

Physikalisches Institut der Universität Bonn

Physikalisches Praktikum für Physiker

Modul physik361

Status Oktober 2024



Inhaltsverzeichnis

Vorbemerkungen	iii
232 Gleichströme, Spannungsquellen und Widerstände	1
234 Wechselstromwiderstände, Phasenschieber, RC-Glieder und Schwingungen	13
236 Galvanometer zur Strom- und Ladungsmessung	23
238 Transformator	33
240 Hysterese der Magnetisierung von Eisen	47
242 Elektrische und magnetische Krafteinwirkung auf geladene Teilchen	55
Symbolverzeichnis	67
Raumplan	71

Vorbemerkungen

Die vorliegenden Praktikumsanleitungen zu den verschiedenen Versuchen sollen zwei Zielen dienen:

Erstens sollen sie in die Aufgabenstellungen des jeweiligen Versuchs einweisen und bei der Vorbereitung unterstützen. Allerdings sei ausdrücklich darauf hingewiesen, dass damit keine ausreichende Behandlung der zum Verständnis der Versuche notwendigen physikalischen Grundlagen gegeben wird. Daher werden jeweils entsprechende Lehrbücher angegeben, deren abschnittsweise Lektüre für die erfolgreiche Bewältigung des Praktikums notwendig ist. Die zitierten Bücher stehen in der „Abteilungsbibliothek für Medizin, Naturwissenschaften und Landbau“ (Nußallee 15a) zur Verfügung.

Zweitens werden die Versuchsanordnungen erklärt, Anweisungen für die Versuchsdurchführungen gegeben, sowie die zu lösenden Aufgaben gestellt. Die Anleitungen sind speziell auf die in Bonn vorhandenen Versuchsaufbauten zugeschnitten und für die Versuchsdurchführung und Auswertung verbindlich. Die Aufgaben sind unterteilt in solche, die **vor Beginn** des Versuchs zu lösen sind (gekennzeichnet durch **große Buchstaben**), und solche, die **im Verlauf** der Versuchsdurchführung zu lösen sind (gekennzeichnet durch **kleine Buchstaben**). Die sorgfältige Bearbeitung der ersteren dient der Vorbereitung und ist eine der Voraussetzungen zum Verständnis des Versuchsablaufs. Sie sind vor Versuchsbeginn schriftlich zu lösen und der/dem Versuchsassistentin/en zur Kontrolle vorzulegen.

Zu Beginn jedes Praktikumsversuchs gibt es ein Antestat vor Ort, bei welchem die Details des Versuchsaufbaus und der Versuchsdurchführung besprochen werden. Im Rahmen dessen werden die benötigten Grundkenntnisse, der rote Faden der Versuchsdurchführung und die Versuchsziele abgefragt. Sollte sich dabei herausstellen, dass ein(e) Praktikant(in) unzureichend vorbereitet ist, wird er/sie an diesem Tag nicht zur Durchführung des Versuchs zugelassen; ihm/ihr wird ein Nachholtermin zugewiesen. Bei zweimaliger Nichtzulassung gilt das Praktikum als nicht bestanden.

In der Regel arbeiten zwei Praktikant(inn)en zusammen an einer Apparatur, wobei jede(r) ein eigenes Protokoll anfertigt. Daher sind die Messwerte in beiden Protokollen identisch. Bei der Auswertung und der Fehlerdiskussion dürfen jedoch Unterschiede auftreten. Das Protokoll soll parallel zum Experimentieren geschrieben werden und damit den Ablauf und die Auswertung der Versuche nachvollziehbar protokollieren (sog. „Ablaufprotokoll“). Es ist leserlich und für Dritte logisch nachvollziehbar abzufassen. Verworfen Messungen werden durchgestrichen und evtl. mit einer Bemerkung versehen, aus welcher der Grund der Streichung hervorgeht. **Das Protokoll zu einem Praktikumsversuch samt Voraufgaben, Messdaten, Auswertung und ggf. Korrekturen ist zusammenhängend in ein festes DIN A4 Heft zu schreiben.**

Folgende Punkte muss das Protokoll mindestens enthalten:

1. Datum, Versuchsnummer und Versuchstitel
2. Thema und Aufgabenstellung mit einer kurzen Zusammenstellung der verwendeten Größen, Formeln und Beziehungen
3. Antworten zu den Aufgaben, die vor Versuchsbeginn zu lösen sind
4. Versuchsskizze mit Angaben über Geräte (z. B. Gerätenummer)
5. Beobachtungen
 - Alle unmittelbar beobachteten Messwerte. Diese sind nur sinnvoll, wenn sie die verwendete physikalische Dimension enthalten (z. B. 5,4 V oder 17 Skt);
 - Sonstige Beobachtungen (z. B. Auffälligkeiten während der Durchführung)
6. Auftragung der direkten oder abgeleiteten Messwerte auf Millimeterpapier bzw. ausgedruckte Plots (Platz sinnvoll ausnutzen und Achsen eindeutig beschriften!)
7. Auswertung mit Nebenrechnungen (Bei den Rechnungen sind nur so viele Dezimalstellen zu verwenden, dass Rundungsfehler keinen signifikanten Einfluss auf das Ergebnis haben.)
8. Sinnvoll gerundete Ergebnisse mit Angabe der Unsicherheiten (Unsicherheiten sind auch ohne explizite Erwähnung in der Aufgabenstellung anzugeben. Wo ein Vergleich mit Literaturwerten möglich ist, müssen die Übereinstimmungen bzw. Abweichungen kurz diskutiert werden.)
9. Antworten zu den Aufgaben während und nach der Versuchsdurchführung.

Das Protokoll ist am Versuchstag fertigzustellen und der/dem Versuchsassistenten/in abzugeben. Falls dies aus Zeitmangel nicht möglich sein sollte, kann mit der/dem Assistentin/en ein anderer Abgabetermin vereinbart werden. Das Protokoll muss jedoch spätestens vor Beginn des nächsten Praktikumsversuchs vorliegen. Die für die unterschiedlichen Praktika verbindlichen Abgabemodalitäten werden in der Vorbesprechung bekannt gegeben.

Zur Auswertung (aber nicht zur Protokollierung) der Messdaten können auch Computer verwendet werden. Die Resultate, einschließlich Tabellen und Graphen, sind auszudrucken und in das Protokollheft einzukleben.

Die Praktikumsassistent(inn)en stehen während der gesamten Praktikumszeit zur Verfügung, verlassen jedoch nach der Einführung in der Regel den Praktikumsraum. Sie hinterlassen dann eine Telefonnummer, unter der sie bei auftretenden Schwierigkeiten erreicht werden können.

Die erfolgreiche Durchführung und Protokollierung aller Praktikumsversuche (\equiv Studienleistung) ist die Voraussetzung zur Teilnahme an der mündlichen Abschlussprüfung (\equiv Prüfungsleistung), zu welcher man sich zusätzlich in **BASIS** anmelden muss.

Allgemeine Sicherheitshinweise

- In keinem der Praktikumsräume darf eine einzelne Person allein arbeiten.
- Essen, Trinken und Rauchen ist in allen Praktikumsräumen verboten.
- In die Steckdosen dürfen nur dafür vorgesehene Netzstecker gesteckt werden.
- Sämtliche Geräte dürfen nicht manipuliert werden.
- Geräte, die nicht zum durchgeführten Versuch gehören, sind unangetastet zu lassen.
- Einige der im Praktikum verwendeten Gegenstände (z. B. Netzgeräte, Fallturm, Galvanometer, Transformatorkern, optische Bänke, etc.) sind schwer. Im Umgang mit diesen ist entsprechende Vorsicht geboten, um Verletzungen zu vermeiden.
- Bei einigen Versuchen wird mit zerbrechlichen Gegenständen (z. B. Glaskolben, Prisma, Lampen, etc.) gearbeitet. Diese sind mit entsprechender Vorsicht zu behandeln, um deren Zerstörung und Verletzungen (Schnittgefahr!) zu vermeiden.
- Zum Inventar einiger Versuche zählen Hitzequellen (z. B. Lampen, heißes Wasser, etc.). Kontakt mit diesen ist zu vermeiden (Verbrennungsgefahr!). Falls dies nicht zu vermeiden ist, ist auf entsprechende Schutzkleidung (z. B. geeignete Wärmeschutzhandschuhe) zu achten. Bei Wasserkochen bitte nur soviel Wasser verwenden, wie für die Versuchsdurchführung benötigt wird (maximal jedoch bis zur Maximalmarkierung des Gerätes).
- Defekte Geräte sind unverzüglich zu melden. Sie dürfen nicht weiter verwendet werden. Eine Selbstreparatur ist zu unterlassen.
- Bei Unfällen/medizinischen Notfällen ist zunächst erste Hilfe zu leisten und dann unverzüglich die Praktikumsleitung zu informieren.

Ferner sind weitere versuchsspezifische Sicherheitshinweise in den jeweiligen Versuchsanleitungen zu beachten.

FAQ

- Allgemeine Informationen: <https://www.praktika.physik.uni-bonn.de>
- Ansprechpartner für organisatorische Belange (Termin, Attest, . . .): Praktikumsleitung (Dr. T. Jungk und Dr. D. Elsner), E-Mail: anfaengerpraktikum@physik.uni-bonn.de
- Ansprechpartner für physikalische Belange: Praktikumsassistent/in

Allgemeine Literaturempfehlungen

Praktikumslehrbücher:

- Walcher, Praktikum der Physik; Teubner
- Geschke, Physikalisches Praktikum für Anfänger, Teubner
- Westphal, Physikalisches Praktikum; Vieweg
- Kohlrausch, Praktische Physik zum Gebrauch für Unterricht, Forschung und Technik

Messdatenauswertung:

- Blobel/Lohrmann, Statistische und Numerische Methoden der Datenanalyse
- Gränicher, Messung beendet - was nun?, ETH-Zürich/Teubner
- Brandt, Datenanalyse

Formelsammlungen:

- Kneubühl, Repetitorium der Physik;
- Otten, Repetitorium der Experimentalphysik
- Kuchling, Taschenbuch der Physik

Es wird nachdrücklich empfohlen, die Anhänge der Praktikumsanleitung vor Beginn des Praktikums durchzuarbeiten.

Versuch 232

Gleichströme, Spannungsquellen und Widerstände

Lernziel: Der Versuch behandelt die Themen „Spannungsquelle“ und „Widerstand“ und verwendet Kompensations- und Brückenschaltungen.

Er soll mit charakteristischen Eigenschaften von Spannungsquellen wie Leerlaufspannung, Innenwiderstand und Klemmenspannung vertraut machen. Als wichtiges Beispiel für die Modifizierung einer vorhandenen Spannungsquelle zur Erfüllung äußerer Anforderungen wird die Spannungsteilerschaltung vorgestellt. Das Verhalten eines Spannungsteilers unter Belastung wird gemessen. Eine Spannungsquelle mit variabler Klemmenspannung wird zur Messung der Leerlaufspannung einer Batterie mit Hilfe einer Kompensationsschaltung genutzt.

Die Messung ohmscher Widerstände, sowohl absolut mit Strom- und Spannungsmessgeräten und den erforderlichen Korrekturen als auch relativ mit der Wheatstoneschen Brückenschaltung, soll geübt werden. Zudem sollen charakteristische Leitertypen durch Messung der Temperaturabhängigkeit ihres elektrischen Widerstandes unterschieden und verstanden werden.

Kenntnisse: Ohmsches Gesetz, Kirchhoffsche Gesetze, Stromrichtige und Spannungsrichtige Messung, elektrische Leitfähigkeit von Leitern, Halbleitern und Isolatoren, Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes, Leitungsmechanismen

Ideale und reale Spannungsquelle, Innenwiderstand von Spannungsquellen, Leerlauf- und Klemmenspannung, Aufbau und Wirkungsweise eines Normalelementes und einer Batterie, Spannungsteiler, Lastanpassung

Ampère- und Voltmeter, Innenwiderstand dieser Messgeräte, Veränderung des Messbereichs durch Parallel- bzw. Serien-/Vorwiderstand und deren Einfluss auf die Messung;

Potentiometerschaltung, Wheatstonesche Brückenschaltung, Kompensationsschaltung

Sicherheitshinweise: Die Thermostatbecken (inklusive Deckel) werden bis zu 100 °C heiß (Verbrennungsgefahr!).

Das Wasser im Thermostatbecken sollte mindestens 2 cm über dem Ausgangsrohr und maximal bis 2 cm unter der Oberkante des Thermostatbeckens stehen. Das Wasserbecken darf nur durch ihre(n) Tutor(in) aufgefüllt werden, falls der Füllstand dies erfordert.

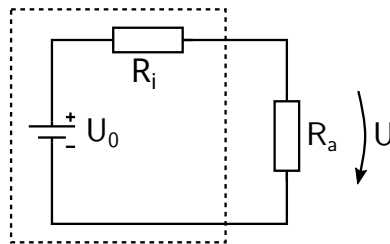


Abbildung 232.1: Ersatzschaltbild einer realen Spannungsquelle

- Geräte:**
- Helipot
 - Mavometer
 - Drehspulmessgerät
 - Nullinstrument
 - Digitalmultimeter
 - Referenzwiderstände
 - Board mit unterschiedlichen Widerständen
 - Thermostat mit Heizung

232.1 Erläuterungen

232.1.1 Spannungs- und Stromquellen

Eine **ideale Spannungsquelle** liefert eine vom entnommenen Strom unabhängige Spannung U_0 . Eine **reale Spannungsquelle** liefert eine stromabhängige Spannung. Sie lässt sich in einem Ersatzschaltbild als ideale Spannungsquelle mit einem in Reihe geschalteten **Innenwiderstand** R_i darstellen (Abb. 232.1). Die **Klemmenspannung** U beträgt

$$U = U_0 - R_i I = U_0 \cdot \frac{R_a}{R_a + R_i} = U_0 \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_i}{R_a}}. \quad (232.1)$$

Sie ist lastabhängig. Mit abnehmender Belastung, d.h. $R_a \rightarrow \infty$, gilt $U \rightarrow U_0$. Daher heißt U_0 **Leerlaufspannung**. Für eine gegebene Spannungsquelle sind U_0 und R_i i.a. Konstanten. R_i ist differentiell definiert: $R_i := \frac{\partial U}{\partial I}$.

Aufgabe 232.A: Definieren Sie eine ideale Stromquelle. Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild für eine reale Stromquelle.

Aufgabe 232.B: Leiten Sie die Gleichung für die Klemmenspannung U in (Gleichung 232.1) her.

Aufgabe 232.C: Geben Sie eine Messvorschrift zur Bestimmung der Leerlaufspannung U_0 und des Innenwiderstands R_i einer realen Spannungsquelle an.

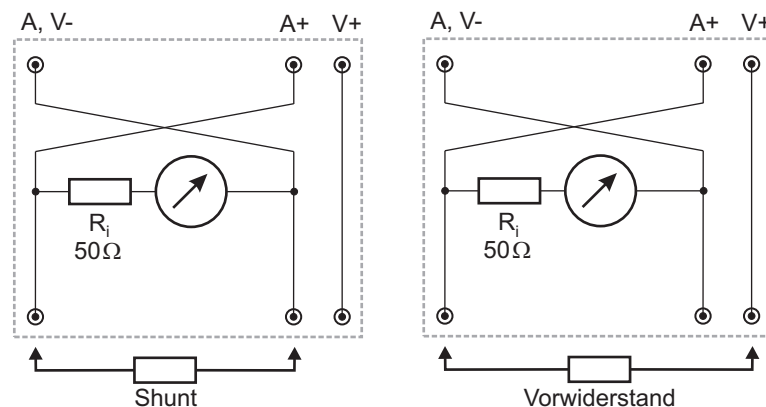


Abbildung 232.2: Aufbau eines Mavometers: Innenwiderstand $R_i = 50 \Omega$; Bei Vollausschlag: $I = 2 \text{ mA}$ bzw. $U = 0,1 \text{ V}$.

232.1.2 Messgeräte

Ströme lassen sich direkt mithilfe von Drehspulgalvanometern messen; wird die Spule von einem elektrischen Strom durchflossen, kommt es zu einer Auslenkung des Zeigerinstruments, die proportional zur Stromstärke ist. Durch das Nutzen bekannter Widerstände lässt sich der gemessene Strom in Spannung umrechnen.

Häufig wird zur Messung elektrischer Größen ein sog. Mavometer verwendet (**Mavometer** = **Milliampere-Volt-Meter**). Dabei handelt es sich um ein Drehspulgalvanometer, das je nach Verschaltung Strom oder Spannung messen kann (Abb. 232.2). Durch die Kenndaten des Geräts ist sein Innenwiderstand bekannt und somit der Maximalstrom und die Maximalspannung, welche durch die Spule fließen bzw. an ihr anliegen dürfen. Sollen größere Ströme gemessen werden, muss ein entsprechend großer Anteil des Stromes über einen parallel geschalteten Widerstand („Shunt“) an der Spule vorbei geleitet werden. Demnach muss zur Messung größerer Spannungen ein entsprechend großer Spannungsanteil über einem in Serie geschalteten Vorwiderstand abfallen. Drehspulmessinstrumente, deren Messbereich sich umschalten lässt (bspw. mittels eines Drehknopfs), haben entsprechende Vorwiderstände bzw. Shunts eingebaut.

Im Vergleich zu den im Praktikum meistens verwendeten „analogen“ Messgeräten (Ablesen von Zeigerinstrumenten) suggerieren „digitale“ Messgeräte (Ablesen einer Zahl) wegen ihrer fehlenden Ablesungenauigkeiten eine höhere Messgenauigkeit, funktionieren aber auf dem gleichen Prinzip.

232.1.3 Spannungsteiler- und Potentiometerschaltung

Häufig möchte man sich mit einer vorhandenen Spannungsquelle U_0 eine geeignete Klemmenspannung U_K herstellen. Dies kann man entweder durch eine Spannungsteilerschaltung (R_1 und R_2 fest) oder durch eine Potentiometerschaltung, bei der sich der Gesamtwiderstand $R = R_X + R_Y$ kontinuierlich teilen lässt (Abb. 232.3) realisieren. Einstellbare Spannungsteiler sind häufig so ausgebildet, dass man statt der Widerstandswerte R_X (oder R_Y) dazu proportionale Größen wie z.B. eine Länge x (beim Schiebewiderstand) oder Skalenteile (beim **Helipot** = **helixförmig** gewinkeltes Langdraht**potentiometer**) abliest.

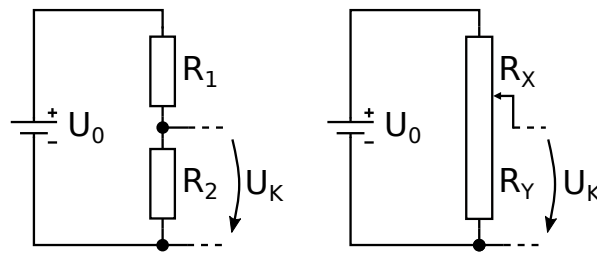


Abbildung 232.3: Spannungsteiler- bzw. Potentiometerschaltung

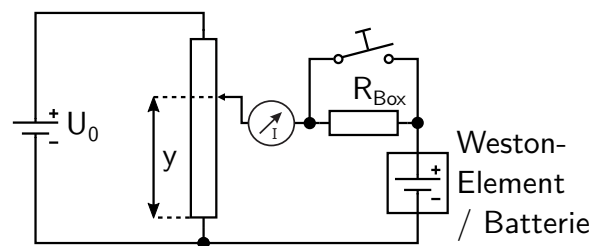


Abbildung 232.4: Kompensationsschaltung nach Poggendorff

232.1.4 Kompensationsschaltung

Mit einer Kompensationsschaltung nach Poggendorff kann stromlos gemessen, und daher die Leerlaufspannung einer unbekannten Spannungsquelle ermittelt werden, ohne diese zu belasten (Abb. 232.4).

Mithilfe des Potentiometers wird die Kompensationsspannung so lange variiert, bis das Strommessgerät keinen Ausschlag mehr zeigt. Diese Stromlosigkeit wird mit einem Nullinstrument (Galvanometer mit Nullpunkt in Skalenmitte) festgestellt. Zum Nullabgleich genügt es nicht, wenn der Zeiger auf null zeigt; vielmehr darf der Zeiger beim Betätigen des Tasters nicht mehr zucken.

Ist dieser Zustand erreicht, muss die angelegte Spannung gleich der unbekannten Spannung (hier: der Batterie) sein. Da die Messung der unbekannten Spannung durch diese Methode stromlos funktioniert (das Strommessgerät zeigt keinen Ausschlag mehr!) kann so vergleichsweise einfach die Leerlaufspannung einer Spannungsquelle gemessen werden. Das Weston-Element mit bekannter Spannung dient zur Kalibration des Spannungsteilers.

232.1.5 Wheatstonesche Brücke

Die „Wheatstonesche Brücke“ kann für jegliche Messungen von elektrischen Widerständen gebraucht werden.

Dabei werden zwei Spannungsteiler parallel geschaltet und durch ein Strommessgerät miteinander „verbunden“ (Abb. 232.5). Ist das Verhältnis der Widerstände der Spannungsteiler gleich groß, herrscht auf beiden Seiten das gleiche Potential und es fließt kein Strom.

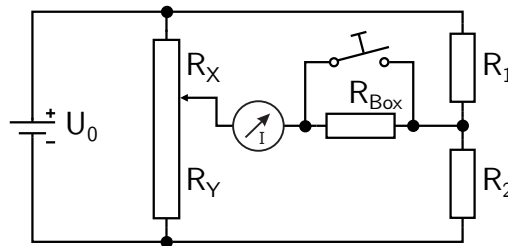


Abbildung 232.5: Wheatstonesche Brücke

Aus den Verhältnissen können nun beliebige (die Widerstände betreffende) Größen berechnet werden (z.B. die Größe eines unbekannten Widerstands oder relative Widerstandsänderungen).

Die Wheatstonesche Brückenschaltung wird bspw. oft bei Sensoren o.ä. eingesetzt, da schon kleine Temperatur- oder Längenänderungen relative Widerstandsänderungen bewirken.

Aufgabe 232.D: Leiten Sie die Beziehung $R_X = \frac{R_1}{R_2} \cdot R_Y$ für die abgegliche Schaltung ($I = 0$) ab (Abb. 232.5).

Aufgabe 232.E: Sie wollen mit einem Ampèremeter mit Vollausschlag 1 mA und Innenwiderstand $R_i = 1 \Omega$ einen Strom von 4 A messen. Schlagen Sie eine geeignete Schaltung dafür vor.

Aufgabe 232.F: Sie wollen mit einem Voltmeter mit Vollausschlag 1 V und Innenwiderstand $R_i = 100 \text{ k}\Omega$ einen Strom von 10 μA messen. Was müssen Sie tun?

Aufgabe 232.G: Können Sie mit einem Ampèremeter Spannungen messen? Welche Bedingungen müssen erfüllt sein?

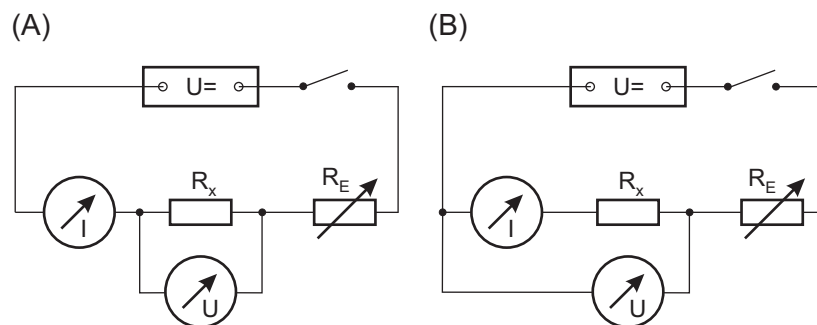


Abbildung 232.6: Schaltungen zur Bestimmung von Widerständen mit einer Strom- und Spannungsmessung.

Aufgabe 232.H: Geben Sie die Formeln für die Klemmenwiderstände R_A und R_B (in Abb. 232.6 (A) und (B)) über den Spannungsmesser an. Berücksichtigen Sie bei Ihrer Rechnung alle relevanten Widerstände, inklusive des einstellbaren Widerstandes R_E , sowie der Innenwiderstände R_I und R_U von Strom- und Spannungsmesser! Für welche Größen(-Ordnung) des zu bestimmenden Widerstandes R_x ist welche Schaltung (A oder B) geeignet?

