

Versuch 236 - Galvanometer zur Strom- und Ladungsmessung

Dieser letzte Versuch beschäftigt sich mit dem Galvanometer und ist in zwei Versuchsteile geteilt.

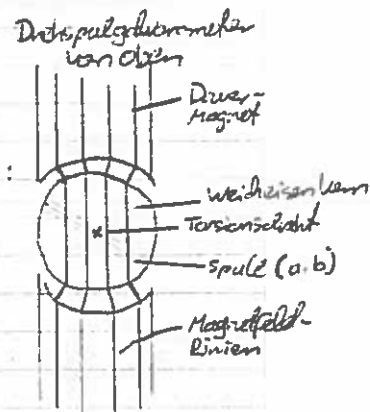
Ein Galvanometer ist verschiedenen Drehmomenten ausgesetzt:

$$\cdot N_D(t) = -D \dot{\varphi}(t) \quad (\text{bedingt durch Torsion (-schrit)})$$

$$\cdot N_R(t) = -\rho \dot{\varphi}(t) \quad (\text{ " " } \text{ mech. Dämpfung})$$

$$\cdot N_{e_1}(t) = \underbrace{nabB}_{=G} \cdot I(t) \quad (\text{elektrodyn. Drehmoment, bedingt durch Stromfluss})$$

$$\cdot N_{e_2}(t) = -\frac{G^2}{R_g + R_a} \dot{\varphi}(t) \quad (\text{bedingt durch induzierten Gegenstrom } I_{\text{ind}}(t) = \frac{U_{\text{ind}}}{R})$$



Daraus folgt die Differentialgleichung für den Winkel φ :

$$\ominus \ddot{\varphi}(t) + \left(\rho + \frac{G^2}{R_g + R_a} \right) \cdot \dot{\varphi}(t) + D \varphi(t) = G I(t)$$

Im ersten Versuchsteil soll die Stromempfindlichkeit bestimmt werden. Dazu werden jeweils konstante Stromstärken verwendet.

In diesem Fall verschwinden alle zeitlichen Ableitungen in obiger Gleichung, sobald das System eingeschwungen ist:

$$D \varphi = G I \Leftrightarrow \varphi = \frac{G}{D} \cdot I \Leftrightarrow \varphi = c_I \cdot I$$

mit $c_I \triangleq$ Stromempfindlichkeit

In diesem Fall ist also der Winkelausschlag direkt proportional zur Stromstärke I .

Die Winkelmessung erfolgt über einen Lichtzeiger. Ein Lichtstrahl, ausgehend von einem beleuchteten Spalt unter der Skala, wird an einem Spiegel, befestigt unter der Spule des Galvanometers, reflektiert und wieder auf die Skala geworfen. Eine Drehung der Spule hat eine Drehung des Spiegels und somit eine

Richtungsänderung des reflektierten Strahls zur Folge.

Im zweiten Versuchsenteil wird ein großer Widerstand über die zeitliche Entladung eines Kondensators gemessen.

Dabei gilt: $U_C + U_R = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{Q}{C} + RI = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{Q}{C} + R \frac{dQ}{dt} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{dQ}{dt} = -\frac{Q}{RC}$$

Die allgemein bekannte Lösung dieser DGL lautet:

$$Q = Q_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Der Strom $I = \frac{dQ}{dt}$ erzeugt, wie bereits erwähnt, ein Drehmoment:

$N = G \cdot I = G \frac{dQ}{dt}$. Dies hat über die Zeit einen Drehimpuls zur Folge:

