Versuch 242

Elektrische und Magnetische Krafteinwirkung auf geladene Teilchen

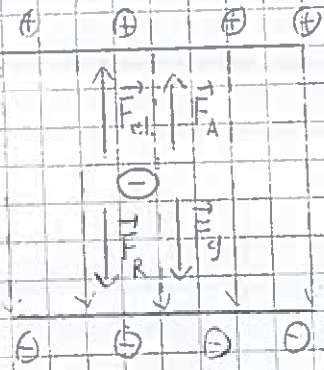
Lernziele

- experimentelle Bestimmung des Werts der spezifischen Ladung (e/m) unter Verwendung eines Fadenstrahlrohrs. Das Verhalten eines Elektronenstrahls im transversalen, homogenen Magnetfeld soll beobachtet werden.
- die elektrische Kraftwirkung auf geladene Öltröpfchen soll nach Millikan gemessen und im folgenden die Größe der Elementarladung (e) bestimmt werden.

Voraufgaben

Aufgabe 242 A

1.) Sinkende Öltröpfchen:



$\vec{F}_g$ - Gravitationskraft

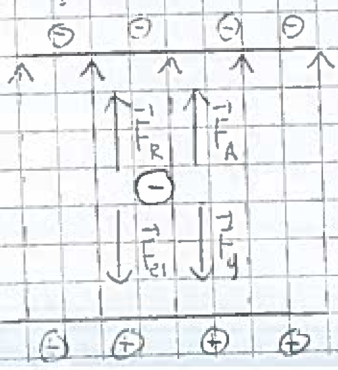
$\vec{F}_A$ - Auftrieb

$\vec{F}_R$ - Stokessche Reibung

$\vec{F}_{el}$ - Elektrostatische Kraft

$$\frac{4\pi}{3} r^3 (\rho_{Öl} - \rho_{Luft}) g - 6\pi \eta_{eff} r v_1 = -NeE$$

2.) Steigende Öltröpfchen:



$$\frac{4\pi}{3} r^3 (\rho_{Öl} - \rho_{Luft}) g + 6\pi \eta_{eff} r v_1 = +NeE$$

Aufgabe 242 B:

Zu beweisen: $2v_0 = v_\downarrow - v_\uparrow$

1.) Substitution:

$$x = \frac{4\pi}{3} r^3 (\rho_{Öl} - \rho_{Luft}) g \qquad y = 6\pi\eta_{eff} r$$

2.) Es gilt Kräftegleichgewicht:

$$x - y v_\downarrow = -NeE \quad \text{und} \quad x + y v_\uparrow = +NeE$$

$$\Rightarrow \quad x - y v_\downarrow = -(x + y v_\uparrow) \quad \Rightarrow \quad x - y v_\downarrow = -x - y v_\uparrow \text{ oder}$$

$$y v_\downarrow - x = x + y v_\uparrow$$

3.) Bei $E = 0$ gilt: $x - y v_0 = 0 \Rightarrow x = y v_0$

$x = y v_0$ einsetzen

$$y v_\downarrow - y v_0 = y v_0 + y v_\uparrow \Rightarrow 2 y v_0 = y v_\downarrow - y v_\uparrow \quad | : y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad 2 v_0 = v_\downarrow - v_\uparrow$$

Erläterung

- Spezifische Ladung e/m, Fadenstrahlrohr
- Prinzip des Fadenstrahlrohrs

aus einem Strahlerzeugungssystem treten Elektronenbündel in einen Raum mit unter Druck gesetztem (10^{-2} mbar - 10^{-3} mbar) Wasserstoff aus. Diese stoßen zusammen (also e^- und H^+-Moleküle) und durch leuchtende Gasatome wird der Weg der Elektronen sichtbar. Es entstehen sich fortbewegende Sekundärelektronen und träge Ionen (positiv) die eine positive Raumladung erzeugen und diese führt zu einer Fokusierung des Elektronenbündels. Unter gewissen Bedingungen bildet sich dann ein fadenförmiger Elektronenstrahl („Fadenstrahl") der das Entladungsrohr durchläuft

[illegible]

Es wirkt die Lorentz-Kraft $\vec{F} = e(\vec{v} \times \vec{B})$, und im Fall dass die Elektronenkanone senkrecht zur Magnetfeldrichtung steht, gilt: $F = evB$

Diese kann gleichgesetzt werden mit der Zentripetalkraft:

$$evB = \frac{mv^2}{r}$$

Geschwindigkeit folgt aus Energiesatz: $\frac{1}{2} mv^2 = eV$

und damit:

$$\frac{e}{m} = \frac{2V}{r^2 B^2} \quad \rightarrow \quad \left[\frac{e}{m}\right] = \frac{As}{kg}$$

magnetische Flussdichte im Zentrum einer Helmholtz-Spule

a.) Aufbau Helmholtz-Spule:

zwei kreisförmige identische Leiter werden vom selben Strom durchflossen, die Abweichung von der Homogenität wird durch die Größe des Querschnitts minimiert, dazu sollte man auch noch einen Abstand von Spulenmitte zu Spulenmitte gleich dem mittleren Spulenradius einstellen.

