Versuch 366: Prismen-Spektralapparat

Einleitung:

In diesem Versuch betrachten wir die Eigenschaften von Prismen aus Glas. Diese können dank der Dispersion als Spektrometer verwendet werden, mit dessen Hilfe man dann die Spektrallinien von Spektrallampen untersuchen kann.

Theorie:

Da das Prisma aus Glas besteht, ist an den Grenzflächen der Brechungsindex n relevant. Dieser bestimmt sich hier aus dem Winkel γ der brechenden Kanten und dem Winkel δ, in dem ein Lichtstrahl abgelenkt wird, über:

$$n = \frac{\sin\frac{\delta+\gamma}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}} \qquad (366.1)$$

Ein Prisma hat durch die Beugungseffekte, die bei einem Strahl endlicher Breite auftreten, ebenfalls ein maximales Auflösungsvermögen. Dieses bestimmt sich aus der Breite B des ausgeleuchteten Teils des Prismas und der Dispersion $\left|\frac{dn}{d\lambda}\right|$ über

$$A = \left|\frac{dn}{d\lambda}\right| \cdot B \qquad (366.2)$$

Der Brechungsindex ist jedoch in diesem Fall von der Wellenlänge abhängig. Man muss also das beachten und in einer ersten Näherung kann man die Näherung von Cauchy nutzen. Diese Näherung lautet bis zum Therm der Ordnung λ^2:

$$n(\lambda) = k_0 + \frac{k_1}{\lambda^2} + \dots \qquad (366.3)$$

Durchführung:

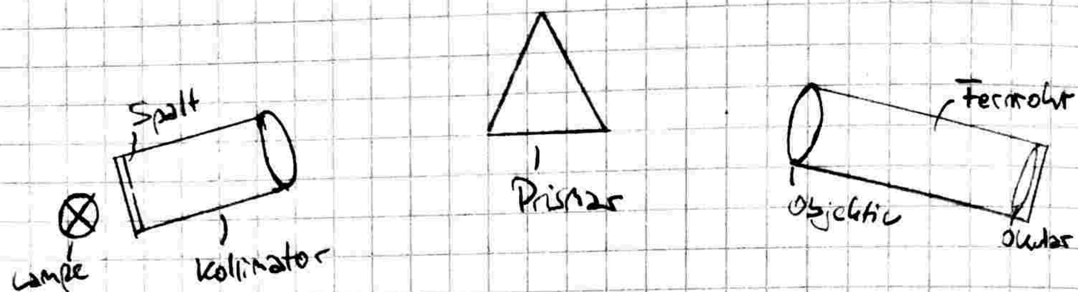


Abbildung 366.1: Prismen-Spektralapparat

Erst bestimmen wir die brechenden Kanten des Prismas über die Messung der Reflexionsbilder. Nun nutzen wir eine Hg/Cd-Spektrallampe und erstellen aus dem Ablenkwinkel der sichtbaren Spektrallinien und der jeweils dazugehörigen Wellenlänge eine Kalibrationskurve. Nun soll das Selbe für eine Lampe unbekannten Elements gemacht werden und aus der Kalibrationskurve das Element bestimmt werden.
Im letzten Versuchsteil sollen wir noch das Auflösungsvermögen des Prismas bestimmen und an der gelben Doppellinie prüfen, wie plausibel unsere Ergebnisse sind.

Messwerte:

366.b:

$\cancel{\alpha_1} = \cancel{140°20'}$ $\cancel{130°18'}$ $\cancel{130°36'}$, $\Delta\alpha_1 = 0{,}5'$ $\alpha_1 = 129{,}5°\ 28'$

$\cancel{\alpha_2} = \cancel{70°10'}$, $\Delta\alpha_2 = 0{,}5'$ $\alpha_2 = 69{,}5° + 180° = 249{,}5°$

$b = 1{,}6\,cm$ $\Delta b = 0{,}05\,cm$ Nullpunkt: $178°14'$

366.c

	Farbe	λ[nm]	φ	Δφ
	~~rot~~		~~131°0'~~	~~0,5'~~
	~~gelb~~		~~130°8'~~	~~-"-~~
	~~gelb~~		~~130°6'~~	~~-"-~~
	~~grün~~		~~129°28'~~	~~-"-~~
schw.	~~türkis~~		~~129°46'~~	~~-"-~~
	~~türkis~~		~~12 °34'~~	~~-"-~~
schw.	~~blau~~		~~1~~	~~-"-~~