$$\ominus \dot{\varphi} = G \int_0^t \frac{dQ}{dt} dt = G \int_0^Q dQ = GQ$$

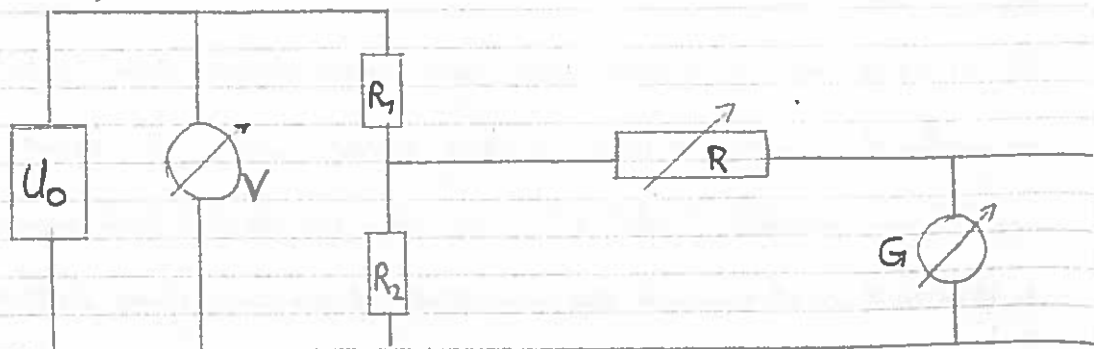
Schlägt das Galvanometer nur aus, so gilt beim maximalen Ausschlag, also im Umkehrpunkt, dass die Rotationsenergie vollkommen in potentielle Energie umgewandelt worden ist:

$$\frac{\ominus}{2} (\varphi_m)^2 = \frac{G^2 Q^2}{2 \ominus} = \frac{1}{2} D \varphi_m^2$$

$$\Leftrightarrow \varphi_m = \frac{G}{\sqrt{D \ominus}} Q$$

Also auch hier ist der Winkel φ_m direkt proportional zur Ladung

Skizze zum ersten Versuchsenteil:



236.A

Auf die Leiterstücke wirkt unter anderem die Lorentzkraft:

$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B})$. Für die Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter lautet die Kraft: $\vec{F} = I \cdot (\vec{L} \times \vec{B})$.

Dabei liegen die Leiterstücke (senkrecht) stets senkrecht zum \vec{B} -Feld, also $\vec{F}_b = I \cdot b \cdot B$, während die Leiterstücke (horizontal) oben und unten ~~von der Orientierung~~ von der Orientierung

~~abhängen~~ abhängen, also $\vec{F}_a = (I \cdot (\vec{a} \times \vec{B}))$, also $\vec{F}_a = I \cdot a \cdot B \cdot \sin \varphi$

Die Richtung von F_a ist senkrecht nach oben oder unten, hat also keinen Einfluss auf das Drehmoment, während F_b hingegen tangential zum Eienkern anliegt und zwar entgegengesetzt auf der anderen Seite, so dass komplett \vec{F}_b zu einem Drehmoment beitragen.

Es gilt: $M_e(t) = n a b B I(t)$ für das elektrodynamische Drehmoment. Länge a ist hierbei nicht direkt relevant, sondern gilt den Radius der Leiterstücke b des Galvanometers an.

236.B

Die induzierte Spannung rührt von der Geschwindigkeit der Elektronen her: $v = \dot{\varphi}(t) \cdot \frac{a}{2}$.

Nun ist $F = q v \cdot B = q \dot{\varphi}(t) \frac{a}{2} \cdot B$. Diese Kraft wird eben durch U_{ind} , weil aufgrund dessen eine Coulombkraft aufgebaut wird, kompensiert. Deshalb ist die induzierte Spannung direkt proportional zu $\dot{\varphi}(t)$.

236.C

Neben dem magnetischen Fluss des Permanentmagneten gilt es noch die vom Strom induzierten Magnetfelder: einmal das der angelegten Stroms und einmal das des induzierten Stroms.

236.D

$$U_{\text{Selbstind}} = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

Aufgrund der geringen Stromstärke ist dieser Term (nach dem Einschwingen sowieso) zu vernachlässigen.

Wie kommt es zum Drehmoment? Die Gleichung deutet einen Stromfluss an, der wiederum über $\vec{F} = I \times \vec{B}$ ein Drehmoment ausübt.

236.E

Die vorgeschlagenen Änderungen hätten zur Folge, dass das Magnetfeld homogen zwischen den beiden Polstücken verläuft und nicht mehr (wie gewünscht) senkrecht zum Eisenkern, bzw. senkrecht zu den Leiterstücken. Die Tangentialkraft, die das Drehmoment erzeugt wäre nicht länger konstant, sondern Winkelabhängig; dann wäre φ nicht mehr proportional zu I .

