

09.03.2022

Versuch 366: Prismen-Spektalapparat

Theoretische Grundlagen

In diesem Versuch wird mit einem Prismen-Spektalapparat gearbeitet, um die Wellenlängen einer Hg/Cd-Lampe und einer unbekannten Lampe/eines unbekannten Elementes zu untersuchen. Hierbei wird die Dispersion ~~unter~~ ^{an} einem Prisma ausgenutzt.

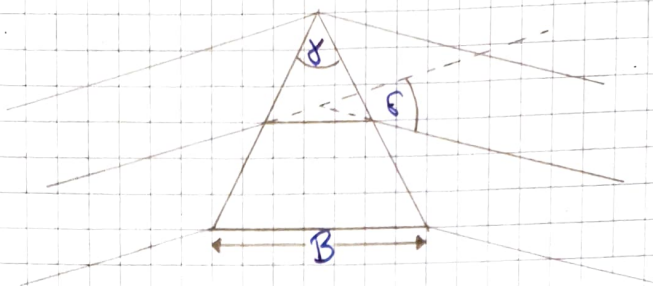


Abbildung 366.1: Schematische Darstellung der Lichtbrechung an einem Prisma

Wenn für die grüne Hg-Linie das Maximum der Ablenkung eingestellt wird, gilt für den betrachteten Bereich näherungsweise:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\delta + \gamma}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)} \quad \text{mit } \gamma = \frac{4}{3}(\alpha_1 - \alpha_2)$$

Hierbei ist α_i die Winkel der Reflexionsbilder sind, wenn das Licht auf die brechende Kante geleitet wird.

Dieser Brechungsindex ist abhängig ~~von~~ ^{und lässt sich} von der Wellenlänge ~~über~~ ^{über} einen eingeschränkten Wellenlängenbereich nach Cauchy empirisch durch

$$n(\lambda) = k_0 + \frac{k_1}{\lambda^2} + \dots \quad \text{mit } k_1, k_0 = \text{const.}$$

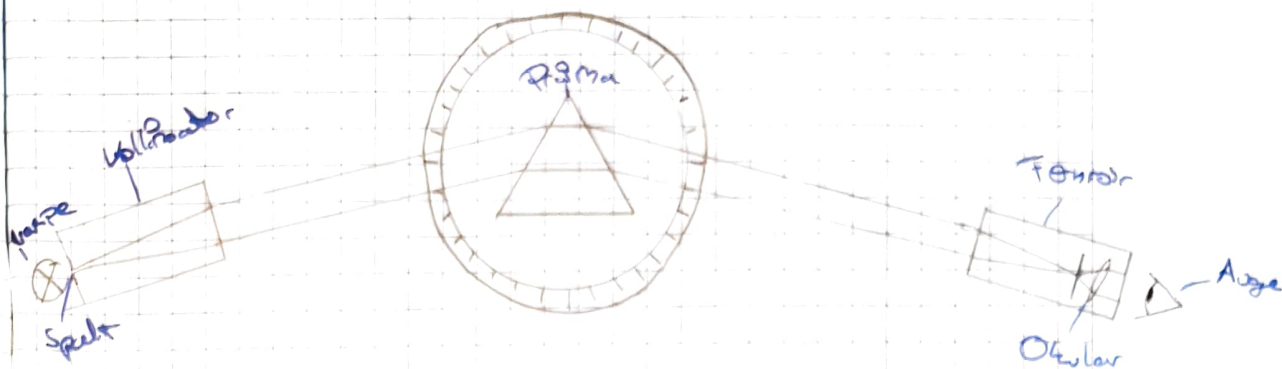
beschreiben (eine neuere Variante lautet: $n^2(\lambda) = k_0' + \frac{k_1'}{\lambda^2} + \dots$)

Auf Grund der endlichen Breite des Strahls tritt Beugung auf. Somit ist das Auflösungsvermögen

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \left| \frac{dn}{d\lambda} \right| \cdot b$$

mit $\Delta\lambda$: Differenz der Wellenlängen zweier gerade noch getrennt beobachtbaren Linien.

begrenzt.



Aufgabe 366.2: Versuchsaufbau

Frage: Warum ist ein parallel einfallendes Strahlenbündel erforderlich?

