Versuch 236

Galvanometer zur Strom- und Ladungsmessung

Lernziele: Aufbau, Funktionsweise, Verwendung und Genauigkeit eines Drehspulgalvanometers zur Messung von Strömen und elektrischen Ladungen sollen erlernt werden.
Die Bewegungsformen eines harmonisch schwingungsfähigen Systems unter verschiedenen Dämpfungsgraden sollen experimentell erfahren werden. Das Galvanometer soll zur Messung von Ladungen und von (großen) Widerständen eingesetzt werden.

Kenntnisse: Magnetfeldlinien im Eisen und Luftspalt; mechanische und elektrodynamische Kräfte und Drehmomemente auf die Spule des Galvanometers; Bewegungsgleichung eines Drehspulgalvanometers; Strom- und Ladungsmessung; Entladung eines Kondensators über einen Widerstand; Zeitkonstante eines RC-Gliedes; Strahlengang Lichtzeiger.

Literatur: Jedes Grundkurs-Lehrbuch der Physik und jedes Lehrbuch zum Physikalischen Praktikum (Westphal, Walcher, Geschke);
Anhang A2 dieser Anleitung.

Geräte: Galvanometer mit verschiedenen Messingscheiben, Skala, Umschalter, Ausschalter, Taster, Kondensator 10 µF, Widerstand R_x, 2 Stöpselrheostaten (1 – 100) Ω; (100 – 2000) Ω; digitales Multimeter, Netzgerät (2 – 4) V, Stoppuhr, Strippen.

236.1 Eigenschaften eines Drehspulgalvanometers

236.1.1 Erläuterungen

Ein Drehspulgalvanometer ist wie in Abb. 236.1 skizziert aufgebaut: Eine starre, rechteckige Drehspule Sp mit den Kantenlängen a und b, dem ohmschen Widerstand R_g und n Windungen hängt drehbar an einem Torsionsdraht in dem aus den Polen eines Permanentmagneten und einem Weicheisenkern K gebildeten zylindrischen Luftspalt. Die Torsionsdrahtaufhängung bewirkt ein Richtmoment (Richtkonstante) D und definiert die Ruhelage der Spule.

Aufgabe 236.A: *Berechnen Sie die Kräfte auf die Leiterstücke der Spule. Hängen diese Kräfte von der Stellung der Spule bezüglich der Ruhelage ab? Wie tragen diese Kräfte zu den Drehmomenten bei, die auf die Spule wirken? Welche Leiterstücke tragen zum elektrodynamischen Drehmoment M_e bei?*