Farbe	λ[cm]	φ	
rot		130,5°	4'
gelb 1		130°	4'
gelb 2		130°	3'
grün		129,5°	15'
türkis 1		129°	23'
türkis 2		129°	16'
blau 1		129°	2'
blau 2		128,5°	20'
blau 3		128,5°	8'
blau 4		128°	0'
viol. 1		127°	10'
viol. 2		127°	4'

$\Delta\varphi = 0{,}5'$

gelbes Dublett nur schwer unterscheidbar

366.d

V M

	Farbe	λ[nm]	φ		Farbe		φ	Intensität
2	rot		130,5°	23'	rot	130,5°	25'	1
4	rot		130,5°	11'	rot	130,5°	13'	4
5	gelb		130°	8'	gelb	130°	10'	5
1	türkis		129°	15'	türkis	129°	16'	1
4	türkis		129°	12'	türkis	129°	12'	4
3	türkis		129°	2'	türkis	129°	4'	3
3	blau		128,5°	13'	blau	128,5°	14'	2
4	blau		128°	15'	blau	128°	13'	4
1	violett		128°	0'	violett	128°	0'	1
0	violett		127°	19'	violett	127°	18'	0
1	violett		127°	0'	violett	127°	0'	0
2	violett		126,5°	0'	violett	126,5°	0'	0

$\Delta\varphi = 0{,}5'$

Übergang lila

[redacted]

Auswertung: 366.b

Wir berechnen den Winkel γ der brechenden Kanten:

$$\gamma = \frac{1}{2} (\alpha_1 - \alpha_2)$$

$\gamma = (59{,}7667 \pm 0{,}0083)^\circ$

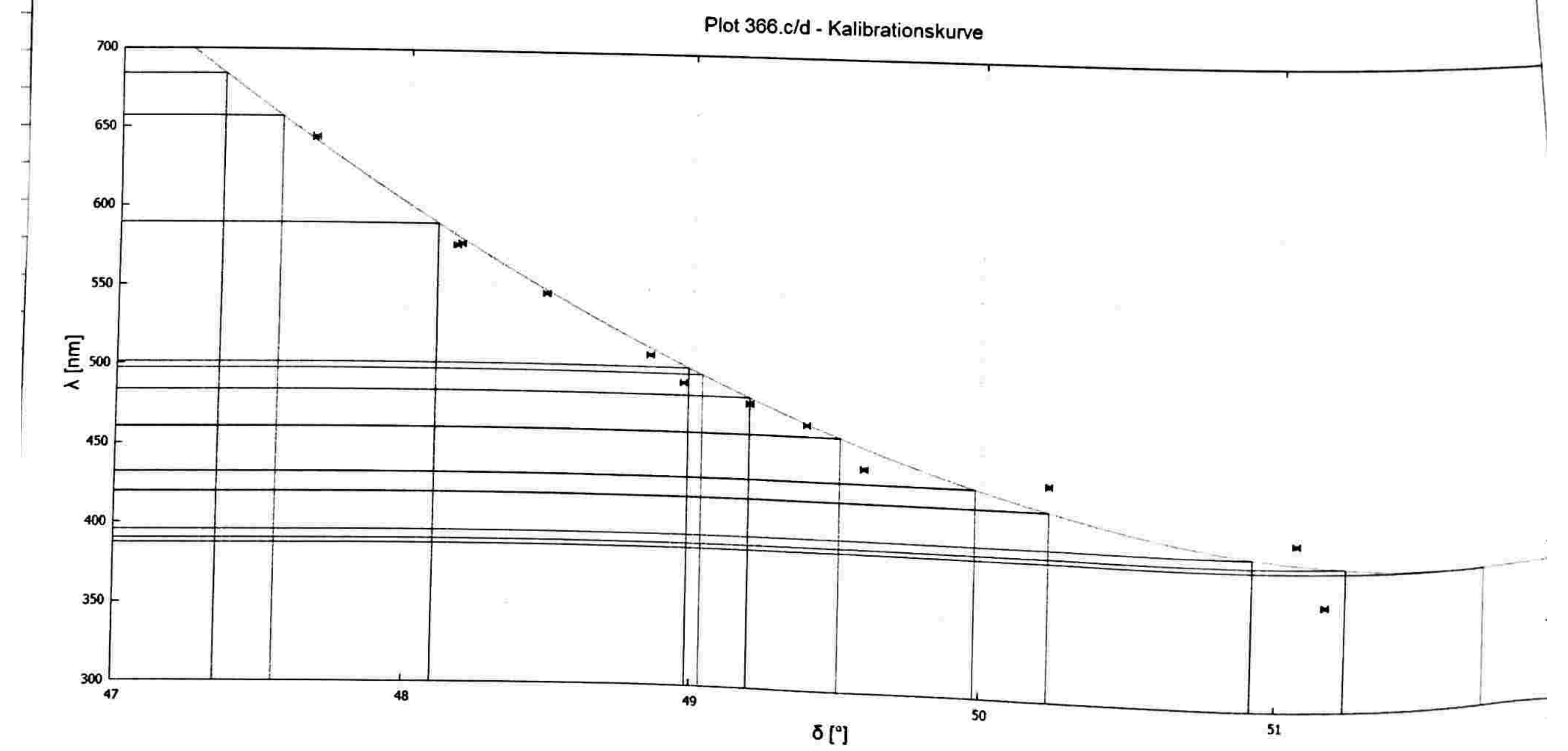
$\gamma = (1{,}04313 \pm 0{,}00015)\,\text{rad}$