Der Ablenkwinkel δ sollte nur von dem Beugungsgitter n abhängen. Sonst sollte der Einfallswinkel fixiert sein für alle Strahlen, also ein parallel einfallendes Strahlenbündel. ✓ gute Einleitung!

Messung

Aufgabe 366.b

$$\Delta x = 7'$$

Spaltbreite

$$\alpha_2 = 72,5^\circ$$

$$\alpha_1 = 6^\circ$$

$$= (72,7 \pm \frac{5}{60})^\circ$$

$$= 24,7^\circ \pm 0'$$

$$\text{Nullposition: } \delta_0 = (7 \pm 7)'$$

$$\text{Basishöhe: } 3$$

$$B = 13,3 \pm 0,12$$

$$\text{Beide Linse: } \Delta D = 11,5 \pm 0,12$$

Aufgabe 366.c

$$\Delta \delta = 7'$$

(Beide der Linien + Ungenauigkeit beim Ablesen des Non.us)

Hg/Cd-Lampe:

Farbe	Ablenkung [$^\circ$ + ']
Rot	47,5 + 25
Gelbgrün	48 + 25
Grün	48,5 + 13
Türkis	49 + 4
Türkis	49 + 11
Türkis	49 + 25
Blaugrün	49,5 + 9
Blaugrün	49,5 + 21
Violett	50,5 + 2

Aufgabe 366. d

Lampe 4

Farbe	Ablenkung [$^{\circ}$]
Rot	$47,5 + 10$
Rot	$48 + 3$
Gelb	$48 + 25$
Grün	$48,5 + 14$
Türkis	$49 + 21$
Türkis	$49 + 26$
Blau	$50,5 + 3$
Violett	$51 + 20$
Violett	$51 + 29$

Auswertung

Aufgabe 366. b

Es wird der berechnete Winkel von der Prismakante

$$\gamma = \frac{1}{2} (\alpha_1 - \alpha_2) \quad \Delta\gamma = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \Delta\alpha_1\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \Delta\alpha_2\right)^2}$$

$$\rightarrow \gamma = (59,96 \pm 0,08)^{\circ} \checkmark$$

Somit ist annäherungsweise ein gleichseitiges Dreieck gegeben. \checkmark

Aufgabe 366. c

In dieser Aufgabe soll die Messapparatur mit Hilfe einer bekannten HgCd-Lampe kalibriert werden. Hierzu wird zunächst eine Kalibrationskurve mit Hilfe des Spektrums der Lampe angefertigt. Hierbei gilt

$n(\lambda) = k_0 + \frac{k_1}{\lambda} + \dots$ sowie $n = \frac{s_1 \cdot n_1}{s_2 \cdot n_2}$

Damit folgt für die Wellenlänge

$$\lambda = \frac{k_0 \cdot \frac{s_1 \cdot n_1}{s_2 \cdot n_2} + \frac{k_1 \cdot \frac{s_1 \cdot n_1}{s_2 \cdot n_2}}{\frac{s_1 \cdot n_1}{s_2 \cdot n_2} + \dots}$$