b.) Biot-Savartsches Gesetz:

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \mu_0 \frac{n \cdot I}{R} = 0{,}716 \cdot \mu_0 \frac{n \cdot I}{R}$$

• Elementarladung e. Millikansche Öltröpfchen-Methode

– Millikansche Methode:

Zerstäuber erzeugt kleine, dadurch kugelförmige, durch Reibung geladene Öltröpfchen. Diese werden in ein elektrisches Feld gebracht, dies steht parallel zur Gravitationsbeschleunigung.

– Kräfte, die auf die Öltröpfchen im elektrischen Feld wirken (positives Vorzeichen nach unten):

1. Gravitationskraft: $\vec{F}_g = m\vec{g} = \rho_{Öl} \frac{4\pi}{3} r^3 \vec{g}$

2. Auftrieb: $\vec{F}_A = -\rho_{Luft} \frac{4\pi}{3} r^3 \vec{g}$

3. Stokessche Reibung: $\vec{F}_R = -6\pi r \eta_{Luft} \vec{v}$

Falls der Radius der Kugel in die Größenordnung der freien Weglänge der Moleküle im Fluid ist, gilt:

Viskosität der Luft (η_{Luft}) wird durch eine effektive Viskosität ersetzt ($\eta_{eff} = \eta_{Luft} / (1 + A/r)$)

Bei Bodendruck und für Teilchen größer als 10 µm kann diese Korrektur vernachlässigt werden.

4. Elektrostatische Kraft: $\vec{F}_{el} = q\vec{E}$

- Bewegung der Tröpfchen:

a.) sinkend: $\frac{4\pi}{3} r^3 (\rho_{öl} - \rho_{Luft}) g - 6\pi \eta_{eff} r v_\downarrow = -NeE$

b.) steigend: $\frac{4\pi}{3} r^3 (\rho_{öl} - \rho_{Luft}) g + 6\pi \eta_{eff} r v_\uparrow = +NeE$

Unter der Voraussetzung dass in beiden Fällen dieselbe absolute Feldstärke wirkt, gilt:

a.) für Tröpfchenradius: $r = \sqrt{\frac{9\eta_{eff}(v_\downarrow - v_\uparrow)}{4g(\rho_{öl} - \rho_{Luft})}}$

b.) für Gesamtladung auf dem Tropfen: $Ne = 3\pi \eta_{eff} r \frac{v_\downarrow + v_\uparrow}{E}$

Messwerte

a.)

U_B [V]	I_0 [A]	I_{181} [A]	r [cm]
250	1,12	–	(17,9 − 5,5)/2
−250	–	1,19	(17,9 − 5,5)/2
240	1,195	–	(17,9 − ~~6,0~~ 7,2)/2
−240	–	1,20	(17,9 − ~~6,0~~ 7,2)/2
220	1,35	–	(17,9 − 7,8)/2
−220	–	1,29	(17,9 − 7,9)/2
200	1,44	–	(17,9 − 9,4)/2
−200	–	1,46	(17,9 − 9,4)/2
180	1,50	–	(17,9 − 10,2)/2
−180	–	1,53	(17,9 − 10,2)/2
160	1,57	–	(17,9 − 11,0)/2
−160	–	1,61	(17,9 − 11,0)/2
140	1,66	–	(17,9 − 11,5)/2
−140	–	1,68	(17,9 − 11,5)/2
120	1,75	–	(17,9 − 12,2)/2
−120	–	1,81	(17,9 − 12,2)/2
100	1,85	–	(17,9 − 13,3)/2
−100	–	1,89	(17,9 − 13,3)/2
80	1,95	–	(17,9 − 13,9)/2
−80	–	1,98	(17,9 − 13,9)/2

$\Delta I = \pm 0{,}01$

$\Delta d = \pm 0{,}2$ cm

$\Delta U = \pm 1$ V

c.) $T = 18\,°C$ $\quad d = 7{,}62$ mm $\quad \Delta t = 0{,}5$ s

$U = (\cancel{498}\ 504 \pm 1)$ V $\quad s = (2 \pm 0{,}05)$ mm (2 Grobeinteilungen)

Tröpfchen	V_0	$V_\downarrow$	$V_\uparrow$
1	5/7,83	5/3,12	5/6,66
2	5/14,17	5/6,60	5/66,96
3	5/30,35	5/3,65	5/7,63
4	6/	5/	5/
5	5/	5/	5/

Versuchsdurchführung e/m 242 1.2

Aufgabe 242 1. (Auswertung)

In der Aufgabe a wurde eine Messung vom Bahn-/Radius r in Abhängigkeit von der Eingangsspannung $U_B = U$ und der Stromstärke I durchgeführt. Dies wurde unter Beachtung des Erdmagnetfeldes (B_e) und jeweils für eine um 180° gedrehte Helmholtzspule wiederholt um den Einfluss von B_e zu bestimmen.