232.1.6 Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes

Die Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes R ist für verschiedene Materialien charakteristisch und soll exemplarisch für

- einen reinen Halbleiter („Heißleiter“, oder NTC¹-Widerstand)
- eine metallische Legierung (Konstantan-Widerstand)
- einen PTC²-Widerstand („Kaltleiter“)
- einen reinen metallischen Leiter (Platin)
- einen Kohleschicht-Widerstand

untersucht werden. Ihr grundlegendes Verhalten soll diskutiert und verstanden werden.

Es gibt folgende fundamentale Beziehung

$$\text{elektrische Leitfähigkeit: } \sigma = e \cdot (n^- z^- \mu^- + n^+ z^+ \mu^+), \quad (232.2)$$

mit: n^\pm = positive bzw. negative Ladungsträgerdichte (Anzahl pro Volumen),
 z^\pm = Wertigkeiten der pos. bzw. neg. Ladungsträger,
 μ^\pm = Beweglichkeiten der pos. bzw. neg. Ladungsträger.

Im **metallischen Leiter** tragen ausschließlich die Elektronen zur Stromleitung bei. Dadurch vereinfacht sich der Ausdruck für die elektrische Leitfähigkeit (Gleichung 232.2) in Metallen zu $\sigma = e \cdot n^- \mu^-$. Die Zahl der beteiligten Elektronen im Metall ist durch die Zahl der Atome bestimmt: Jedes Atom stellt im Mittel ein Leitungselektron zur Verfügung, unabhängig von der Temperatur. Die Beweglichkeit der Elektronen wird durch ihre Streuung an den „Phononen“ auf dem Weg durch den Kristall bestimmt. Phononen sind als Quasi-Teilchen aufgefasste Gitterschwingungen, deren Anzahl von der Temperatur bestimmt wird: je höher die Temperatur, desto mehr Phononen, desto mehr Streuung und desto geringere Beweglichkeit. Eine komplizierte Rechnung zeigt: $\mu \propto 1/T$. Daraus folgt unmittelbar für die elektrische Leitfähigkeit σ in Metallen:

$$\sigma = e \cdot n^- \mu^-(T) \propto 1/T \quad \text{bzw.} \quad 1/\sigma = \rho \propto R \propto T. \quad (232.3)$$

Eine genaue Messung des Widerstandsverlaufs bei tiefen Temperaturen ergibt, dass mit sinkender Temperatur der spezifische Widerstand ρ einen temperaturunabhängigen Wert annimmt, der vom Reinheitsgrad des Metalls abhängt³ (siehe Abb. 232.7). Je mehr Störstellen das Material aufweist, desto größer ist der spezifische Restwiderstand ρ_i .

In **reinen Halbleitern** (Ge, Si, Cu₂O, GaAs, usw.) wird die elektrische Leitfähigkeit mit Hilfe des Bändermodells (siehe Abb. 232.8) wie folgt beschrieben: Bei sehr tiefen Temperaturen sind alle Zustände im Valenzband (VB) gefüllt, das Leitungsband (LB) ist völlig leer; zwischen beiden

¹ NTC: Negative Temperature Coefficient

² PTC: Positive Temperature Coefficient

³ Einige Materialien, sog. Supraleiter, zeigen ein hiervon abweichendes Verhalten: Unterhalb einer gewissen Temperatur verschwindet deren elektrischer Widerstand vollständig.

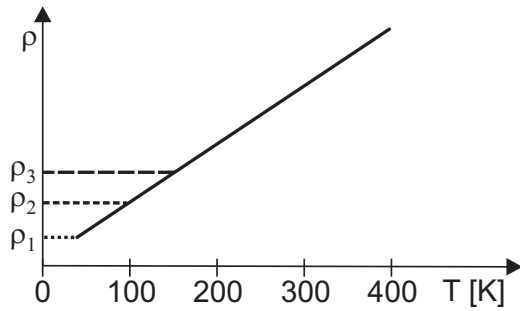


Abbildung 232.7: Metallische Leitung: Spezifischer Widerstand ρ als Funktion der Temperatur T , exemplarisch für drei Materialien mit unterschiedlichen Restwiderständen ρ_i .

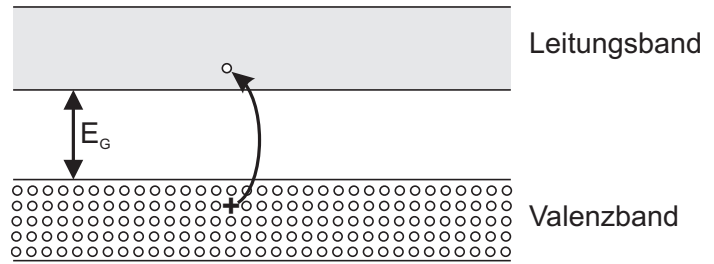


Abbildung 232.8: Bändermodell eines Halbleiters

Bändern gibt es ein verbotenes Gebiet, in dem es bei reinen Halbleitern keine möglichen Zustände gibt. Die Breite dieses verbotenen Gebietes wird als „Gap“-Energie E_G bezeichnet. Bei sehr tiefen Temperaturen ($T \approx 0$ K) ist ein reiner Halbleiter ein perfekter Isolator. Wird die Temperatur erhöht, werden einzelne Elektronen in das LB angeregt, wobei sie Löcher im VB hinterlassen; diese Löcher entsprechen positiven Ladungen. Beide Ladungsträgerarten zusammen sorgen für die sogenannte **Eigenleitung**. Die Anzahldichten der negativen und positiven Ladungen n^- und n^+ sind gleich groß und gleich n . Die quantenmechanische Berechnung von n ergibt:

$$n(T) \propto T^{+\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{E_G}{2kT}}. \quad (232.4)$$

Die Größe k kennzeichnet hierbei für die Boltzmann-Konstante. Die Beweglichkeiten μ^- und μ^+ sind im Allgemeinen einander ähnlich und von der Temperatur abhängig. Die Beweglichkeit wird wie im Fall der metallischen Leitung durch Phononenstreuung bestimmt, und die Berechnung ergibt für den Fall des Halbleiters:

$$\mu(T) \propto T^{-\frac{3}{2}}. \quad (232.5)$$

Damit kann die elektrische Leitfähigkeit σ wie folgt berechnet werden:

$$\sigma = 2e \cdot n(T) \cdot \mu(T) \propto T^{+\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{E_G}{2kT}} \cdot T^{-\frac{3}{2}} = e^{-\frac{E_G}{2kT}}. \quad (232.6)$$

Dies gilt für reine Halbleiter ohne Dotierung, also reine Eigenleitung (intrinsic conduction). Der elektrische Widerstand nimmt mit steigender Temperatur ab, daher der Name „Heißeleiter“ bzw. „negative temperature coefficient“-Widerstand oder kurz NTC-Widerstand. Zur Auswertung des Experimentes wird der Widerstand R wegen $R \propto \rho = 1/\sigma$ angesetzt zu:

$$R = R_0 \cdot e^{\frac{E_G}{2kT}}. \quad (232.7)$$

Um einen Eindruck von der Größenordnung der Gap-Energien E_G zu bekommen, hier ein paar Beispiele:

Material:	InSb	Ge	Si	GaAs	Cu ₂ O	Diamant
E_G [eV]:	0.18	0.7	1.1	1.42	2.1	6

Die meisten **PTC-Widerstände** bestehen aus dotierten polykristallinen Keramiken. Die Keramiken weisen einen hohen elektrischen Widerstand auf, durch die Dotierung bekommen die Materialien jedoch gewisse Halbleitereigenschaften. Unterhalb und oberhalb der sog. materialspezifischen Curie-Temperatur sind die elektrischen Eigenschaften stark verschieden. Bei kleinen Temperaturen zeigen PTC-Widerstände ein NTC-Verhalten. Nach Durchschreiten eines minimalen Widerstandwertes, kommt es jedoch wieder zu einem Anstieg. Nähert man sich der Curie-Temperatur, kommt es durch den Phasenübergang zu einem rasenten Anstieg des elektrischen Widerstandes mit der Temperatur. Nach Erreichen eines Maximalwertes stellt sich schließlich wieder NTC-artiges Verhalten ein. Insgesamt ergibt sich also ein hochgradig nichtlineares Verhalten.

232.2 Versuchdurchführung

232.2.1 Widerstandsbestimmung durch Strom- und Spannungsmessung

Aufgabe 232.a: Messen und zeichnen Sie die U - I -Abhängigkeit in einer der beiden Schaltungen aus Abb. 232.6. Benutzen Sie hierbei zwei Mavometer, deren Messbereiche Sie mit Parallel- bzw. Vorwiderständen geeignet einstellen (Abb. 232.2). Bestimmen sie aus der U - I -Kurve zu Schaltung A bzw. B deren effektiven Widerstand R_A bzw. R_B , über den U und I verknüpft sind.

Aufgabe 232.b: Bestimmen Sie den Wert des Widerstandes R_x unter Berücksichtigung der Innenwiderstände der Messinstrumente. Tragen Sie dann zusätzlich die Gerade $U = R_x \cdot I$ in das Diagramm ein.

Aufgabe 232.c: Überprüfen Sie den Wert des Widerstandes R_x mit einem Digitalmultimeter.

232.2.2 Belastete Potentiometerschaltung

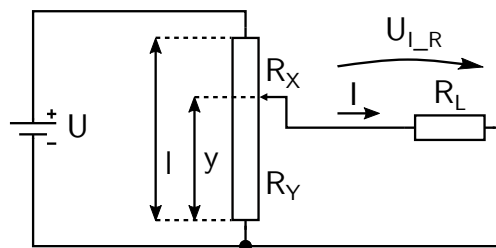


Abbildung 232.9: Belastete Potentiometerschaltung

Die vorhandene Spannungsquelle ((2 – 4) V) ist stabilisiert, und daher ist $R_i \approx 0 \Omega$. Bauen Sie damit und aus $R_X = 20 \Omega$, $R_Y = 50 \Omega$ eine Spannungsteilerschaltung auf (Abb. 232.9). Als Last

verwenden Sie die Widerstandskaskade ($R_L = (0 - 130) \Omega$). Der Spannungsmesser hat einen relativ hohen Widerstand und stellt somit eine kleine Last dar.

Aufgabe 232.d: Messen Sie für verschiedene Lastwiderstände R_L (maximal 10 verschiedene R_L) den Strom I durch den Lastwiderstand und die Spannung $U_{L,R}$ über dem Lastwiderstand und dem Ampèremeter. Verwenden Sie das Mavometer zur Strommessung und zur Spannungsmessung. Der Innenwiderstand des Mavometers ist bekannt und soll berücksichtigt werden (Abb. 232.2).

Aufgabe 232.e: Betrachten Sie die Spannungsteilerschaltung (Spannungsquelle + Spannungsteiler) (Abb. 232.3) als neue Spannungsquelle (die die über R_2 abfallende Spannung liefert) und das entsprechende Ersatzschaltbild (Abb. 232.1). Bestimmen Sie aus den gemessenen Werten die Größen Innenwiderstand R_i^S und Leerlaufspannung U_0^S . Zeichnen Sie hierzu ein U - I -Diagramm und verifizieren Sie die Relation:

$$U = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_0 - \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot I = U_0^S - R_i^S \cdot I. \quad (232.8)$$

Hierbei bezeichnet U_0 die Spannung der Spannungsquelle, die am Spannungsteiler angeschlossen ist. Was könnten Sie tun, um unter Beibehaltung des Wertes von U_0^S den Innenwiderstand R_i^S zu verkleinern?

Warum kann man das nicht beliebig weit treiben?

Aufgabe 232.f: Setzen Sie nun anstelle des Spannungsteilers das Potentiometer (Helipot) ein (Abb. 232.9, es werden jeweils nur die Messinstrumente in die Schaltung eingebaut, die benötigt werden.) Bestätigen Sie ohne Last ($R_L = \infty \Omega$) die lineare Relation

$$U_{IL} = \frac{R_Y}{R_X + R_Y} \cdot U_0 = \frac{x}{\ell} \cdot U_0. \quad (232.9)$$

Beim Helipot werden die Größen x und ℓ in Skalenteilen abgelesen und angegeben. Wiederholen Sie die Messung für die Lastwiderstände $R_L = 20 \Omega$ und $R_L = 50 \Omega$. Zeichnen Sie alles zusammen in ein Diagramm ein und diskutieren Sie das Ergebnis.

232.2.3 Messung der Leerlaufspannung einer Batterie mit Hilfe einer Kompensationsschaltung (nach Poggendorf)

Ein Weston-Element dient als Spannungsnormalelement. Seine Spannung beträgt $U = (1,0190 \pm 0,0005) \text{ V}$ in unbelastetem Zustand, $I \leq 10^{-5} \text{ A}$. Das Nullinstrument ist ein Galvanometer mit Nullpunkt in der Skalenmitte.

Aufgabe 232.g: Unter Verwendung eines stabilisierten Netzgeräts wird eine Hilfsspannungsquelle (Spannungsteiler) durch das Weston Element (Abb. 232.4) kalibriert. Als Potentiometer wird ein Schleifdrahtpotentiometer verwendet.

Zum Schutz des Normalelements und des Nullinstruments muss zu Beginn ein relativ hoher Widerstand vorgeschaltet werden. Nach erfolgtem groben Abgleich wird dieser zur Erhöhung

der Empfindlichkeit mit dem Taster überbrückt. Widerstand und Taster sind in einem Kästchen eingebaut.

Aufgabe 232.h: Messen Sie die Leerlaufspannung einer Batterie (mit unbekannter Spannung) mit Hilfe der kalibrierten Anordnung (Abb. 232.4).

Wie variiert der Messfehler mit dem y -Wert?

Wäre es gut, ein Spannungselement von 10 V zu verwenden?

Aufgabe 232.i: Messung der Leerlaufspannung derselben Batterie mit Mavometer und mit Digitalmessgerät. Erklären Sie, warum das Mavometer die Batteriespannung nicht richtig misst.

232.2.4 Widerstandsmessung mit der Wheatstoneschen Brücke

Bauen Sie die Wheatstonesche Brücke gemäß Abb. 232.5 auf. Als Nullinstrument dient wieder das Pultgalvanometer im grünen Gehäuse mit der Ruhestellung des Zeigers in der Mitte der Skala. Seine Daten sind: Spannung bei Vollausschlag: 4 mV, Innenwiderstand: 100 Ω . **Es darf höchstens zehnfach überlastet werden.**

Aufgabe 232.j: Bestimmen Sie hiermit einen unbekannten Widerstand R_1 . Als Potentiometer wird ein „Helipot“ (Präzisions-Potentiometer mit 1000 Skalenteilen) benutzt.

Aufgabe 232.k: Welchen Wert sollte der Widerstand R_{Box} ungefähr haben, wenn er – bei nicht gedrücktem Taster T – einerseits das Nullinstrument U ausreichend vor Überlastung schützen, andererseits die Empfindlichkeit nicht übermäßig reduzieren soll?

232.2.5 Messung der Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes

In einem Thermostaten mit einstellbarer elektrischer Heizung befindet sich Wasser. In dieses Wasserbad ist eine Platine mit fünf verschiedenen Widerständen eingetaucht:

1. NTP-Widerstand
2. Konstantan-Widerstand
3. PTC-Widerstand
4. Platin-Widerstand
5. Kohleschichtwiderstand

Es soll der Widerstand $R(T)$ für die fünf Leiter im Bereich von Raumtemperatur bis knapp 100 °C gemessen und in geeigneter Weise grafisch dargestellt werden. Die Widerstände sind mit einem Digitalmultimeter zu messen. Die elektrische Leitfähigkeit des Wassers kann im Vergleich zu den Leitfähigkeiten der eingebauten Leiter als vernachlässigbar angesehen werden.

Der Widerstand des metallischen Leiters soll durch

$$R(T) = R_0(1 + \alpha\vartheta), \quad (232.10)$$

R_0 = Widerstand bei 0 °C,
 ϑ = Temperatur in Celsius,
 α = Temperaturkoeffizient,

der Widerstand des Halbleiters durch

$$R(T) = R_0 e^{\frac{E_G}{2kT}}, \quad (232.11)$$

R_0 = Konstante ohne besondere physikalische Bedeutung,
 E_G = charakteristische Gap-Energie, die von der Art des Halbleiters abhängig ist,
 k = Boltzmann-Konstante,
 T = Temperatur in Kelvin,

dargestellt werden.

Die Versuche werden grafisch, auf zwei verschiedene Arten ausgewertet, so dass durch eine geschickte Wahl der Darstellung die gesuchten Parameter α und E_G gewonnen werden können. Aus der Gap-Energie des Halbleiters soll die Art des Halbleiters bestimmt werden.

Aufgabe 232.l: Heizen Sie mit dem Thermostaten die Temperatur im Reagenzglas langsam von Raumtemperatur auf knapp 100 °C auf und messen Sie dabei immer abwechselnd die Widerstände der fünf Leiter: Bei jeder Widerstandsmessung lesen Sie auch das Temperaturanzeige des Thermostaten ab und tragen die Werte in eine Tabelle ein. Achtung: Die Wasserbecken nie ohne oder mit zu wenig Wasser betreiben! Um eine Beschädigung der Platine zu vermeiden, stecken Sie bitte beim Wechsel von einem Widerstand zum nächsten die Kabel am Multimeter um. Die Stecker in den Platinenbuchsen sollen nicht entfernt werden.

Aufgabe 232.m: Berechnen Sie aus diesen Daten $R(T)$ und tragen Sie auf:

- Für die metallischen Leiter und den Kohleschichtwiderstand:
 R als Funktion von ϑ (Celsius-Temperatur) auf Millimeter-Papier. Berechnen Sie α einschließlich einer Fehlerabschätzung und diskutieren Sie das Verhalten von R bei der Annäherung an den absoluten Nullpunkt der Temperatur.
- Für den Halbleiter:
Den natürlichen Logarithmus des Widerstands $\ln(R/\Omega)$ als Funktion von $1/T$ (T = absolute Temperatur) auf Millimeter-Papier, oder einfacher: R als Funktion von $1/T$ auf halblogarithmischem Papier. Bestimmen Sie die Gap-Energie E_G in eV einschließlich einer Fehlerabschätzung.
- Für den PTC-Widerstand: Tragen Sie den natürlichen Logarithmus des Widerstandes $\ln(R/\Omega)$ als Funktion von ϑ (Celsius-Temperatur) auf. Schätzen Sie aus dem Graphen die Lage der Curie-Temperatur ab (inklusive Angabe der Unsicherheit)!

Versuch 234

Wechselstromwiderstände, Phasenschieber, RC-Glieder und Schwingungen

Lernziel: Kapazitäten und Induktivitäten sollen mit einer Wechselstrombrücke gemessen werden. Eine Phasenschieberschaltung soll aufgebaut werden. Die komplexe Schreibweise und Darstellung von Wechselstromgrößen soll verstanden und geübt werden.

In der Elektronik tritt oft die Aufgabe auf, aus einer Signalspannung, die aus einem Gemisch von Frequenzen besteht, entweder

- alle Frequenzanteile oberhalb („**Tiefpass**“), oder
- alle Frequenzanteile unterhalb („**Hochpass**“), oder
- alle Frequenzanteile in unmittelbarer Umgebung („**Sperrfilter**“)

einer vorgegebenen Frequenz ω_{grenz} weitgehend zu unterdrücken. Dies geschieht mit den in Klammern angegebenen Schaltungstypen, die im wesentlichen aus frequenzabhängigen Widerständen bestehen. Wirkungsweise und Berechnung solcher Schaltungen sollen gelernt werden.

Es ist ein wesentliches Merkmal der Physik, dass mathematisch-physikalische Formalismen von einem Gebiet der Physik auf ein anderes übertragen werden können. Dies soll am Beispiel der „Resonanz“ nachvollzogen werden: alle bei der erzwungenen Schwingung am Drehpendel beobachteten Größen wie Eigenfrequenz, Frequenz der Maximalamplitude, Q -Wert, Resonanzüberhöhung, Resonanzbreite werden auf den elektrischen Schwingkreis übertragen und experimentell bestätigt.

Kenntnisse: Grundbegriffe des Wechselstromes, komplexe Schreibweise, Darstellung von Strom und Spannung als Vektoren in der komplexen Ebene (Vektor- oder „Zeiger“-Diagramm); Wechselstrombrücke, Begriff des Gegeninduktionskoeffizienten von 2 Spulen; Strom-, Spannungs- und Impedanzübersetzung eines Transformators; Hochpass, Tiefpass, Saugfilter, Sperrfilter, Inhalt von Anhang A4; Dämpfungsmaß Dezibel = dB, Kreisgüte Q , Unterdrückungsgüte Q' ; elektrischer Schwingkreis, Energiefluss im Schwingkreis; Inhalt von Anhang A2; Oszillograph (siehe Anhang A3).

Literatur: Jedes Grundkurs-Lehrbuch der Physik,
z.B. Berkeley Physik-Kurs, Band II, Kap. 8;

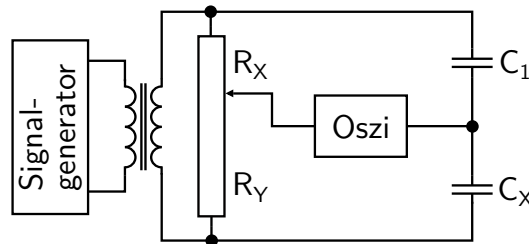


Abbildung 234.1: Wheatstonesche Brücke für Wechselstrom zur Messung der Kapazität eines Kondensators mit einem Oszillographen als Nullinstrument.

Bergmann-Schäfer, Bd. II, Elektrische Schwingungen und Wellen;
 Alonso-Finn, Physics; Weizel, Theoretische Physik I, Kap. C IV, §9;
 Praktikumslehrbücher: Walcher; Westphal; Geschke;
 insbesondere Anhang A4 in dieser Praktikumsanleitung;
 Spezielle Literatur: Tietze/Schenk, Passive RC- und LRC-Netzwerke; aktive Filter.

234.1 Erläuterungen

Die Eigenschaften von Serien- und Parallelschaltkreisen mit Impedanzen (Widerstand R , Kapazität C , Induktivität L) bei anliegender Wechselspannung U_0 folgen – wie auch bei Gleichspannungsschaltungen – aus den Kirchhoffschen Regeln, also aus der Erhaltung der elektrischen Ladung und der Energie.

234.1.1 Messung von Kapazitäten

Aus der komplexen Abgleichbedingung der Wheatstoneschen Brücke für Wechselstrom (Abb. 234.1),

$$\frac{R_X}{R_Y} = \frac{Z_1}{Z_X}, \quad (234.1)$$

folgt in diesem Fall (verlustfreier Kondensator)

$$\frac{R_X}{R_Y} = \frac{C_X}{C_1}. \quad (234.2)$$

234.1.2 Messung von Induktivitäten

Bei Spulen lässt sich der Ohmsche Widerstand meist nicht vernachlässigen. Die Abgleichbedingung ergibt dann zunächst:

$$\frac{R_X}{R_Y} = \frac{R_1 + i\omega L_1}{R_2 + i\omega L_2} \Rightarrow \frac{R_X}{R_Y} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{R_1}{R_2}. \quad (234.3)$$

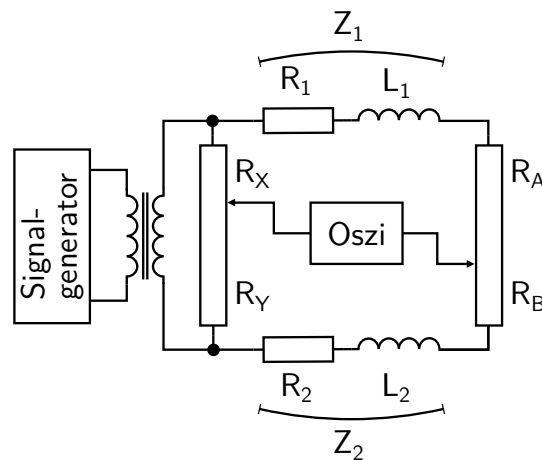


Abbildung 234.2: WHEATSTONESche Brücke für Wechselstrom zur Messung der Induktivität einer Spule mit einem Oszillographen als Nullinstrument.

Beide Bedingungen zugleich lassen sich im allgemeinen nicht ohne weiteres erfüllen. Deshalb benutzen wir ein weiteres Potentiometer H_2 zum Phasenabgleich (Abb. 234.2). Dann lautet die Abgleichbedingung:

$$\frac{R_X}{R_Y} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{R_1 + R_A}{R_2 + R_B}. \quad (234.4)$$

Aufgabe 234.A: Erklären Sie anhand eines Zeigerdiagramms die Wirkungsweise dieses Phasenabgleichs.

234.1.3 RC-Phasenschieber

Ein Phasenschieber ist eine Schaltung, die es gestattet, die Phase φ einer Ausgangsspannung U_{AB} relativ zur Eingangsspannung U_E zu variieren und dabei die Ausgangsspannung konstant zu lassen. Eine Prinzipschaltung mit zugehörigem Zeigerdiagramm ist in Abb. 234.3 dargestellt.