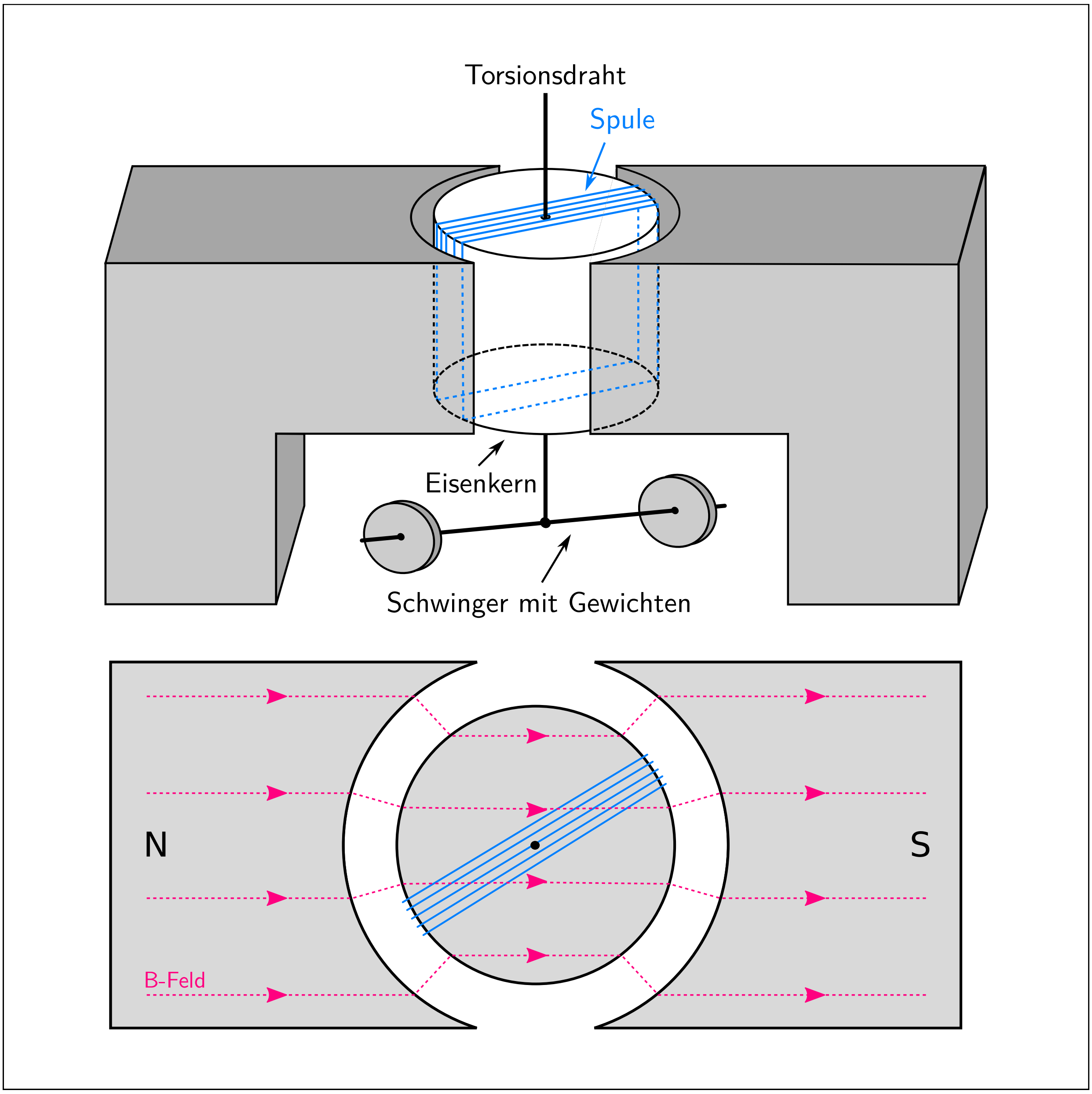


Abbildung 236.1: Drehspulgalvanometer

Sei $\varphi(t)$ der Drehwinkel der Spule gegen die Ruhelage zur Zeit t. Die Torsion des Aufhängedrahtes erzeugt ein Drehmoment vom Betrag

$$M_D(t) = -D \cdot \varphi(t), \tag{236.1}$$

das der Auslenkung entgegen wirkt. Die mechanische Dämpfung der Spulenbewegung, z.B. durch die Luftreibung im Luftspalt, erzeugt auch ein Drehmoment, das proportional der Drehgeschwindigkeit $\dot{\varphi}(t)$ ist. Mit der Dämpfungskonstanten ρ gilt für seinen Betrag

$$M_\mathrm{R}(t) = -\rho \cdot \dot{\varphi}(t). \tag{236.2}$$

Fließt nun ein Strom $I(t)$ durch die Spule, so kommt ein elektrodynamisches Drehmoment M_e hinzu, dessen Betrag sich aus dem Magnetfeld B, der Anzahl der Spulenwindungen n, sowie den Spulenseiten a und b mit Hilfe der Lorentzkraft zu

$$M_e(t) = nabB \cdot I(t) \tag{236.3}$$

berechnet. Mit der dynamischen Galvanometerkonstanten $G \equiv nabB$ kann man dies schreiben als

$$M_e(t) = G \cdot I(t). \tag{236.4}$$

Durch die Drehung der Spule im Magnetfeld wird eine Spannung U_ind induziert:

$$U_\mathrm{ind}(t) = -\dot{\Phi} = -G \cdot \dot{\varphi}(t), \tag{236.5}$$

wobei Φ der magnetische Fluss im Luftspalt ist. Wenn die Spulenenden extern leitend verbunden werden, dann erzeugt diese Induktionsspannung U_ind einen „Induktionsstrom“ $I_\mathrm{ind}(t) = U_\mathrm{ind}/R$.