236.F

$$\beta = \frac{1}{2\theta} (P + G^2 / (R_d + R_g))$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{\theta}}$$

Die Einheiten sind:

$$[\theta] = \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$[\beta] = \text{Nm} \cdot \text{s} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}$$

$$[G] = \text{m}^2 \cdot \text{T} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{As}^2}$$

$$[R] = \Omega = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^3}$$

$$[D] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow [\beta] = \frac{1}{\text{kg} \cdot \text{m}^2} \left(\frac{\text{kg}^2 \cdot \text{m}^4}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^4} \cdot \frac{\text{A}^2 \cdot \text{s}^3}{\text{kg} \cdot \text{m}^2} \right) = \frac{1}{\text{kg} \cdot \text{m}^2} \left(\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}} \right) = \frac{1}{\text{s}}$$

$$[\omega_0] = \sqrt{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{\text{kg} \cdot \text{m}^2}} = \sqrt{\frac{1}{\text{s}^2}} = \frac{1}{\text{s}}$$

236. G)

Bei $R = R_i$ ist die aperiodische Grenzfall erreicht, so dass sich das Oszilloskop sofort auf den für I angelegten Wert einstellt und nicht noch erst einpendeln muss. Das beschleunigt und erleichtert das Ablesen. In der Praxis wählt man einen geringfügig größeren Widerstand als R_i , wodurch der Zeiger kurz überschwingt und sich schnell einpendelt. Zudem kann man sich sicher sein, dass der gemessene Messwert erreicht ist.

236. H)

Für eine größere Empfindlichkeit müsste der angelegte Strom einen größeren Einfluss auf den Ausschlag, also die Drehmomente haben.

Damit könnte man zum Beispiel den Innenwiderstand der Spule R_g bzw. auch R_i geringer machen oder die Torsion des Aufhängesystems verringern, wodurch das rücktreibende Drehmoment verringert wird.

236. I)

Die Grenzen liegen in der Dünne des Aufhängesystems bzw. dem Innenwiderstand der Spule.

236. J)

$$[C_2] = A^{-1}, \text{ bei } C_2 = \frac{\varphi}{I} \quad (\text{Winkelausschlag pro Stromstärke})$$

236. K)

Wird ein sehr großer Widerstand über Strom- und Spannungsmessung, bzw. per DMM mitgeteilt, ~~dann ist das DMM zu genau~~ dass die Verhältnisse Innenwiderstand des DMM zu gemessenem Widerstand sehr groß sind. Wird allerdings der zu messende Widerstand sehr groß und gleichfalls dem Innenwiderstand des DMM an, so verfälscht das DMM den Wert.

Messung

236. b

Gewicht	R_{gr}
/	1700Ω
mit ($d=7 \mu m$)	500Ω

236. c $U_0 = 2 V$ $R_1 = R_2 = 50 \Omega$

R/Ω	10000	10100	10200	10300	10400	10500
φ	87 87	88 80	89 79	90 78	77	76

10600	10700	10800	10900	11000
76	75	74	74	73

11100	11200	11300	11400	11500
72	72	71	70	70

11600	11700	11800	11900	12000
69	69	68	67	66

12100
66

236. f $107 \Omega \pm 1 \Omega$

236. g $R_d = 100000 \Omega$

$P = 81$

Schwingt sich sehr lange, bis es sich eingependelt hat.

236.f.

$$U_c = 2V$$

$$C = 10\mu F$$

unbekannter Widerstand: R_G

t/s	10	20	30	40	50	60	70	80	90
φ	47	32	23	12	12	3	6	5	4

t/s	5	15	25
φ	48	36	26

Auswertung

Im ersten Versuchsteil wird das Drehspulgalvanometer untersucht.

236.b

Es wurde der Grenzwiderstand (R_{Gr} beim aperiodischen Grenzfall) bestimmt: einmal mit und einmal ohne Zusatzgewichte.

ohne Gewichte: $R_{Gr} \approx 1700 \Omega$

mit Gewichte: $R_{Gr} \approx 500 \Omega$

Betrachtet man Gleichung (236.15) beziehungsweise die Schwingungsgleichung, so erscheint dies plausibel: soll das System gleichmaßen „schwingen“ (also aperiodischer Grenzfall), so muss das größere Trägheitsmoment des Systems bedingt durch die Zusatzgewichte durch einen größeren Strom und damit einen geringeren Widerstand ausgeglichen werden.

Dies stimmt mit meinen Beobachtungen überein.