Aufgabe 234.B: Erklären Sie die Wirkungsweise eines Phasenschiebers anhand des Zeigerdiagramms. Was passiert, wenn $R_1 \neq R_2$ ist? Kann man statt R_1, R_2 auch zwei Kondensatoren oder zwei Spulen verwenden? Wie müssen R und C bemessen sein, damit die Phase von etwa $0^\circ - 180^\circ$ variiert werden kann?

Welche anderen, einfacheren Schaltungen zum Phasenschieben von Spannungen kennen Sie? Welchen Nachteil haben sie?

Aufgabe 234.C: Wie groß ist der maximale Strom im RC-Zweig?

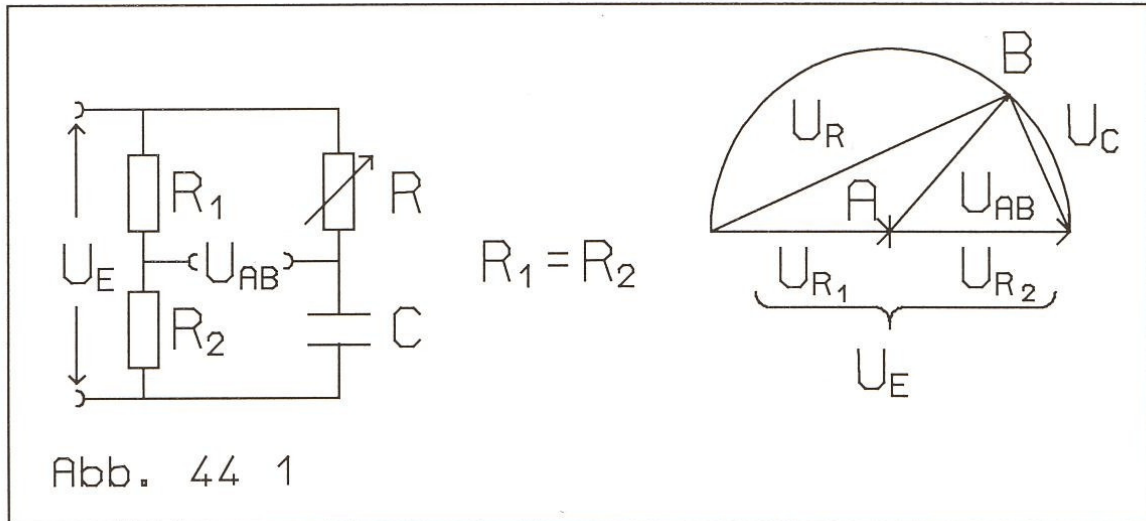
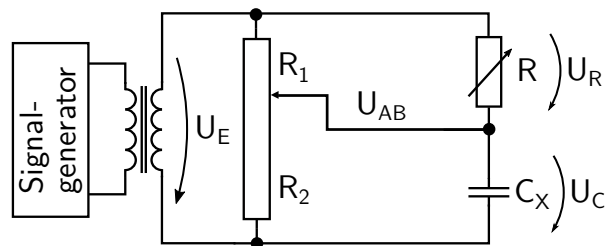


Abbildung 234.3: Phasenschieber: Prinzipschaltung und Zeigerdiagramm.



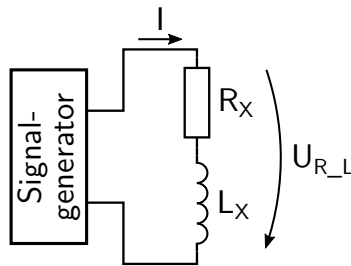
Signalgenerator = 10 V (U_{\max}), 1 kHz, sinusförmig
 R = Schiebewiderstand (0 – 200) Ω
 C = 20 μF
 U_e, U_R, U_C = 3 Spannungsmessgeräte (DVM, Oszi)
 Helipot = in Stellung $R_1 = R_2 = 500$ Skt

Abbildung 234.4: Schaltung Phasenschieber.

Beachten Sie: Hier wird die Phase zweier Spannungen gegeneinander verschoben! Es gibt außerdem noch weitere Phasendifferenzen, so z.B. die zwischen Spannung und Strom im RC-Zweig. Wo ist dieser Phasenwinkel im Zeigerdiagramm zu finden?

234.1.4 Messung von Impedanzen

Wechselstromwiderstände können auch durch eine Strom-Spannungsmessung bestimmt werden (siehe Abb. 234.5).



L_x = Induktivität der unbekannten Spule

R_x = Ohmscher Widerstand der unbekannten Spule

I, U = Messinstrumente für Strom und Spannung

Abbildung 234.5: Strom–Spannungsmessung zur Bestimmung eines Wechselstromwiderstands.

234.1.5 Elektrischer Schwingkreis

Hier soll verstanden werden, wie die Resonanzkurve, Güte, Eigenfrequenz etc. eines elektrischen Schwingungskreises durch formale „Übersetzung“ der gleichen Größen eines mechanischen Schwingkörpers, in diesem Falle des Drehpendels, gewonnen werden können. Dazu muss man eine Differentialgleichung der erzwungenen Schwingung aufstellen, die formal der des periodisch angeregten Drehpendels gleicht.

Für den Serienschwingkreis (siehe Abb. 234.7) gilt:

$$U_L(t) + U_R(t) + U_C(t) = U_E \cos(\omega t). \quad (234.5)$$

ω ist die Kreisfrequenz von U_E , also am Generator einstellbar. Die Spannungen auf der linken Seite können durch den Strom $I(t)$, der überall gleich ist, ausgedrückt werden:

$$L\dot{I} + RI + \frac{1}{C} \int I dt = U_E \cos(\omega t). \quad (234.6)$$

Der Strom kann durch die fließende Ladung ausgedrückt werden: $I(t) = \dot{q}(t)$:

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C}q = U_E \cos(\omega t). \quad (234.7)$$

Aufgabe 234.D: Wie lautet die analoge Differentialgleichung des Drehpendels?

Aufgabe 234.E: Welches sind korrespondierende physikalische Größen bei Drehpendel und Serienschwingkreis? Was ist die „Auslenkung“ beim Schwingkreis?

Die Lösung von Gleichung 234.7 für $q(t)$ lautet (vgl. Anhang A2): $q(t, \omega) = q_0(\omega) \cos(\omega t - \alpha)$ mit

$$q_0(\omega) = \frac{U_E}{L} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega_0^2 \omega^2 / Q^2}} \quad (234.8)$$

und

$$\tan \alpha = \frac{1}{Q} \cdot \frac{\omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (234.9)$$

Weiter erhält man durch Einsetzen in die entsprechenden Ausdrücke für die Eigen(kreis)frequenz ω_0 , die Güte Q und die Resonanz(kreis)frequenz ω_{\max} :

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \quad Q = \omega_0 \frac{L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} \left(= \frac{1}{R} \sqrt{Z_C Z_L} \right), \quad \omega_{\max} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}. \quad (234.10)$$

Hierbei bezeichnet ω_0 die Eigen(kreis)frequenz und Q die Güte (vgl. Anhang A2). Die Ladung $q(t)$ kann leicht als Spannung am Kondensator gemessen werden: $U(t, \omega) = q(t, \omega)/C$ und andererseits $U(t, \omega) = U(\omega) \cos(\omega t - \alpha)$ mit der „Resonanzkurve“

$$U(\omega) = U_E \omega_0^2 \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega_0^2 \omega^2 / Q^2}}. \quad (234.11)$$

Für $\omega = \omega_0$ folgt daraus im Maximum $U_0 = U(\omega_0) = U_E Q$. Außerdem ist wie beim Drehpendel: $\omega_0 / \Delta \omega \cong Q$.

234.2 Versuchsdurchführung

Bemerkung:

Es ist unbedingt **vor dem Versuch** die Betriebsanleitung des Oszillographen zu studieren.

Weder ist der Ausgang der Signalgeneratoren erdfrei, noch der Eingang der Oszillographen. Bei den in Abb. 234.1, 234.2, 234.4 und 234.7 dargestellten Schaltungen besteht die Gefahr eines Kurzschluss.

Frage: Wieso?

Um das Problem zu lösen, werden die Signalgeneratoren über einen „Trenntrafo“ mit der Schaltung verbunden. Bei der Untersuchung des elektrischen Schwingkreis wird ebenfalls ein „Trenntrafo“ hinter dem Signalgenerator eingesetzt, allerdings aus einem anderen Grund: Der Innenwiderstand der Signalquelle soll herabgesetzt werden.

234.2.1 Messung von Wechselstromwiderständen

Aufgabe 234.a: Mit der in Abb. 234.1 dargestellten Schaltung ist die Kapazität eines Kondensators zu messen.

Aufgabe 234.b: Mit der in Abb. 234.2 dargestellten Schaltung ist die Induktivität einer Spule zu messen.

Aufgabe 234.c: Mit der in Abb. 234.5 dargestellten Schaltung ist die in Aufgabe 234.b benutzte Spule auszumessen. Dabei ist der Einfluss der Messgeräte auf die Messung zu diskutieren. Es ist unter Benutzung des bekannten Spulenwiderstandes (mit einem Unigor oder einem DMM zu messen) ein Zeigerdiagramm zu zeichnen und hieraus L und φ zu bestimmen. Vergleichen Sie den erhaltenen Wert von L mit dem aus Aufgabe 234.b.

234.2.2 Phasenschieber

Aufgabe 234.d: Bei der in Abb. 234.4 dargestellten Schaltung ist R von 0 bis R_{\max} und $R = \infty$ zu variieren und eine Tabelle der Wertepaare U_R und U_C aufzunehmen.

Dann wird das Zeigerdiagramm maßstäblich gezeichnet und alle Paare U_C, U_R eingetragen, um zu zeigen, dass der Punkt B (Abb. 234.3) immer auf dem Halbkreis mit dem Durchmesser U_E liegt.

Beobachten Sie die Vorgänge auf dem Oszillographen auch im sogenannten XY-Modus und diskutieren Sie die Figuren.

Frage: Was ist eine Lissajous-Figur? Wie kann man sie auf dem Oszillographenschirm sichtbar machen?

Aufgabe 234.e: Machen Sie auch die Phasenverschiebung auf dem Oszillographen sichtbar, indem Sie die Phasenlage zwischen U_{AB} und U_E vermessen. Vergleich Sie die Werte mit den Phasenwinkeln im erstellten Zeigerdiagramm aus der vorherigen Aufgabe.

234.2.3 Frequenzabhängige Spannungsteiler

Durch den Transformator hinter dem Generator (siehe Abb. 234.7) kann U_e als nahezu widerstandslose Spannungsquelle betrachtet werden, der ein frequenzabhängiger Spannungsteiler nachgeschaltet ist. In allen Fällen ist $R = 100 \, \Omega$, $C \approx 1,5 \, \mu\text{F}$. Die Induktivität L ist eine reine Luftspule mit großem Streufeld. Achten Sie darauf, dass diese nicht nahe bei anderen Geräten und nicht direkt auf der Tischplatte, sondern erhöht steht; der Tisch hat einen metallischen Unterbau, und das Resopal hat oft eine Metalleinlage mit entsprechender Rückwirkung auf das Magnetfeld. Der Ohmsche Widerstand dieser Spule ist bekannt ($R_L \approx 10 \, \Omega$) und bleibt zunächst unberücksichtigt.

Aufgabe 234.f: Für alle drei Schaltungen in Abb. 234.6 ist die Ausgangsspannung $U_A(\nu)$ für festgehaltene Amplitude der Eingangsspannung U_E im Frequenzbereich von (200 – 5000) Hz zu messen und doppeltlogarithmisch in normierten Koordinaten darzustellen.

1. Halten Sie die Amplitude von U_E immer konstant!

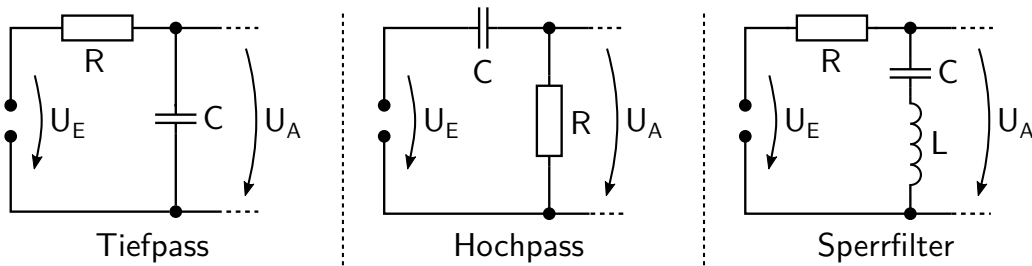


Abbildung 234.6: Frequenzabhängige Spannungsteiler, die als Filter eingesetzt werden können.

2. Verteilen Sie Ihre zu messenden Frequenzen so, dass diese in einer logarithmischen Frequenzdarstellung einigermaßen gleichmäßig verteilt sind.
3. Für die grafische Darstellung normieren Sie wie folgt:
 - Abszisse: $\Omega = \nu / \nu_{gr}$
 \rightarrow für Tief- und Hochpass: $2\pi\nu_{gr} = \omega_{gr} = 1/RC$
 \rightarrow für das Sperrfilter: $\nu_{gr} = \nu_0$ (aus der Messung)
 - Ordinate: $A = U_A/U_E$
 $(A = \text{„Übertragungsfunktion“})$
 - A wird gegen Ω doppeltlogarithmisch aufgetragen.
4. Tragen Sie in dieser Darstellung eine dB-Skala für die Ordinate ein.

Aufgabe 234.g: Für Tief- und Hochpass sind die Grenzfrequenzen ν_{gr} , bei denen $U_A = U_E \cdot 1/\sqrt{2}$ ist, zu bestimmen, in den Diagrammen aufzutragen und mit dem theoretischen Wert $2\pi\nu_{gr} = \omega_{gr} = 1/RC$ zu vergleichen.

Aufgabe 234.h: Für das Sperrfilter ist die Unterdrückungsgüte

$$Q'_{exp} = \frac{\nu_0}{\Delta\nu} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \quad (234.12)$$

zu bestimmen; $\Delta\nu$ ist der Frequenzbereich, innerhalb dessen $U_A < U_E/\sqrt{2}$ ist. Vergleichen Sie den gefundenen Wert Q'_{exp} mit dem theoretischen Wert

$$Q'_{theo} \equiv \frac{\omega_0}{\Delta\omega(3\text{ dB})} = \omega_0 \frac{L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC}. \quad (234.13)$$

Beachten Sie: Dieses Q' ist die „Unterdrückungsgüte“ und nicht die Kreisgüte Q ; letztere wäre ∞ , da wir einen verlustlosen Kreis (d.h. der Ohmsche Widerstand der Induktivität wird vernachlässigt) vorausgesetzt haben. Auch für reale Filteranordnungen ist die Kreisgüte Q immer noch viel größer als die Unterdrückungsgüte Q' .

Aufgabe 234.i: Wodurch wird für das Sperrfilter das größte Abschwächungsverhältnis bestimmt?

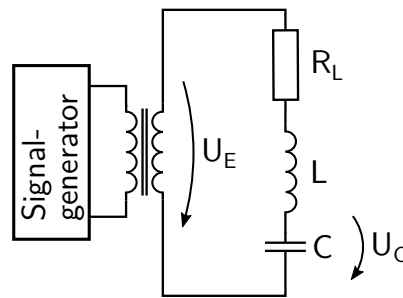


Abbildung 234.7: Elektrischer Schwingkreis.

Wie äußert sich die Kreisgüte Q (bestimmt durch den endlichen Spulenwiderstand R_L) in diesem Bild?

234.2.4 Elektrischer Schwingkreis

Ein Schwingkreis (siehe Abb. 234.7), bestehend aus einem Kondensator C und einer Induktivität L mit dem eigenen Ohmschen Widerstand R_L , wird durch eine angelegte Wechselspannung U_E zum Schwingen angeregt; die erzeugte Schwingungsamplitude U wird am Kondensator als Funktion der Frequenz der Spannung U_E gemessen. Die Spannung U_E ($\approx 0,5\text{ V}$) wird der Sekundärseite eines Transformators entnommen, dessen Primärseite von einem Tonfrequenzgenerator gespeist wird. Der Transformator hat eine Spannungsübertragung von etwa 20:1 und hat den Zweck, den relativ großen Ausgangs(innen)widerstand des Generators ($50\ \Omega$) auf einen sehr kleinen Wert herabzusetzen. Man darf daher die Spannungsquelle U_E als ideale Spannungsquelle, d.h. ohne Innenwiderstand betrachten. Als Induktivität L wird die Luftspule aus Abschnitt 234.2.3 verwendet.

Aufgabe 234.j: Messen Sie die Resonanzkurve (Spannung über dem Kondensator) mit der vorgesehenen Spule (R_L bekannt) und einer Kapazität von etwa $1,5\ \mu\text{F}$ im Bereich von ungefähr $(0 - 2000)\text{ Hz}$.

Bestimmen Sie aus dieser Messung: Die Eigen(kreis)frequenz ω_0 , die (Kreis-)Frequenz ω_{\max} , bei der die Spannungsamplitude maximal wird, L und Q , letzteres aus Resonanzbreite, Resonanzhöhe sowie aus ω_0 , L und R_L , also auf drei Weisen.

1. Achten Sie bei der Aufnahme der Resonanzkurve darauf, dass die Amplitude von U_E immer konstant bleibt, was Sie dadurch erreichen können, dass Sie am Tonfrequenzgenerator den Pegel verändern.
2. Verteilen Sie Ihre Messpunkte so, dass Sie im Bereich der Resonanz mehr Punkte haben als auf den Flanken.
3. Zeichnen Sie die Resonanzkurve auf Millimeter-Papier; Sie können hier als Abszisse einfacherweise ν wählen.
4. Dann bestimmen Sie:

- Q aus der Resonanzüberhöhung:
 $U_A(\omega_{\max}) = Q \cdot U_A(\omega = 0),$
- Q aus der Resonanzbreite:
 $\omega_0 = Q \cdot \Delta\omega$ ($\Delta\omega$ aus $1/\sqrt{2}$ -Wert),
 ω_{\max} und ω_0 aus $\omega_{\max} = \omega_0 \sqrt{1 - 1/(2Q^2)},$
 L aus ω_0 und $C,$
- Q aus $Q = \omega_0 \cdot L/R_L.$

Versuch 236

Galvanometer zur Strom- und Ladungsmessung

Lernziele: Aufbau, Funktionsweise, Verwendung und Genauigkeit eines Drehspulgalvanometers zur Messung von Strömen und elektrischen Ladungen sollen erlernt werden.

Die Bewegungsformen eines harmonisch schwingungsfähigen Systems unter verschiedenen Dämpfungsgraden sollen experimentell erfahren werden. Das Galvanometer soll zur Messung von Ladungen und von (großen) Widerständen eingesetzt werden.

Kenntnisse: Magnetfeldlinien im Eisen und Luftspalt; mechanische und elektrodynamische Kräfte und Drehmomente auf die Spule des Galvanometers; Bewegungsgleichung eines Drehspulgalvanometers; Strom- und Ladungsmessung; Entladung eines Kondensators über einen Widerstand; Zeitkonstante eines RC-Gliedes; Strahlengang Lichtzeiger.

Literatur: Jedes Grundkurs-Lehrbuch der Physik und jedes Lehrbuch zum Physikalischen Praktikum (Westphal, Walcher, Geschke); Anhang A2 dieser Anleitung.

Geräte: Galvanometer mit verschiedenen Messingscheiben, Skala, Umschalter, Ausschalter, Taster, Kondensator $10\ \mu\text{F}$, Widerstand R_x , 2 Stöpselrheostaten $(1 - 100)\ \Omega$; $(100 - 2000)\ \Omega$; digitales Multimeter, Netzgerät $(2 - 4)\ \text{V}$, Stoppuhr, Strippen.

236.1 Eigenschaften eines Drehspulgalvanometers

236.1.1 Erläuterungen

Ein Drehspulgalvanometer ist wie in Abb. 236.1 skizziert aufgebaut: Eine starre, rechteckige Drehspule Sp mit den Kantenlängen a und b , dem ohmschen Widerstand R_g und n Windungen hängt drehbar an einem Torsionsdraht in dem aus den Polen eines Permanentmagneten und einem Weicheisenkern K gebildeten zylindrischen Luftspalt. Die Torsionsdrahtaufhängung bewirkt ein Richtmoment (Richtkonstante) D und definiert die Ruhelage der Spule.

Aufgabe 236.A: Berechnen Sie die Kräfte auf die Leiterstücke der Spule. Hängen diese Kräfte von der Stellung der Spule bezüglich der Ruhelage ab? Wie tragen diese Kräfte zu den Drehmomenten bei, die auf die Spule wirken? Welche Leiterstücke tragen zum elektrodynamischen Drehmoment M_e bei?

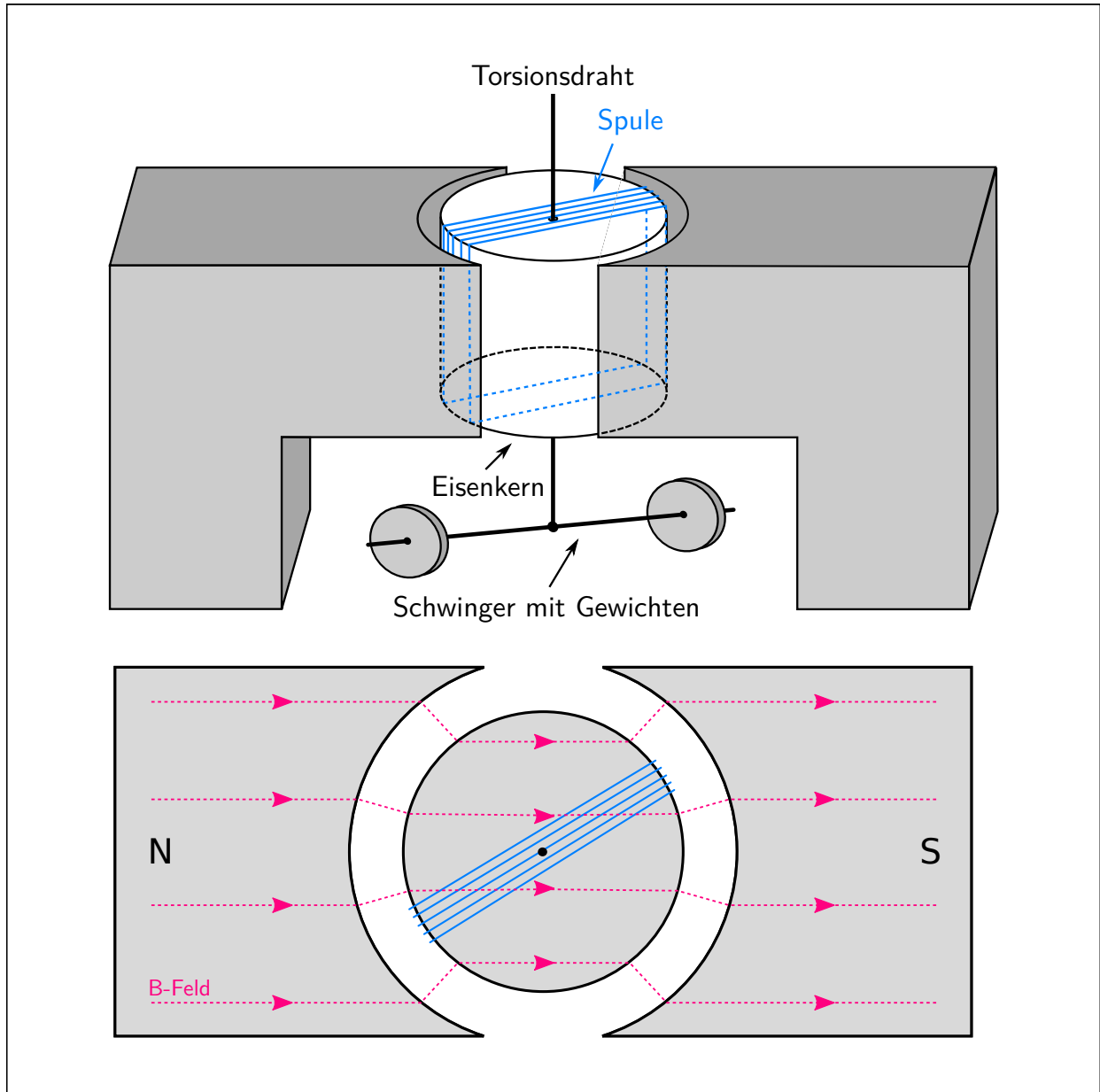


Abbildung 236.1: Drehspulgalvanometer

Sei $\varphi(t)$ der Drehwinkel der Spule gegen die Ruhelage zur Zeit t . Die Torsion des Aufhänge-
drahtes erzeugt ein Drehmoment vom Betrag

$$M_D(t) = -D \cdot \varphi(t), \quad (236.1)$$

das der Auslenkung entgegen wirkt. Die mechanische Dämpfung der Spulenbewegung, z.B. durch
die Luftreibung im Luftspalt, erzeugt auch ein Drehmoment, das proportional der Drehgeschwin-
digkeit $\dot{\varphi}(t)$ ist. Mit der Dämpfungskonstanten ρ gilt für seinen Betrag

$$M_R(t) = -\rho \cdot \dot{\varphi}(t). \quad (236.2)$$

Fließt nun ein Strom $I(t)$ durch die Spule, so kommt ein elektrodynamisches Drehmoment M_e
hinzu, dessen Betrag sich aus dem Magnetfeld B , der Anzahl der Spulenwindungen n , sowie den
Spulenseiten a und b mit Hilfe der Lorentzkraft zu

$$M_e(t) = nabB \cdot I(t) \quad (236.3)$$

berechnet. Mit der dynamischen Galvanometerkonstanten $G \equiv nabB$ kann man dies schreiben als

$$M_e(t) = G \cdot I(t). \quad (236.4)$$

Durch die Drehung der Spule im Magnetfeld wird eine Spannung U_{ind} induziert:

$$U_{\text{ind}}(t) = -\dot{\Phi} = -G \cdot \dot{\varphi}(t), \quad (236.5)$$

wobei Φ der magnetische Fluss im Luftspalt ist. Wenn die Spulenenden extern leitend verbunden
werden, dann erzeugt diese Induktionsspannung U_{ind} einen „Induktionsstrom“ $I_{\text{ind}}(t) = U_{\text{ind}}/R$.