Aufgabe 236.B: *Warum ist die induzierte Spannung direkt proportional zur Winkelgeschwindigkeit? Hinweis: Kleinwinkelnäherung einer trigonometrischen Funktion ist falsch.*

Sei R_g der Widerstand der Spule und R_a der Widerstand des äußeren Schließungskreises. Dann gilt für den Induktionsstrom:

$$I_\mathrm{ind} = \frac{U_\mathrm{ind}}{R_a + R_\mathrm{g}} = -\frac{G}{R_\mathrm{g} + R_a}\dot{\varphi}. \tag{236.6}$$

Insgesamt fließt somit der Strom $I + I_\mathrm{ind}$ durch die Spule, und Gleichung 236.4 für M_e muss ergänzt werden zu

$$M_e = GI - \frac{G^2}{R_\mathrm{g} + R_a}\dot{\varphi}. \tag{236.7}$$

Wird das Trägheitsmoment des Drehsystems mit Θ bezeichnet, so ergibt sich für das Gesamtdrehmoment M:

$$M = \Theta\ddot{\varphi} = -D\varphi - \rho\dot{\varphi} + GI - \frac{G^2}{R_\mathrm{g} + R_a}\dot{\varphi}. \tag{236.8}$$

Somit lautet schließlich die Differentialgleichung für $\varphi(t)$:

$$\Theta \cdot \ddot{\varphi}(t) + \left(\rho + \frac{G^2}{R_g + R_a}\right) \cdot \dot{\varphi}(t) + D \cdot \varphi(t) = GI(t). \tag{236.9}$$

Aufgabe 236.C: *In der Drehmomentbilanz (Gleichung 236.8) ist ein Term vernachlässigt worden, der von der Induktivität L der Spule herrührt. Wie lautet dieser Term? Mit welcher Begründung kann man ihn vernachlässigen?*

Ein Galvanometer (z. B. Mavometer, Unigor) wird häufig zur Messung einer konstanten Stromstärke I benutzt. In diesem Fall verschwinden nach dem Einschwingen die zeitlichen Ableitungen in Gleichung 236.9, und man erhält:

$$M = D \cdot \varphi = G \cdot I \tag{236.10}$$

oder

$$\varphi = \frac{G}{D} \cdot I = c_I \cdot I. \tag{236.11}$$

Der Ausschlag φ des Galvanometers ist der Stromstärke I proportional. Die Proportionalitätskonstante $c_I = \varphi/I$ bezeichnet man als **Stromempfindlichkeit**.

Aufgabe 236.D: *Wie ändert sich die Aussage von Gleichung 236.11, wenn der Weicheisenkern innerhalb der Spule weggelassen wird und die Polschuhe des Permanentmagneten eben geformt sind?*

Wie bereits erwähnt rührt das Drehmoment M der Gleichung 236.10 vom Messstrom durch das Galvanometer her. Ein konstanter Strom I ändert an der Bewegungsform der Drehspule nichts. Transformiert man zur Winkelgröße $\psi = \varphi + GI/D$, die den Ausschlag relativ zum asymptotischen Galvanometerausschlag $\varphi = GI/D$ beim Strom I beschreibt, so verschwindet die rechte Seite; die Differentialgleichung wird homogen.

Betrachtet man den einfachen Fall des Schwingens um die Ruhelage, so ist $I = 0$ und man kann φ beibehalten. Man erhält:

$$\ddot{\varphi} + \frac{1}{\Theta}\left(\rho + \frac{G^2}{R_g + R_a}\right)\dot{\varphi} + \frac{D}{\Theta}\varphi = 0. \tag{236.12}$$

Mit $2\beta := \frac{1}{\Theta}\left(\rho + G^2/\left(R_a + R_g\right)\right)$ und $\omega_0^2 := D/\Theta$ kann man schreiben

$$\ddot{\varphi}(t) + 2\beta\dot{\varphi}(t) + \omega_0^2\varphi(t) = 0. \tag{236.13}$$

Aufgabe 236.E: *Prüfen Sie nach, dass β und ω_0 die Dimension einer reziproken Zeit haben.*