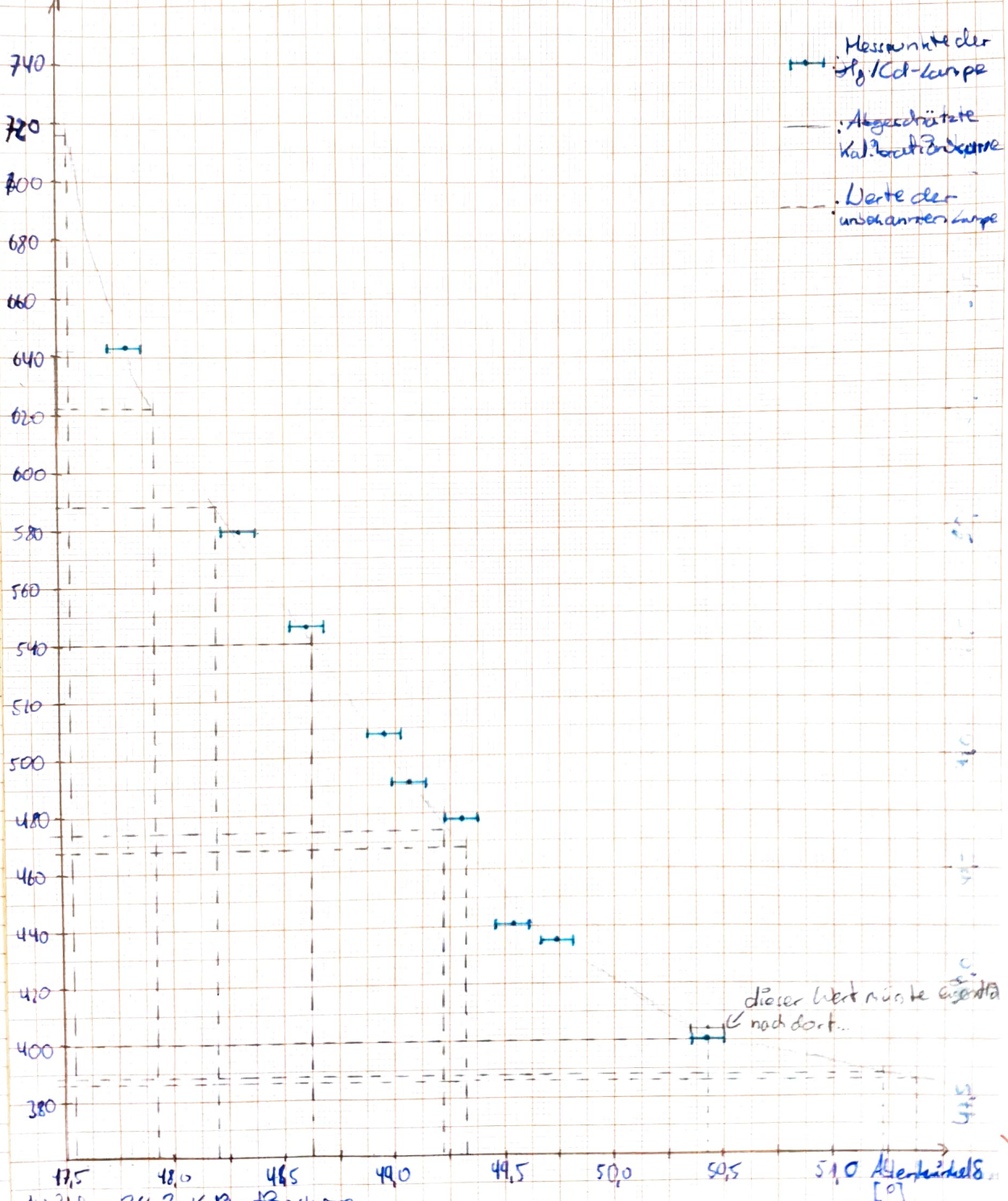
$\delta [^\circ]$	$\lambda [nm]$
47,80	643,85
48,30	579,06
48,72	546,07
49,07	508,58
49,18	491,6
49,42	479,99
49,65	441,46
49,85	435,83
50,53	404,65

Diese Werte wurden gegeneinander aufgetragen und (Abbildung 366.3) und von Hand eine Kalibrationskurve für Aufgabe 366.d abgezeichnet und eingezeichnet. ✓

Fehler $\delta \delta$?

Tabelle 366 Kalibration

Wellenlänge $\lambda [nm]$



Aufgabe 366.d

Aus Abbildung 366.3 folgern würden es sich bei der unbekannten Lampe um eine Calcium-Lampe gehandelt haben ^{konnte}
~~Es folgt für die Wellenlänge und die Wellenlängen~~

Es könnte allerdings auch eine Hg-Lampe sein, ~~da~~ vor allem, wenn man beachtet, dass die gelbe und grüne Linie sehr intensiv ~~und~~ und die beiden roten Linien sehr schwach beleuchtet haben. Hg wäre korrekt gewesen.