Aufgabe 236.B: Warum ist die induzierte Spannung direkt proportional zur Winkelgeschwindig-
keit? Hinweis: Kleinwinkelnäherung einer trigonometrischen Funktion ist falsch.

Sei R_g der Widerstand der Spule und R_a der Widerstand des äußeren Schließungskreises. Dann
gilt für den Induktionsstrom:

$$I_{\text{ind}} = \frac{U_{\text{ind}}}{R_a + R_g} = -\frac{G}{R_g + R_a} \dot{\varphi}. \quad (236.6)$$

Insgesamt fließt somit der Strom $I + I_{\text{ind}}$ durch die Spule, und Gleichung 236.4 für M_e muss ergänzt
werden zu

$$M_e = GI - \frac{G^2}{R_g + R_a} \dot{\varphi}. \quad (236.7)$$

Wird das Trägheitsmoment des Drehsystems mit Θ bezeichnet, so ergibt sich für das Gesamtdreh-
moment M :

$$M = \Theta \ddot{\varphi} = -D\varphi - \rho\dot{\varphi} + GI - \frac{G^2}{R_g + R_a} \dot{\varphi}. \quad (236.8)$$

Somit lautet schließlich die Differentialgleichung für $\varphi(t)$:

$$\Theta \cdot \ddot{\varphi}(t) + \left(\rho + \frac{G^2}{R_g + R_a} \right) \cdot \dot{\varphi}(t) + D \cdot \varphi(t) = GI(t). \quad (236.9)$$

Aufgabe 236.C: In der Drehmomentbilanz (Gleichung 236.8) ist ein Term vernachlässigt worden, der von der Induktivität L der Spule herrührt. Wie lautet dieser Term? Mit welcher Begründung kann man ihn vernachlässigen?

Ein Galvanometer (z. B. Mavometer, Unigor) wird häufig zur Messung einer konstanten Stromstärke I benutzt. In diesem Fall verschwinden nach dem Einschwingen die zeitlichen Ableitungen in Gleichung 236.9, und man erhält:

$$M = D \cdot \varphi = G \cdot I \quad (236.10)$$

oder

$$\varphi = \frac{G}{D} \cdot I = c_I \cdot I. \quad (236.11)$$

Der Ausschlag φ des Galvanometers ist der Stromstärke I proportional. Die Proportionalitätskonstante $c_I = \varphi/I$ bezeichnet man als **Stromempfindlichkeit**.

Aufgabe 236.D: Wie ändert sich die Aussage von Gleichung 236.11, wenn der Weicheisenkern innerhalb der Spule weggelassen wird und die Polschuhe des Permanentmagneten eben geformt sind?

Wie bereits erwähnt rührt das Drehmoment M der Gleichung 236.10 vom Messstrom durch das Galvanometer her. Ein konstanter Strom I ändert an der Bewegungsform der Drehspule nichts. Transformiert man zur Winkelgröße $\psi = \varphi + GI/D$, die den Ausschlag relativ zum asymptotischen Galvanometerausschlag $\varphi = GI/D$ beim Strom I beschreibt, so verschwindet die rechte Seite; die Differentialgleichung wird homogen.

Betrachtet man den einfachen Fall des Schwingens um die Ruhelage, so ist $I = 0$ und man kann φ beibehalten. Man erhält:

$$\ddot{\varphi} + \frac{1}{\Theta} \left(\rho + \frac{G^2}{R_g + R_a} \right) \dot{\varphi} + \frac{D}{\Theta} \varphi = 0. \quad (236.12)$$

Mit $2\beta := \frac{1}{\Theta} \left(\rho + G^2/(R_a + R_g) \right)$ und $\omega_0^2 := D/\Theta$ kann man schreiben

$$\ddot{\varphi}(t) + 2\beta\dot{\varphi}(t) + \omega_0^2\varphi(t) = 0. \quad (236.13)$$

Aufgabe 236.E: Prüfen Sie nach, dass β und ω_0 die Dimension einer reziproken Zeit haben.

Die Lösungen von Gleichung 236.13 werden in Anhang A2 der Praktikumsanleitung diskutiert. Von besonderer Bedeutung für den Einsatz als Messinstrument ist der **aperiodische Grenzfall**. Er

tritt für $\beta = \omega_0$ ein, d.h. für

$$\frac{1}{2\Theta} \left(\rho + \frac{G^2}{R_g + R_a} \right) = \sqrt{\frac{D}{\Theta}}. \quad (236.14)$$

Löst man diese Gleichung nach dem äußeren Widerstand R_a auf, so ergibt sich:

$$R_a = \frac{G^2}{2\sqrt{\Theta D} - \rho} - R_g =: R_{Gr}. \quad (236.15)$$

R_{Gr} wird als Grenzwiderstand bezeichnet.

236.1.2 Versuchsdurchführung

Justage Lichtzeiger

Der Winkelausschlag des Galvanometers wird mit einem Lichtzeiger sichtbar gemacht. Unter der Spule ist ein kleiner Spiegel angebracht. Ein beleuchteter Spalt steht im Brennpunkt einer Meniskuslinse, die nahe am Spiegel angebracht ist. Nach Durchsetzen der Linse fällt das Licht des Spaltes parallel auf den Spiegel; eine Winkeländerung $\Delta\varphi$ des Spiegels ändert die Richtung des reflektierten Strahls um $2\Delta\varphi$. Der reflektierte Strahl durchsetzt erneut die Meniskuslinse, welche so den Beleuchtungsspalt auf eine gekrümmte Skala oberhalb des Spaltes abbildet. Dies erfordert, dass der Krümmungsradius der Skala und die Brennweite der Meniskuslinse gleich sind (was durch die Abmessungen der Geräte gesichert ist). Wegen des Reflexionsgesetzes (Einfallswinkel = Ausfallswinkel) muss der Spiegel vertikal mittig zwischen Beleuchtungsspalt und Skala stehen; andernfalls liegt das Bild des Beleuchtungsspalt nicht auf der Skala. Horizontal muss der Krümmungsmittelpunkt der Skala im Spiegel liegen; andernfalls ändert sich der Abstand zwischen Skala und Spiegel mit dem Ausschlag φ und damit die Schärfe der Abbildung. Die Meniskuslinse ist so orientiert einzusetzen, dass die Brennweiten-Abstandsbedingung über einen möglichst großen Winkelbereich φ eingehalten wird. Geringfügige Dejustagen der Apparatur können durch Querverschiebung der Meniskuslinse ausgeglichen werden.

Dämpfungsverhalten

Aufgabe 236.a: Bewegen Sie mit der Fingerspitze die Spule des Galvanometers vorsichtig einmal mit und einmal ohne kurzgeschlossenen äußeren Stromkreis: Die (elektrische) Dämpfung ist spürbar. Erklären Sie schriftlich was passiert und warum.

Aufgabe 236.b: Mit Hilfe der in Abb. 236.2 dargestellten Schaltung lässt sich der Grenzwiderstand R_{Gr} ermitteln.

Geben Sie dazu dem Galvanometer eine kleine Auslenkung und beobachten Sie die nachfolgende Bewegung bei verschiedenen Werten von R_a , die Sie mit einem Stöpselwiderstand darstellen. Ist der aperiodische Grenzfall erreicht, kann man $R_{Gr} = R_a$ mit einem Widerstandsmessgerät messen, z.B. mit einem analogen (z.B. Unigor) oder digitalem (DMM) Multimeter (Beim Unigor die Anleitung auf der Rückseite des Gerätes beachten).

Bringen Sie nun die Zusatzgewichte an und messen Sie R_{Gr} erneut.

Erklären Sie anhand von Gleichung 236.15 den Unterschied.

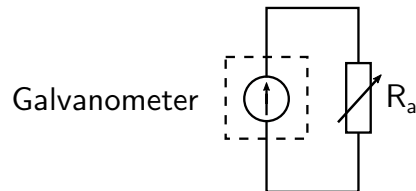


Abbildung 236.2: Schaltung zur Bestimmung des Grenzwiderstands.

Aufgabe 236.F:

1. Wozu kann man die Kenntnis von R_{Gr} sinnvoll benutzen?
2. In der Praxis wählt man einen geringfügig größeren Widerstand als R_{Gr} . Warum?

Stromempfindlichkeit c_I und Innenwiderstand R_g

Betrachten Sie die Schaltung in Abb. 236.3. Die Widerstände R_1 und R_2 der Potentiometerschaltung sind so zu wählen, dass $R + R_g \gg R_2$ gilt. Damit errechnet sich der Gesamtstrom nach:

$$I_0 = \frac{U_0}{R_1 + R_2}. \quad (236.16)$$

Der Strom, der durch das Galvanometer fließt, beträgt dann:

$$I_G = \frac{R_2}{R_g + R} I_0 = \frac{R_2}{R_g + R} \cdot \frac{U_0}{R_1 + R_2}. \quad (236.17)$$

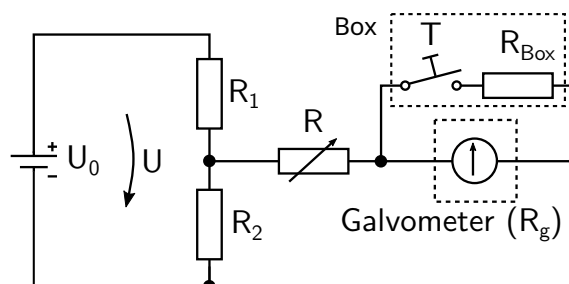


Abbildung 236.3: Schaltung zur Bestimmung der Stromempfindlichkeit.

Mit Gleichung 236.11 folgt:

$$\frac{1}{\varphi} = \frac{R_1 + R_2}{c_I U_0 R_2} (R_g + R). \quad (236.18)$$

Aufgabe 236.c: Messen Sie den linearen Zusammenhang zwischen $1/\varphi$ und R aus Gleichung 236.18 und stellen Sie ihn grafisch dar. Messen Sie auch alle konstanten Parameter für die folgende Auswertung. Wofür ist die Box mit Schalter und Widerstand in dem Aufbau notwendig?

Aufgabe 236.d: Messen Sie für 5 sinnvoll ausgewählte Messpunkte (R Werte) mit einem DMM an geeigneter Stelle in der Schaltung direkt den Strom den auch vom Galvanometer gemessen wird. Bestimmen Sie daraus die Stromempfindlichkeit.

Aufgabe 236.e: Bestimmen Sie aus der Steigung der Fit-Geraden die Stromempfindlichkeit c_I . Vergleichen Sie den Wert mit den direkt gemessenen Werten.

Aufgabe 236.f: Bestimmen Sie den Widerstand der Galvanometerspule R_g aus dem y-Achsenabschnitt der Fit-Geraden, wenn die Daten gemäß Gleichung 236.18 aufgetragen sind. Andernfalls wählen Sie den äquivalenten Achsenabschnitt.

Aufgabe 236.g: Messen Sie R_g mit einem DMM oder einem Unigor und vergleichen Sie die Ergebnisse.

Aufgabe 236.h: Messen Sie jeweils einmal den Ausschlag φ für ein bestimmtes R und damit c_I mit verschiedenen aufgesteckten Zusatzgewichten.

Erklären Sie das Resultat mit Gleichung 236.11.

Aufgabe 236.G: Wie kann man die Empfindlichkeit des Galvanometers steigern?

Aufgabe 236.H: Wo liegen die prinzipiellen Grenzen für die Empfindlichkeit eines Galvanometers?

Aufgabe 236.I: In welcher Einheit wird die Stromempfindlichkeit hier sinnvoll angegeben?

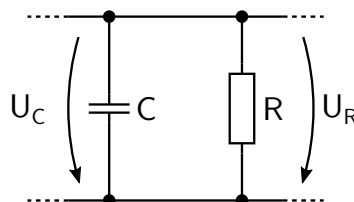


Abbildung 236.4: Schaltung zur Entladung eines Kondensators über einen Widerstand.

236.2 Ballistisches Galvanometer

236.2.1 Erläuterungen

In der Schaltung zur Entladung eines Kondensators über einen Widerstand (siehe Abb. 236.4) gilt:

$$U_C + U_R = 0 \quad (236.19)$$

$$U_C = \frac{q}{C} \quad (236.20)$$

$$U_R = RI = R \frac{dq}{dt} \quad (236.21)$$

und somit

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC}. \quad (236.22)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung lautet:

$$q = q_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (236.23)$$

Um Ladungen mit einem Galvanometer zu messen, nutzt man die Proportionalität zwischen der Ladungsmenge q des Kondensators und dem ersten Maximalausschlag des Galvanometers φ_m . Für den Fall kleiner Dämpfung ($\beta \ll \omega_0$) und unter der Annahme, dass die Stromflusszeit Δt klein gegen die Schwingungsdauer des Galvanometers ist, gilt:

Der Strom $\frac{dq}{dt}$ erzeugt das Drehmoment $M = G \frac{dq}{dt}$ und erteilt dem System in der Zeit Δt den Drehimpuls

$$\Theta \dot{\varphi} = G \int_0^{\Delta t} \frac{dq}{dt} dt = G \int_0^q dq = Gq. \quad (236.24)$$

Der Energieerhaltungssatz liefert, dass im Umkehrpunkt φ_m die Rotationsenergie

$$\frac{\Theta}{2} \left(\dot{\varphi}_{(\Delta t)} \right)^2 \quad (236.25)$$

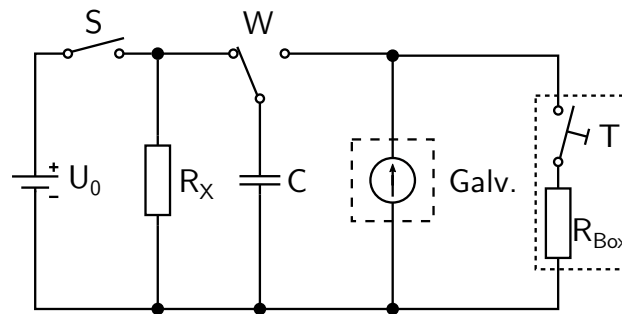
in potentielle Energie umgewandelt worden ist:

$$\frac{\Theta}{2} \left(\dot{\varphi}_{(\Delta t)} \right)^2 = \frac{G^2 q^2}{2\Theta} = \frac{D}{2} \varphi_m^2. \quad (236.26)$$

Hieraus folgt:

$$\varphi_m = \frac{G}{\sqrt{D\Theta}} q, \quad (236.27)$$

was zur Messung von elektrischen Ladungen (evtl. nach einer Eichung) genutzt werden kann.



Galv. = Galvanometer
 W = Wechselschalter
 S = Ausschalter
 T = Kurzschlussaste

Abbildung 236.5: Schaltung zur Bestimmung eines großen Widerstandes mit einem ballistischen Galvanometer. Es ist sinnvoll, zur Versuchsdurchführung die Messingscheiben im Abstand $2R = 6 \text{ cm}$ anzubringen.

236.2.2 Versuchsdurchführung

Aufgabe 236.i: Es ist ein großer Widerstand mit der in Abb. 236.5 gezeigten Schaltung zu messen.

Verfahren: Ein bekannter Kondensator wird auf die Spannung U_0 aufgeladen. Dann entlädt man den Kondensator über den unbekannten Widerstand R_X eine zumessende Zeitspanne Δt lang. Dafür öffnet man zur Zeit t_0 den Schalter S und zur Zeit t_1 klappt man den Wechselschalter W um. Dabei misst man $\Delta t = t_1 - t_0$ und φ_m . Die Messung wird für verschiedene Entladungszeiten Δt durchgeführt.

Die halblogarithmische Darstellung der so gemessenen Funktion $\varphi_m(\Delta t) = f(\Delta t)$ ist eine Gerade. Die Steigung der Fit-Geraden liefert die Zeitkonstante $R_X C$, und damit R_X . Die Auswertung soll grafisch geschehen.

Frage: Warum braucht man den Maximalausschlag φ_m nicht in Restladung q auf dem Kondensator umzurechnen?

Aufgabe 236.j: Messen Sie den Widerstand R_X mit einem DMM und vergleichen Sie die Ergebnisse. Nehmen Sie für die Kapazität des Kondensators eine sinnvolle Ungenauigkeit an.

Versuch 238

Transformator

Lernziel: Transformatoren werden in der Technik zur Umwandlung elektrischer Energie gegebener Spannung in elektrische Energie anderer Spannung benutzt. Die Übertragungseigenschaften eines Transformators sollen kennengelernt und in Messungen verifiziert werden. Die für die Behandlungen von Wechselstromkreisen wichtigen Größen und Methoden sollen geübt werden.

Kenntnisse: Grundbegriffe des Wechselstroms (Momentanwert, Effektivwert, Blindstrom, Wirkstrom), elektrische Impedanz (Schein-, Blind- und Wirkwiderstand), elektrische Leistung (Momentan-, Schein-, Blind- und Wirkleistung), Zeigerdiagramme, (Gegen-)Induktion, Spulen(eigenschaften), Aufbau, Funktionsweise und Verlustmechanismen von Transformatoren.

Sicherheitshinweise: Die Transformatorkerne sind schwer und scharfkantig. Bitte schrauben Sie diese nicht auseinander und vermeiden Sie unnötiges Verrücken der Kerne.

Literatur: Jedes Grundkurs-Lehrbuch der Physik,
u.a. Bergmann-Schäfer Bd. 2;
Demtröder, Experimentalphysik 2, Elektrizität und Optik;
Weizel, Theoretische Physik, Bd. 1;
G. Bosse, Grundlagen der Elektrotechnik Bd. III (BI Band 194);
Anhang A4 dieser Anleitung.

Eigenes Material: Für das Abspeichern und den Transfer der Messdaten ist ein eigener USB-Stick (USB 2.0) mitzubringen.

238.1 Erläuterungen

238.1.1 Leistungsanpassung

Ist eine reale Spannungsquelle (Leerlaufspannung U_L , Innenimpedanz $Z_i = R_i + iX_i$) mit einer Lastimpedanz $Z = R + iX$ abgeschlossen, siehe Abb. 238.1, so gilt für die Klemmspannung

$$U = \frac{Z}{Z_i + Z} U_L \quad (\text{Spannungsteiler!}). \quad (238.1)$$

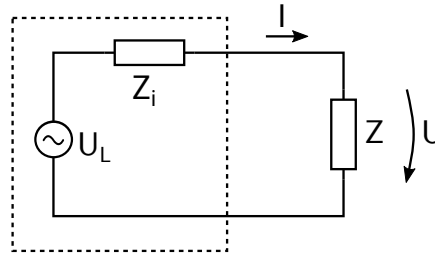


Abbildung 238.1: Belastete reale Wechselspannungsquelle.

Die der realen Spannungsquelle entzogene mittlere Wirkleistung P_W beträgt:

$$P_W = \frac{1}{2} |UI| \cos \varphi, \quad (238.2)$$

Dabei ist φ der Phasenwinkel zwischen U und I .¹

Mit den in Abb. 238.1 dargestellten Zusammenhängen $I = \frac{U_L}{Z_{ges.}}$ und $U = \frac{Z}{Z_{ges.}} U_L$ ergibt sich mit dem Ansatz $P_W = \frac{1}{2} \Re(UI^*)$:

$$P_W = 0.5 \frac{R}{|Z + Z_i|^2} \cdot |U_L|^2 = \frac{R}{(R + R_i)^2 + (X + X_i)^2} \cdot U_{L,eff}^2 \quad (238.3)$$

Falldiskussion der Leistungsanpassung

1. R und X sollen so gewählt werden, dass $P_W(R, X)$ maximal wird.

Lösung:

$$X = -X_i; \quad R = R_i; \quad P_{W,max} = \frac{U_{L,eff}^2}{4R_i} \quad (238.4)$$

2. $R_i = X_i = 0$ (ideale Spannungsquelle), X fest. R ist so zu wählen, dass $P_W(R)$ maximal wird.

Lösung:

$$R = |X|; \quad P_{W,max} = \frac{U_{L,eff}^2}{2|X|}. \quad (238.5)$$

3. $R_i = 0$, $X = 0$. R ist so zu wählen, dass $P_W(R)$ maximal wird.

Lösung:

$$R = |X_i|; \quad P_{W,max} = \frac{U_{L,eff}^2}{2|X_i|}. \quad (238.6)$$

¹

$$P = \Re(\tilde{U}\tilde{I}^*) = \Re(UI \cdot e^{i\omega t} \cdot e^{-i\omega t} \cdot e^{i\varphi}) = \Re(UI \cdot e^{i\varphi}) = UI \cdot \cos(\varphi)$$

$$\text{mittlere Leistung: } P_W = \frac{1}{2} UI \cdot \cos(\varphi) = U_{eff} I_{eff} \cdot \cos(\varphi)$$

Aufgabe 238.A: Erklären Sie die Begriffe Schein-, Wirk- und Blindleistung und diskutieren Sie die Zusammenhänge anhand eines Diagramms/Skizze.

238.1.2 Transformator

Wirkungsweise eines Transformators

Ein Transformator besteht aus zwei Spulen, die so angeordnet sind, dass das bei Stromfluss in einer der Spulen entstehende Magnetfeld die Windungsfläche der anderen durchsetzt und umgekehrt (Abb. 238.2). Jede zeitliche Änderung des Stroms in einer Spule induziert in der anderen – aber auch in ihr selbst – eine Spannung.

Man kann daher Leistung von einem mit der Primärspule verbundenen Stromkreis auf einen mit der Sekundärspule verbundenen Stromkreis übertragen, ohne dass beide Stromkreise galvanisch (d.h. elektrisch leitend) miteinander verbunden sind. Häufig wickelt man beide Spulen auf einen (meist ringförmig geschlossenen) Eisenkern, um zu erreichen, dass alle magnetischen Feldlinien die Windungsflächen beider Spulen durchsetzen. Die jeweiligen magnetischen Flüsse Φ_i ($i = 1, 2$) und damit die induzierten Spannungen verhalten sich wie die Windungszahlen der Spulen. Transformatoren dienen u.a. dazu, Wechselspannungen bzw. -ströme unter möglichst geringen Leistungsverlusten herauf- oder herabzusetzen.