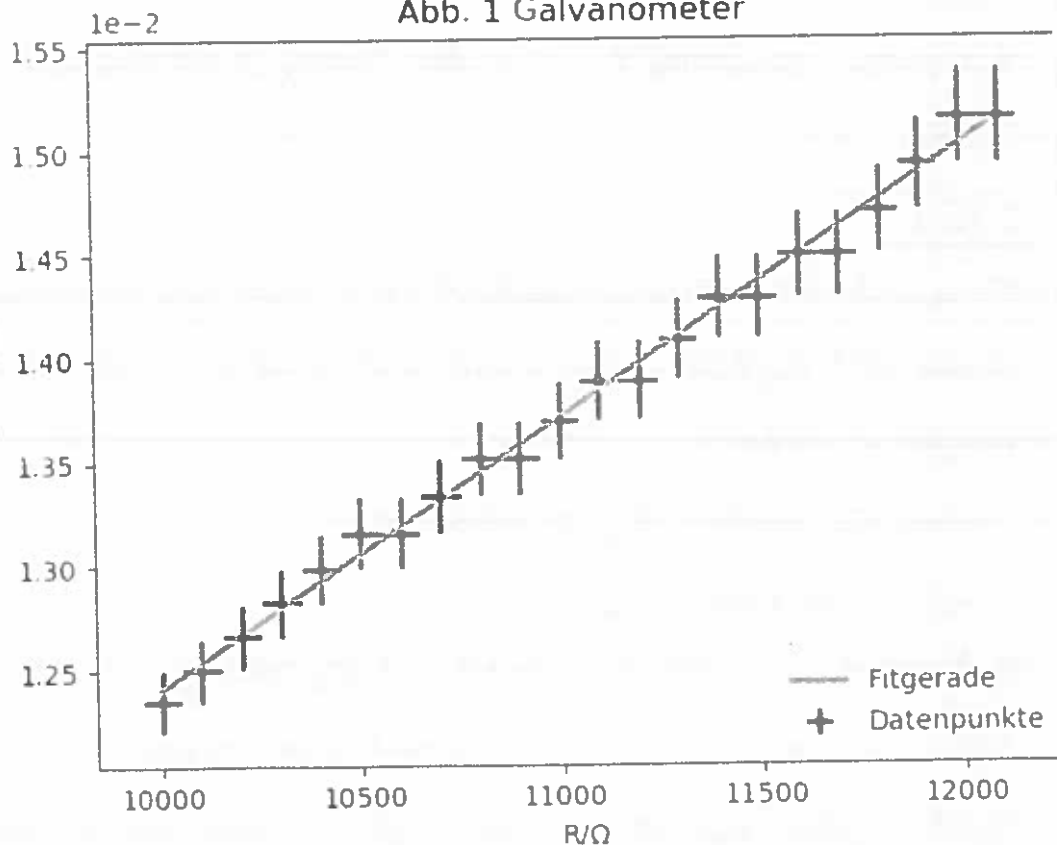
Im Folgenden soll die Stromempfindlichkeit c_z und der Innenwiderstand R_G des Galvanometers bestimmt werden. Dabei gilt (wenn sich das Galvanometer eingependelt hat):

$$\frac{1}{\varphi} = \frac{R_1 + R_2}{c_z U_0 R_2} (R_G + R) \quad (236.18)$$

236.c)

Trägt man die gemessenen Werte für φ und R gegeneinander auf, so ergibt sich (mit $R_1 = R_2 = 50 \Omega \pm 1 \Omega$; $U_0 = (2,00 \pm 0,01) V$; $\Delta R = 50 \Omega$; $\Delta \varphi = 1$) folgender Plot:

Abb. 1 Galvanometer



Wertetabelle vergessen!
Sollte zu finden im Anhang
in der Protokoll!

Ein Geradenfit der Form $f(x) = m \cdot x + n$ liefert:

$$m = (1,32 \pm 0,02) \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{\Omega}$$

$$n = (-6,67 \pm 2,35) \cdot 10^{-4}$$

Vergleicht man $f(x) = mx + n$ mit Formel (236.18) so erkennt man, dass folgendes gilt:

$$m = \frac{R_1 + R_2}{c_I U_0 R_2}$$

$$n = \frac{R_1 + R_2}{c_I U_0 R_2} \cdot R_G = m \cdot R_G$$

Daraus ergibt sich:

236.d)