Die Lösungen von Gleichung 236.13 werden in Anhang A2 der Praktikumsanleitung diskutiert. Von besonderer Bedeutung für den Einsatz als Messinstrument ist der **aperiodische Grenzfall**. Er tritt für $\beta = \omega_0$ ein, d.h. für

$$\frac{1}{2\Theta}\left(\rho + \frac{G^2}{R_\mathrm{g} + R_a}\right) = \sqrt{\frac{D}{\Theta}}. \tag{236.14}$$

Löst man diese Gleichung nach dem äußeren Widerstand R_a auf, so ergibt sich:

$$R_a = \frac{G^2}{2\sqrt{\Theta D} - \rho} - R_\mathrm{g} =: R_\mathrm{Gr}. \tag{236.15}$$

R_Gr wird als Grenzwiderstand bezeichnet.

236.1.2 Versuchsdurchführung

Justage Lichtzeiger

Der Winkelausschlag des Galvanometers wird mit einem Lichtzeiger sichtbar gemacht. Unter der Spule ist ein kleiner Spiegel angebracht. Ein beleuchteter Spalt steht im Brennpunkt einer Meniskuslinse, die nahe am Spiegel angebracht ist. Nach Durchsetzen der Linse fällt das Licht des Spaltes parallel auf den Spiegel; eine Winkeländerung $\Delta\varphi$ des Spiegels ändert die Richtung des reflektierten Strahls um $2\Delta\varphi$. Der reflektierte Strahl durchsetzt erneut die Meniskuslinse, welche so den Beleuchtungsspaltes auf eine gekrümmte Skala oberhalb des Spaltes abbildet. Dies erfordert, dass der Krümmungsradius der Skala und die Brennweite der Meniskuslinse gleich sind (was durch die Abmessungen der Geräte gesichert ist). Wegen des Reflexionsgesetzes (Einfalls- = Ausfallswinkel) muss der Spiegel vertikal mittig zwischen Beleuchtungsspalt und Skala stehen; andernfalls liegt das Bild des Beleuchtungsspaltes nicht auf der Skala. Horizontal muss der Krümmungsmittelpunkt der Skala im Spiegel liegen; andernfalls ändert sich der Abstand zwischen Skala und Spiegel mit dem Ausschlag φ und damit die Schärfe der Abbildung. Die Meniskuslinse ist so orientiert einzusetzen, dass die Brennweiten-Abstandsbedingung über einen möglichst großen Winkelbereich φ eingehalten wird. Geringfügige Dejustagen der Apparatur können durch Querverschiebung der Meniskuslinse ausgeglichen werden.

Dämpfungsverhalten

Aufgabe 236.a: *Bewegen Sie mit der Fingerspitze die Spule des Galvonmeters vorsichtig einmal mit und einmal ohne kurzgeschlossenen äußeren Stromkreisreis: Die (elektrische) Dämpfung ist spürbar. Erklären Sie schriftlich was passiert und warum.*

Aufgabe 236.b: *Mit Hilfe der in Abb. 236.2 dargestellten Schaltung lässt sich der Grenzwiderstand R_{Gr} ermitteln.*

Geben Sie dazu dem Galvanometer eine kleine Auslenkung und beobachten Sie die nachfolgende Bewegung bei verschiedenen Werten von R_a, die Sie mit einem Stöpselwiderstand darstellen. Ist der aperiodische Grenzfall erreicht, kann man $R_{Gr} = R_a$ mit einem Widerstandsmessgerät messen, z.B. mit einem analogen (z.B. Unigor) oder digitalem (DMM) Multimeter (Beim Unigor die Anleitung auf der Rückseite des Gerätes beachten).

Bringen Sie nun die Zusatzgewichte an und messen Sie R_{Gr} erneut.

Erklären Sie anhand von Gleichung 236.15 den Unterschied.

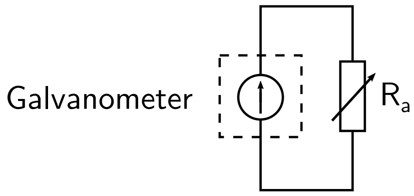


Abbildung 236.2: Schaltung zur Bestimmung des Grenzwiderstands.

