erhaltungssätze der Mechanik; Drehbewegung um körperfeste Achsen, Steinerscher Satz; mechanische Pendel, ungedämpfte freie Schwingungen, Eigenfrequenz

Literatur: Jedes Grundkurs-Lehrbuch der Physik

Messgeräte: Stoppuhr, Zollstock

104.1 Physisches Pendel

104.1.1 Erläuterungen

Eine runde Scheibe pendelt um eine Achse A im Abstand a vom Schwerpunkt S der Scheibe (Abb. 104.1). Der Abstand a kann stufenweise verändert werden. Die Schwingungsdauer T ist gegeben durch:

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{\Theta}{D} \quad (104.1)$$

mit der „Richtkonstanten“ D (analog zur Federkonstanten bei longitudinalen Auslenkungen). Das Trägheitsmoment Θ einer Scheibe mit Radius r und Masse m um die Achse A bestimmt sich nach dem Steinerschen Satz zu:

$$\Theta = \Theta_{\text{Sch}} + ma^2, \quad (104.2)$$

wobei Θ_{Sch} das polare Trägheitsmoment der Scheibe ist:

$$\Theta_{\text{Sch}} = \frac{1}{2}mr^2. \quad (104.3)$$

Das Drehmoment $M = -D\varphi$ wird durch die Erdanziehung bewirkt, also $M = -a \cdot mg \sin \varphi$. Für kleine Auslenkungen φ kann man näherungsweise $\sin \varphi \approx \varphi$ setzen. Daraus folgt: $M = -a \cdot mg\varphi$,

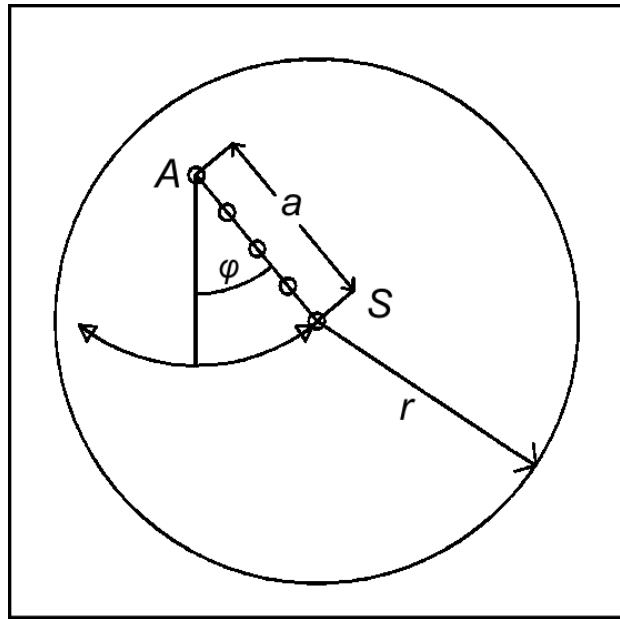


Abbildung 104.1: Skizze des im Versuch eingesetzten Physischen Pendels

und damit $D = a \cdot mg$. Man erhält für das Quadrat der Schwingungsdauer T :

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{\Theta_{\text{Sch}} + ma^2}{amg}, \quad (104.4)$$

oder:

$$aT^2 = \frac{4\pi^2 \Theta_{\text{Sch}}}{mg} + \frac{4\pi^2}{g} \cdot a^2. \quad (104.5)$$

Die grafische Darstellung von aT^2 gegen a^2 ergibt eine Gerade. Aus der Steigung lässt sich die Erdbeschleunigung g und aus dem Achsenabschnitt das polare Eigenträgheitsmoment der Scheibe Θ_{Sch} bestimmen.

Aufgabe 104.A: Geben Sie die Formel für das Trägheitsmoment einer Kreisscheibe mit n Löchern im Abstand a_n von der Drehachse senkrecht durch den Scheibenzentrum S an (siehe Abb. 104.1). Hinweis: Subtrahieren Sie den Beitrag der Löcher mit Hilfe des Steinerschen Satzes.

104.1.2 Versuchsdurchführung

Justieren Sie mit Hilfe der Dosenlibelle und den 3 Fußschrauben die die Bodenplatte der Pendelhalterung so, dass sie waagrecht steht. Mit dem justierten Aufbau messen Sie die Erdbeschleunigung g und das Trägheitsmoment der Scheibe Θ_{Sch} einschließlich der Fehlergrenzen:

Aufgabe 104.a: Messen Sie für alle vorgesehenen Achsenlagen A die Schwingungsdauer T über mindestens 10 Perioden; dabei darf die Amplitude nur wenige Grad betragen. Tragen Sie

aT^2 gegen a^2 auf und ermitteln Sie aus der Fit-Geraden die Erdbeschleunigung g und das Trägheitsmoment Θ_{Sch} .

Aufgabe 104.b: Vergleichen Sie den so gewonnenen Wert für die Erdbeschleunigung mit dem Literaturwert und das gemessene Trägheitsmoment mit dem aus der Formel $\Theta_{\text{Sch}} = mr^2/2$ berechneten Wert.

Aufgabe 104.c: Überlegen Sie, wie die Schwingungsdauer T von a abhängen muss, und skizzieren Sie diese. Führen Sie gedanklich die Grenzübergänge $a \rightarrow \infty$ und $a \rightarrow 0$ durch.

Aufgabe 104.d: Verwenden Sie das Ergebnis aus Aufgabe 104.A und setzen Sie die Zahlenwerte für „Ihre“ Scheibe ein (die Scheibenmasse m ist in die Scheibe eingeschlagen). Sie messen den Scheibenradius r , den Durchmesser und die Lochabstände der 9 Löcher. Wie groß ist der Unterschied zu einer ungelochten Scheibe?

Versuch 106

Trägheitsmoment

Lernziel: Der wichtige physikalische Begriff des Trägheitsmomentes soll verstanden werden. Hierzu wird aus den Erhaltungssätzen der Mechanik das Trägheitsmoment eines Rades bestimmt.

Kenntnisse: Energie und Arbeit, Drehmoment, Trägheitsmoment, Drehimpuls; Newtonsche Bewegungsgleichung, Erhaltungssätze der Mechanik; Drehbewegung um körperfeste Achsen, Steinerscher Satz

Literatur: Jedes Grundkurs-Lehrbuch der Physik

Messgeräte: Stoppuhr, Zollstock

106.1 Trägheitsmoment eines Rades

106.1.1 Erläuterungen

Die Erhaltungssätze der Mechanik folgen aus Symmetrieeigenschaften der Natur. Sie sind Integrale der Bewegungsgleichungen und daher sehr hilfreich bei deren Lösung. Sie erlauben es, Anfangs- und Endzustand eines Systems miteinander in Beziehung zu setzen, ohne dass man über den zeitlichen Ablauf zwischendurch etwas wissen muss.

An einem einfachen Beispiel sollen diese Erhaltungssätze experimentell überprüft werden: Ein Rad wird in Rotation versetzt, indem es über eine, mit einem Gewicht belastete Schnur angetrieben wird. Das Trägheitsmoment des Rades wird einmal über den Energiesatz durch die Messung der erreichten Winkelgeschwindigkeit, zum anderen über den Drehimpuls als Zeitintegral des Drehmomentes durch eine Fallzeitmessung bestimmt.

Bestimmung des Trägheitsmomentes mit dem Energiesatz. Indem das antreibende Gewicht der Masse m aus der Höhe h absinkt, wird seine potentielle Energie in kinetische Energie umgewandelt. Die Bewegung beginnt bei $t = 0$ aus der Ruhe; das System hat dann die potentielle Energie des Gewichts mgh . Zu einer späteren Zeit t besteht die kinetische Energie des Systems aus der Translationsenergie der sich absenkenden Masse $1/2mv^2(t)$ und der Rotationsenergie des Rades $1/2\Theta\omega^2(t)$ (Trägheitsmoment des Rades: Θ). Die Bewegungen von Rad und Gewicht sind über die Abrollbedingung $v(t) = \omega(t) \cdot r$ verknüpft (Radius der benutzten Schnurrille = Scheibenradius

r). Zum Zeitpunkt t_h sei die Masse m um die Strecke h abgesunken. Dann ergibt sich nach dem Energiesatz:

$$mgh = 1/2(\Theta + mr^2) \cdot \omega^2(t_h). \quad (106.1)$$

Bestimmung des Trägheitsmomentes mit dem Drehimpulssatz. Die absinkende Masse übt ein konstantes Drehmoment \vec{M} auf das System aus und ändert dessen Drehimpuls in der Zeit $\Delta t = t_h$ von Null auf den Wert $\vec{L}(t_h)$.

Das Drehmoment \vec{M} hat den Betrag $M = r \cdot mg$, sein Zeitintegral ist:

$$\int_0^t M dt = rmgt. \quad (106.2)$$

Zur Zeit t beträgt der Betrag des Drehimpulses des Radsystems

$$L_{\text{Rad}}(t) = \Theta \cdot \omega(t) \quad (106.3)$$

und der des Drehimpulses des Gewichtes

$$L_{\text{Gewicht}}(t) = mr \cdot v(t) = mr^2 \cdot \omega(t). \quad (106.4)$$

Der Gesamtdrehimpuls ist gleich dem Zeitintegral des Drehmomentes:

$$rmgt \cdot t_h = (\Theta + mr^2) \cdot \omega(t_h). \quad (106.5)$$

Aufgabe 106.A: Mit welcher Beschleunigung sinkt die Masse m im Radsystem?