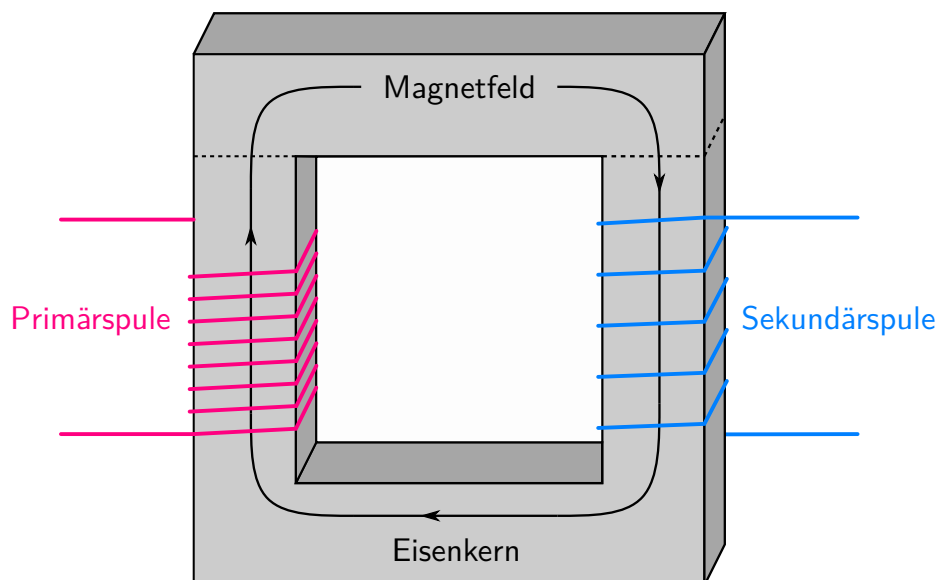


Abbildung 238.2: Transformator mit 2 galvanisch getrennten Spulen auf einem gemeinsamen Eisenjoch. (Im Allgemeinen muss der Kopplungs und Wicklungssinn berücksichtigt werden.)

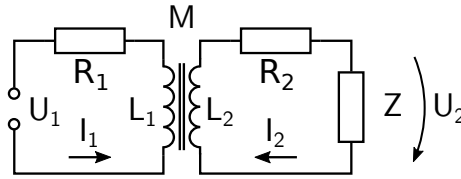


Abbildung 238.3: Transformator als Übertrager in Schaltung. Die Widerstände $R_{1,2}$ repräsentieren die ohmschen Widerstände der Induktivitäten (z.B. Kupferspulen). Das Schaltbild zeigt eine gegenseitige Kopplung (Stromrichtungen) und eine gegenseitige Wicklung.

Transformatorgleichungen

Die beiden Spulen sind auf ein geschlossenes Eisenjoch (Kern) gewickelt. An die Primärspule wird eine Wechselspannung U_1 angelegt. Die Sekundärspule wird mit einer Impedanz Z abgeschlossen (Abb. 238.3). In der Primärspule fließt ein sinusförmiger, gegen U_1 phasenverschobener Strom I_1 , der den Kern zeitabhängig magnetisiert. Der alternierende magnetische Fluss induziert in der Sekundärspule eine Wechselspannung U_2 . Durch Z und die Spule fließt daraufhin ein Wechselstrom I_2 . Auch dieser trägt zur Magnetisierung des Kerns bei und verursacht eine Rückwirkung des Sekundärkreises auf den Primärkreis (Gegeninduktion). An jeder Spule liegen daher zwei induzierte Spannungen, die den zeitlichen Ableitungen der magnetischen Teilflüsse und damit den zeitlichen Ableitungen der sie erregenden Ströme I_1 bzw. I_2 proportional sind. Mit den in Abb. 238.3 angegebenen Richtungen, den Induktivitäten von Primär- und Sekundärspule L_1 und L_2 , der Gegeninduktivität (mutual induction) der beiden Spulen M und den ohmschen Widerständen der Spule R_1 und R_2 erhält man

$$\begin{aligned} U_1 &= (i\omega L_1 + R_1) \cdot I_1 + i\omega M \cdot I_2 \\ U_2 &= i\omega M \cdot I_1 + (i\omega L_2 + R_2) \cdot I_2. \end{aligned} \quad (238.7)$$

Diese Gleichungen sind ein Spezialfall der allgemeinen „Vierpol-Impedanz-Gleichungen“:

$$\begin{aligned} U_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2, \\ U_2 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2. \quad \Leftrightarrow \quad U_j = Z_{jk}I_k \end{aligned} \quad (238.8)$$

Die Matrix (Z_{jk}) nennt man die **Impedanzmatrix**; ihre Elemente für einen Trafo folgen aus dem Vergleich von Gleichungen 238.7 und 238.8. Diese Darstellung ist für die folgenden Umformungen sehr bequem zu handhaben. Ist der Vierpol (in unserem Fall der Trafo) mit der Impedanz Z auf der Sekundärseite abgeschlossen, so gilt $U_2 = -ZI_2$.

Man kann unter Verwendung der obigen Gleichungen mit der Bezeichnung

$$\mathbf{D} := \det Z_{jk} = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21} \quad (238.9)$$

folgende Verhältnisse leicht ausrechnen:

$$\text{Spannungsübersetzung: } \frac{U_2}{U_1} = \frac{Z \cdot Z_{21}}{Z \cdot Z_{11} + \mathbf{D}}, \quad (238.10)$$

$$\text{Stromübersetzung: } \frac{I_2}{I_1} = \frac{-Z_{21}}{Z + Z_{22}}, \quad (238.11)$$

$$\text{Eingangsimpedanz: } \frac{U_1}{I_1} = \frac{Z \cdot Z_{11} + \mathbf{D}}{Z + Z_{22}}. \quad (238.12)$$

Beschreibt man die Sekundärseite als reale Spannungsquelle:

$$U_2 = U_{2,L} - Z_{2,i} I_2, \quad (238.13)$$

so gilt für die

$$\text{Innenimpedanz: } Z_{2,i} = -\frac{\mathbf{D}}{Z_{11}}, \quad (238.14)$$

$$\text{Leerlaufspannung: } U_{2,L} = \frac{Z_{21}}{Z_{11}} \cdot U_1, \quad (238.15)$$

$$\text{Kurzschlussstrom: } I_{2,k} = -\frac{Z_{21}}{\mathbf{D}} \cdot U_1. \quad (238.16)$$

Betriebsverhalten eines Transformators

Die Induktivitäten L_1 , L_2 sind proportional zu den Quadraten der Windungszahlen n_1 , n_2 von Primär- und Sekundärspule. Für die Gegeninduktivität M gilt $M \propto n_1 n_2$. Da der magnetische Fluss nur im Idealfall beide Spulen vollständig durchsetzt, definiert man den sogenannten **Streukoeffizienten** $\sigma := 1 - M^2/(L_1 L_2)$; er ist umso kleiner, je vollständiger der magnetische Fluss beide Spulen durchsetzt. Für verschwindenden Streufluss gilt: $M^2 = L_1 L_2$.

Ein realer Trafo hat sog. Kupfer- und Eisenverluste. Die durch den Stromfluss in den (Kupfer)Wicklungen bedingten ohmschen Verluste sind lastabhängig. Die Verluste im (Eisen)Kern bestehend aus Hysterese- und Wirbelstromverlusten sind lastunabhängig und können durch die Geometrie und die Legierung des Kerns beeinflusst werden (siehe z. B. G. Bosse).

Aufgabe 238.B: Wovon hängen die Kupferverluste ab?

Aufgabe 238.C: Wovon hängen die Eisenverluste – getrennt nach Hysterese- und Wirbelstromverlusten – ab?

Mit den Impedanzmatrixelementen nach Gleichungen 238.7 und 238.8

$$Z_{11} = i\omega L_1 + R_1, \quad (238.17)$$

$$Z_{22} = i\omega L_2 + R_2,$$

$$Z_{21} = Z_{12} = i\omega M$$

erhält man

$$\mathbf{D} = -\sigma\omega^2 L_1 L_2 + R_1 R_2 + i\omega(L_1 R_2 + L_2 R_1). \quad (238.18)$$

Im folgenden bedeuten die Symbole für Ströme und Spannungen (z.B. U_1) deren Effektivwerte!

Schließt man den Trafo mit einem reinen Wirkwiderstand $Z = R$ ab, so erhält man z.B. für die Spannungsübersetzung:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R\omega M}{\sqrt{\omega^2 (L_1(R + R_2) + L_2 R_1)^2 + (\sigma\omega^2 L_1 L_2 - R_1(R + R_2))^2}}. \quad (238.19)$$

Unter Vernachlässigung der Kupferverluste ($R_1 = R_2 \stackrel{!}{=} 0$) erhält man für die **Spannungsübersetzung**:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{M/L_1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma\omega L_2}{R}\right)^2}}. \quad (238.20)$$

Beim unbelasteten Trafo ($R = \infty\Omega$) ist die Spannungsübersetzung gleich M/L_1 , d.h. ungefähr gleich dem Verhältnis der Windungszahlen n_2/n_1 . Die Spannungsübersetzung nimmt mit wachsender Belastung umso schneller ab, je größer der Streukoeffizient σ ist, d.h. je schwächer die magnetische Kopplung zwischen den beiden Stromkreisen ist.

Für die **Stromübersetzung** erhält man:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{M/L_2}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{\omega L_2}\right)^2}}. \quad (238.21)$$

Im Kurzschlussfall ($R = 0\Omega$) nimmt die Stromübersetzung den Wert M/L_2 an, d.h. sie wird ungefähr gleich n_1/n_2 .

Für den Betrag der **Eingangsimpedanz** U_1/I_1 erhält man bei Vernachlässigung der Verluste ($R_1 = R_2 \stackrel{!}{=} 0\Omega$):

$$\frac{U_1}{I_1} = \frac{L_1}{L_2} R \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\sigma \omega L_2}{R}\right)^2}{1 + \left(\frac{R}{\omega L_2}\right)^2}}. \quad (238.22)$$

Im Leerlauf ($R = \infty\Omega$) gilt

$$U_1/I_1 = \omega L_1, \quad (238.23)$$

im Kurzschlussfall ($R = 0\Omega$) gilt

$$U_1/I_1 = \sigma \omega L_1. \quad (238.24)$$

Im Leerlauf „merkt“ die Spannungsquelle U_1 nur die Selbstinduktion der Primärspule. Im Kurzschlussfall verhält sich der Trafo wie eine um den Faktor σ kleinere Induktivität.

Für Belastungswiderstände R im Bereich $\sigma \omega L_2 \ll R \ll \omega L_2$ gilt für den Betrag der Eingangsimpedanz $U_1/I_1 \approx R \cdot (L_1/L_2) \approx R \cdot (n_1/n_2)^2$. Durch Zwischenschalten eines Transformators zwischen Quelle und Verbraucher wird die belastende **Impedanz transformiert**. Man kann dies dazu benutzen, mittels geeigneter Wahl des Transformationsfaktors einen Verbraucher an den Innenwiderstand der Quelle anzupassen, um ihr maximale Leistung zu entnehmen (z.B. Anpassung zwischen HiFi-Verstärker und Lautsprecher; siehe auch Versuch 234).

Für den **Kurzschlussstrom** im Sekundärkreis gilt:

$$I_{2,k} = \frac{M}{\sigma \omega L_1 L_2} \cdot U_1. \quad (238.25)$$

Durch Wahl eines hinreichend großen Streukoeffizienten kann man die bei Kurzschluss fließenden Ströme soweit begrenzen, dass die Wärmebelastung noch zulässig bleibt (kurzschlussfester Trafo). In der Regel strebt man jedoch kleine Streukoeffizienten an (Energietechnik: Lastunabhängigkeit der Sekundärspannung; Messtechnik: Geringe Störung empfindlicher Messungen durch magnetische Streufelder).

238.1.3 Symmetrischer Transformator mit Kupferverlusten

Im Versuch soll der Transformator symmetrisch betrieben werden ($n_1 = n_2$). Mit den Bezeichnungen $L := L_1 = L_2$ und $R_V := R_1 = R_2$ erhält man unter Berücksichtigung der Ohmschen Verluste (Voraussetzung $R_V \ll \omega L$) für die **Stromübersetzung**:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{M/L}{\sqrt{1 + \left(\frac{R + R_V}{\omega L}\right)^2}} \quad (238.26)$$

Macht man die zusätzliche Näherung $R_V \ll \sigma \frac{(\omega L)^2}{R+R_V}$, so erhält man für die **Spannungsübersetzung**

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R}{R+2R_V} \cdot \frac{M/L}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma \omega L}{R+2R_V} \right)^2}} \quad (238.27)$$

und für die **Eingangsimpedanz**

$$\frac{U_1}{I_1} = (R+2R_V) \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\sigma \omega L}{R+2R_V} \right)^2}{1 + \left(\frac{R+R_V}{\omega L} \right)^2}}. \quad (238.28)$$

Aufgabe 238.D: Leiten Sie für die Stromübersetzung ausgehend von Gleichung 238.11 die Gleichung 238.26 für den symmetrischen Transformator her.

Aufgabe 238.E: Leiten Sie für die Spannungsübersetzung ausgehend von Gleichung 238.10 die Gleichung 238.27 für den symmetrischen Transformator her.

Leistungsübertragung und Verluste

Die auf den Sekundärkreis übertragene Wirkleistung $P_{W,2}$ kann man nach dem in Abschnitt 238.1.1 angewandten Verfahren ermitteln. Es gilt:

$$P_{W,2} = \left(\frac{M}{L} \right)^2 \cdot \frac{R}{(R+2R_V)^2 + (\sigma \omega L)^2} \cdot U_1^2. \quad (238.29)$$

Für

$$R^2 \equiv R_{\max}^2 = 4R_V^2 + (\sigma \omega L)^2 \quad (238.30)$$

wird die Wirkleistung $P_{W,2}$ maximal. Ist jetzt $2R_V$ deutlich kleiner als $\sigma \omega L$, so gelten

$$R_{\max} = \sigma \omega L \quad (238.31)$$

und

$$P_{W,2,\max} = \left(\frac{M}{L} \right)^2 \cdot \frac{U_1^2}{2\sigma \omega L}, \quad (238.32)$$

die Spannungsübersetzung U_2/U_1 ist auf $1/\sqrt{2}$ des Leerlaufwertes abgesunken. Die maximal übertragbare Leistung, ist ähnlich wie der maximale (d.h. Kurzschluss-) Strom, umgekehrt proportional zu σ . Im Kurzschluss verschwindet die sekundäre Wirkleistung; der Transformator stellt dann in der behandelten Näherung (keine Verluste) einen reinen Blindwiderstand dar.

Tatsächlich müssen wir bei Leistungsbetrachtungen jedoch die Ohmschen Spulenwiderstände berücksichtigen. Bei der Analyse der Spannungsbeziehungen war das nicht nötig, weil die an den Induktivitäten abfallenden Spannungen i.a. bei weitem überwiegen. Die von den Induktivitäten

aufgenommenen Leistungen dagegen sind reine Blindleistungen, d.h. ihr Zeitmittelwert ist Null, so dass die Ohmschen Verluste in der Leistungsbilanz wesentlich werden können.

Die primäre Wirkleistung muss nicht nur die sekundäre Wirkleistung, sondern auch die Verluste decken. Hierzu zählen die sog. Kupferverluste in den Spulen

$$P_{\text{Cu}} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2, \quad (238.33)$$

ferner Hystereseverluste, die von der periodischen Ummagnetisierung des Eisenkerns herrühren, und schließlich die Verluste durch Wirbelströme. Die zeitabhängige Magnetisierung erzeugt längs des Umfangs eines Querschnitts durch den Eisenkern induzierte Spannungen, die zu geschlossenen Kreisströmen (Wirbelströmen) im Eisen und damit zu weiteren Ohmschen Verlusten führen. Beschreibt man diesen Sachverhalt ersatzweise durch Einführung einer fiktiven zusätzlichen, getrennten Sekundärwicklung, die nahe am Kurzschluss belastet ist, so sieht man, dass die Wirbelströme neben Wirkleistungsverlusten auch beträchtliche zusätzliche Blindströme in den Wicklungen induzieren können. Man versucht die Wirbelströme zu verringern, indem man den Eisenkern aus gegeneinander isolierten dünnen Blechen (Lamellen) aufbaut und Eisenlegierungen mit relativ hohem spezifischen Widerstand benutzt.

Die primär aufgenommene Wirkleistung setzt sich demnach aus drei Anteilen zusammen:

$$P_{W,1} = P_{W,2} + P_{\text{Cu}} + P_{\text{Fe}}, \quad (238.34)$$

wobei P_{Fe} die Hysteres- und Wirbelstromverluste zusammenfasst. Bei guten Transformatoren liegen die Verluste unterhalb von 10% der übertragenen Wirkleistung $P_{W,2}$. Der Verlauf der primären Wirkleistung als Funktion der Belastung ist daher ähnlich wie der der sekundären Wirkleistung; sie bleibt aber im Gegensatz zu dieser im Kurzschluss endlich.

Zeigerdiagramme zum Transformator

Zum Zeichnen von Zeigerdiagrammen (s. Anhang A4) für einen verlustfreien Transformator ($R_V = 0$), der mit einem reinen Wirkwiderstand belastet ist ($X = 0, Z = R$), wird hier eine Konstruktionsvorschrift angegeben (s. Abb. 238.4).

Beginnen Sie entsprechend der Maschenregel (Schaltung siehe Abb. 238.3) $RI_2 + i\omega L_2 I_2 + i\omega M I_1 = 0$. Zeichnen Sie einen Pfeil für RI_2 , senkrecht dazu einen Pfeil für $i\omega L_2 I_2$ (Längenverhältnis $= \omega L_2 / R$). Schließen Sie das Dreieck für den Sekundärkreis durch einen Pfeil für $i\omega M I_1$. Zeichnen Sie jetzt die Primärkreismasche $U_1 = i\omega L_1 I_1 + i\omega M I_2$. Zeichnen Sie $i\omega L_1 I_1$ parallel zu $i\omega M I_1$ (Längenverhältnis $= L_1 / M$). Zeichnen Sie $i\omega M I_2$ parallel zu $i\omega L_2 I_2$ (Längenverhältnis $= M / L_2$). Schließen Sie das Dreieck mit U_1 . Kennzeichnen Sie die Phasenlagen von I_2 durch einen Pfeil parallel zu RI_2 und die Phasenlage von I_1 durch einen Pfeil senkrecht zu $i\omega M I_1$.

In Abb. 238.4 sind Zeigerdiagramme für einen Transformator bei variabler Last und konstanter Amplitude von U_1 gezeichnet. Der Zeitpunkt der „Momentaufnahmen“ der komplexen Zahlen für die Spannungen ist so gewählt, dass der Realteil von U_2 seinen Minimalwert hat. Der Streukoeffizient $\sigma = 0.1$ ist relativ groß, um die Effekte des Streuflusses noch sichtbar zu machen. Ist der Streukoeffizient $\sigma = 0$, so entstehen offenbar zwei ähnliche Dreiecke im Maßstabsverhältnis L_1 / M , und U_2 wird parallel zu U_1 .

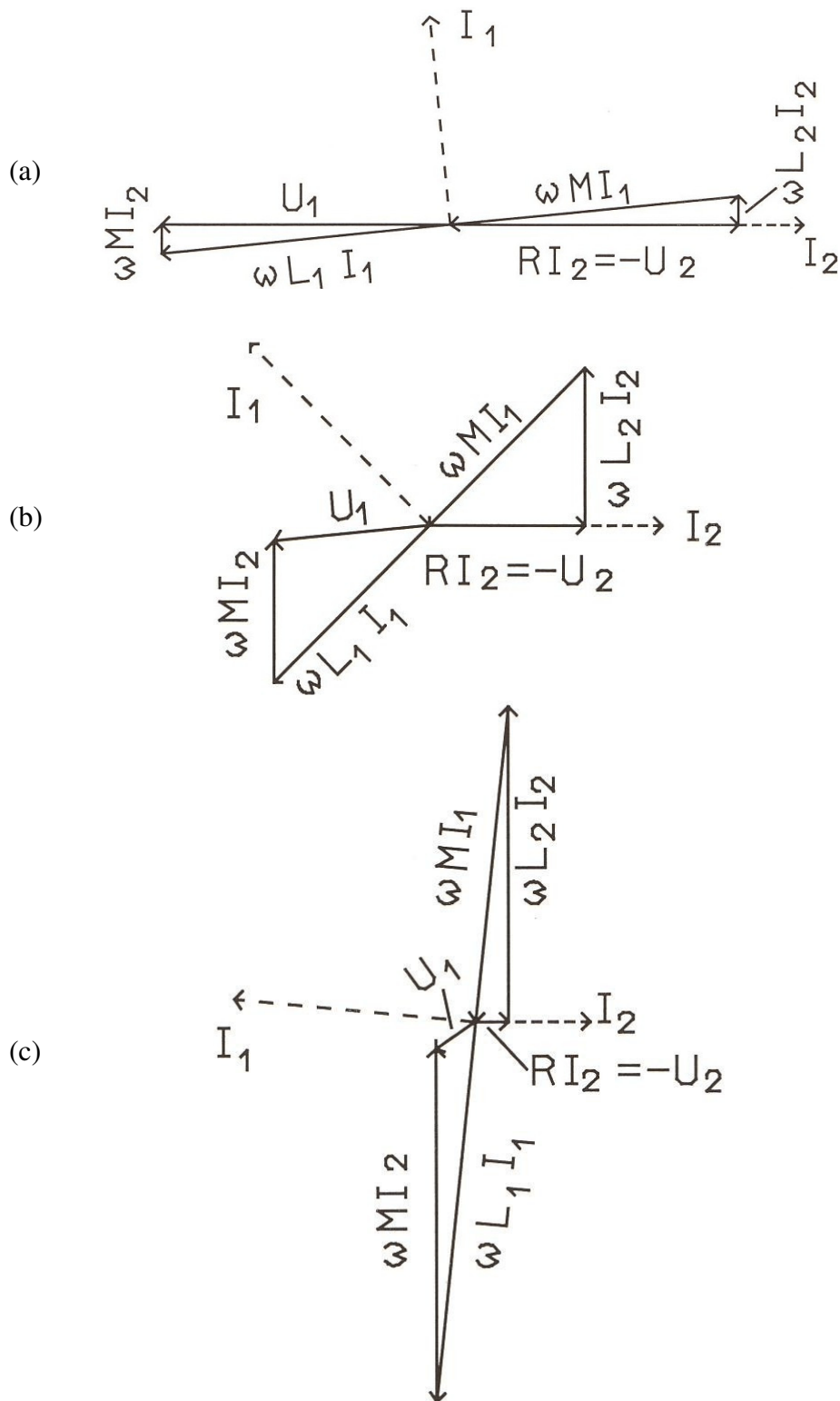


Abbildung 238.4: Zeigerdiagramme eines verlustfreien Transformators, der mit unterschiedlichen reinen Wirkwiderständen R belastet ist und mit konstanter Spannung U_1 angetrieben wird.

Für $R \gg \omega L_2$ (Abb. 238.4(a)) ist U_2 nahezu in Phase mit U_1 , I_1 ist um ca. 90° gegen U_1 phasenverschoben. Mit abnehmendem R (Abb. 238.4(b) und 238.4(c)) dreht I_1 in Gegenphase zu I_2 . Gleichzeitig wächst der Phasenunterschied zwischen U_1 und U_2 , wird für $R = \sigma \omega L_2$ ca. 45° , genauer $\tan \varphi = (1 + \sigma)/(1 - \sigma)$, und erreicht im Kurzschluss den Wert 90° .

238.2 Versuchsdurchführung

ADC/Cassy

Zur Datenaufnahme werden in diesem Versuch Analog/Digitalwandler (ADC) mit PC-Steuerung eingesetzt. Sowohl die primärseitigen als auch die sekundärseitigen Spannungen und Ströme werden über ADCs aufgenommen und am PC angezeigt. Sie können als ASCII-Datei auf einen **mitgebrachten USB-Stick** kopiert werden. Im Praktikum wird das System CASSY von Leybold-Didactic eingesetzt (siehe Anhang A3.2 der Anleitung). Nach dem Booten des PC starten Sie die CASSY-Software mit der Verknüpfung auf dem Desktop.

238.2.1 Vorversuch: Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung

Hinweis 1: Bei den folgenden Versuchsteilen darf der auf einem Widerstand vermerkte **maximal zulässige Strom keinesfalls überschritten werden!** Diese Gefahr besteht insbesondere, falls bei den Schiebewiderständen zu kleine Werte eingestellt werden. Bringen Sie daher die Schiebewiderstände vor dem Anlegen der Spannung zunächst in Mittelstellung.

Hinweis 2: Bei der Strommessung mit dem Amperemeter muss darauf geachtet werden, **zuvor den richtigen Messbereich für hohe Ströme auszuwählen und die Messung nur für ein paar Sekunden durchzuführen, da ansonsten das Messgerät zerstört werden kann!**

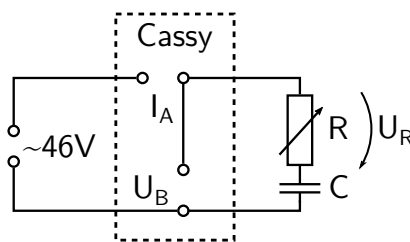


Abbildung 238.5: Schaltung Vorversuch

Aufgabe 238.a: Messen Sie für eine RC-Serienschaltung (Abb. 238.5 bei festem Kondensator C für 10 verschiedene (zu berechnende) Widerstandswerte R die Größen Spannung U_B , Strom I_A , Wirkleistung P_W und die Spannung U_R über dem Widerstand mit dem CASSY-System und parallel mit Volt- bzw. Amperemeter zum Vergleich.