Aufgabe 236.F:

1. *Wozu kann man die Kenntnis von R_{Gr} sinnvoll benutzen?*
2. *In der Praxis wählt man einen geringfügig größeren Widerstand als R_{Gr}. Warum?*

Stromempfindlichkeit c_I und Innenwiderstand R_g

Betrachten Sie die Schaltung in Abb. 236.3. Die Widerstände R_1 und R_2 der Potentiometerschaltung sind so zu wählen, dass $R + R_g \gg R_2$ gilt. Damit errechnet sich der Gesamtstrom nach:

$$I_0 = \frac{U_0}{R_1 + R_2}. \tag{236.16}$$

Der Strom, der durch das Galvanometer fließt, beträgt dann:

$$I_G = \frac{R_2}{R_g + R} I_0 = \frac{R_2}{R_g + R} \cdot \frac{U_0}{R_1 + R_2}. \tag{236.17}$$

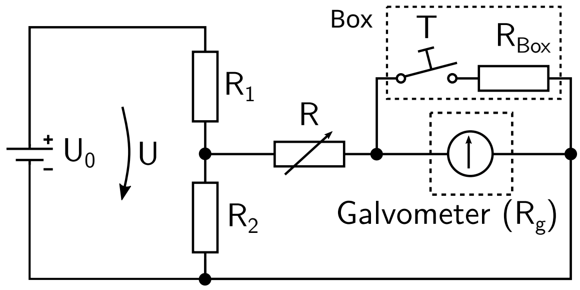


Abbildung 236.3: Schaltung zur Bestimmung der Stromempfindlichkeit.

Mit Gleichung 236.11 folgt:

$$\frac{1}{\varphi} = \frac{R_1 + R_2}{c_I U_0 R_2}(R_g + R). \tag{236.18}$$

Aufgabe 236.c: *Messen Sie den linearen Zusammenhang zwischen $1/\varphi$ und R aus Gleichung 236.18 und stellen Sie ihn grafisch dar. Messen Sie auch alle konstanten Parameter für die folgende Auswertung. Wofür ist die Box mit Schalter und Widerstand in dem Aufbau notwendig?*

Aufgabe 236.d: *Messen Sie für 5 sinnvoll ausgewählte Messpunkte (R Werte) mit einem DMM an geeigneter Stelle in der Schaltung direkt den Strom den auch vom Galvanometer gemessen wird. Bestimmen Sie daraus die Stromempfindlichkeit.*

Aufgabe 236.e: *Bestimmen Sie aus der Steigung der Fit-Geraden die Stromempfindlichkeit c_I. Vergleichen Sie den Wert mit den direkt gemessenen Werten.*

Aufgabe 236.f: *Bestimmen Sie den Widerstand der Galvanometerspule R_g aus dem y-Achsenabschnitt der Fit-Geraden, wenn die Daten gemäß Gleichung 236.18 aufgetragen sind. Andernfalls wählen Sie den äquivalenten Achsenabschnitt.*

Aufgabe 236.g: *Messen Sie R_g mit einem DMM oder einem Unigor und vergleichen Sie die Ergebnisse.*

Aufgabe 236.h: *Messen Sie jeweils einmal den Ausschlag φ für ein bestimmtes R und damit c_I mit verschiedenen aufgesteckten Zusatzgewichten.*

Erklären Sie das Resultat mit Gleichung 236.11.

Aufgabe 236.G: *Wie kann man die Empfindlichkeit des Galvanometers steigern?*

Aufgabe 236.H: *Wo liegen die prinzipiellen Grenzen für die Empfindlichkeit eines Galvanometers?*

Aufgabe 236.I: *In welcher Einheit wird die Stromempfindlichkeit hier sinnvoll angegeben?*

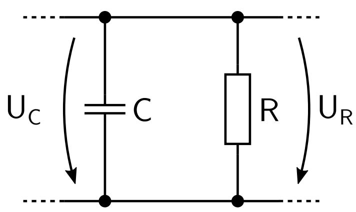


Abbildung 236.4: Schaltung zur Entladung eines Kondensators über einen Widerstand.