Aufgabe 106.B: Berechnen Sie das Trägheitsmoment des Radsystems. Dazu berechnen Sie die Trägheitsmomente beider Räder nach $\Theta = \frac{1}{2}mr^2$ (Trägheitsmoment einer homogenen Kreisscheibe bei Rotation um die Symmetrieachse). Die Daten der Räder finden Sie in Abschnitt 106.1.2.

106.1.2 Versuchsdurchführung

Für diesen Versuch sind ein großes und ein kleines Rad fest miteinander verbunden und können sich einschließlich ihrer Achse in Kugellagern leicht drehen; alles zusammen bildet das Radsystem (Abb. 106.1). Eine Schnur, an der eine Masse m hängt, kann wahlweise um das große oder das kleine Rad gewickelt werden. Die Fallhöhe, die das Gewicht durchläuft, kann durch Verstellen einer Startmarkierung eingestellt werden. Die Daten der Räder sind mit vernachlässigbar kleinen Fehlern:

Großes Rad: Radius $r = 10$ cm, Dicke $d = 2$ cm

Kleines Rad: Radius $r = 2,5$ cm, Dicke $d = 1$ cm

Die Räder sind aus einer Aluminiumlegierung mit einer Dichte von $2,7 \text{ g cm}^{-3}$ gefertigt; das Trägheitsmoment der Achse kann vernachlässigt werden. Die gesamte Anordnung muss vor dem Versuch mit 3 Fußschrauben senkrecht justiert werden.

Aufgabe 106.a: Es sollen für:

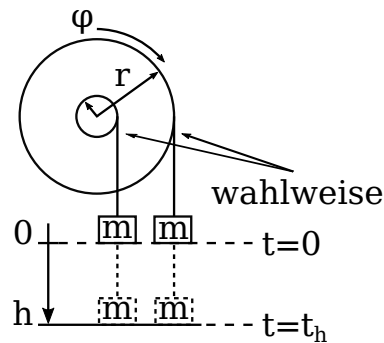


Abbildung 106.1: Skizze des Radsystems

- die beiden Massen, $m = (25 \text{ und } 50) \text{ g}$
- die beiden Schnurrillenradien, $r = (2,5 \text{ und } 10) \text{ cm}$
- alle 4 einstellbaren Fallhöhen, $h = (100, 75, 50 \text{ und } 25) \text{ cm}$

jeweils die Fallzeit t_h und unmittelbar nach dem Auftreffen des Gewichtes auf der unteren Bühne die Umlaufzeit $T(n)$ für n Umläufe gemessen werden. Die Umlaufzeit $T(n)$ wird durch n geteilt um $T(1)$, die Zeit für eine Umdrehung, zu erhalten. Die Zahl n der Umläufe wird so gewählt, dass eine Messzeit von etwa 10 Sekunden resultiert (warum?).

Für alle $2 \times 2 \times 4 = 16$ Parametersätze werden Fallzeit t_h und Umlaufszeit $T(n)$ jeweils einmal gemessen, für die Parametersätze mit $h = 100 \text{ cm}$ jedoch dreimal (Schwankungen?) und daraus gemittelt. Die Kreisfrequenz $\omega = 2\pi/T(1)$ wird errechnet.

Aufgabe 106.b: Für die Energiesatz-Methode (Gleichung 106.1) wird die Fallhöhe h gegen das Quadrat der Kreisfrequenz ω^2 aufgetragen, für alle $2 \times 2 = 4$ Parametersätze auf einem Blatt. Aus der Steigung der Anpassungsgeraden soll $(\Theta + mr^2)$ und daraus Θ errechnet werden.

Aufgabe 106.c: Für die Drehmomentsatz-Methode (Gleichung 106.5) wird die Fallzeit t_h gegen die Kreisfrequenz ω aufgetragen, ebenfalls für alle 4 Parametersätze auf einem Blatt. Aus der Steigung der Anpassungsgeraden soll $(\Theta + mr^2)$ und daraus Θ errechnet werden.

Aufgabe 106.d: Vergleichen Sie die gemessenen Trägheitsmomente mit dem aus den angegebenen Daten berechneten Trägheitsmoment.

Versuch 108

Elastizitätskonstanten, Biegung und Knickung

Lernziele: Bei den meisten in der elementaren Elastizitätstheorie behandelten Fällen sind die beobachtbaren Deformationen proportional zu den Belastungen (Balkenbiegung: Auslenkung $c \propto$ Kraft F ; Torsion eines Drahtes: Drehwinkel $\alpha \propto$ Drehmoment M ; ideales Gas: Volumenänderung $V \propto$ Druckänderung p). Bei einem axial belasteten Stab jedoch ist die Querauslenkung $c = 0$ bis zum Erreichen der Knicklast, um dann abrupt ($\frac{dc}{dF} = \infty$!) anzuwachsen. Von besonderer Bedeutung ist die Knicklast in Baustatik und Maschinenbau. Hier muss bei der Konstruktion darauf geachtet werden, dass die Belastung nie die Knicklast erreicht, da die nach Überschreiten dieser Last sehr rasch wachsende Deformation leicht zum Bruch führt.

Der zweite Versuchsteil behandelt die harmonische Schwingung des ungedämpften Oszillators. Aus der Veränderung der Schwingungsdauer bei einem veränderbaren Drehschwinger sollen die Begriffe Trägheitsmoment (Θ), Richtkonstante (D), Drehmoment (M) sowie der Inhalt des Steinerschen Satzes verstanden werden. Hier wird eine weitere Materialkonstante – das Schubmodul (G), welches sich aus der Richtkonstanten (D) und den Abmessungen des Torsionsdrahtes bestimmen lässt – eingeführt.

Kenntnisse: Hookesches Gesetz; Elastizitätsmodul, Torsions- oder Schubmodul, neutrale Faser, Flächenträgheitsmoment, Biegemoment, Knicklast; Drehmoment, Trägheitsmoment, Richtkonstante, Eigenfrequenz; Schwerpunkt, Steinerscher Satz

Sicherheitshinweise: Beim Knickversuch besteht die Gefahr von Quetschungen. Beim Bewegen des Auslegers ist mit entsprechender Vorsicht vorzugehen.

Nicht verwendete Gewichte sind sicher auf dem Tisch zu lagern.

Verwenden Sie die Drehmomentbegrenzung der Mikrometerschraube, um Beschädigungen zu vermeiden.

Literatur: Elastizitätsphysik: Bergmann-Schäfer, Experimentalphysik I; Schwingungen: jedes Grundkurs-Lehrbuch der Physik, insbesondere Brandt-Dahmen I, Gertshsen, Berkeley Physik-Kurs I und III, Anhang A2; Westphal, Physikalisches Praktikum; Walcher, Praktikum.

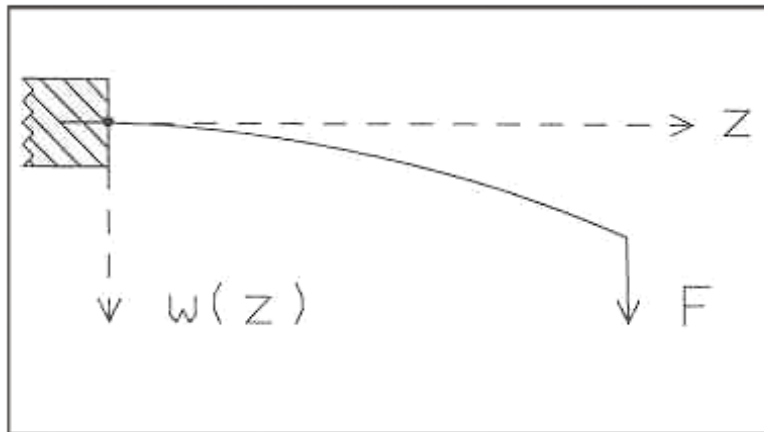


Abbildung 108.1: Einseitig eingespannter Balken mit Kraftangriff am Ende

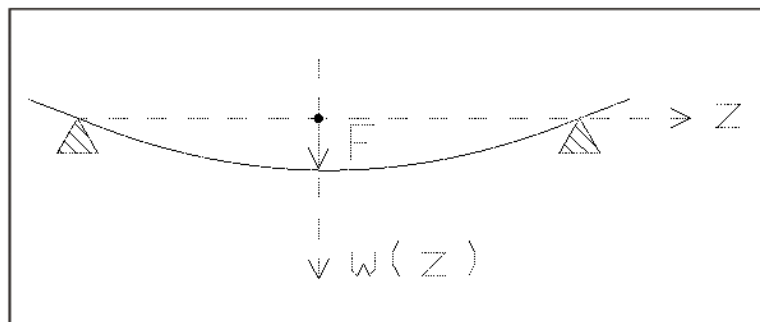


Abbildung 108.2: Biegung eines beidseitig aufgelegten Balken mit Mittellast

108.1 Biegung eines Balkens und Knickung eines Stabes

108.1.1 Einleitung

Ein einseitig eingespannter gerader Balken verbiegt sich unter Einwirkung senkrecht zur Balkenachse angreifender Kräfte (Abb. 108.1). Ein senkrecht stehender gerader Stab kann unter Belastung in Richtung der Stabachse wegknicken (Abb. 108.5).

Wir wollen im Folgenden die Deformation von Balken und Stab untersuchen. Zur Vereinfachung nehmen wir an, dass sie aus homogenem isotropen Material bestehen und dass die Träger längs der Achse einen konstanten Querschnitt aufweisen.

Außer den oben angegebenen Fällen sind noch andere Belastungen und Einspannungen von Interesse, z.B. der beidseitig aufgelegte Balken (Abb. 108.2) oder der mehrfach belastete Balken (Abb. 108.3).