Dieser Wert passt gut zum erwarteten Winkel von ca. 60°. Der Fehler ist mit 0,01% wirklich sehr klein.

367.c/d

Unsere Messwerte für den Winkel müssen wir noch vom Nullpunkt abziehen. Zudem bestimmen wir die Wellenlänge mit Hilfe der Tabellen im Praktikumsheft.

λ[nm]	δ[°]	$\Delta\delta$[°]	δ[rad]	$\Delta\delta$[rad]
643,85	47,67	0,012	0,83194	$2 \cdot 10^{-4}$
576,06	48,17	"	0,84067	
576,96	48,18	"	0,84096	
546,08	48,48	"	0,84619	
508,58	48,85	"	0,85259	
491,61	48,97	"	0,85463	
479,99	49,20	"	0,85870	
467,82	49,40	"	0,86219	
441,46	49,60	"	0,86568	
435,83	50,23	"	0,87674	
404,65	51,07	"	0,89128	
366,33	51,17	"	0,89303	



Die daraus bestimmten Wellenlängen:

δ [°]	λ [nm]
47,350	683,8
47,550	656,9
48,100	589,5
48,983	501,5
49,033	497,2
49,200	483,6
49,517	460,3
49,983	431,9
50,233	419,5
50,917	395,9
51,233	390,0
51,733	387,2

Wir haben keinen wirklichen Wert für den Fehler von λ, dieser wird aber recht groß sein, da hier Fehler aus der Messung der Quecksiberlampe, der Kalibrationskurve und aus der Messung der Lampe mit unbekannten Element.

Mit Hilfe der gefundenen Wellenlängen und der gegebenen Tabellen wollen wir nun das Element der Lampe bestimmen. Nach dem Vergleich würden wir davon ausgehen, dass das Element der Lampe Helium ist, denn gerade für die am besten sichtbaren Linien finden wir eine entsprechende Linie bei uns, dabei fällt auf, dass der Fehler trotz der großen Ungenauigkeiten für die Messung gut annehmbar ist.