Die Stromempfindlichkeit:

$$c_I = \frac{R_1 + R_2}{m \cdot U_0 \cdot R_2}$$

Mithilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung erhält man:

$$\Delta c_I = \sqrt{\left(\frac{\Delta R_1}{m U_0 R_2}\right)^2 + \left(\frac{R_1 \cdot \Delta R_2}{m U_0 R_2^2}\right)^2 + \left(\frac{(R_1 + R_2) \Delta U_0}{m U_0^2 R_2}\right)^2 + \left(\frac{(R_1 + R_2) \cdot \Delta m}{m^2 U_0 R_2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow c_I = (765503 \pm 17030) \text{ } 1/A \text{ (Skalenteile pro Ampere)}$$

Umgekehrt ergibt sich:

$$\frac{1}{c_I} \approx 1,3 \cdot 10^6 \text{ A}$$

Dieser Wert erscheint plausibel. Laut Wikipedia (Quelle:

www.de.wikipedia.org/wiki/Galvanometer & Praktische - Ausführungen;

Zugriff: 24.04.21, 18⁰⁰) erreichen genaue Laborgalv.

eine Auflösung kleiner als 10^{-10} bis 10^{-12} A (Gilt für Spiegelgalvanometer).

Klarerweise konnte diese Genauigkeit nicht erreicht werden,

jedoch hängt die Empfindlichkeit von vielen Faktoren ab.

Zudem lief mein Galvanometer nicht reibungslos und

es ist unklar, wie viel zusätzlicher Widerstand letztendlich

nach vorhanden war.

236.e

Da $n = m \cdot R_G$ gilt, so gilt

$$R_G = \frac{n}{m}, \text{ sowie } \Delta R_G = \sqrt{\left(\frac{\Delta n}{m}\right)^2 + \left(\frac{n \cdot \Delta m}{m^2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow R_G = (-506,24 \pm 179,81) \Omega$$

Ebenso liegt der x-Achsenabschnitt bei $x = 506,24$, sodass ein negativer Widerstand zustande kommt. Dies macht aus physikalischer Sicht überhaupt keinen Sinn. Diskussion folgt.

236.f

Mit einem DMM wurde der Innenwiderstand des Galvanometers zu $(107 \pm 1) \Omega$ gemessen. Dieser Wert erscheint plausibel, ganz im Gegensatz zu dem (unmöglichen) Wert aus 236.e.

Der falsche, negative Wert kommt über den negativen y-Achsenabschnitt zustande, da $R_G = \frac{n}{m}$. Beziehungsweise, ein negativer y-Achsenabschnitt bedeutet ein positiver x-Achsenabschnitt.

Es handelt sich dabei um einen Achsenabschnitt von $n = -0,00066$. Einengeringfügig größeren, positiven Achsenabschnitt würde man erreichen, wenn man davon ausgeht, dass die gemessenen Winkel systematisch zu groß waren, da so $\frac{1}{\varphi}$ systematisch nach oben wandern würde.

Die Messskala wurde per Tugenmapf (!) in eine Entfernung gestellt, wo der schmale Lichtspalt scharf abgebildet erschien. Dieser Abstand hätte aber auch ein paar Zentimeter weiter entfernt oder näher dran liegen können. Diese Verschiebung könnte bereits schnell zu einer merklichen Verin der Messung

im gemessenen Winkel.

Ein weiterer Grund könnte sein, dass mein Galvanometer nicht reibungslos lief. Zwar wurde das Schlimmste vom Autor behoben, jedoch fiel der Ausschlag (auch mit Klopfen) nicht immer zurück in die Nullpunktstellung ($\varphi = 0$). Zudem reichte eine kleine Erschütterung, um mein Galvanometer, im Vergleich zu denen der anderen, stark zum Nicken/Schwanken zu bringen.

Im Anbetracht all dessen erscheint eine fehlerhafte Bestimmung des Widerstandes nicht unwahrscheinlich.

236.9)

Steht man nun Zusatzgewichte auf, so ändert sich die Schwingung. Statt des aperiodischen Grenzfalls kommt nun der Schwingfall zu tragen, denn mit zusätzlichem Gewicht erhöht man das Trägheitsmoment des Systems (vergleiche 236.6). Ist das Galvanometer jedoch erstmal eingeregelt, dann sieht man, dass bei gleicher Stromstärke der gleiche Winkelausschlag erreicht wird, unabhängig vom Gewicht.