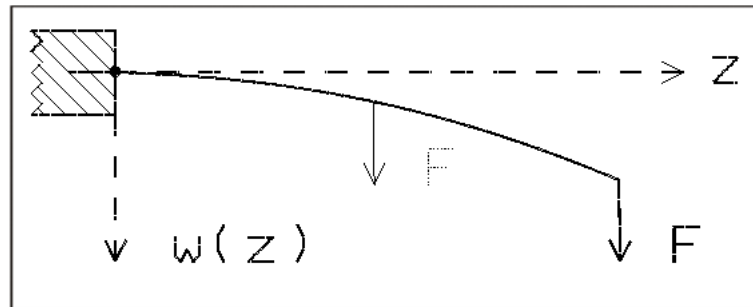


Abbildung 108.3: Einseitig eingespannter Balken mit verteilter Kraft

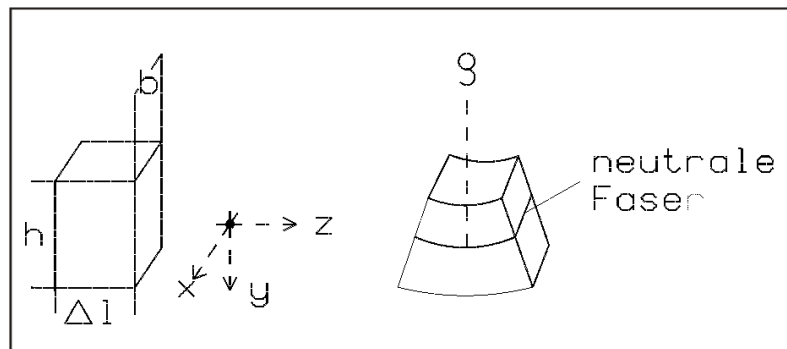


Abbildung 108.4: Biegegeometrie

108.1.2 Spannungen und Dehnungen

Die folgende elementare Behandlung wurde von Daniel Bernoulli (1700–1782) angegeben. Sie ist nicht frei von unbewiesenen Hypothesen, liefert aber bei geringen Verbiegungen eine brauchbare Beschreibung.

Ein Längselement Δl des Balkens wird unter der Belastung so deformiert, dass der obere Teil gestaucht und der untere Teil gedehnt wird (Abb. 108.4). Durch den Schwerpunkt der Fläche geht die sogenannte „neutrale Faser“, die ihre Länge unter Belastung nicht ändert. Die neutrale Faser wird allerdings infolge der Belastung gekrümmt. Als quantitatives Maß hierfür verwendet man ihren Krümmungsradius ρ . Die Querschnittsflächen bleiben unter der Belastung eben.

Für die (dimensionslose) Dehnung ϵ eines Balkenstücks im Abstand y von der neutralen Faser gilt dann

$$\epsilon = \frac{(y + \rho) - \rho}{\rho} = \frac{y}{\rho} . \quad (108.1)$$

Über das Hookesche Gesetz $\sigma = E \cdot \epsilon$ (E = Elastizitätsmodul) erhält man die auf die Querschnitts-

flächen wirkenden Zug- bzw. Druck-Spannungen σ zu

$$\sigma = E \cdot \frac{y}{\rho} . \quad (108.2)$$

Für den Konstrukteur sind natürlich die an den Ober- bzw. Unterflächen auftretenden Maximalwerte von σ bedeutsam. Sie dürfen nicht die für das Material zulässigen Zerreißspannungen überschreiten.

Die vom Balken in seinen Querschnitten zu übertragenden Drehmomente M um den Durchstoßpunkt der neutralen Faser erhält man durch Integration über den Querschnitt:

$$M = \iint \sigma \cdot y \, dy \, dx = \frac{E}{\rho} \iint y^2 \, dy \, dx \equiv \frac{EI}{\rho} . \quad (108.3)$$

Das sogenannte Flächenträgheitsmoment I ist durch $I = \iint y^2 \, dx \, dy$ definiert. Dabei ist der Nullpunkt der y -Achse in die neutrale Faser zu legen, und die y -Richtung muss mit der Belastungsrichtung übereinstimmen. Das Integral ist für einfache Fälle (Rohr, T-Träger etc.) leicht ausführbar.

Aufgabe 108.A: Welches Flächenträgheitsmoment hat ein rechteckiger Balken der Breite b und Höhe h ?

Aufgabe 108.B: Welches Flächenträgheitsmoment hat ein runder Stab mit Radius r ?

108.1.3 Differentialgleichung der elastischen Linie

Unter der elastischen Linie versteht man die sich unter Belastung ausbildende Kurve $w(z)$ der neutralen Faser. Für die Krümmung $1/\rho(z)$ einer Kurve $w(z)$ gilt [$w' = \frac{dw}{dz}$, $w'' = \frac{d^2w}{dz^2}$]:

$$\frac{1}{\rho(z)} = \frac{w''(z)}{(1 + w'^2(z))^{\frac{3}{2}}} . \quad (108.4)$$

Für kleine Verbiegungen ist $w'^2(z) \ll 1$; damit erhält man aus $M(z) = E \cdot I/\rho(z)$ die Differentialgleichung der elastischen Linie für einen einseitig eingespannten Stab:

$$w''(z) = \frac{M(z)}{E \cdot I} . \quad (108.5)$$

Um die elastische Linie zu finden, muss noch das von den Querschnittsflächen zu übertragende Moment $M(z)$ und die Randbedingung angegeben werden. Dies soll hier für den einseitig eingespannten und an seinem Ende durch F punktförmig belasteten Balken (Abb. 108.1) der Länge ℓ geschehen. Um Gleichgewicht für den an der Stelle z aufgetrennten Balken zu erhalten, muss

$$M(z) = F \cdot (\ell - z) \Rightarrow \frac{d^2w}{dz^2} = \frac{F \cdot (\ell - z)}{E \cdot I} \quad (108.6)$$

gelten. Die größte Zugspannung wird am Einspannpunkt des Balkens erreicht, weshalb er bei

Überlast auch dort abbricht. Durch Integration erhält man die Funktion der elastischen Linie:

$$w(z) = \frac{F}{E \cdot I} \left(\frac{\ell z^2}{2} - \frac{z^3}{6} \right) + a_1 \cdot z + a_2. \quad (108.7)$$

Aus den Randbedingungen $w(0) = 0$; $\frac{dw}{dz}(0) = 0$; folgt $a_1 = a_2 = 0$. Für die elastische Linie gilt also in diesem Fall:

$$w(z) = \frac{F}{E \cdot I} \left(\frac{\ell z^2}{2} - \frac{z^3}{6} \right). \quad (108.8)$$

Die maximale Strecke der Biegung wird am freien Balkenende erreicht, sie beträgt:

$$c = \frac{F}{E \cdot I} \cdot \frac{\ell^3}{3}. \quad (108.9)$$

Für den beidseitig aufgelegten, in der Mitte belasteten Balken (Abb. 108.2) erhält man die Gleichung für die elastische Linie, indem man gedanklich den Balken in der Mitte teilt, F bzw. ℓ durch $F/2$ bzw. $\ell/2$ ersetzt und die Ergebnisse für den einseitig eingespannten Balken entsprechend anwendet. Die maximale Auslenkung in der Balkenmitte ergibt sich zu:

$$c = \frac{F}{E \cdot I} \cdot \frac{\ell^3}{48}. \quad (108.10)$$

108.1.4 Knicken

Belastet man einen senkrecht stehenden Stab von oben mit einer senkrecht nach unten wirkenden Kraft F , so wird er zunächst gestaucht. Bei einem schlanken Stab wird beim Überschreiten der Knicklast F_0 der Stab seitlich ausweichen (siehe Abb. 108.5). Zur Berechnung der Knicklast wollen wir annehmen, dass der Stab schon durch die Belastung ausgebogen ist, dass er oben und unten gelenkig gelagert ist und dass die Randbedingungen $w(0) = 0$; $w(\ell) = 0$ gelten. Für das Drehmoment M erhalten wir nun $M(z) = -F_0 \cdot w(z)$ und für die Differentialgleichung der elastischen Linie:

$$\frac{d^2 w}{dz^2} + \frac{F_0}{E \cdot I} w(z) = 0 \quad (108.11)$$

Mit den Randbedingungen erhalten wir die Lösung

$$w(z) = c \cdot \sin k_0 z, \quad \text{mit } k_0 \cdot \ell = \pi \quad \text{und } k_0^2 = \frac{F_0}{E \cdot I}. \quad (108.12)$$

Die Knicklast F_0 beträgt demnach

$$F_0 = EI(\pi/\ell)^2. \quad (108.13)$$

Diese elementare Beschreibung gestattet nicht die vollständige Behandlung des elastisch ausknickenden Stabes, da wir die Biegestrecke c bei Überschreitung der Knicklast F_0 nicht angeben können. Um diese zu erhalten, müssen wir berücksichtigen, dass die Höhe h des Angriffspunktes der Kraft F bei einer endlichen Ausknickung kleiner als die Stablänge ℓ ist. (Die zusätzlich vorhandene

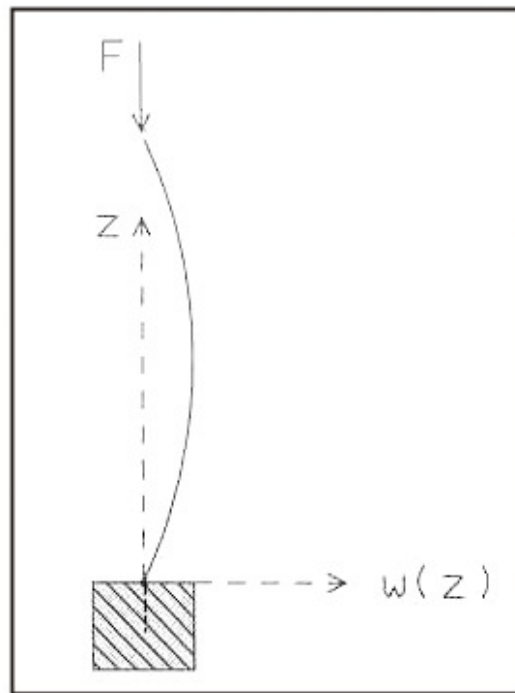


Abbildung 108.5: Knickung eines einseitig eingespannten Balken

elastische Stauchung des Stabes kann dagegen vernachlässigt werden.)