Folgende Bauteile stehen zur Verfügung: 50 Hz-Spannungsquelle $U_{eff} \approx 47 \text{ V}$; diverse Schiebewiderstände mit verschiedenen Widerstandsbereichen; Kondensator ca. $80 \mu\text{F}$.

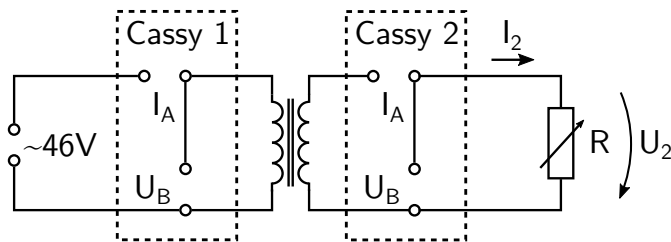


Abbildung 238.6: Schaltung Transformatorversuch

Aufgabe 238.F: Wie groß muss die zulässige Stromstärke des Schiebewiderstandes sein?

Aufgabe 238.G: Ergänze die Schaltungsskizze aus Abb. 238.5 um die benötigten Messgeräte und zeichne sie ins Protokollheft!

Aufgabe 238.b: Auswertung: Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm für diese Schaltung. Berechnen Sie P_S und $\cos(\varphi)$ (φ = Phasenwinkel); tragen Sie P_W , P_S und $P_S \cos(\varphi)$ gegen R ($R = U_R/I$, $P_S = UI$, $\cos(\varphi) = U_R/U$) auf.

Bestimmen Sie die maximale Leistung $P_{W,max}$, welche die Schaltung der Spannungsquelle entnehmen kann, und den entsprechenden Widerstand. Markieren Sie diese Werte in dem entsprechenden Diagramm.

238.2.2 Messungen am Transformator

Aufgabe 238.c: Schaltung:

Schließen Sie die Primärseite des Trafos an die Spannungsquelle (blaue Buchsen im grauen Kästchen an der Wand) an und die Sekundärseite mit geeigneten Widerständen ab. Messen Sie die Wirkleistungen $P_{W,1}$ und $P_{W,2}$, ferner I_2 , I_1 , U_2 und U_1 . Beginnen Sie mit dem Leerlauf (I₂ = 0Ω) und erhöhen Sie I_2 in geeigneten Schritten bis zum Kurzschlussstrom. Ggfs. sind verschiedene Schiebewiderstände zu benutzen.

Legen Sie eine Tabelle für alle Messgrößen und für die durch Auswertung zu bestimmenden Größen

$$\begin{aligned}
 P_{S,1} &= U_1 I_1 && \text{Scheinleistung (primär)} \\
 P_{S,2} &= U_2 I_2 && \text{Scheinleistung (sekundär)} \\
 P_V &= P_{W,1} - P_{W,2} && \text{Verlustleistung} \\
 P_{Cu} &= R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 && \text{Kupferverluste} \\
 P_{Fe} &= P_V - P_{Cu} && \text{Eisenverluste} \\
 \eta &= P_{W,2} / P_{W,1} && \text{Wirkungsgrad}
 \end{aligned}$$

Für die folgende Auswertung beachten Sie: Die in der Auswertungsanleitung angegebenen quantitativen Beziehungen sind teilweise Näherungen. Füllen Sie die angefangene Tabelle vollständig aus (Berechnung von $P_{S,2}$, etc.). Tragen Sie die beiden Wirkleistungen $P_{W,1}$ und $P_{W,2}$, die Verlustleistungen P_{Cu} , P_{Fe} sowie den Wirkungsgrad η gegen I_2 auf.

Aufgabe 238.d: Selbstinduktion:

Bestimmen Sie ωL mit 3 unterschiedlichen Methoden. Leiten Sie die gegebenen Zusammenhänge für die Bestimmung von ωL aus den Gleichungen 238.26, 238.27 bzw. 238.28 her.

- aus dem gemessenen Betrag der Eingangsimpedanz im Leerlauf ($R = \infty \Omega$): $\omega L = U_1 / I_1$
- aus dem gemessenen Betrag der Eingangsimpedanz bei näherungsweise verlustfreiem Trafo ($R_V = 0 \Omega$ und $\sigma = 0$) im Fall von $U_1 / I_1 = R / \sqrt{2}$: $\omega L = R$
- aus der gemessenen Stromübertragung bei vernachlässigbarem Streukoeffizienten ($\sigma = 0$) im Fall von $I_2 / I_1 = 1 / \sqrt{2}$: $\omega L = R + R_V$

Vergleichen Sie die 3 Ergebnisse und diskutieren Sie die jeweiligen systematischen Messunsicherheiten!

Aufgabe 238.e: Streukoeffizient:

Bestimmen Sie $\sigma = 1 - M^2 / L^2$ mit folgenden 4 unterschiedlichen Methoden. Leiten Sie auch den jeweils angegebenen Zusammenhang her.

- aus der gemessenen Stromübertragung im Kurzschlussfall ($I_2 / I_1 = M / L = \sqrt{1 - \sigma}$)
- aus der gemessenen Spannungsübertragung im Leerlauf ($U_2 / U_1 = M / L$)
- aus den gemessenen Beträgen der Eingangsimpedanzen für Kurzschluss und Leerlauf: Verhältnis $= \sigma$. Berücksichtigen Sie, dass $R_V \ll \omega L$ gilt.

Stellen Sie die verschiedenen experimentellen Werte für σ zusammen und diskutieren Sie die systematischen Messunsicherheiten!

Aufgabe 238.f: Spannungsübertragung:

Tragen Sie die gemessenen Werte für die Spannungsübertragung U_2 / U_1 gegen I_2 auf.

Berechnen Sie – mit den gemessenen Werten für M / L und ωL (siehe Aufgaben 238.e,f) und $R = U_2 / I_2$ sowie den auf den Spulen angegebenen Werten für R_V – das Verhältnis U_2 / U_1 und tragen Sie die berechneten Werte in das Diagramm ein.

Versuch 240

Hysterese der Magnetisierung von Eisen

Lernziel: Das Verhalten ferromagnetischer Stoffe im Magnetfeld soll untersucht werden. Die begriffliche Unterscheidung der Größen Magnetische Flussdichte, Magnetische Feldstärke und Magnetisierung (von Materie) sowie Verfahren zu ihrer Messung sollen erlernt werden.

Kenntnisse: Kenngrößen¹ von Magnetfeldern: Magnetische Flussdichte \vec{B} , Magnetische Feldstärke \vec{H} , Magnetischer Fluss Φ , Induktion, Magnetisierung \vec{M} ; Materie im Magnetfeld: Suszeptibilität, Ursachen von Dia-, Para- und Ferromagnetismus; Makroskopische Effekte des Ferromagnetismus, Neukurve (jungfräuliche Kurve), Hystereseschleife, Sättigungsfeld, Remanenzflussdichte, Koerzitivfeldstärke, magnetisch weich und hart, Permeabilität, atomphysikalische Deutung und Temperaturabhängigkeit; Kräfte auf bewegte Ladungen im Magnetfeld, Halleffekt, Hallsonde; Maßeinheiten: Tesla, Gauß, Oersted.

Sicherheitshinweise: Beachten Sie, dass die Ausgangsspannung des Regel-Trenn-Transformators bis zu 230 V beträgt. Stecken Sie die aus dem Trenn-Transformators herauskommenden Sicherheitskabel nur in die dafür vorgesehenen Buchsen an den Spulen.

Literatur: Jedes Grundkurs-Lehrbuch der Experimentalphysik;
Feynman, Lectures, Bd. 2, Kap. 34–37;
Demtröder, Experimentalphysik 2 (Elektrizität und Optik), Kap. 3;
Praktikumslehrbücher: Westphal, Geschke, Walcher
Weizel, Theoretische Physik I, Kap. C III, §15.

Eigenes Material: Für das Abspeichern und den Transfer der Messdaten ist ein eigener USB-Stick (USB 2.0) mitzubringen.

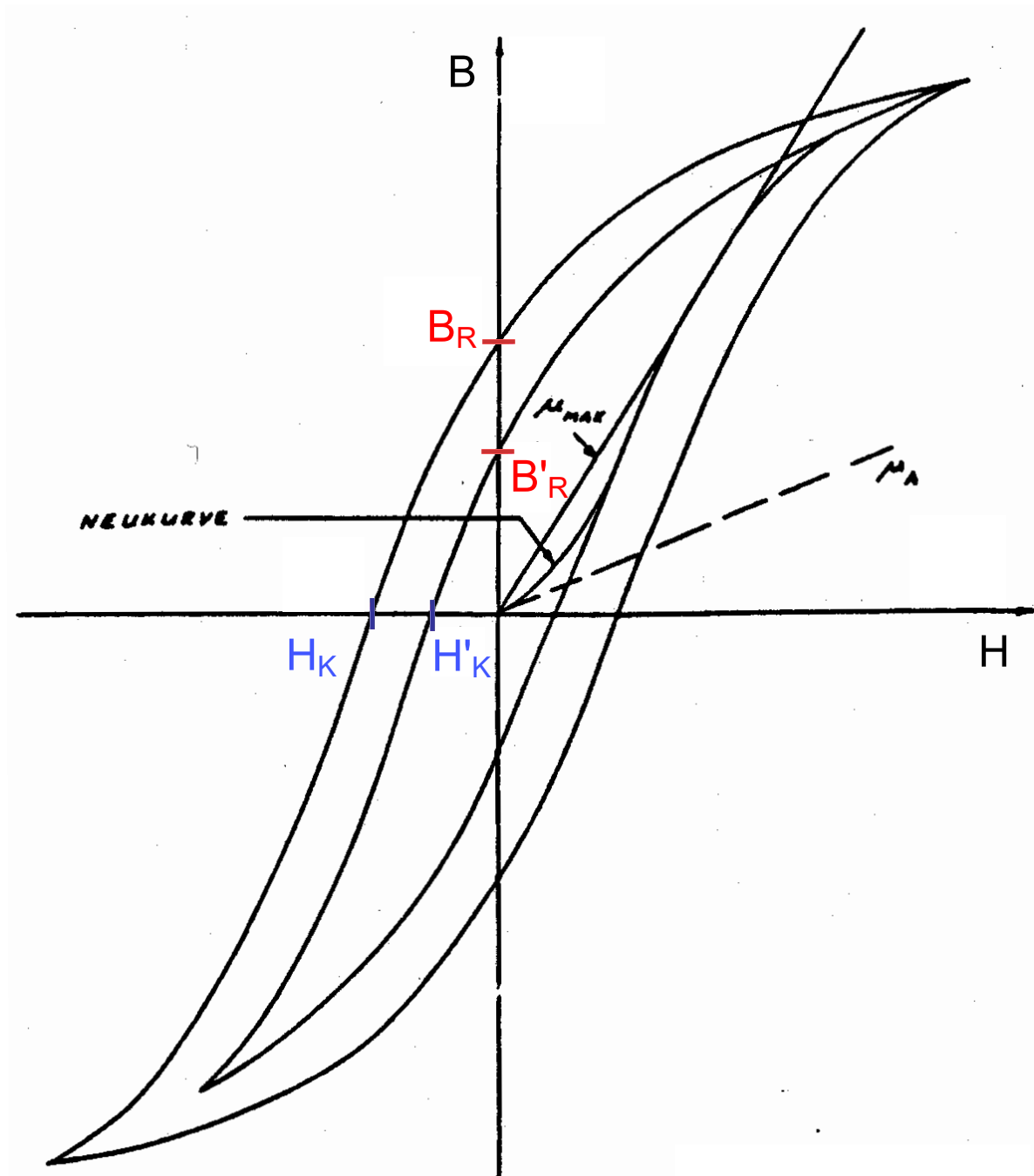


Abbildung 240.1: Hysteresekurve eines Ferromagneten mit Neukurve, Hystereschleife, anfängliche und maximale Permeabilität, Remanenzflussdichte und Koerzitivfeldstärke.

240.1 Erläuterungen

240.1.1 Zur Hysterese

Aufgabe 240.A: Notieren Sie die für diesen Versuch notwendigen Maxwellgleichungen und erklären Sie wofür diese benötigt werden.

Aufgabe 240.B: Zeigen Sie den Zusammenhang zwischen magnetischer Suszeptibilität, Magnetisierung und magnetischer Flußdichte.

Aufgabe 240.C: Wie verhält sich die magnetische Flußdichte in Abhängigkeit vom Magnetfeld für sehr große Magnetfelder, d.h. im Sättigungsbereich?

Abb. 240.1 zeigt das magnetische Verhalten eines ferromagnetischen Stoffes, spez. Eisen. Wird das Eisen (längs der Neukurve) bis zur Sättigung und dann weiter zyklisch magnetisiert, so durchläuft $B = f(H)$ die äußere Hysteresekurve. Beginnt man die zyklische Magnetisierung schon, bevor die Sättigung erreicht ist, so ergibt sich eine solche innere Schleife. Aus diesen Kurven lassen sich die für das spezielle Eisen charakteristischen Größen gewinnen: die *Remanenzflußdichte* B_R , die *Koerzitivfeldstärke* H_K , sowie die *Anfangspermeabilität* μ_A (Steigung der Neukurve im Nullpunkt) und die *maximale Permeabilität* μ_{\max} (Steigung der Tangente vom Nullpunkt an die Neukurve).

Zur Bestimmung dieser Größen für Eisen dient hier ein Eisenkern (siehe Abb. 240.2), wie man ihn beim Transformator antrifft (Trafo-U mit Joch). Auf dem Kern sitzen zwei gleiche Spulen (je 500 Windungen, $R = 2,5 \Omega$), die so von Strom durchflossen werden, dass die erzeugten Magnetfelder sich verstärken. Aus dem Eisenkern ist ein Luftspalt² ausgeschnitten, der über den gesamten Querschnitt des Eisenkerns geht. Die Schlitzweite d ist klein gegen die Querabmessungen des Eisenkerns. Damit ist gewährleistet, dass das Magnetfeld im Luftspalt homogen ist (d.h. der Streufluss ist vernachlässigbar).

Sind \vec{H}_{Fe} , \vec{H}_L und \vec{B}_{Fe} , \vec{B}_L die magnetischen Erregungen bzw. Feldstärken im Eisen und im Luftspalt und ist ℓ_{Fe} die mittlere Länge des Eisenringes (ohne Luftspalt), so gelten folgende Beziehungen:

$$\vec{B}_{\text{Fe}} = \vec{B}_L \quad \text{und} \quad \oint_C \vec{H} d\vec{s} = H_{\text{Fe}} \cdot \ell_{\text{Fe}} + H_L \cdot d = N \cdot I. \quad (240.1)$$

Aufgabe 240.D: Warum gilt die Beziehung $\vec{B}_{\text{Fe}} = \vec{B}_L$?

C ist irgendein geschlossener Integrationsweg, der alle Windungen einmal durchstößt. Hier sei es der Weg durch die Mitte des Eisenkerns und des Luftspaltes. Wegen $B_{\text{Fe}} = B_L = \mu_0 \cdot H_L$ gilt

$$H_{\text{Fe}} = \frac{N \cdot I}{\ell_{\text{Fe}}} - \frac{d}{\mu_0 \cdot \ell_{\text{Fe}}} \cdot B_{\text{Fe}}. \quad (240.2)$$

¹ In den Lehrbüchern herrscht eine gewisse „Beliebigkeit“ in der Namensgebung der Kenngrößen von Magnetfeldern, die sich z.T. aus der historischen Entwicklung verstehen lässt:

\vec{B} = magnetische (Kraft-)Flußdichte: Magnetfeld, magnetische Feldstärke, magnetische Induktion

\vec{H} = magnetische Feldstärke: Magnetfeld, magnetische Erregung

Englisch: magnetic flux density; magnetic field strength; magnetisation

² Als Luftspalt wird das Stück des Ringes bezeichnet, in dem ein unmagnetischer Stoff – wie Luft es ist – eingesetzt ist. Hier ist es der Kunststoff Trovidur. Dies geschieht aus mechanischen Gründen, um das nicht ganz U-förmige Trafoeisen mit dem Querjoch abschließen zu können.

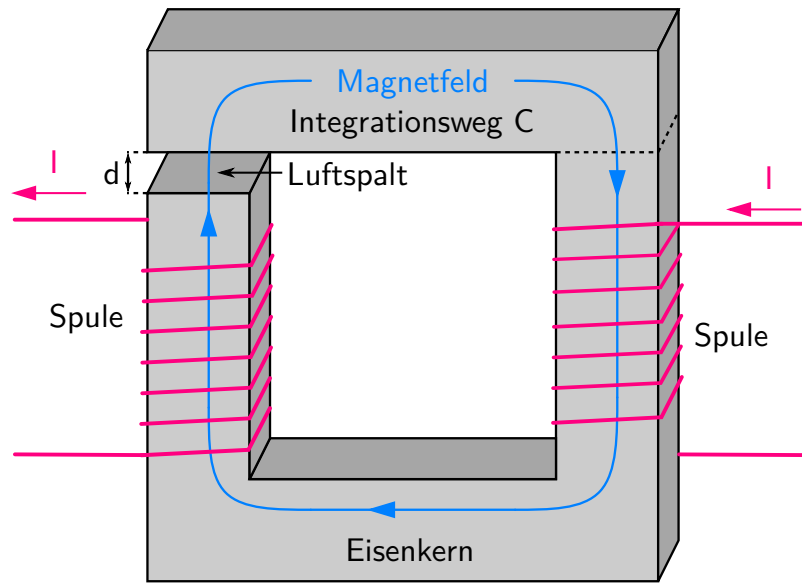


Abbildung 240.2: Eisenkern (Länge $l = (477 \pm 4)$ mm) mit zwei Spulen und einem Luftspalt (Breite $d = (2,00 \pm 0,05)$ mm).

$B_{\text{Fe}} = B_{\text{L}}$ wird im Luftspalt gemessen und daraus H_{Fe} berechnet.

240.1.2 Halleffekt und Hallsonde

Durch einen flachen, streifenförmigen Leiter, der senkrecht von einem Magnetfeld der Flussdichte \vec{B} durchsetzt wird, fließe ein Strom I senkrecht zum Magnetfeld (siehe Abb. 240.3). Auf die Ladungsträger mit der Ladung q des Stroms wirkt die Lorentzkraft \vec{F} . Da alle Vektoren senkrecht aufeinander stehen, gilt für die Beträge:

$$F = q \cdot v_d B, \quad (240.3)$$

wobei v_d die Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger des Stroms im Leiter ist. Im Leiter werden die Ladungsträger auf gekrümmte Bahnen gezwungen. Wenn deren Krümmungsradius groß gegen die Abmessungen des Streifenleiters ist, dann sammeln sich Ladungsträger an einem Rand des Streifenleiters. Diese Ladungsträger fehlen am anderen Rand des Leiters, wo sich eine gleich große Sammlung von Ladungen mit entgegengesetztem Vorzeichen aufbaut. Die so getrennten Ladungsträger erzeugen ein elektrisches Feld \vec{E} , dessen zugehörige Kraft der Lorentzkraft entgegen gerichtet ist. Die Potentialdifferenz, die sich zwischen den Rändern aufbaut, nennt man Hallspannung³. Bezeichnet man die Breite des Leiters mit b (siehe Abb. 240.3), so ergibt sich im Gleichgewicht der Kräfte eine Hallspannung

$$U_H = Eb = v_d Bb. \quad (240.4)$$

³ E.H. Hall: On a New Action of the Magnet on Electric Currents. *American Journal of Mathematics* 2, 287-292 (1879)

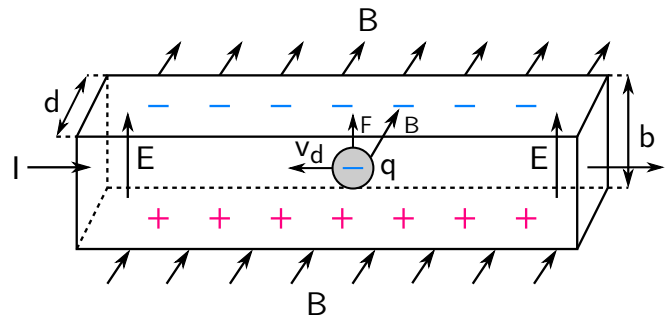


Abbildung 240.3: Halleffekt am Beispiel von negativen Ladungsträgern: Das Magnetfeld steht senkrecht auf dem Streifenleiter der Breite b und Dicke d . Der (technische) Strom I fließt von links nach rechts durch den Leiter. Am oberen und unteren Rand des Streifenleiters sammeln sich Ladungen entgegengesetzten Vorzeichens und bauen ein elektrisches Feld E im Leiter auf.

Der Strom I beträgt

$$I = n \cdot q \cdot v_d A, \quad (240.5)$$

wobei n die Ladungsträgerdichte (Ladungen pro Volumen) im Leiter und $A = b \times d = \text{Breite} \times \text{Dicke}$ seine Querschnittsfläche ist. I wird auch Steuerstrom genannt. Damit wird die Hallspannung (eliminiere v_d):

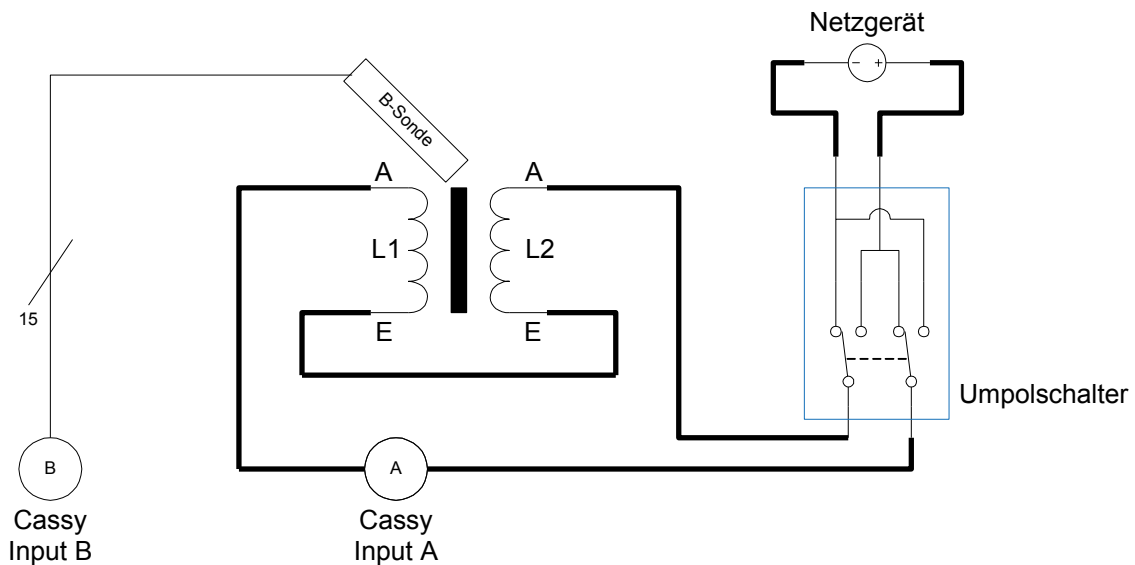
$$U_H = \frac{IB}{nqd} = A_H \frac{I}{d} B = S_H B. \quad (240.6)$$

Die Hallkonstante A_H charakterisiert die Eigenschaften des Leitermaterials. Halbleiter haben niedrige Ladungsträgerdichten n und damit (relativ) hohe Hallspannungen, die dann (relativ einfach) messbar werden. Häufig werden GaAs und InSb eingesetzt. Halbleiter weisen generell eine Temperaturabhängigkeit der Ladungsträgerdichte auf, deren Stärke den erlaubten Bereich der Umgebungstemperatur einschränkt. Bei der Umsetzung des Prinzips in praktisch nutzbare Geräte treten weitere Effekte („Fertigungstoleranzen“) auf, die z.T. mit speziellen Schaltungen⁴ umgangen werden können. Damit muss die Sondenempfindlichkeit S_H geeicht werden.