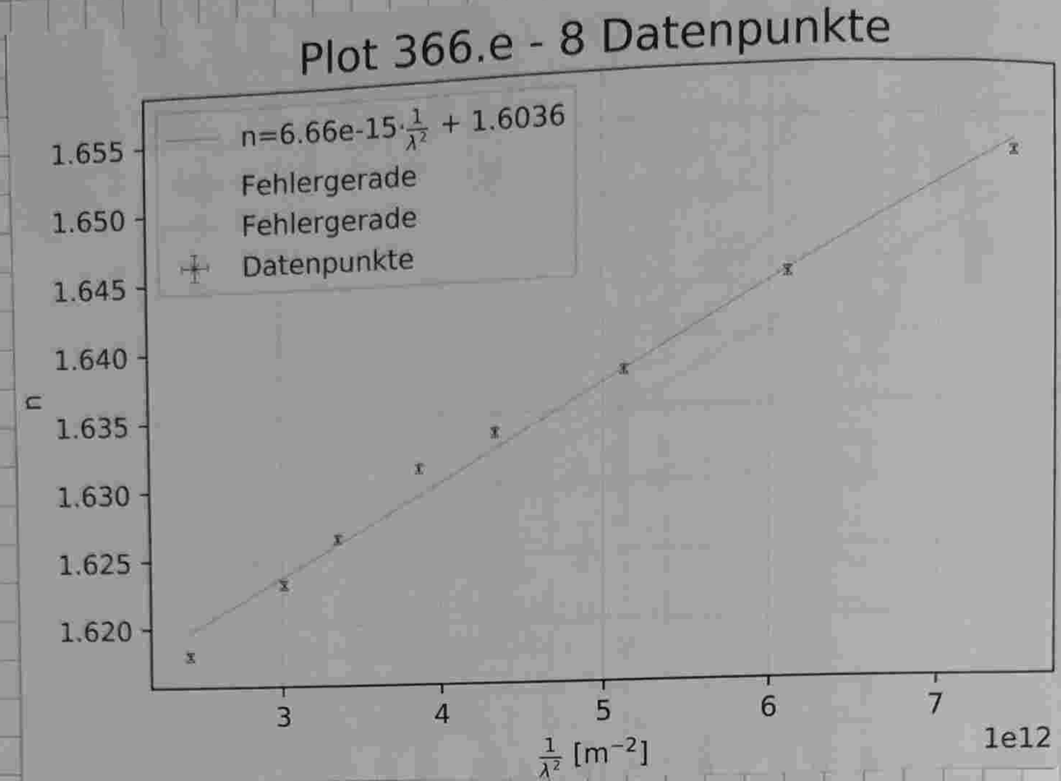
368.e

Wir berechnen den Brechungsindex mit:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\delta+\gamma}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)}$$

zudem brauchen wir für den Graph $1/\lambda^2$

n	Δn	$\frac{1}{\lambda^2}$ [nm^{-2}]
1,61791	$3{,}4\cdot10^{-4}$	2412
1,62308	$3{,}4\cdot10^{-4}$	3013
1,62033	$3{,}4\cdot10^{-4}$	3353
1,63128	$3{,}4\cdot10^{-4}$	3866
1,63366	$3{,}4\cdot10^{-4}$	4340
1,63772	$3{,}4\cdot10^{-4}$	5131
1,64411	$3{,}4\cdot10^{-4}$	6107
1,65243	$3{,}4\cdot10^{-4}$	7452



~~Steigung: $k_1 = (6{,}66 \pm 0{,}28) \cdot 10^{-6} (\mathrm{nm})^2$~~

~~$= (6{,}66 \pm 0{,}28)\ \mu\mathrm{m}^2$~~

~~y-Achsenabschnitt: $k_0 = (1{,}6036 \pm 1{,}3 \cdot 10^{-3})$~~

Steigung: $k_1 = (6{,}66 \pm 0{,}28) \cdot 10^{-15}\,\mathrm{m}^2$
$= (6{,}66 \pm 0{,}28)\,\mathrm{fm}$

y-Achsenabschnitt: $k_2 = (1{,}6036 \pm 0{,}0013)$

Nun wollen wir das Auflösungsvermögen A nach

$$A = \left|\frac{dn}{d\lambda}\right| \cdot B = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

berechnen.

Dazu brauchen wir die Ableitung von n nach λ:

$$\frac{dn}{d\lambda} = \frac{k_1}{2} \cdot \frac{1}{\lambda^3}$$

Nun sollen wir A für 400, 500 & 600 nm berechnen:

$$A = \frac{k_1}{2} \lambda^{-3} \cdot B$$

$A_{400} = 3330 \pm 174$

$A_{500} = 1750 \pm 89$

$A_{600} = 987 \pm 52$

Mithilfe von $A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ berechnen wir $\Delta\lambda$:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{A}$$

$$\Delta\lambda_{400} = (1{,}201 \pm 0{,}063) \cdot 10^{-10}\,m = (0{,}1201 \pm 0{,}0063)\,nm$$

$$\Delta\lambda_{500} = (2{,}93 \pm 0{,}15) \cdot 10^{-10}\,m = (0{,}293 \pm 0{,}015)\,nm$$

$$\Delta\lambda_{600} = (6{,}08 \pm 0{,}32) \cdot 10^{-10}\,m = (0{,}608 \pm 0{,}32)\,nm$$

Das Gelbe Doublett hatte einen Abstand von 2,1nm, für das nötige Auflösungsvermögen:

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

$$A_{a} = 275{,}24$$

Damit ist sowohl das Auflösungsvermögen als auch der auflösbare Wellenlängeabstand mehr als ausreichend um das Dublett des Hg-Spektrums aufzulösen. Das war im Prisma jedoch nicht so klar unterscheidbar, wie es die Werte annehmen lassen, was darauf hinweist, dass es stark idealisierte Werte sind.

Fazit:

Insgesamt war der Versuch sehr interessant und hat gute Messwerte geliefert. Bei Beachtung der gefundenen Wellenlängen war das Element auch ziemlich klar zu bestimmen. Lediglich die Fehler waren wiedermal sehr klein.