108.1.5 Zusätzliche Bemerkungen

Die genaue Messung zeigt, dass schon vor Erreichen der Knicklast Auslenkungen c messbar sind. Dies hat mehrere Gründe: Zum Einen sind Stäbe nie völlig gerade und zum Anderen können exzentrisch, d.h. nicht genau auf der Stabachse, angreifende Kräfte zu Auslenkungen vor Erreichen der Knicklast führen.

Abb. 108.6 zeigt die in der Mitte eines $\ell = 40$ cm langen Stabes gemessene Deformation c . Oberhalb von $F = 80$ N wächst c mit zunehmender Belastung sehr rasch an. Die Bestimmung der Knicklast aus der Messung von $c = c(F)$ gelingt sehr leicht mit einer vernünftigen Genauigkeit; der Fehler dieser Bestimmung von F_0 liegt deutlich unter 10%. Eine wesentlich genauere Bestimmung der Knicklast ist schwierig und nur selten sinnvoll.

Während der Stab hinreichend unterhalb der Knicklast normale Quersteife besitzt, werden in unmittelbarer Nähe der Knicklast bei einer senkrecht zur Stabachse, z.B. in der Stabmitte, angreifenden Kraft die rücktreibenden elastischen Kräfte außerordentlich klein. Dies ist auch dann richtig, wenn der unbelastete Stab nicht exakt gerade ist, bzw. die senkrecht wirkende Belastung exzentrisch angreift. Diese Tatsache kann man benutzen, um die Knicklast zu bestimmen: Die Knicklast ist dann erreicht, wenn die Empfindlichkeit der zu messenden Biegestrecke c gegenüber Erschütterungen am Größten ist.

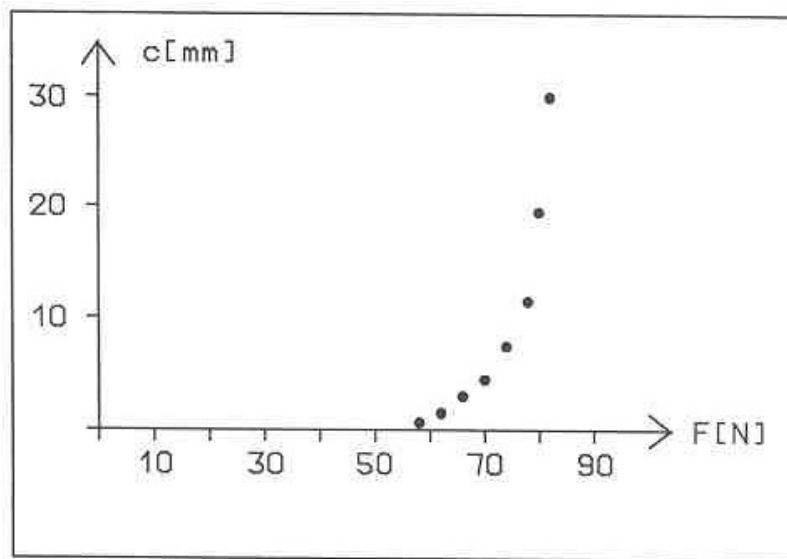


Abbildung 108.6: Messkurve Knicklast

108.1.6 Versuchsdurchführung

Für die Versuche stehen Stäbe aus Aluminium, Kupfer, Stahl und Kunststoffen (PVC und GFK) mit einer Länge von $(400,0 \pm 0,5)$ mm zur Verfügung. Messen Sie zuerst die Breite und Dicke der Stäbe mit Hilfe eines Messschiebers.

Aufgabe 108.a: Der Aluminium-, Kupfer- und Stahlstab wird jeweils auf die $(395,0 \pm 0,5)$ mm auseinander liegenden Haltepunkte aufgelegt und in der Mitte belastet. Für jeden Stab wird eine Messreihe mit mindestens 7 verschiedenen Lasten aufgenommen. Die Biegestrecke wird mit Hilfe eines Messkeils (Steigung 1/10) bestimmt. Tragen Sie die Biegestrecke c gegen die Last F auf und passen eine Gerade an Ihre Messdaten an, aus deren Steigung Sie das Elastizitätsmodul E bestimmen.

Aufgabe 108.b: Die Stahl-, PVC- und GFK-Stäbe werden senkrecht stehend von oben belastet und die seitliche Auslenkung der Mitte (über eine Messschraube) als Funktion der Last ermittelt. Aus der graphischen Darstellung von c gegen F lässt sich die sogenannte Knicklast F_0 mit guter Genauigkeit ermitteln (auf einige Prozent).

Aufgabe 108.c: Bestimmen Sie das Elastizitätsmodul für alle verwendeten Materialien. Beim Vergleich der Messungen mit Federstahl ist hinsichtlich der Fehlerabschätzung beachtenswert, dass in beiden Fällen in den Formeln das gleiche Produkt $E \cdot I / \ell^2$ auftritt.

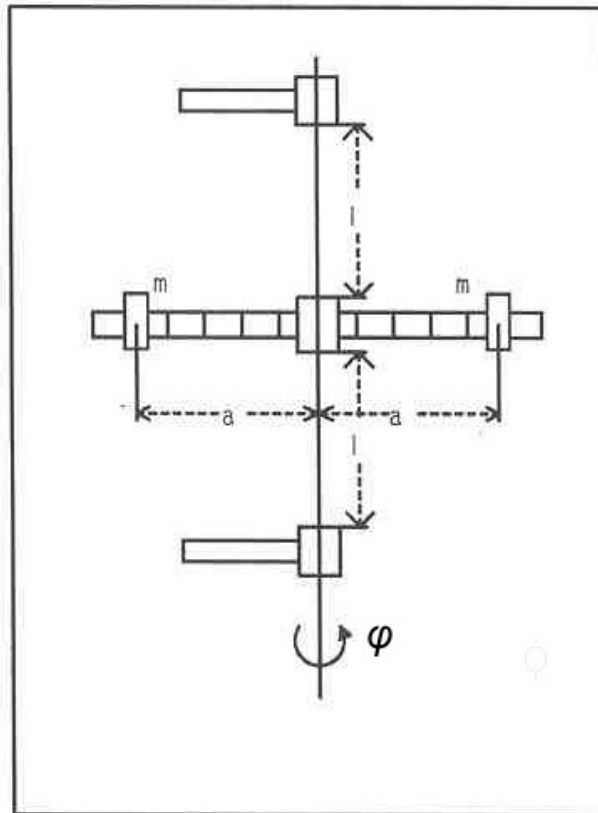


Abbildung 108.7: Torsionsschwinger

108.2 Dynamische Bestimmung eines Schermoduls mit einem Drehschwinger

108.2.1 Versuchsanordnung

Der Drehschwinger besteht aus einem zusammengesetzten, veränderbaren Körper, der auf die Mitte eines senkrecht gespannten Torsionsdrahtes geklemmt ist (siehe Abb. 108.7). Der Körper besitzt zwei kurze Stangen, an die im Abstand a von der Drehachse zwei Zusatzmassen m angebracht werden können. Das Gesamtträgheitsmoment Θ der Anordnung besteht deshalb aus dem Trägheitsmoment der Stangenanordnung Θ_{St} und dem Trägheitsmoment der Zusatzmassen. Dieses setzt sich nach dem Steinerschen Satz aus den Eigenträgheitsmomenten Θ_{Sch} der scheibenförmigen Zusatzmassen und den „Bahnträgheitsmomenten“ ma^2 dieser Massen zusammen. Aus der Drehmomentgleichung: $\Theta\ddot{\varphi} + D\varphi = 0$ folgt für die Schwingungsdauer T des Drehschwingers (siehe Anhang A2):

$$T^2 = \frac{4\pi^2\Theta}{D} \quad (108.14)$$

Einsetzen von $\Theta = \Theta_{St} + 2(\Theta_{Sch} + ma^2)$ für das Trägheitsmoment ergibt:

$$T^2 = \frac{4\pi^2(\Theta_{St} + 2\Theta_{Sch})}{D} + \frac{8\pi^2 m}{D} a^2. \quad (108.15)$$

Die grafische Darstellung von T^2 als Funktion von a^2 ergibt eine Gerade. Aus deren Steigung lässt sich die Richtkonstante D und aus dem Ordinatenabschnitt das Trägheitsmoment $\Theta_{St} + 2\Theta_{Sch}$ bestimmen. Das Eigenträgheitsmoment einer Scheibe, Θ_{Sch} , mit der Masse m , dem Radius r und der Dicke d beträgt, wenn die Drehachse radial durch den Schwerpunkt geht:

$$\Theta_{Sch} = \frac{mr^2}{4} + \frac{md^2}{12}. \quad (108.16)$$

Aus der Richtkonstante D lässt sich das Schubmodul G des Drahtes bestimmen.

$$D = 2 \left(\frac{\pi r^4}{2 \ell} G \right), \quad (108.17)$$

wobei r der Radius und ℓ die freie Länge eines Aufhängedrahtes sind. Der Faktor 2 in diesem Ausdruck rührt davon her, dass gleichlange obere und untere Aufhängedrähte in gleicher Stärke zur Richtkonstanten beitragen.