240.2 Versuchsanordnung

Abb. 240.4 zeigt die elektrische Schaltung des Versuchsaufbaus und listet die benutzten Geräte auf. Die Kombi B-Sonde enthält zwei Hallsonden aus GaAs mit einer Fläche von je $0,2 \text{ mm} \times 0,2 \text{ mm}$. Die Flächen sind so angeordnet, dass mit einer der Sonden das Magnetfeld senkrecht zur Trägerachse (tangentielle Sonde) und mit der anderen das Feld parallel zur Trägerachse (axiale Sonde) nachgewiesen wird. Die Sonden sind linear im Messbereich (0 – 1000) mT und können bis 2 T messen, was jedoch eine detaillierte Eichung des nichtlinearen Bereichs oberhalb 1 T erfordert. Die relative Genauigkeit beträgt 3% bei einer Sondentemperatur von 20°C .

⁴ L. J. van der Pauw, *Philips Research Reports* 13, 1-9 (1958)



Geräteliste:

- Labornetzgerät ((0 – 16) V, (0 – 5) A)
- Umpolschalter (Kreuzschalter)
- Sensor-Cassy USB zur Strommessung
- Kombi B-Sonde für Cassy zur Messung des Magnetfelds
- Eisenkern (Trafo-U-Eisen mit Joch und Spannvorrichtung)
- 2 Spulen mit je 500 Windungen und $R = 2,5 \Omega$ in Reihe geschaltet
- 6 PVC-Messleitungen ($\varnothing 4 \text{ mm}$)

Abbildung 240.4: Beschaltung des Hystereseversuchs. Information zur Datenaufnahme mit dem Cassy System in Anhang [A3.2](#).

240.3 Versuchsdurchführung

Achtung: Gefahr eines mechanischen Bruchs des Hallsondenträgers. Vorsichtig handhaben!

Nach dem Einschalten des Rechners wird das Betriebssystem Windows gestartet. Das System ist so konfiguriert, dass der PC nach jedem Reboot wieder in seinen Ursprungszustand zurückgesetzt wird. Außerdem können Daten ausschließlich auf einem USB-Stick gespeichert werden. Bitte bringen Sie daher zum Versuch einen USB-Stick mit. Nachdem das Betriebssystem Windows fertig geladen ist, startet man mit dem Icon Hysterese das Aufnahmeprogramm (Cassy).

Aufgabe 240.a: Entmagnetisierung: Der Eisenkern zeigt im Allgemeinen eine Restmagnetisierung. Diese muss vor dem eigentlichen Versuch beseitigt werden. Dazu schließt man die Magnetspulen an einen Regeltrafo (Wechselspannung $U = (0 - 260) \text{ V}$) an und führt den Ausgangsstrom kurzzeitig von 0 A bis 4 A hoch und sofort wieder zurück auf 0 A. (Vorsicht: Oberhalb von 4 A spricht die Sicherung an.)

Frage: Brauchen Sie den Umschalter bei der Entmagnetisierung? Warum?

Auf diese Weise wird der Eisenkern bis in die Sättigung gebracht, er durchläuft die größtmögliche Hysteresekurve. Bei der dann folgenden Abnahme der Amplitude des erregenden Stromes (Abnahme der H -Amplitude) ziehen sich die Schleifen auf den Nullpunkt zusammen. Anschließend muss eine Kontrollmessung mit der Hallsonde durchgeführt werden.

Aufgabe 240.b: B-Messung: Mit der Schaltung in Abb. 240.4 wird \vec{B} mit Hilfe der Hallsonde im Luftspalt des Eisenkern als Funktion des erregenden Stromes I gemessen, d.h. Neukurve messen bis zum maximal erreichbaren I , Hysteresekurve durchmessen. Die Ströme sind so zu wählen, dass weder das Magnetfeld $|\vec{B}|$ im Luftspalt 1 T, noch der Strom $|I|$ durch die Spulen 3 A überschreiten (Messbereich des Cassy-Systems).

Aufgabe 240.c: Auswertung: Es ist das wahre H [A/m] im Eisen aus B und I zu berechnen. In einem Diagramm ist B gegen H aufzutragen. Aus dem Diagramm sind μ_A und μ_{\max} in Maßeinheiten von μ_0 zu bestimmen.

Bemerkung: H_{Fe} ergibt sich hier als Differenz zweier ungefähr gleicher Grössen. Die Messungen müssen daher sehr sorgfältig durchgeführt werden.

Versuch 242

Elektrische und magnetische Krafteinwirkung auf geladene Teilchen

Lernziele: Ein Magnetfeld übt auf eine bewegte Ladung eine Kraft aus, sei es ein geladenes Einzelteilchen oder eine geordnete Bewegung vieler Ladungsträger wie z.B. ein Elektronenstrahl oder ein Strom in einem Leiter. Ein elektrisches Feld übt eine Kraft auf eine Ladung aus, egal ob diese stationär ist oder sich bewegt. Die Kraft auf eine Probeladung dient zum Nachweis eines elektrischen Feldes.

Im ersten Versuchsteil wird mit einem Fadenstrahlrohr das Verhalten eines Elektronenstrahls in einem transversalen, homogenen Magnetfeld demonstriert: der Weg des Elektronenstrahles wird durch das Rekombinationsleuchten ionisierter Gasatome sichtbar. Diese Versuchsanordnung ermöglicht die Bestimmung des Wertes der spezifischen Ladung e/m für langsam bewegte Elektronen.

Im zweiten Versuchsteil wird die elektrische Kraftwirkung auf geladene Öltröpfchen nach Millikan gemessen. Damit kann die Größe e der Elementarladung bestimmt werden. Aus e/m und e folgt die Masse des Elektrons.

Kenntnisse: Elementarladung; Lorentz-Kraft; Bewegung von Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern; Erzeugung von Elektronenstrahlen; Biot-Savartsches Gesetz; Magnetfeld von Helmholtz-Spulen; Unterscheidung von magnetischer Flussdichte „ \vec{B} -Feld“, und magnetischer Feldstärke „ \vec{H} -Feld“ (siehe z.B. Demtröder Bd. 2, Kap. 3.1); physikalische Maßeinheiten von \vec{B} und \vec{H} ; Viskosität; Stokessche Reibung; Cunningham-Korrektur; freie Weglänge; Auftrieb.

Sicherheitshinweise: Für die Beschleunigungsspannung in der Elektronenkanone des Fadenstrahlrohres kommt eine Hochspannung bis 300 V zum Einsatz. An den Kondensatorplatten beim Millikan-Versuch liegt eine Hochspannung von bis zu 600 V an. Verwenden Sie für die Verkabelung nur die dafür vorgesehenen Sicherheitskabel.

Literatur: Jedes Grundkurs-Lehrbuch der Experimentalphysik;
Praktikumslehrbücher: Walcher, Geschke

Geräte: Es werden Fadenstrahlrohre der Firma LD Didactic eingesetzt.
Millikanapparatur der Firma Pasco.
Stabilisierte Netzgeräte mit Spannungsanzeige.

242.1 Spezifische Ladung e/m des Elektrons

242.1.1 Erläuterungen e/m

Prinzip des Fadenstrahlrohrs

Das Fadenstrahlrohr funktioniert folgendermaßen: Aus einem Strahlerzeugungssystem („Elektronenkanone“) bestehend aus Glühkathode, Wehnelt-Zylinder und Anode, tritt ein Elektronenbündel in einen Raum aus, in dem sich Wasserstoff unter einem Druck der Größenordnung ($10^{-2} - 10^{-3}$) mbar befindet. Die Elektronen stoßen mit Gasmolekülen zusammen und ionisieren sie, so dass der Weg des Elektronenbündels durch leuchtende Gasatome (Rekombination) sichtbar gemacht ist. Die beim Stoß erzeugten Sekundärelektronen fliegen aus dem Strahl heraus, während die trägen positiven Ionen zurückbleiben und wegen ihrer großen Anzahl und ihrer geringen Geschwindigkeit eine starke positive Raumladung bilden. Unter der Wirkung dieser Raumladung werden auf die Elektronen des aus dem Strahlerzeugungssystem austretenden Bündels radial zur Strahlachse Kräfte ausgeübt, die eine Fokussierung des Elektronenbündels zur Folge haben. Es bildet sich ein „Knotenstrahl“ oder, unter gewissen Bedingungen, ein fadenförmiger Elektronenstrahl („Fadenstrahl“) aus, der ohne weitere elektronenoptische Hilfsmittel das Entladungsrohr durchläuft.

Bestimmung der spezifischen Ladung e/m des Elektrons

Auf die Elektronen des Strahles wirkt die Lorentz-Kraft

$$\vec{F} = e(\vec{v} \times \vec{B}), \quad (242.1)$$

wobei e die Ladung des Elektrons, \vec{v} die Geschwindigkeit des Elektrons und \vec{B} die magnetische Flussdichte ist. Orientiert man das Fadenstrahlrohr im Magnetfeld der Helmholtz-Spulen so, dass der Fadenstrahl die Elektronenkanone senkrecht zur Magnetfeldrichtung verlässt, erhält man als Betrag der Kraft $F = evB$.

Unter der Einwirkung der Lorentz-Kraft wird der Fadenstrahl zu einem Kreisbogen verformt und bei hinreichend starkem Magnetfeld zu einem Vollkreis mit dem Radius r gebogen. Die auf die Elektronen wirkende Lorentz-Kraft F ist dann betragsmäßig gleich der Zentripetalkraft mv^2/r :

$$e \cdot v \cdot B = \frac{mv^2}{r}. \quad (242.2)$$

Die Geschwindigkeit der Elektronen folgt aus dem Energiesatz

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU, \quad (242.3)$$

wobei U die gesamte (Beschleunigung-)Spannung ist, die zwischen Glühkathode und Anode anliegt. Aus Gleichungen 242.2 und 242.3 folgt unmittelbar für die spezifische Ladung des Elektrons

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2 B^2}. \quad (242.4)$$

Alle Größen auf der rechten Seite von Gleichung 242.4 werden gemessen. Misst man U in Volt, r in Meter und B in Tesla, so erhält man e/m in Maßeinheiten von As/kg.

Bestimmung der magnetischen Flussdichte im Zentrum der Helmholtz-Spulen

Die Anordnung nach Helmholtz zur Erzeugung homogener Magnetfelder besteht aus zwei einzelnen kreisförmigen Leitern mit gleichen Radien, deren Mittelpunkte auf der gemeinsamen Achse im Abstand ihrer Radien liegen. Die beiden Leiter werden so beschaltet, dass sie von demselben Strom durchflossen werden. Verwendet man statt Einzelleiter Spulen mit größerem Querschnitt, so sind die Abweichungen von der Homogenität klein, wenn man gewisse Bedingungen hinsichtlich des Querschnittes der Spulen beachtet und den Abstand von Spulenmitte zu Spulenmitte gleich dem mittleren Spulenradius macht. Die magnetische Flussdichte im inneren Bereich eines solchen Helmholtz-Spulen-Systems wird mit dem Biot-Savartschen Gesetz berechnet zu

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \mu_0 \frac{n \cdot I}{R} = 0,716 \cdot \mu_0 \frac{n \cdot I}{R}. \quad (242.5)$$

Dabei sind R der mittlere Spulenradius bzw. der Spulenabstand, n die Windungszahl einer Spule ($n = 130$) und I die Stromstärke, die durch die Spulen fließt. Misst man R in m und I in A, so ergibt sich B in Tesla; für μ_0 ist dabei der Wert $4\pi \cdot 10^{-7} \text{Vs}/(\text{Am}) = 1,256 \cdot 10^{-6} \text{Vs}/(\text{Am})$ einzusetzen.

242.1.2 Versuchsdurchführung e/m

Das Fadenstrahlrohr (Abb. 242.1) besteht aus einem kugelförmigen Glaskolben mit einem Durchmesser von 160 mm und zwei an gegenüberliegenden Stellen eingeschmolzenen Rohrstutzen. In einem dieser Rohrstutzen sind die Halterungen und Zuführungen für das Strahlerzeugungssystem eingeschmolzen, welches sich im Innern des Kolbens befindet. Die Füllung besteht aus Wasserstoff mit einem Druck von ca. 1 Pa.

Das Fadenstrahlrohr ist in einer Halterung so fixiert, dass die Elektronen senkrecht ins Magnetfeld des – ebenfalls in dieser Haltung montierten – Helmholtzspulenpaares eingeschossen werden. Wenn die Elektronen nicht senkrecht eingeschossen werden, erhält man anstatt einer Kreisbahn einen Schraubenbahn. **Wenn dies der Fall sein sollte, geben Sie bitte Ihrem Assistenten Bescheid, der den Aufbau dahingehend für Sie justiert.** In der Halterung befinden sich die Anschlussbuchsen für das Strahlerzeugungssystem und die Helmholtzspulen mit einem aufgedruckten Schaltschema. Der gesamte Aufbau steht auf einem Drehteller.

Inbetriebnahme und Ausführung von Messungen

Schließen Sie jetzt gemäß des aufgedruckten Schaltschemas das Fadenstrahlrohr an das (gelbe) Röhrennetzgerät an.¹ **Lassen Sie Ihre Verkabelung vor Inbetriebnahme vom Assistenten kontrollieren!** Die Heizspannung (6,3 V ~) wird fest gewählt, während die an das Strahlerzeugungssystem angelegte Beschleunigungsspannung mit Hilfe der im Netzanschlussgerät eingebauten Po-

¹ Gebrauchsanweisung siehe: <https://www.leybold-shop.de/physik/geraete/atom-und-kernphysik/physik-des-elektrons/fadenstrahlrohr/555581.html>

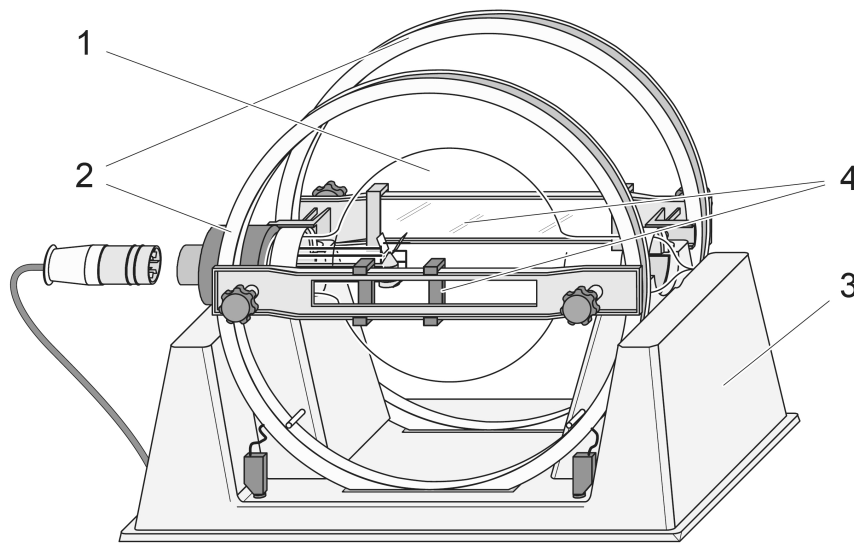


Abbildung 242.1: Fadenstrahlrohr (1) der Firma LD Didactic mit Messvorrichtung (4), die auf einem Ständer (3) mit Helmholtz-Spulen (2) montiert sind.

tentiometer eingestellt werden kann. Mit Hilfe der Spannung am sog. Wehneltzylinder kann der Elektronenstrahl fokussiert werden.

Die Helmholtz-Spulen mit einem Radius und einem Abstand von 150 mm haben jeweils 130 Windungen pro Spule. Schließen Sie diese an das (schwarze) Netzgerät zur Stromversorgung an. Die Spulen dürfen mit einem maximalen Strom von 2 A (kurzzeitig 2,5 A) betrieben werden.

Orientieren Sie den gesamten Aufbau (mit eingerastetem Drehteller) in Nord-Süd-Richtung, so dass Sie die horizontale Komponente des Erdmagnetfeldes später bestimmen können.

Vor der Inbetriebnahme des Fadenstrahlrohres überzeugt man sich davon, dass die beiden Potentiometer für Anodenspannung und Wehnelt-Spannung auf Null stehen. Durch diese Maßnahme vermeidet man, dass beim Einschalten der Heizspannung an Gitter oder Anode des Strahlerzeugungssystems Spannung liegt. Man schließt auf diese Weise mit Sicherheit eine eventuelle Beschädigung der Kathodenschicht während des Anheizvorganges aus.

Erst nach einer Anheizzeit von ca. 3 Minuten betätigt man die beiden Potentiometer und beobachtet nun im gut abgedunkelten Raum das Auftreten des Fadenstrahls. Während man mit dem Potentiometer (0 – 250) V die Höhe der Anodenspannung wählt, lässt sich mit Hilfe des Potentiometers (0 – 50) V die Wehnelt-Spannung geeignet einstellen und damit Schärfe und Helligkeit des Fadenstrahls. Am Einfachsten stellt man die Fokussierung ohne angelegtes Magnetfeld ein, so dass der Elektronenstrahl auf den Glaskolben trifft und dabei das Strahlprofil leicht erkennbar ist.

Wird zwischen den einzelnen Messungen der Elektronenstrahl nicht benötigt, stellen Sie beide Potentiometer wieder auf Null. Durch diese Maßnahme wird die Lebensdauer des Fadenstrahlrohres erheblich verlängert.

Aufgabe 242.a: Experimentelle Bestimmung der spezifischen Ladung:

1. Nach der Anheizzeit (3 Minuten) stellt man den Fadenstrahl geeignet ein und wählt dabei eine bestimmte Beschleunigungsspannung U .

2. Danach schaltet man den Strom durch die Helmholtz-Spulen ein und beobachtet, wie der Fadenstrahl unter der Wirkung des homogenen Magnetfeldes eine Kreisbahn beschreibt.
Zur Bestimmung des Kreisdurchmessers gibt es eine Messvorrichtung bestehend aus einem Lineal mit zwei Schiebern und einem Spiegel zum parallaxefreien Ablesen. Verschieben Sie beim Messen den linken Schieber so, dass Innenkante, Spiegelbild und Austrittsöffnung des Elektronenstrahls auf einer Linie liegen. Den rechten Schieber verschieben Sie bis Innenkante, Spiegelbild und Fadenstrahl ebenfalls auf einer Linie liegen und lesen nun den Durchmesser als Differenz am Lineal ab.
3. Man liest nun den bei der Beschleunigungsspannung U zur Erzeugung eines Vollkreises mit dem Radius r erforderlichen Spulenstrom I am Amperemeter ab.
4. Um die Wirkung des magnetischen Erdfeldes (und anderer ortsfester Störfelder) eliminieren zu können, wird – bei konstant zu haltendem Kreisradius – das Fadenstrahlrohr auf dem Drehteller horizontal um 180° gedreht und dabei der Spulenstrom I so nachgestellt, dass die Elektronen sich wieder auf einer Kreisbahn mit identischem Radius bewegen.
5. Mit einer geänderten Beschleunigungsspannung U wird dieser Messvorgang über einen ausreichenden großen Bereich 10 mal wiederholt. Um einen konstanten Kreisradius bei geänderter Beschleunigungsspannung zu erhalten, kann man den Spulenstrom I nachfahren. Ist das für die Datenanalyse notwendig?

Auswertung

Aufgabe 242.b:

1. Erweitern Sie Gleichung 242.1 um einen Zusatzterm für eine störende magnetische Flussdichte B_E . (B_S sei das durch die Spulen erzeugte Feld, B_E die Komponente des Erdmagnetfeldes in Richtung von B_S).
2. Eliminieren Sie B_E mit den Messungen in beiden Orientierungen des Fadenstrahlrohrs und berechnen Sie B_S aus den Spulendaten und dem Strom I .
3. Stellen Sie die Messdaten in einem Diagramm $(rI)^2$ gegen U dar.
4. Bestimmen Sie mit Hilfe des Diagramms e/m . Geben Sie e/m in C/kg an.
5. Berechnen Sie die Größe von B_E in Tesla.

242.2 Elementarladung e

Die Ladung eines Elektrons, die Elementarladung, soll mit der MILLIKAN²-schen Öltröpfchen-Methode bestimmt werden. MILLIKAN hat als Erster an einem Einzeltropfen gemessen. Er hat nachgewiesen, dass die elektrische Ladung quantisiert ist als ganzzahliges Vielfaches einer Elementarladung e und er hat den Wert von e bestimmt.

² R. A. MILLIKAN, 1868-1953; Phys. Rev. Ser. I, 32, 349-397 (1911); Phys. Rev. Ser. II, 2, 109-143 (1913); Nobelpreis 1923

242.2.1 Erläuterungen e

Mit einem Zerstäuber werden kleine Öltröpfchen erzeugt, die sich in der Regel durch Reibung elektrostatisch aufladen. Wegen der Oberflächenspannung und ihrer Kleinheit haben die Tröpfchen Kugelgestalt. Einige wenige dieser Tröpfchen werden in ein elektrisches Feld (zwischen die Platten eines Kondensators) gebracht, das parallel zur Gravitationsbeschleunigung \vec{g} ausgerichtet ist. Mit der Konvention, dass nach unten gerichtete Kräfte positives Vorzeichen haben, wirken auf einen Öltropfen folgende Kräfte:

1. Die Gravitationskraft, $\vec{F}_g = m\vec{g} = \rho_{\text{Öl}} \frac{4\pi}{3} r^3 \vec{g}$.

Dabei ist $\rho_{\text{Öl}}$ die Massendichte des Öls;
 m die Masse des Tropfens;
 r der Radius des Tropfens.

2. Auftrieb, $\vec{F}_A = -\rho_{\text{Luft}} \frac{4\pi}{3} r^3 \vec{g}$.

Hier ist ρ_{Luft} die Massendichte der Luft, die durch den Öltropfen verdrängt wird. Die Nettokraft aus Gravitation und Auftrieb hängt von der Differenz der Massendichten des Öls und der Luft ab.

3. STOKESSche Reibung, $\vec{F}_R = -6\pi r \eta_{\text{Luft}} \vec{v}$.

Dabei ist \vec{v} die Geschwindigkeit der Kugel und η_{Luft} die Viskosität der Luft.

Frage: Ist hier die dynamische oder die kinematische Viskosität gemeint?

Je nach Summe der externen Kräfte bewegt sich das Teilchen nach oben oder nach unten. Die Richtung der Reibungskraft ist der Geschwindigkeit entgegengesetzt. Die STOKESSche Reibungsformel gilt für die Annahmen der Kontinuumsmechanik, d.h. bei der Wechselwirkung zwischen Fluid und Kugel tritt die Molekülstruktur des Fluid nicht in Erscheinung. Wenn aber der Radius der Kugel in die Größenordnung der freien Weglänge der Moleküle im Fluid liegt oder kleiner ist, wird die Wechselwirkung zwischen Fluid und Kugel zunehmend von der Granularität, d.h. der Molekülstruktur des Fluids bestimmt („Das Öltröpfchen passt ohne Wechselwirkung zwischen die Luftmoleküle“). Unter diesen Umständen überschätzt die STOKESSche Formel die Reibungskraft. Man korrigiert die STOKESSche Formel, indem man die Viskosität der Luft η_{Luft} durch eine effektive Viskosität ersetzt, die in erster Näherung³ durch $\eta_{\text{eff}} = \eta_{\text{Luft}} / (1 + A/r)$ gegeben ist. Der Wert der Konstante A des Korrekturterms ist proportional der freien Weglänge. Bei Bodendruck und für Teilchen größer als 10 μm beträgt die Korrektur weniger als 2% und kann vernachlässigt werden.

Wegen der geschwindigkeitsproportionalen STOKESSchen Reibung erreichen die Öltröpfchen unter der Wirkung von externen Kräften eine Gleichgewichtsgeschwindigkeit (engl. *terminal velocity*). Für die kleinen Öltröpfchen in Luft, die beim MILLIKANversuch benutzt werden, dauert es nach Einschalten des elektrischen Feldes ein paar Millisekunden bis die Endgeschwindigkeit erreicht ist.

4. Elektrostatische Kraft, $\vec{F}_{\text{el}} = q\vec{E}$.

Dabei ist $q = Ne$ die gesamte Ladung auf dem Öltropfen und N die Anzahl der Elementarladungen e . \vec{E} ist das elektrische Feld zwischen den Kondensatorplatten. Je nach Polung der Spannung an den Kondensatorplatten ist die Kraft nach oben oder unten gerichtet.