Fehler!

$$\Delta\lambda = 15 \text{ nm}$$

Farbe d. Linie	$\delta [^\circ]$	$\lambda [nm]$	$\lambda(Ca) [nm]$	$\lambda(Hg) [nm]$
rot	47,55	716	722,85	-
rot	47,93	622	621,29	623,44
gelb	48,30	588	584,47	579,06
grün	48,62	540	541,97	546,07
türkis	49,23	474	-	491,6
türkis	49,32	468	459,32	435,83
blau	50,43	400	-	404,65
violett	51,22	388	-	-
violett	51,37	386	-	365,01

Tabelle 366.2 unbekannte Lampe

Zu der Hg-Linie sei gesagt, dass von der Wellenlänge die Linie mit 589,01 nm oder 589,44 nm besser zu der abgeschätzten Linie mit 588 nm gepasst hätte. Da diese Linien aber nur eine geringe Intensität von 1 aufwiesen, die von uns gemessene gelbe Linie aber sehr intensiv war, wird die Linie bei 579,06 nm angenommen *okay*

Auf Grund der höheren Abdeckung zwischen den einzelnen Linien und unter Beachtung der Fehler auf die abgeschätzten Wellenlänge ~~und~~ sowie der Intensität schließen wir darauf ab, dass es sich bei der Lampe U um eine Hg-Lampe handelt. ✓

Aufgabe 366.e

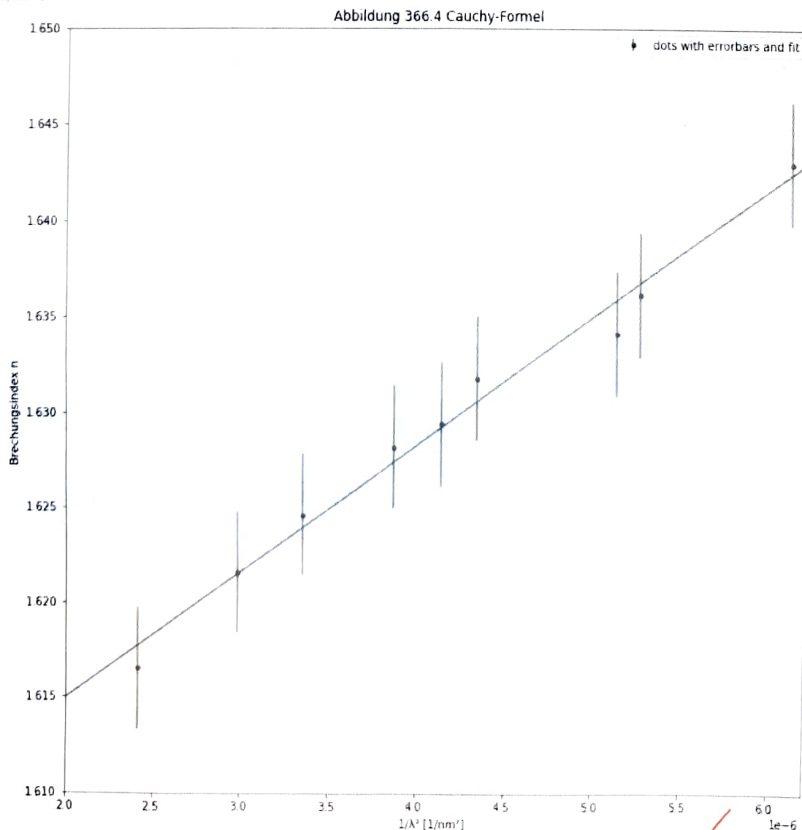
Nun soll der Brechungsindex

$$n = \frac{\sin(\frac{\delta+\gamma}{2})}{\sin(\frac{\gamma}{2})} \text{ mit } \Delta n = \sqrt{\left(\frac{\cos(\frac{\delta+\gamma}{2}) \cdot \Delta \delta}{2 \sin(\frac{\gamma}{2})}\right)^2 + \left(\frac{(\cos(\frac{\delta+\gamma}{2}) \sin(\frac{\gamma}{2}) - \sin(\frac{\delta+\gamma}{2}) \cos(\frac{\gamma}{2})) \cdot \Delta \gamma}{2 \sin^2(\frac{\gamma}{2})}\right)^2}$$

des Prismas mit Hilfe der in Aufgabe 366.c gemessenen Spektrallinien ~~und~~ für einige Wellenlängen ermittelt werden.