Frage: Wie ändert sich Gleichung 108.17, wenn die Drähte verschieden lang sind?

108.2.2 Versuchsdurchführung

Aufgabe 108.d: Messung des Trägheitsmoments Θ_{St} :

1. Stellen Sie die freie Länge des Torsionsdrahtes oben und unten auf den gleichen Wert (z.B. 25 cm) ein. Die Dreharme müssen horizontal stehen.
2. Bestimmen Sie für jeden der 4 Werte von a (25 mm, 50 mm, 75 mm und 100 mm) die Schwingungsdauer. Für jeden Abstand werden 5 Messungen durchgeführt, wobei jeweils über unterschiedlich viele (3 – 10) Perioden gestoppt wird. Die Schwingungsamplitude soll etwa eine viertel Umdrehung betragen. Die Zusatzmassen haben 100 g Masse, 15 mm Radius und 16 mm Dicke.
3. Führen Sie zum Schluss 10 Messungen ohne Zusatzmassen durch, wobei Sie zwischen 5 – 15 Perioden stoppen. Diese Messungen entsprechen – mit einem geringen Fehler – einer Messung mit $a = 0$, welche aus technischen Gründen nicht möglich ist.
4. Tragen Sie T^2 gegen a^2 auf und bestimmen Sie aus dem Geradenfit die Richtkonstante D und das Trägheitsmoment der Stangenanordnung Θ_{St} .

Aufgabe 108.e: Berechnen Sie aus der Richtkonstante D das Schubmodul G des Torsionsdrahtes. Dafür benötigen Sie den Durchmesser des Stahldrahtes, den Sie mit Hilfe einer Bügelmessschraube bestimmen.

Versuch 110

Spezifische Wärmekapazität – Adiabatexponent von Luft

Lernziel: Die spezifischen Wärmekapazitäten von Aluminium, Kupfer und Edelstahl (V2A) werden bestimmt. Die Dulong-Petitsche Regel soll bestätigt werden.

Mit Hilfe eines in einer Glasröhre auf einem Luftpolster schwingenden Körpers wird der Adiabatexponent von Luft bestimmt.

Kenntnisse: Wärmekapazität (spezifische, molare (= Atomwärme)), Dulong-Petitsche Regel; kinetische Gastheorie; C_p , C_V , Freiheitsgrade, adiabatische Vorgänge; Schwingungen.

Sicherheitshinweise: Verwenden Sie beim Umgang mit heißen Gegenständen die zur Verfügung stehenden Hitzeschutzhandschuhe.

Literatur: Jedes Grundkurs-Lehrbuch der Physik,
Praktikumsbücher, insbesondere Westphal.

110.1 Erläuterungen

110.1.1 Wärmekapazität

Die Wärmemenge Q , die ein Körper während einer Temperaturänderung aufnimmt oder abgibt, ist innerhalb nicht allzu großer Temperaturbereiche der Temperaturdifferenz $T_2 - T_1$ zwischen der End- und der Anfangstemperatur proportional:

$$Q = C \cdot (T_2 - T_1) \quad (110.1)$$

C ist die Wärmekapazität des Körpers, und diese ist seiner Masse m bzw. seiner Stoffmenge n proportional:

$$C = c \cdot m = c_m \cdot n \quad (110.2)$$

Hierbei ist c die spezifische und c_m die molare Wärmekapazität des Stoffes.

Nach dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik gilt (bei konstantem Volumen) für die molare Wärmekapazität c_m von (fast) idealen Gasen und Flüssigkeiten:

$$c_{m,V} = \frac{1}{2} f R, \quad (110.3)$$

wobei f die Anzahl der Freiheitsgrade und R die universelle Gaskonstante ist. Die molare Wärmekapazität von Festkörpern ergibt nach der sogenannten **Dulong-Petit-Regel**:

$$c_{m,V} = 3R. \quad (110.4)$$

(Diese Regel gilt nur näherungsweise in kleinen Temperaturbereichen!)

Tauschen nun zwei Körper mit den Wärmekapazitäten C bzw. C' und Anfangstemperaturen T_1 bzw. T'_1 über Temperatúrausgleich (gemeinsame Endtemperatur T_-) die Wärmemenge Q aus, so folgt aus dem Energiesatz:

$$C \cdot (T_1 - T_-) = C' \cdot (T_- - T'_1) \quad (110.5)$$

Hierauf basiert das Prinzip des Wasserkalorimeters zur Bestimmung unbekannter Wärmekapazitäten: Bringt man den auf eine definierte Anfangstemperatur T_1 erhitzten Körper in ein mit Wasser der bekannten Anfangstemperatur T_{Kal} gefülltes, und gegen Wärmeaustausch mit der Umgebung gut geschütztes Gefäß und misst man nach erfolgtem Temperatúrausgleich die gemeinsame Endtemperatur T_- , so ergibt sich seine Wärmekapazität C :

$$C = C_{\text{Kal}} \cdot \frac{T_- - T_{\text{Kal}}}{T_1 - T_-} \quad (110.6)$$

Bestimmt man nun noch mit einer Waage die Masse des Körpers, so kann man gemäß Gleichung 110.2 die spezifische Wärmekapazität berechnen.

Das im Versuch verwendete Kalorimeter besteht aus einem mit Wasser gefüllten Messingbecher. Die Gesamtwärmekapazität des Kalorimeters C_{Kal} setzt sich aus den Einzelwärmekapazitäten des Wassers c_W und des Messing c_{Ms} zusammen:

$$C_{\text{Kal}} = m_W \cdot c_W + m_{\text{Ms}} \cdot c_{\text{Ms}} \quad (110.7)$$

Die jeweiligen Massen lassen sich mit einer Waage bestimmen. Praktisch ist es, den zu untersuchenden Körper in siedendem Wasser auf ca. 100 °C zu erhitzen.

Da die Temperatur des Leitungswassers unter der Raumtemperatur liegt, wird nach Einbringen des Wassers in das Kalorimetergefäß die Wassertemperatur ca. 5 min lang alle 30 s gemessen (Vorkurve). Nun bringt man den erhitzten, zu untersuchenden Körper ein und misst weiter die Temperatur alle 10 s solange sich die Temperatur stark ändert, danach wieder alle 30 s (Nachkurve). Trägt man die Temperatur gegen die Zeit auf, so ergibt sich ein Diagramm wie in Abb. 110.1 gezeigt.

Da der Wärmeaustausch nicht instantan erfolgt und es einen unvermeidlichen Wärmeverlust an die Umgebung gibt, wird die theoretisch erwartete Endtemperatur nicht erreicht. Man kann jedoch die Temperaturen T_{Kal} und T_- so abschätzen, dass sie einem instantanem Temperatúrausgleich mit identischer Vor- und Nachkurve entsprechen. Dazu geht man wie folgt vor: Man zeichnet die Ausgleichsgeraden AB und CD und sucht nun eine Gerade EF senkrecht zur Zeitachse so, dass die Flächen BEG und FGC gleich groß sind (Augenmaß genügt). Der Punkt E gibt dann T_{Kal} und der Punkt F gibt T_- an.

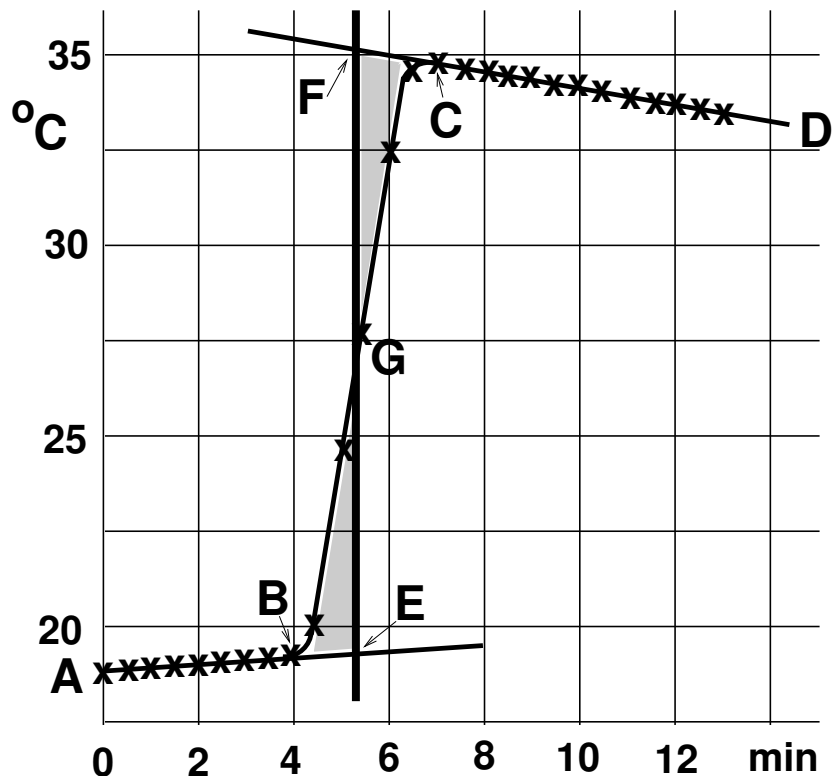


Abbildung 110.1: Mess- und Auswertediagramm Wärmekapazität.

110.1.2 Adiabatenkoeffizient

Zur Bestimmung des Adiabatenkoeffizienten $\kappa = C_p/C_V$ lässt man einen Schwingkörper in einem Präzisionsglasrohr über einem Gasvolumen schwingen und misst die Periodendauer Θ .

(C_p ist die Wärmekapazität bei Temperaturänderung unter konstantem Druck, C_V die Wärmekapazität bei Temperaturänderung unter konstantem Volumen.)