³ Diese Korrektur geht auf CUNNINGHAM zurück

Für den Fall des sinkenden Tröpfchens (v_{\downarrow}) gilt folgendes Kräftegleichgewicht:

$$\frac{4\pi}{3}r^3(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}})g - 6\pi\eta_{\text{eff}}rv_{\downarrow} = -NeE, \quad (242.6)$$

und für des steigenden Tröpfchens (v_{\uparrow}) entsprechend

$$\frac{4\pi}{3}r^3(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}})g + 6\pi\eta_{\text{eff}}rv_{\uparrow} = +NeE. \quad (242.7)$$

Wenn man beim Experimentieren dieselbe absolute Feldstärke für beide Fälle nutzt, erhält man aus den Gleichungen 242.6 und 242.7 für den Tröpfchenradius

$$r = \sqrt{\frac{9\eta_{\text{eff}}(v_{\downarrow} - v_{\uparrow})}{4g(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}})}}, \quad (242.8)$$

und für die Gesamtladung auf dem Tropfen

$$Ne = 3\pi\eta_{\text{eff}}r \frac{v_{\downarrow} + v_{\uparrow}}{E}. \quad (242.9)$$

Aufgabe 242.A: Skizzieren Sie für die beiden Fälle aufsteigendes und fallendes Öltröpfchen die Kraftvektoren, die auf den Tropfen wirken und die Polung der Kondensatorplatten.

242.2.2 Versuchsdurchführung e_0

Wir verwenden die kommerziell erhältliche MILLIKANapparatur der Firma Pasco⁴. Abb. 242.2 zeigt eine Aufsicht der Apparatur und erläutert die wichtigsten Komponenten. Ferner benötigt man ein gut stabilisiertes Netzgerät, das bis zu 500 V Gleichspannung und mindestens 10 mA Strom liefern kann (bei dem verwendeten Netzgerät wird die eingestellte Spannung angezeigt), eine Spannungsversorgung für die Lampe, eine Stoppuhr und Kabel.

- Zur **Vorbereitung** werden die elektrischen Verbindungen (500 V Netzgerät an Buchsen Kondensatorspannung; 12 V Netzgerät an Lampengehäuse) hergestellt. Der Umpolschalter für die Kondensatorspannung wird auf die Mittelstellung („plates grounded“) gebracht; damit sind die Kondensatorplatten von dem 500 V Netzgerät getrennt und miteinander elektrisch verbunden.

Frage: Warum ist dies für die Befüllung der Kondensatorkammer mit Öltröpfchen wichtig?

- Der Schalter für die Zusatzionisation wird in die Mittelstellung („Spray Droplet Position“) gebracht; damit wird ein Entlüftungsloch in der Kondensatorkammer geöffnet durch das Luft aus der Kammer beim Einfüllen der Öltröpfchen entweichen kann. Mit der eingebauten Wasserwaage wird die Apparatur horizontal ausgerichtet.

Frage: Was passiert, wenn die Apparatur NICHT-horizontal ausgerichtet ist?

⁴ Die erste Version wurde Mitte der 1960-er Jahre hergestellt. Die Firma Pasco stellt unter www.pasco.com eine ausführliche Bedienungsanleitung zur Verfügung, die als Ergänzung zu dieser Versuchsbeschreibung nutzbar ist.

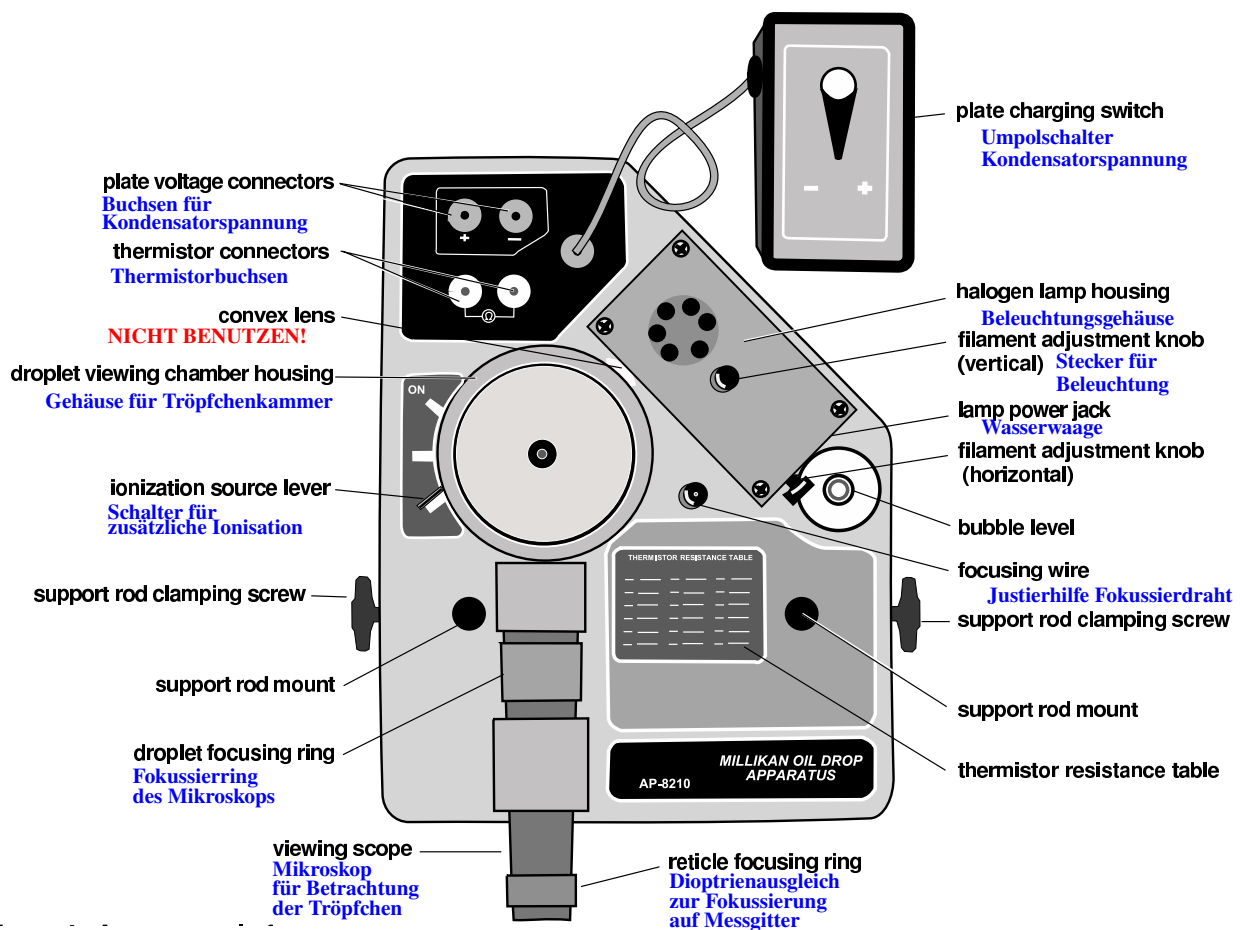


Abbildung 242.2: Aufsicht auf die Millikan-Apparatur

- Das optische System ist zu kontrollieren und ggf. zu justieren. Das Mess- und Beobachtungsmikroskop („viewing scope“) besteht aus Objektiv und Okular. Das Messgitter wird mit dem Okular wie eine Lupe betrachtet, mit dem Dioptrienausgleichsring („recticle focussing ring“) scharf gestellt und so dem individuellen Auge des Beobachters angepasst. Das Objektiv bildet die Öltröpfchen auf ein „Zwischenbild“ im Mikroskop ab; durch Variation des Abstands zwischen Objektiv und der Kombination Okular/Messgitter mit dem Fokusserring („droplet focussing ring“) wird das Messgitter in die Zwischenbildebene gebracht, sodass die Bilder der Öltröpfchen und die Gitterstriche gleichzeitig scharf erscheinen.
- Die Öltröpfchen werden durch ein Loch in der Mitte der kreisförmigen Kondensatorplatten in die Kondensatorkammer geführt. Durch dieses Loch kann man den Fokussierdraht („focusing wire“) als Justierhilfe einführen und als Objekt bei der Justage des Mikroskops nützen. Die optische Achse des Mikroskops ist auf einen geschwärzten Teil der Kondensatorkammer gerichtet. Die Öltröpfchen werden schräg zur optischen Achse beleuchtet und erscheinen als helle Punkte vor einem dunklen Hintergrund (Dunkelfeldbeleuchtung). Die Beleuchtung ist optimal, wenn die rechte Kante des Fokussierdrahtes den höchsten Kontrast zur Drahtmitte

hat (einstellbar am „horizontal filament adjustment knob“) und der Draht am hellsten im Bereich des Messgitters leuchtet (einstellbar am „vertical filament adjustment knob“).

- Wenn noch nicht geschehen, so ist der Schutzdeckel („droplet hole cover“) über dem Einfüllloch in der oberen Kondensatorplatte zu entfernen.

Hinweis: "Weniger ist mehr!" Wenn für das Einbringen des Öls durch das Loch der oberen Kondensatorplatte zu viel bzw. zu häufig gesprüht wird, kann sich das Loch mit Öl zusetzen. (Dann hilft auch kein weiteres Öl mehr!) Wenn Sie also trotz mehrfachen Einsprühens keine Tröpfchen sehen, dann **trennen Sie das Millikan-Gerät von der Stromversorgung**, nehmen die obere Kondensatorplatte heraus und reinigen sie.

Motivation: Das Sichtbarmachen der Tröpfchen gelingt häufig nicht beim ersten Versuch. Üben Sie sich bitte in Geduld.

Aufgabe 242.c: Erste Aufgabe mit der vorbereiteten Apparatur ist es, Öltröpfchen in die Kondensatorkammer zu sprühen. Dazu wird der Gummiball des Zerstäuber vielfach schnell gedrückt, während die Austrittsdüse auf ein Stück Papier gerichtet ist. Wenn auf dem Papier Öl sichtbar wird, kann die MILLIKANSche Apparatur mit Öltröpfchen gefüllt werden. Die Austrittsdüse wird über das Loch im Deckel des Gehäuses der Tröpfchenkammer gehalten und mit nur EINEM Druck auf dem Ball Öltröpfchen in die Öffnung gesprüht. Es ist wichtig, das so wenig Tröpfchen wie möglich in die Kondensatorkammer gelangen, da sonst nicht nur die Identifikation einzelner Tropfen schwierig wird, sondern auch durch die Vielzahl an Tropfen im Beleuchtungsstrahl ein undurchdringlicher Nebel entstehen kann. Wenn dieses Unglück passiert ist, muss man mehrere Minuten warten, bis die Tropfen aus dem Gesichtsfeld sedimentiert sind; u.U. kann man durch Zuschalten des elektrischen Feldes diesen Prozess beschleunigen. Wenn im Gesichtsfeld des Mikroskops helle Öltröpfchen sichtbar sind, wird das Entlüftungsloch geschlossen; dies verhindert den Zutritt weiterer Tröpfchen aus dem Gehäusevolumen oberhalb der Kondensatorkammer. Sicherheitshalber sollte das Eintrittsloch in die Kondensatorkammer in der oberen Kondensatorplatte mit dem schwarzen Stopfen verschlossen werden.

Aufgabe 242.d: Es ist ein für die Messung geeignetes Öltröpfchen zu suchen. Durch Einschalten des elektrischen Feldes in beiden Richtungen werden geladene Tröpfchen identifiziert. Die Endgeschwindigkeit sollte zwischen 0,1 mm/s und 0,01 mm/s liegen. Bewegt sich ein Tröpfchen unter Einfluss des elektrischen Feldes zu schnell, so trägt es wahrscheinlich eine zu hohe Anzahl N von Elementarladungen. Falls kein geeignetes geladenes Teilchen zu finden ist, kann bei abgeschalteten elektrischen Feld die radioaktive Quelle für Zusatzionisation kurz zugeschaltet werden. Teilchen, die zu geringe Masse haben („zu klein sind“), wird durch Molekülstöße eine BROWNSchen Zitterbahn überlagert, sodass die Endgeschwindigkeit nicht bestimmt werden kann.

Aufgabe 242.e: Es ist für den ausgewählten Tropfen die Endgeschwindigkeit zu messen, und zwar sowohl in beiden Feldrichtungen als auch bei abgeschaltetem Feld. Aus den Gleichungen 242.6 und 242.7 kann man ableiten, dass zwischen den drei Geschwindigkeiten die Beziehung

$$2v_0 = v_{\downarrow} - v_{\uparrow} \quad (242.10)$$

Strichabstand Messgitter: Grobeinteilung	0,5 mm
Feineinteilung	0,1 mm
Abstand Kondensatorplatten	steht auf der Apparatur
Massendichte des Öls	886 kg/m ³
Massendichte Luft	1,225 kg/m ³ (bei 15 °C, 1013 hPa)
Dynamische Viskosität von Luft bei 1 atm (nach Kohlrausch):	
bei 0 °C	17,20 µPa s
bei 20 °C	18,19 µPa s
bei 40 °C	19,12 µPa s
(Die Angaben zur Viskosität in der Pasco Anleitung weichen um ca. 0.3% ab)	

Tabelle 242.1: Daten zur MILLIKANapparatur

im Rahmen der Messgenauigkeit gelten muss. Falls dies nicht der Fall ist, hat sich die Anzahl der Ladungen auf dem Öltröpfchen während der Messung geändert und damit ist diese Messung nicht auswertbar. Dokumentieren Sie die Überprüfung dieses Zusammenhangs für Ihre Daten in der Auswertung im Protokollheft.

Aufgabe 242.B: Beweisen Sie Gleichung 242.10.

Aufgabe 242.f: Die Messungen der drei Endgeschwindigkeiten sind an einem Tröpfchen mindestens 5 mal zu wiederholen. Dieses Verfahren wenden Sie bitte für mindestens 10 verschiedene Tröpfchen an.

Hinweis. Falls einzelne Experimente nicht ausreichend Statistik sammeln konnten, dürfen Sie die Daten in der gesamten Praktikumsgruppe zusammen nehmen.

242.2.3 Auswertung e_0

Aufgabe 242.g: Näherungsweise Bestimmung der Gesamtladung auf den Tröpfchen und des Teilchenradius ohne Cunningham-Korrektur: Aus der Zimmertemperatur wird die Viskosität der Luft durch Interpolation der Werte in Tabelle 242.1 bestimmt. Dann wird mit den Gleichungen 242.8 und 242.9 die ungefähre Ladung $q_{S,i}$ und der Radius r_i mit der unkorrigierten STOKESSchen Viskositätsformel (d.h. mit η_{Luft} anstatt mit η_{eff}) aus den gemessenen Geschwindigkeiten für jedes Tröpfchen i berechnet.

Aufgabe 242.h: Bestimmung der Anzahl N_i der Ladungen auf den Tröpfchen: Man suche den größten gemeinsamen Teiler für alle gefundenen Ladungen $q_{S,i}$. Damit kennt man die ganzzahlige Anzahl N_i der Elementarladungen auf jedem Teilchen und erhält so eine Reihe von ungefähren Werten $e_{S,i} = q_{S,i}/N_i$ für die Elementarladung. Tipp: Hierfür kann es nützlich sein, die Daten graphisch aufzutragen.

Aufgabe 242.i: Anbringen der Cunningham-Korrektur: Aus den Gleichungen 242.8 und 242.9 kann man ableiten, dass die unkorrigierten Werte $e_{S,i}$ für die Elementarladungen mit dem korrigiertem Wert e_0 durch

$$e_0 = e_{S,i} \times \left(1 + \frac{A}{r_i}\right)^{-\frac{3}{2}} \quad (242.11)$$

verbunden sind. Umgestellt lautet Gleichung 242.11

$$(e_{S,i})^{\frac{2}{3}} = (e_0)^{\frac{2}{3}} \times \left(1 + \frac{A}{r_i}\right). \quad (242.12)$$

Ein Graph von $(e_{S,i})^{2/3}$ gegen $1/r_i$ ergibt eine Gerade, aus deren Achsenabschnitt man die gesuchte Elementarladung e_0 bestimmt. Der Graph bietet gleichzeitig eine augenfällige Kontrolle, ob man die Anzahl N_i auf den einzelnen Tröpfchen richtig bestimmt hat.

Aufgabe 242.j: Beweisen Sie Gleichung 242.11.

242.3 Masse des Elektrons

Aufgabe 242.k: Berechnen Sie die Masse des Elektrons aus den bestimmten Fundamentalkonstanten e/m und e_0 .

Symbolverzeichnis

Bezeichnung	Formelzeichen	Einheit	Versuch
Abbildungsmaßstab	γ	-	100, 362, 364
Abklingkonstante	β	s^{-1}	236
Adiabatenkoeffizient	κ	-	110
Amplitude / Ausschlag	φ		102, 236, 368
Anzahl	n / N	-	102, 106, 236, 238, 242, 364, 368
Auflösungsvermögen	A	m	366, 368
Beweglichkeit (Ladungsträger)	μ	$m^2 V^{-1} s^{-1}$	232
Biegungsstrecke	c	m	108
Bildgröße	B	m	100, 362, 364
Bildweite	b	m	100, 362, 364
Boltzmann-Konstante	k	JK^{-1}	372
Brechzahl / Brechungsindex	n	-	362, 364, 366, 370
Breite	$b / B / d / D$	m	108, 240, 366, 368
Brennpunkt	F	-	362
Brennweite	f	m	100, 362, 364, 386, 372
Dämpfungskonstante	ρ	$kg s^{-1}$	236
Dämpfungsverhältnis	K	-	102
Dehnung	ϵ	-	108
Dicke	d	m	106, 108
Drehimpuls	L	$kg m^2 s^{-1}$	106
Drehmoment	M	N m	104, 106, 108, 236
Druck	p	Pa	110
Durchmesser	D	m	364
Eigenfrequenz	ω_0	Hz	102, 110, 234
Elastizitätsmodul	E	$kg m^{-1} s^{-2}$	108
Elementarladung	e	C	242
Emissionsgrad	ϵ	-	372
Energie	E	J	112, 232, 372
Erdbeschleunigung	g	$m s^{-2}$	104, 110, 242
Feld(-stärke) (elektrisch)	E	$V m^{-1}$	240, 242, 368, 370

Feld(-stärke) (magnetisch)	H	A m^{-1}	240
Fläche	A	m^2	240, 372
Flächenträgheitsmoment	I	m^4	108
Fluss (magnetisch)	Φ	Wb	236, 238, 240, 372
Flussdichte (magnetisch)	B	T	236, 242
Freiheitsgrad	f	-	110
Frequenz	ν / ω	Hz	102, 234, 238, 368, 372
Galvanometerkonstante	G	N m A^{-1}	236
Gegenstandsgröße	G	m	100, 362, 364
Gegenstandsweite	g	m	100, 362, 364
Geschwindigkeit	v	m s^{-1}	240, 242
Gitterkonstante	g	m	368
Güte	Q	-	102, 234
Hallkonstante	A_H	$\text{m}^3 \text{C}^{-1}$	240
Hauptebene	H	-	362
Höhe	h	m	106, 108
Impedanz	Z	Ω	238
Induktivität	L / M	H	234, 238
Intensität	I	kg s^{-3}	368, 370
Kapazität	C	F	234
Knicklast/-kraft	F_0	N	108
Koerzitivfeldstärke	H_K	A m^{-1}	240
Konzentration (einer Substanz)	c	mol L^{-1}	370
Kraft	F	N	108, 242
Krümmungsradius	ρ	rad	108
Ladung	q	C	234, 242
Ladungsmenge	Q	-	236
Ladungsträgerdichte	n	m^{-3}	232, 240
Länge	$l / a / b / \Lambda$	m	108, 112, 236, 240, 268, 270
Längselement	dl	m	108
Leistung	P	W	232, 238, 372
Leitfähigkeit (elektrisch)	σ	$\text{A V}^{-1} \text{m}^{-1}$	232
Lichtgeschwindigkeit	c	m s^{-1}	368, 370, 372
Linse	L	-	362
Lorentzkraft	F	N	240, 242
Magnetisierung	M	A m^{-1}	240
Masse	m	kg	104, 106, 108, 110, 242
Massendichte	ρ	kg m^{-3}	242

Mittelpunktsstrahl	M	-	362
Ordnung	m	-	368
Periodendauer	θ / T	s	110
Permeabilität	μ	H m^{-1}	240, 242
Phasenlage	δ	-	368
Phasenwinkel	φ / α		234, 238
Plancksches Wirkungsquantum	h	J s	372
Polarisationsgrad	PG	-	370
Radius	r / R	m	104, 108, 110, 242, 368
Remanenzflussdichte	B_R	T	240
Richtkonstante	D	N m rad^{-1}	108, 236
Schubmodul	S	Pa	108
Schwerpunkt	S	-	104
Schwingungsdauer	T	s	104, 108, 110
Sehweite	s_0	m	364
Sehwinkel	α		364
Skalenteile	$l/x/y$	m	232
Sondenempfindlichkeit	S_H	V	240
Spannung	U	V	232, 234, 236, 238, 240, 242, 372
Spannung (mechanisch)	σ	Pa	108
Stefan-Boltzmann-Konstante	σ	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$	372
Stoffmenge	n	mol	110
Streukoeffizient	σ	m^{-1}	238
Strom	I	A	232, 234, 236, 238, 240, 242, 372
Stromempfindlichkeit	c_I	rad A^{-1}	236
Temperatur (Celsius)	ϑ	°C	232
Temperatur (Kelvin)	T	K	110, 112, 232, 372
Temperaturkoeffizient	α / β	K^{-1}	232, 372
Trägheitsmoment	Θ	kg m^2	104, 108, 236
Umlaufzeit	T	s	102, 106
Vergrößerung / Verstärkung	V	-	364, 372
Vermögen (Absorption)	\mathfrak{A}	-	372
Vermögen (Emission)	\mathfrak{E}	-	372
Vermögen (Reflexion)	\mathfrak{R}	-	372
Vermögen (Transmission)	\mathfrak{T}	-	372
Viskosität	η	Pa s	242
Volumen	V	m^3	110

Wärmeausdehnungskoeffizient	α	K^{-1}	112
Wärmekapazität	C	J K^{-1}	110
Wärmekapazität (molar)	c_m	$\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$	110
Wärmekapazität (spezifisch)	c	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	110
Wärmemenge	Q	J	110
Wellenlänge	λ	m	364, 366, 368, 370, 372
Wellenzahlvektor	k	m^{-1}	368
Wertigkeiten (Ladungsträger)	z		232
Widerstand	R	Ω	232, 234, 236, 240, 372
Widerstand (Imaginärteil)	X	Ω	238
Widerstand (spezifisch)	ρ	$\Omega \text{ m}$	232
Winkel	$\alpha / \beta / \gamma / \delta / \varphi / \Omega / \psi$		236, 366, 368, 370
Wirkungsgrad	η	-	238
Zeit	t / τ	s	102, 236, 368

C = Coulomb, F = Farad, H = Henry, Hz = Hertz, J = Joule, Pa = Pascal, T = Tesla, W = Watt, Wb = Weber

Raumplan

Nr.	Bezeichnung	Raum	Tel.
102/N02	Freie und erzwungene Schwingungen mit Dämpfung	AVZ: 0.028	3715
		AVZ: 0.036	3715
104	Physisches Pendel	WPHS: U1.009	4774
106/N06	Trägheitsmoment/Trägheitsmoment, physisches Pendel	WPHS: 0.013	4770
108	Elastizitätskonstanten, Biegung und Knickung	AVZ: 0.026	3715
		AVZ: 0.027	3715
110/N10	Spezifische Wärmekapazität	AVZ: 0.034	3715
		AVZ: 0.035	3715
112	Wärmeausdehnung von Festkörpern	WPHS: U1.012	2789
232/N32	Gleichströme, Spannungsquellen und Widerstände	AVZ: 0.026	3715
		AVZ: 0.027	3715
234/N34	Wechselstromwiderstände, RC-Glieder und Schwingkreis	WPHS: 0.011	2794
236	Galvanometer	WPHS: 0.012	2795
238	Transformator	WPHS: 0.010	4769
240	Magnetisierung von Eisen	AVZ: 0.034	3715
		AVZ: 0.035	3715
242/N42	Kraftwirkung auf Ladungen (Fadenstrahlrohr)	WPHS: U1.011	4772
242	Kraftwirkung auf Ladungen (Millikan-Versuch)	WPHS: U1.012	2789
362	Linsen und Linsensysteme	WPHS: 0.011	2794
N62	Linsen und Linsensysteme	WPHS: U1.009	4774
364	Fernrohr und Mikroskop	WPHS: U1.009	4774
		WPHS: U1.011	4772
366/N66	Prismen-Spektralapparat	WPHS: U1.005	2791
		WPHS: U1.006	4776
368	Beugung und Interferenz	WPHS: 0.012	2795
370/N70	Polarisation von Licht	WPHS: U1.007	3559
		WPHS: U1.008	4775
372	Wärmestrahlung	WPHS: U1.012	2789

Die Versuche stehen im Wolfgang-Paul-Hörsaal-Gebäude, Kreuzbergweg 28 (Raumnummern angegeben) oder im AVZ I, Endenicher Allee 11, im Erdgeschoss links.