λ [nm]	δ [°] Fehler!	$1/\lambda^2$ [1/nm ²]	n	Δn
643,85	47,8000	2,41E-06	1,61655	0,00323
579,06	48,3000	2,98E-06	1,62168	0,00323
546,07	48,6000	3,35E-06	1,62474	0,00322
508,58	48,9500	3,87E-06	1,62830	0,00322
491,6	49,0667	4,14E-06	1,62949	0,00322
479,99	49,3000	4,34E-06	1,63185	0,00322
441,46	49,5333	5,13E-06	1,63420	0,00322
435,83	49,7333	5,26E-06	1,63622	0,00322
404,65	50,4167	6,11E-06	1,64306	0,00321

Tabelle 366.3 Brechungsindex



Des weiteren gilt für den Brechungsindex

$$n(\lambda) = k_0 + \frac{k_1}{\lambda} + \dots$$

Aus der Fitgerade in Abbildung 366.4 ergibt sich

$$k_0 = 1,6015 \pm 0,0014$$

$$k_1 = (6,703,7 \pm 326,7) \text{ nm} \quad \checkmark$$

Das Auflösungsvermögen $A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ hängt von der Dispersion und der Bas.breite b des ausgetasteten Teils des Prisms ab.

Der Strahlengang verläuft ungefähr durch die Mitte des Prisms, weshalb die relevante Breite $\approx B = \frac{b}{2}$ beträgt.

$$A = \left| \frac{dn}{d\lambda} \right| B = \frac{b}{2} \cdot \frac{2k_1}{\lambda^3} = \frac{b k_1}{\lambda^3}$$

$$\text{mit } \Delta A = \sqrt{\left(\frac{k_1 \cdot \Delta b}{\lambda^3} \right)^2 + \left(\frac{b \cdot \Delta k_1}{\lambda^3} \right)^2} \quad \checkmark$$

hierbei ist $b = (3,3 \pm 0,1) \text{ cm}$.

~~Das Auflösungsvermögen~~ Mit $A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ kann die Differenz $\Delta\lambda$ der Wellenlängen zweier Linien, die gerade noch getrennt beobachtet werden können berechnet werden.

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{A} \quad \text{mit } \Delta(\Delta\lambda) = \frac{\lambda}{A^2} \cdot \Delta A$$

Für 400 nm, 500 nm und 600 nm ergibt sich also

$\lambda \text{ [nm]}$	A	ΔA	$\Delta\lambda \text{ [nm]}$	$\Delta(\Delta\lambda) \text{ [m]}$
400	3457	198	0,016	0,007
500	1770	102	0,283	0,016
600	1024	59	0,586	0,033

Tabelle 366.4 Auflösungsvermögen ✓

Die gelbe Doppellinie liegt bei Quecksilber bei $\lambda_1 = 579,06 \text{ nm}$ und $\lambda_2 = 576,96 \text{ nm}$ somit ist $\lambda_2 - \lambda_1 = 2,1 \text{ nm}$.
da diese Wellenlängen ungefähr in Bereich von 600 nm liegen sollten, sind die beiden Wellenlängen noch voneinander unterscheidbar.

Dies deckt sich halbwegs mit unseren Beobachtungen.
Es war noch ein kleiner schwarzer Streifen zwischen den beiden Linien erkennbar, jedoch konnten die Linien mit geschätzter Unabhängigkeit gemessen werden. ✓

Fazit

Die Durchführung verlief, bis auf anfängliche Schwierigkeiten bei dem Ablesen des Notizbuchs, ^{classic} reibungslos.

Die Erstellung der Kalibrierungskurve erwies sich in Nachhinein als eine sehr ungenaue Methode, da die abgeschätzten Wellenlängen allein keinen klaren Schluss auf eine festes Spektrum geben konnten. Erst in Zusammenhang mit der hohen Intensität der gelben und grünen Linien konnten wir mit höherer Sicherheit auf die Quecksilberlampe schließen.

~~Die~~ Auch ein linearer Anstieg des Brechungsindex (gegen $\frac{1}{\lambda^2}$) ließ sich erkennen.

~~Das~~ Bis auf einige fehlende Fehlerangaben ein gutes Protokoll!

Bestanden

11.03.2022