Die experimentelle Herausforderung besteht darin, eine stabile, ungedämpfte Schwingung zu erhalten. Dazu wird zum einen das durch den unvermeidlichen Spielraum zwischen dem Glasrohr und dem Schwingkörper entweichende Gas über ein Rohr dem System nachgeführt. Zum anderen ist in der Mitte des Glasrohres seitlich eine kleine Öffnung angebracht. Der Schwingkörper befindet sich zunächst unterhalb der Öffnung. Durch das nachströmende Gas baut sich ein geringer Überdruck auf, der den Schwinger nach oben treibt. Sobald sich der Schwinger über der Öffnung befindet, entweicht der Überdruck. Der Schwinger fällt nach unten und der beschriebene Vorgang wiederholt sich. Auf diese Weise ist der eigentlichen, freien Schwingung eine geringe, gleichphasige Anregung überlagert, welche Reibungsverluste ausgleicht. Der Gasstrom wird nun so eingestellt, dass man eine um die Öffnung symmetrische Schwingung konstanter Amplitude erhält, deren Periodendauer mit Hilfe einer Stoppuhr bestimmt werden kann.

Zur Bestimmung von κ geht man vom Gleichgewichtsfall aus. Der innere Luftdruck im Gleichgewicht, p_0 , entspricht dem äußeren Luftdruck, p_L , plus dem durch das Gewicht des Schwingkörpers der Masse m hervorgerufenen Druck:

$$p_0 = p_L + \frac{mg}{\pi r^2}, \quad (110.8)$$

mit der Erdbeschleunigung g und dem Radius des Schwingkörpers r . Das Volumen des Gases im Kolben unter dem Schwinger im Gleichgewicht sei V_0 . Wird der Körper nun um die kleine Strecke x aus der Gleichgewichtslage ausgelenkt, so ändert sich dieses Volumen um ΔV und somit der Druck um Δp . Als Bewegungsgleichung ergibt sich damit:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \pi r^2 \Delta p. \quad (110.9)$$

Um die Gleichung zu lösen brauchen wir den Zusammenhang zwischen Δp und x . Den erhalten wir, in dem wir Δp mit $\Delta V = \pi r^2 \cdot x$ in Beziehung setzen. Da der Schwingvorgang relativ schnell abläuft, können wir ihn als adiabatisch ansehen und die Adiabatangleichung ansetzen:

$$pV^\kappa = p_0V_0^\kappa = \text{const} \quad \Rightarrow \quad p = \frac{p_0V_0^\kappa}{V^\kappa} \quad (110.10)$$

Die Ableitung von p nach V und erneutes Einsetzen von Gleichung 110.10 liefert

$$\frac{dp}{dV} = \frac{-\kappa \cdot p_0V_0^\kappa}{V^{\kappa+1}} = -\frac{\kappa \cdot p}{V} \quad (110.11)$$

$$\Leftrightarrow \frac{dp}{p} = -\kappa \frac{dV}{V} \quad (110.12)$$

Durch Integration von p_0 bis $p_0 + \Delta p$ bzw. V_0 bis $V_0 + \Delta V$ erhält man:

$$\int_{p_0}^{p_0+\Delta p} \frac{1}{p} dp = - \int_{V_0}^{V_0+\Delta V} \frac{\kappa}{V} dV \quad (110.13)$$

Für $\Delta V \ll V$ gilt näherungsweise $\int_{V_0}^{V_0+\Delta V} \frac{1}{V} dV \approx \frac{\Delta V}{V_0}$ (und entsprechendes für p) und damit:

$$\frac{\Delta p}{p_0} = - \frac{\kappa \cdot \Delta V}{V_0} \Rightarrow \Delta p = - \frac{\kappa \cdot p_0}{V_0} \Delta V \quad (110.14)$$

Setzt man nun Gleichung 110.14 mit $\Delta V = \pi r^2 \cdot x$ in Gleichung 110.9 ein, so erhält man die Differentialgleichung des harmonischen Oszillators:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{\pi^2 r^4 p_0 \kappa}{m V_0} \cdot x = 0, \quad (110.15)$$

mit der bekannten Lösung für die Eigenfrequenz:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\pi^2 r^4 p_0 \kappa}{m V_0}}. \quad (110.16)$$

Mit der Periodendauer $T = \frac{2\pi}{\omega}$ folgt daraus

$$\kappa = \frac{4m V_0}{T^2 r^4 p_0}. \quad (110.17)$$

Für ein genaues Ergebnis muss daher neben der Messung der Periodendauer insbesondere der Radius des Schwingkörpers sehr exakt gemessen werden (z.B. mit einer Mikrometerschraube), da dieser Wert in vierter Potenz eingeht (Radien für die Schwingkörper siehe Tabelle in Abschnitt 110.2.2).

Aufgabe 110.A: Wie ist die molare Wärmekapazität definiert? Welche Beziehung gilt zwischen molarer und spezifischer Wärmekapazität?

Aufgabe 110.B: Welche Abhängigkeit besteht bei einem idealen Gas zwischen C_p und C_v ?

Aufgabe 110.C: Bestimmen sie den Adiabatenkoeffizienten κ von Luft aus der Anzahl der Freiheitsgrade f unter der Annahme, dass es sich bei Luft um ein reales Gas mit inneren Freiheitsgraden aber ohne Wechselwirkung der Teilchen untereinander handelt.

110.2 Versuchsdurchführung

110.2.1 Wärmekapazitäten

Aufgabe 110.a: Bestimmen Sie, wie in Abschnitt 110.1.1 beschrieben, die Wärmekapazitäten der Körper aus Aluminium, Edelstahl (V2A) und Kupfer.

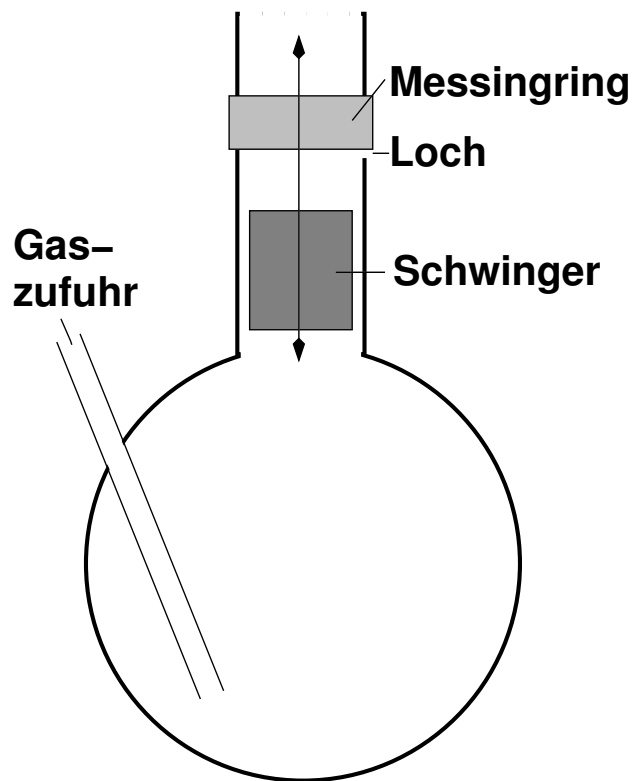


Abbildung 110.2: Rüchardts Aufbau zur Messung des Adiabatenkoeffizienten.

Aufgabe 110.b: Bestimmen Sie die Massen der zu untersuchenden Körper.

Aufgabe 110.c: Bestimmen Sie die spezifischen Wärmekapazitäten der drei Stoffe mit Gleichung [110.2](#) und vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit den Literaturwerten.

Aufgabe 110.d: Bestimmen Sie die molaren Wärmekapazitäten der drei Stoffe und vergleichen Sie diese mit der Aussage der Dulong-Petit-Regel ([110.4](#)).

110.2.2 Adiabatenkoeffizient

Zur Bestimmung des Adiabatenkoeffizienten stehen Versuchsanordnungen nach Abb. [110.2](#) zur Verfügung. Regulieren Sie die Schwingungsamplitude durch die Luftzufuhr (Druckminderer) und den geschlitzten Messingring, mit dem Sie die Größe der Austrittsöffnung variieren können.

Glaskolben	Schwinger		
Volumen: $V = 1,14\text{ l}$	Material	Farbe	Masse
	Trovidur	rot oder schwarz	$(4,5 \pm 0,1)\text{ g}$
	Teflon	weiß	$(7,1 \pm 0,1)\text{ g}$
	Aluminium	Aluminium	$(9,4 \pm 0,1)\text{ g}$
	Alle Radien: $(5,95 \pm 0,05)\text{ mm}$		

Aufgabe 110.e: Messen Sie mit mindestens zwei verschiedenen Schwingern jeweils mehrmals die Zeit für 50 Schwingungen und berechnen Sie hieraus die mittleren Schwingungsdauern T . Schätzen Sie den Messfehler sinnvoll ab.

Aufgabe 110.f: Berechnen Sie nach Gleichung [110.17](#) den Adiabatenexponenten von Luft. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem erwarteten Wert aus Aufgabe 110.C.

Versuch 112

Wärmeausdehnung von Festkörpern

Lernziel: Der Wärmeausdehnungskoeffizient von Aluminium, Karbon (kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff) und Edelstahl soll bestimmt werden.

Kenntnisse: Wärmeausdehnungskoeffizient; Funktionsweise eines Thermoelements.

Sicherheitshinweise: Alle wasserführenden Teile und das Thermostatbecken (inklusive Deckel) werden bis zu 100 °C heiß (Verbrennungsgefahr!).

Die Schläuche dürfen nicht abgetrennt werden.