Messwerte:	Gewicht?	Widerstand R	Winkel φ
	Nein	10.000 Ω	81
	Ja	10.000 Ω	81

Dies lässt sich mit Formel (236.11) erklären:

$$\varphi = \frac{G}{D} \cdot I = c_r \cdot I$$

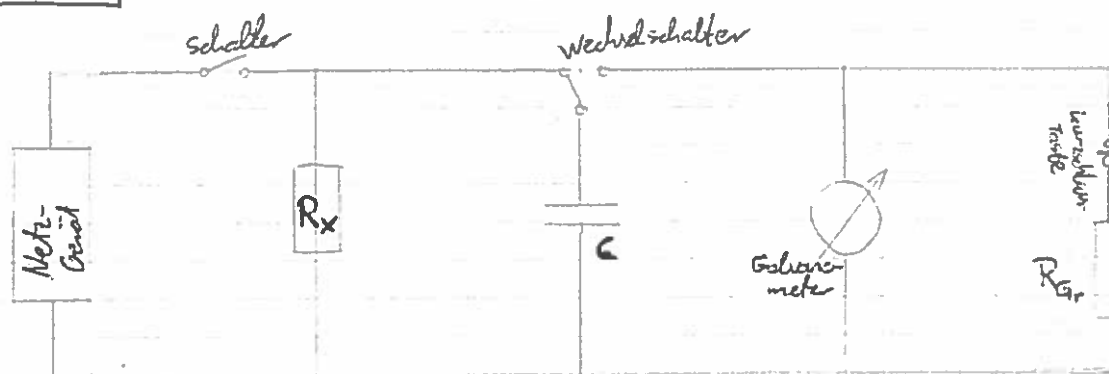
Diese Formel leitet sich aus der Differentialgleichung (236.9) ab, bei der alle zeitlichen Ableitungen verschwinden, wenn man den Fall betrachtet, nach dem Einschwingen.

Offensichtlich ist φ unabhängig vom Trägheitsmoment des Systems, also unabhängig vom zusätzlich aufgesetzten Gewicht.

236.2 Ballistisches Galvanometer

Im zweiten Versuchsteil wird mithilfe des ballistischen Galvanometers ein unbekannter Widerstand über die zeitabhängige Entladung gemessen.

236.1



Für die Entladung eines Kondensators mit Kapazität C über einen Widerstand R gilt (mit $t \equiv \text{zeit}$):

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Da, wie bereits in der Einführung beschrieben, Q proportional zu φ ist, gilt auch:

$$\varphi_m(t) = \varphi_m(0) \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

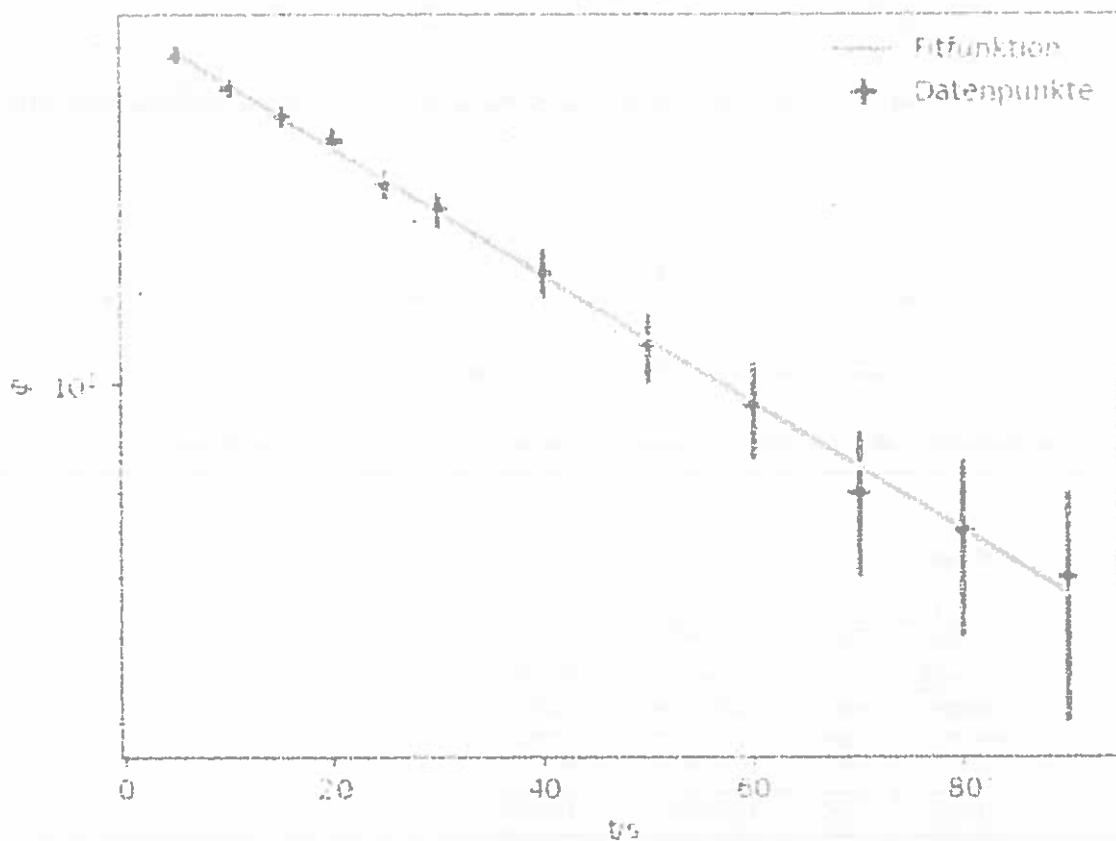
t und φ_m wurden gemessen. Mit bekanntem $C = 10 \mu\text{F}$ lässt sich so der unbekannte Widerstand ermitteln.