236.2 Ballistisches Galvanometer

236.2.1 Erläuterungen

In der Schaltung zur Entladung eines Kodensators über einen Widerstand (siehe Abb. 236.4) gilt:

$$U_C + U_R = 0 \tag{236.19}$$

$$U_C = \frac{q}{C} \tag{236.20}$$

$$U_R = RI = R\,\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \tag{236.21}$$

und somit

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = -\frac{q}{RC}. \tag{236.22}$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung lautet:

$$q = q_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}. \tag{236.23}$$

Um Ladungen mit einem Galvanometer zu messen, nutzt man die Proportionalität zwischen der Ladungsmenge q des Kondensators und dem ersten Maximalausschlag des Galvanometers φ_m. Für den Fall kleiner Dämpfung ($\beta \ll \omega_0$) und unter der Annahme, dass die Stromflusszeit Δt klein gegen die Schwingungsdauer des Galvanometers ist, gilt:
Der Strom $\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ erzeugt das Drehmoment $M = G\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ und erteilt dem System in der Zeit Δt den Drehimpuls

$$\Theta\dot{\varphi} = G\int_0^{\Delta t} \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t = G\int_0^{q} \mathrm{d}q = Gq. \tag{236.24}$$

Der Energieerhaltungssatz liefert, dass im Umkehrpunkt φ_m die Rotationsenergie

$$\frac{\Theta}{2}\left(\dot{\varphi}_{(\Delta t)}\right)^2 \tag{236.25}$$

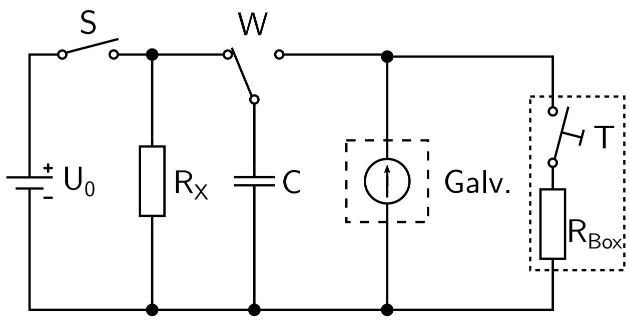
in potentielle Energie umgewandelt worden ist:

$$\frac{\Theta}{2}\left(\dot{\varphi}_{(\Delta t)}\right)^2 = \frac{G^2 q^2}{2\Theta} = \frac{D}{2}\varphi_m^2. \tag{236.26}$$

Hieraus folgt:

$$\varphi_m = \frac{G}{\sqrt{D\Theta}}q, \tag{236.27}$$

was zur Messung von elektrischen Ladungen (evtl. nach einer Eichung) genutzt werden kann.



Galv. = Galvanometer
W = Wechselschalter
S = Ausschalter
T = Kurzschlusstaste

Abbildung 236.5: Schaltung zur Bestimmung eines großen Widerstandes mit einem ballistischen Galvanometer. Es ist sinnvoll, zur Versuchsdurchführung die Messingscheiben im Abstand $2R = 6\,\mathrm{cm}$ anzubringen.

236.2.2 Versuchsdurchführung

Aufgabe 236.i: *Es ist ein großer Widerstand mit der in Abb. 236.5 gezeigten Schaltung zu messen.*

Verfahren: *Ein bekannter Kondensator wird auf die Spannung U_0 aufgeladen. Dann entlädt man den Kondensator über den unbekannten Widerstand R_X eine zumessende Zeitspanne Δt lang. Dafür öffnet man zur Zeit t_0 den Schalter S und zur Zeit t_1 klappt man den Wechselschalter W um. Dabei misst man $\Delta t = t_1 - t_0$ und φ_m. Die Messung wird für verschiedene Entladungszeiten Δt durchgeführt.*

Die halblogarithmische Darstellung der so gemessenen Funktion $\varphi_m(\Delta t) = f(\Delta t)$ ist eine Gerade. Die Steigung der Fit-Geraden liefert die Zeitkonstante $R_X C$, und damit R_X. Die Auswertung soll grafisch geschehen.

Frage: *Warum braucht man den Maximalausschlag φ_m nicht in Restladung q auf dem Kondensator umzurechnen*?

Aufgabe 236.j: *Messen Sie den Widerstand R_X mit einem DMM und vergleichen Sie die Ergebnisse. Nehmen Sie für die Kapazität des Kondensators eine sinvolle Ungenauigkeit an.*