Alle Absperrhähne müssen immer im geöffneten Zustand verbleiben.

Das Wasser im Thermostatbecken sollte mindestens 2 cm über dem Ausgangsrohr und maximal bis 2 cm unter der Oberkante des Thermostatsbeckens stehen. Das Wasserbecken darf nur durch ihre(n) Tutor(in) aufgefüllt werden, falls der Füllstand dies erfordert.

Literatur: Jedes Grundkurs-Lehrbuch der Physik, Praktikumsbücher.

Geräte: Wasserbecken, Wasserpumpengehäuse, Ausdehnungsapparat, Temperaturmessgerät

112.1 Erläuterungen

112.1.1 Wärmeausdehnung

Temperaturänderungen gehen bei den meisten Materialien mit einer Änderung ihrer Abmessungen einher. Bei der überwiegenden Anzahl von Substanzen führt eine Erwärmung zu einer Ausdehnung, d. h. dass sich Länge, Breite, Höhe und damit auch das Volumen vergrößert. Dieses Verhalten muss bei vielen technischen Konstruktionen (z. B. Verlegen von Eisenbahnschienen, Bau von Brücken, etc.) berücksichtigt werden, um Schäden durch ansonsten auftretende große mechanische Spannungen zu vermeiden.

Bei den Atomen von Metallen sind die äußeren Valenzelektronen nur schwach gebunden. Durch Ablösung der Valenzelektronen kommt es zur Ausbildung eines Gitters von Atomrümpfen und nicht mehr einzelnen Atomen zuordenbaren Valenzelektronen, die sich recht ungehindert durch das Gitter bewegen können. Die potenzielle Energie eines Atomrumpfes als Funktion des Abstandes von seinen Nachbarn ist in Abb. 112.1 wiedergegeben. Am absoluten Nullpunkt besitzen die Atomrümpfe keinerlei kinetische Energie. Der Abstand zweier Atome wird sich daher so einstellen, dass

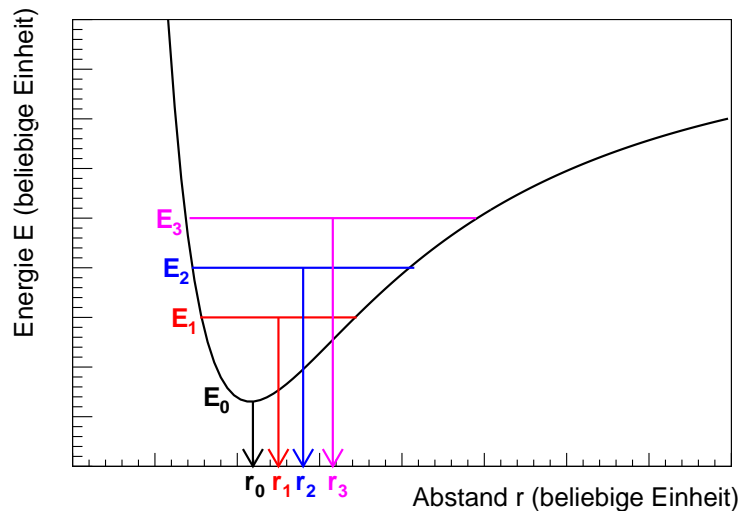


Abbildung 112.1: Potenzielle Energie als Funktion des Abstandes zweier Atomrümpfe in einem Metallgitter. Ferner sind die mittleren Abstände r_i zweier Atomrümpfe für verschiedene Energien E_i ($i = 0, 1, 2, 3$) dargestellt.

die potenzielle Energie minimal ist (der Fall E_0 bzw. r_0 in Abb. 112.1). Oberhalb des absoluten Nullpunkts gibt es im Allgemeinen neben der potenziellen Energie E_{pot} auch noch einen Anteil an kinetischer Energie E_{kin} (wobei $|E_{\text{pot}}| > E_{\text{kin}}$, um die Stabilität des Gitters zu gewährleisten). Dieser Anteil äußert sich in Form von Gitterschwingungen. Je größer die Temperatur ist, um so größer wird die Gesamtenergie (vgl. E_1, E_2, E_3 in Abb. 112.1). Die Schwingungen decken den gesamten Raumbereich ab, für den $E_{\text{pot}} < E_i, i = 1, 2, 3$ gilt. Da das Potenzial eine asymmetrische Form besitzt, wächst der über die Schwingungsbewegung gemittelte Abstand zwischen zwei Atomrümpfen mit steigender Temperatur an (vgl. wiederum Abb. 112.1). Ein vergrößerter Gitterabstand äußert sich makroskopisch durch eine Ausdehnung des Körpers.

112.1.2 Wärmeausdehnungskoeffizient

Die Längenänderung von Festkörpern bei einer Temperaturänderung ΔT lässt sich näherungsweise durch

$$\ell = \ell + \Delta\ell \approx \ell_0 + \alpha\ell_0\Delta T = \ell_0(1 + \alpha\Delta T) \quad (112.1)$$

parametrisieren. Hierbei kennzeichnet ℓ_0 die Länge vor und ℓ die Länge nach der Temperaturvariation. Der Parameter α heißt *Wärmeausdehnungskoeffizient*. Er ist eine Materialeigenschaft.

112.2 Versuchsaufbau

Zur Bestimmung des Wärmeausdehnungskoeffizienten werden zylindrische Rohrleitungen aus Aluminium, Karbon (kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff) und Edelstahl (V2A) von Wasser durch-

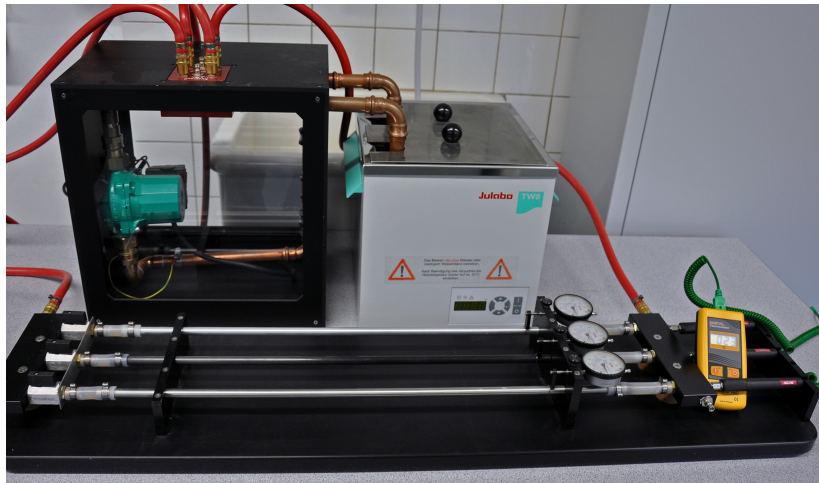


Abbildung 112.2: Versuchsaufbau des Wärmeausdehnungsapparats.

strömt (siehe Abb. 112.2). Die Rohre sind an einer Seite eingespannt und können sich am anderen Ende frei bewegen. Mit Hilfe eines von einem Thermostaten temperierten Wasserbeckens und einer Umwälzpumpe werden die Rohre mit Wasser einer einstellbaren Temperatur durchflossen. Zur Messung der Wassertemperatur sind in den Wasserleitungen Thermoelemente (mit einer Nickel-Chrom-Legierung und Nickel als Thermopaaren) integriert. Diese liefern eine Thermospannung, die von einem digitalen Messgerät direkt in die zugehörige Temperatur umgerechnet wird. Da die Temperaturregelung des Thermostaten relativ langsam ist, kann man davon ausgehen, dass sich Wasser und die Rohrleitungen in guter Näherung zu jeder Zeit im thermischen Gleichgewicht befinden. Die Längenänderungen der Rohrleitungen lassen sich durch angebrachte Messuhren bestimmen. Diese messen die Positionsänderung eines Referenzringes, der an dem freibeweglichen Ende eines jeden Stabs angebracht ist.

Aufgabe 112.A: Welche Einheit besitzt der Wärmeausdehnungskoeffizient α ?

Aufgabe 112.B: Von wo nach wo ist die anfängliche Stablänge ℓ_0 zu messen?

Aufgabe 112.C: Warum besitzen die Stecker der Thermoelemente einen Verpolungsschutz (d. h. sie müssen richtig herum eingestöpsel werden)?

Aufgabe 112.D: Warum ist es ein messtechnischer Vorteil, nur ein Messgerät zu verwenden, um die Thermospannung bzw. die zugehörige Temperatur auszulesen?

112.3 Versuchsdurchführung

Vor Beginn der Versuchsreihe sollte die Pumpe bereits ca. 5 bis 10 Minuten in Betrieb sein, um eventuelle Lufteinschlüsse im Rohrsystem zu beseitigen. Als Referenztemperatur sollte die von den Thermoelementen gemessene Temperatur verwendet werden, nicht die gemessene Temperatur des Thermostaten am Becken. Ferner ist darauf zu achten, dass die Absperrhähne auf der Rücklaufseite geöffnet sind.

Da sich zwei Gruppen ein Wasserbecken teilen und die Wassertemperaturen daher nicht unabhängig eingestellt werden können, müssen die Messreihen zweier Gruppen aufeinander abgestimmt werden.

Achtung Verbrennungsgefahr! Der Aufbau und das Wasser werden heiß.

Aufgabe 112.a: Bestimmen Sie für den Messbereich von ca. 20°C bis ca. 90°C die Längenänderung der Rohre. Die Messuhren können vor Beginn der Messreihe durch Drehen des schwarzen Ringes auf Null gedreht werden. Die Messpunkte sollten so gewählt werden, dass aufeinanderfolgende Punkte eine maximale Temperaturdifferenz von 5°C aufweisen. Tragen Sie Ihre Messergebnisse in einer geeigneten Tabelle ein.