Die halblogarithmische Darstellung ergibt eine Gerade, der Steigung RC und somit R liefert.

Alternativ berechnet man als Kurvenfit direkt eine Exponentialfunktion.

Mithilfe der aufgenommenen Messwerttafel, $\Delta t = 1 \text{ s}$ und $\Delta \varphi = 2$, ergibt sich der Plot auf der folgenden Seite:

Abb. 2 Kondensatorentladung



Ein Kurvenfit der Funktion $f(x) = A \cdot e^{\left(-\frac{x}{B}\right)}$ liefert:

$$\varphi(0) = A = 56,3 \pm 0,6$$

$$R_x = \frac{B}{C} = (3305716 \pm 54324) \Omega$$

Verwendet wurde der unbekannte Widerstand $R_5 = R_x$.

Fazit

Die Versuchsdurchführung erwies sich als schwierig. Nicht weil es kompliziert oder mit Zeitdruck war, sondern weil mein Galvanometer nicht richtig funktioniert war. Wir konnten den größten Teil beheben, jedoch waren große Schwankung, im Vergleich zu den anderen, bei dem Schluss vorhanden. Durch Klopfen auf den Tisch habe ich versucht, die Messung so gut wie möglich durchzuführen.

Jedoch wurden die Vorteile eines Galvanometers deutlich.

Die extrem hohe Stromempfindlichkeit dessen macht das Galvanometer besonders geeignet zur Messung von sehr

kleinen Strömen oder Stromimpulsen. Aus diesem Grund werden auf Wikipedia starke Bedingungen an Erschütterungsmaporal erwähnt.

Im ersten Versuchsteil unterlief das Experiment ein systematischer Fehler. Anders lässt sich der negative Innenwiderstand nicht erklären. Ansonsten liefen Experiment und Auswertung gut.

Nachtrag:

Tabb. 1: Galvanometer

R/Ω	φ	$1/\varphi$	$\Delta 1/\varphi$
10000	81	0,01230	0,00015
10100	80	0,01250	0,00016
10200	79	0,01266	0,00016
10300	78	0,01282	0,00016
10400	77	0,01299	0,00017
10500	76	0,01316	0,00017
10600	76	0,01316	0,00017
10700	75	0,01333	0,00018
10800	74	0,01351	0,00018
10900	74	0,01351	0,00018
11000	73	0,01370	0,00019
11100	72	0,01389	0,00019
11200	72	0,01389	0,00019
11300	71	0,01408	0,00020
11400	70	0,01429	0,00020
11500	70	0,01429	0,00020
11600	69	0,01449	0,00021
11700	69	0,01449	0,00021
11800	68	0,01471	0,00022
11900	67	0,01493	0,00022
12000	66	0,01515	0,00023
12100	66	0,01515	0,00023