Achtung: Die Wasserbecken nie ohne oder mit zu wenig Wasser betreiben!

Aufgabe 112.b: Ermitteln Sie die Wärmeausdehnungskoeffizienten für die verschiedenen Rohrmaterialien. Überlegen Sie sich dazu eine geeignete graphische Auftragung der Messergebnisse, so dass sich die Wärmeausdehnungskoeffizienten mit Hilfe eines Geradenfits bestimmen lassen.

Aufgabe 112.c: Diskutieren Sie die Übereinstimmung Ihrer Messergebnisse mit Literaturwerten.

Symbolverzeichnis

Bezeichnung	Formelzeichen	Einheit	Versuch
Abbildungsmaßstab	γ	-	100, 362, 364
Abklingkonstante	β	s^{-1}	236
Adiabatenkoeffizient	κ	-	110
Amplitude / Ausschlag	φ		102, 236, 368
Anzahl	n / N	-	102, 106, 236, 238, 242, 364, 368
Auflösungsvermögen	A	m	366, 368
Beweglichkeit (Ladungsträger)	μ	$m^2 V^{-1} s^{-1}$	232
Biegestrecke	c	m	108
Bildgröße	B	m	100, 362, 364
Bildweite	b	m	100, 362, 364
Boltzmann-Konstante	k	$J K^{-1}$	372
Brechzahl / Brechungsindex	n	-	362, 364, 366, 370
Breite	$b / B / d / D$	m	108, 240, 366, 368
Brennpunkt	F	-	362
Brennweite	f	m	100, 362, 364, 386, 372
Dämpfungskonstante	ρ	$kg s^{-1}$	236
Dämpfungsverhältnis	K	-	102
Dehnung	ϵ	-	108
Dicke	d	m	106, 108
Drehimpuls	L	$kg m^2 s^{-1}$	106
Drehmoment	M	N m	104, 106, 108, 236
Druck	p	Pa	110
Durchmesser	D	m	364
Eigenfrequenz	ω_0	Hz	102, 110, 234
Elastizitätsmodul	E	$kg m^{-1} s^{-2}$	108
Elementarladung	e	C	242
Emissionsgrad	ϵ	-	372
Energie	E	J	112, 232, 372
Erdbeschleunigung	g	$m s^{-2}$	104, 110, 242
Feld(-stärke) (elektrisch)	E	$V m^{-1}$	240, 242, 368, 370

Feld(-stärke) (magnetisch)	H	A m^{-1}	240
Fläche	A	m^2	240, 372
Flächenträgheitsmoment	I	m^4	108
Fluss (magnetisch)	Φ	Wb	236, 238, 240, 372
Flussdichte (magnetisch)	B	T	236, 242
Freiheitsgrad	f	-	110
Frequenz	ν / ω	Hz	102, 234, 238, 368, 372
Galvanometerkonstante	G	N m A^{-1}	236
Gegenstandsgröße	G	m	100, 362, 364
Gegenstandsweite	g	m	100, 362, 364
Geschwindigkeit	v	m s^{-1}	240, 242
Gitterkonstante	g	m	368
Güte	Q	-	102, 234
Hallkonstante	A_H	$\text{m}^3 \text{C}^{-1}$	240
Hauptebene	H	-	362
Höhe	h	m	106, 108
Impedanz	Z	Ω	238
Induktivität	L / M	H	234, 238
Intensität	I	kg s^{-3}	368, 370
Kapazität	C	F	234
Knicklast/-kraft	F_0	N	108
Koerzitivfeldstärke	H_K	A m^{-1}	240
Konzentration (einer Substanz)	c	mol l^{-1}	370
Kraft	F	N	108, 242
Krümmungsradius	ρ	rad	108
Ladung	q	C	234, 242
Ladungsmenge	Q	-	236
Ladungsträgerdichte	n	m^{-3}	232, 240
Länge	$l / a / b / \Lambda$	m	108, 112, 236, 240, 268, 270
Längselement	dl	m	108
Leistung	P	W	232, 238, 372
Leitfähigkeit (elektrisch)	σ	$\text{A V}^{-1} \text{m}^{-1}$	232
Lichtgeschwindigkeit	c	m s^{-1}	368, 370, 372
Linse	L	-	362
Lorentzkraft	F	N	240, 242
Magnetisierung	M	A m^{-1}	240
Masse	m	kg	104, 106, 108, 110, 242
Massendichte	ρ	kg m^{-3}	242

Mittelpunktsstrahl	M	-	362
Ordnung	m	-	368
Periodendauer	θ / T	s	110
Permeabilität	μ	H m^{-1}	240, 242
Phasenlage	δ	-	368
Phasenwinkel	φ / α		234, 238
Plancksches Wirkungsquantum	h	J s	372
Polarisationsgrad	PG	-	370
Radius	r / R	m	104, 108, 110, 242, 368
Remanenzflussdichte	B_R	T	240
Richtkonstante	D	N m rad^{-1}	108, 236
Schubmodul	S	Pa	108
Schwerpunkt	S	-	104
Schwingungsdauer	T	s	104, 108, 110
Sehweite	s_0	m	364
Sehwinkel	α		364
Skalenteile	$l/x/y$	m	232
Sondenempfindlichkeit	S_H	V	240
Spannung	U	V	232, 234, 236, 238, 240, 242, 372
Spannung (mechanisch)	σ	Pa	108
Stefan-Boltzmann-Konstante	σ	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$	372
Stoffmenge	n	mol	110
Streukoeffizient	σ	m^{-1}	238
Strom	I	A	232, 234, 236, 238, 240, 242, 372
Stromempfindlichkeit	c_I	rad A^{-1}	236
Temperatur (Celsius)	ϑ	$^{\circ}\text{C}$	232
Temperatur (Kelvin)	T	K	110, 112, 232, 372
Temperaturkoeffizient	α / β	K^{-1}	232, 372
Trägheitsmoment	Θ	kg m^2	104, 108, 236
Umlaufzeit	T	s	102, 106
Vergrößerung / Verstärkung	V	-	364, 372
Vermögen (Absorption)	\mathfrak{A}	-	372
Vermögen (Emission)	\mathfrak{E}	-	372
Vermögen (Reflexion)	\mathfrak{R}	-	372
Vermögen (Transmission)	\mathfrak{T}	-	372
Viskosität	η	Pa s	242
Volumen	V	m^3	110

Wärmeausdehnungskoeffizient	α	K^{-1}	112
Wärmekapazität	C	J K^{-1}	110
Wärmekapazität (molar)	c_m	$\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$	110
Wärmekapazität (spezifisch)	c	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	110
Wärmemenge	Q	J	110
Wellenlänge	λ	m	364, 366, 368, 370, 372
Wellenzahlvektor	k	m^{-1}	368
Wertigkeiten (Ladungsträger)	z		232
Widerstand	R	Ω	232, 234, 236, 240, 372
Widerstand (Imaginärteil)	X	Ω	238
Widerstand (spezifisch)	ρ	$\Omega \text{ m}$	232
Winkel	$\alpha / \beta / \gamma / \delta / \varphi / \Omega / \psi$		236, 366, 368, 370
Wirkungsgrad	η	-	238
Zeit	t / τ	s	102, 236, 368

C = Coulomb, F = Farad, H = Henry, Hz = Hertz, J = Joule, Pa = Pascal, T = Tesla, W = Watt, Wb = Weber

Raumplan

Nr.	Bezeichnung	Raum	Tel.
102/N02	Freie und erzwungene Schwingungen mit Dämpfung	AVZ: 0.028	3715
		AVZ: 0.036	3715
104	Physisches Pendel	WPHS: U1.009	4774
106/N06	Trägheitsmoment/Trägheitsmoment, physisches Pendel	WPHS: 0.013	4770
108	Elastizitätskonstanten, Biegung und Knickung	AVZ: 0.026	3715
		AVZ: 0.027	3715
110/N10	Spezifische Wärmekapazität	AVZ: 0.034	3715
		AVZ: 0.035	3715
112	Wärmeausdehnung von Festkörpern	WPHS: U1.012	2789
232/N32	Gleichströme, Spannungsquellen und Widerstände	AVZ: 0.026	3715
		AVZ: 0.027	3715
234/N34	Wechselstromwiderstände, RC-Glieder und Schwingkreis	WPHS: 0.011	2794
236	Galvanometer	WPHS: 0.012	2795
238	Transformator	WPHS: 0.010	4769
240	Magnetisierung von Eisen	AVZ: 0.034	3715
		AVZ: 0.035	3715
242/N42	Kraftwirkung auf Ladungen (Fadenstrahlrohr)	WPHS: U1.011	4772
242	Kraftwirkung auf Ladungen (Millikan-Versuch)	WPHS: U1.012	2789
362	Linsen und Linsensysteme	WPHS: 0.011	2794
N62	Linsen und Linsensysteme	WPHS: U1.009	4774
364	Fernrohr und Mikroskop	WPHS: U1.009	4774
		WPHS: U1.011	4772
366/N66	Prismen-Spektralapparat	WPHS: U1.005	2791
		WPHS: U1.006	4776
368	Beugung und Interferenz	WPHS: 0.012	2795
370/N70	Polarisation von Licht	WPHS: U1.007	3559
		WPHS: U1.008	4775
372	Wärmestrahlung	WPHS: U1.012	2789

Die Versuche stehen im Wolfgang-Paul-Hörsaal-Gebäude, Kreuzbergweg 28 (Raumnummern angegeben) oder im AVZ I, Endenicher Allee 11, im Erdgeschoss links.