1. Es soll zuerst das Magnetfeld der Erde und dessen Einfluss auf die Lorentzkraft, die auf die Teilchen in dem Raum zwischen den Helmholtzspulen wirkt, beachtet werden, somit gilt: $F = ev(B_s + B_e)$
   Die vektorielle Richtung von B_e muss dabei nicht beachtet werden, da die Spulen entlang der Nord-Süd-Achse der Erde ausgerichtet wurden.
2. Nun soll B_e eliminiert werden. Dies geschieht über folgendes

Kräftegleichgewicht:

$$F = e\vec{v}\,(B_s(I_0) + B_e) = e\vec{v}\,(B_s(I_{180}) - B_e)$$

$$\Rightarrow \quad B_s(I_0) + B_e = B_s(I_{180}) - B_e \quad \Rightarrow \quad B_e = \frac{1}{2} B_s\,(I_{180} - I_0)$$

In $B = B_s + B_e$ eingesetzt ergibt sich folgende Abhängigkeit: $B = B_s\left(\frac{1}{2}(I_{180} + I_0)\right)$

Damit lässt sich B_s aus der Gleichung $B = 0{,}716 \cdot \mu_0 \frac{n \cdot I}{R}$ (mit $R = 0{,}15\,m$, $\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6}\,Vs/Am$ und $n = 130$) bestimmen mit $I = \frac{1}{2}(I_{180} + I_0) = \langle I \rangle$.

Fehlerrechnung nach Gauß für $\langle I \rangle$:

$$\Delta\langle I \rangle = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\Delta I\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\Delta I\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{2}(\Delta I)^2} = \sqrt{\frac{1}{2}(0{,}01A)^2} \approx 0{,}007\,A$$

$B_s = 0{,}716\,\mu_0 \frac{n \langle I \rangle}{R}$ und damit gilt für ΔB_s:

$$\Delta B_s = 0{,}716\,\mu_0 \frac{n \cdot \Delta\langle I \rangle}{R} = 0{,}005\,mT$$

Im folgenden sind sowohl die verwendeten Werte, als auch die errechneten Werte für B_s aufgeführt:

U [V]	I(0°) [A]	I (180°) [A]	r [cm]	delta_d	<I> [A]	B_s [mT]
259	1,12	1,19	6,2	5,5	1,155	0,900
240	1,25	1,3	5,35	7,2	1,275	0,994
220	1,35	1,29	5	7,9	1,32	1,029
200	1,44	1,46	4,25	9,4	1,45	1,130
180	1,5	1,53	3,85	10,2	1,515	1,181
160	1,57	1,61	3,45	11	1,59	1,239
140	1,66	1,68	3,2	11,5	1,67	1,302
120	1,75	1,78	2,85	12,2	1,765	1,376
100	1,85	1,89	2,3	13,3	1,87	1,457
80	1,95	1,98	2	13,9	1,965	1,532

3 Nun soll eine $(rI)^2$-U-Abhängigkeit graphisch dargestellt werden, r wurde dabei schon in der letzten Tabelle aufgeführt und über $r = (17{,}9 - d)/2$ cm berechnet, wobei 17,9 cm die Stelle ist an der sich die Elektronenkanone befindet ist und d - der Abstand vom Spulenrand bis zu der Elektronenflugbahn.

Der Fehler von r lässt sich über Gauß bestimmen:

$$\Delta r = \sqrt{\left(\frac{\Delta d}{2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{2}\right)^2}$$ und mit $\Delta d = \pm 0{,}2$ cm $= \pm 0{,}0002$ m

gilt: $\Delta r = 0{,}14$ cm $= 0{,}0014$ m (im folgenden $I = \langle I \rangle$)

Fehlerfortpflanzung für $(Ir)^2$ ist dementsprechend:

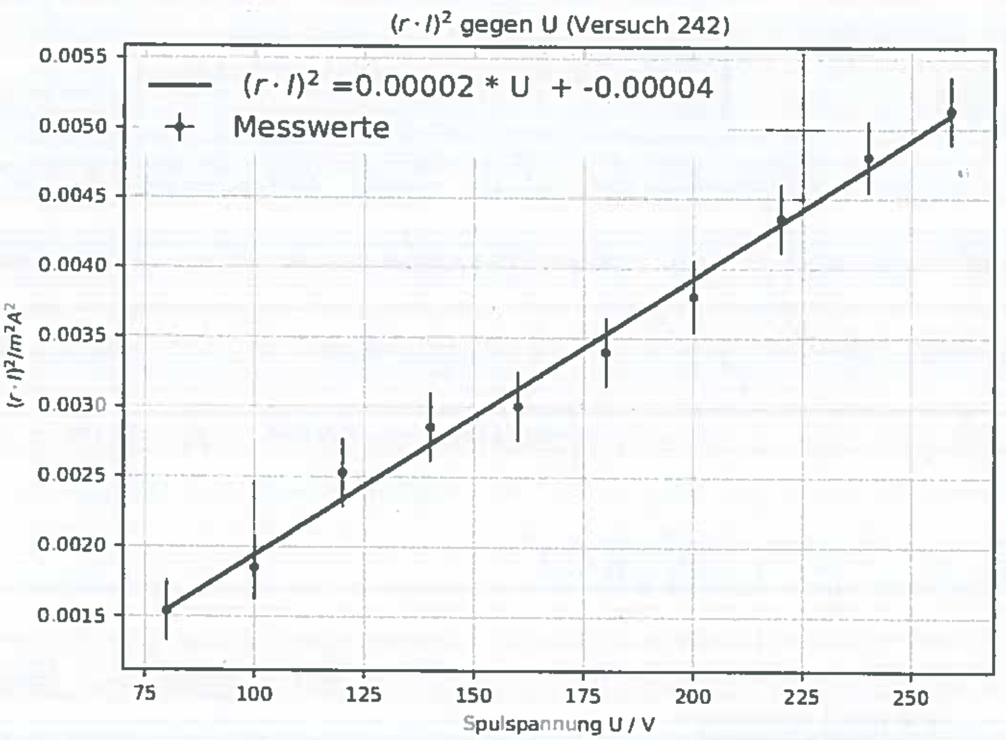
$$\Delta (Ir)^2 = \sqrt{(2rI^2\Delta r)^2 + (2r^2 I \Delta I)^2}$$

Außerdem gilt $\Delta U = 5$ V

Errechneten Werte und Fehler für $(Ir)^2$:

(r<I>)^2 [A^2*m^2]	Δ((r<I>)^2) [A^2*m^2]
0,0051	0,0002
0,0047	0,0002
0,0044	0,0002
0,0038	0,0003
0,0034	0,0002
0,0030	0,0002
0,0029	0,0003
0,0025	0,0002
0,0018	0,0002
0,0015	0,0002

Graphische Darstellung der $(Ir)^2$-U-Abhängigkeit:



4. Aus dem Diagramm lässt sich nun e/m bestimmen, und zwar gilt:

$$B^2 = \frac{2Um}{r^2 e} \quad \text{und} \quad B^2 = 0{,}716^2 \mu_0^2 \frac{n^2 I^2}{R^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2Um}{r^2 e} = 0{,}716^2 \mu_0^2 \frac{n^2 I^2}{R^2} \Rightarrow r^2 I^2 = \frac{2 R^2 m}{e\, 0{,}716^2 \mu_0^2 n^2} \cdot U$$

Wenn man nun diese Gleichung mit einer Geradengleichung der Form $y = x \cdot a$ vergleicht (mit $y = (Ir)^2$ und $x = U$) kann man folgern:

$$a = \frac{2R^2 m}{e \cdot 0{,}716^2 \mu_0^2 n^2} \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{2R^2}{0{,}716^2 \mu_0^2 n^2 a} \approx 1{,}65 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

(da $a = 2 \cdot 10^{-5} \pm 0{,}1 \cdot 10^{-5}\ m^2A^2/V$)

Für $\Delta \frac{e}{m}$ folgt somit: $\Delta \frac{e}{m} = \left| \frac{d\frac{e}{m}}{da} \cdot \Delta a \right| \approx 0{,}08 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$

$$\Rightarrow e/m = (1{,}65 \pm 0{,}08) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Der Literaturwert (nach Wikipedia[1]) für die spezifische Ladung liegt bei: $e/m = 1{,}759 \cdot 10^{11}\ C/kg$

Damit kann man eine Abweichung von:

$$\varepsilon = \frac{1{,}729 - 1{,}759}{1{,}759} \cdot 100\% = -1{,}73\%$$ bestimmen.

5. Es soll das Magnetfeld der Erde berechnet werden und dies ist analog zu der Berechnung von B_s möglich, nur in diesem Fall gilt: $I = \frac{1}{2}(I_{180} - I_0) = I_e$ da $B_e = \frac{1}{2}(B_{180} - B_0)$. Im folgenden wurde B_e mit

$$B_e = 0{,}716 \cdot \mu_0 \frac{n \cdot I_e}{R}$$ berechnet:

B_e [µT]	I_e [A]
27,3	0,035
19,5	0,025
-23,4	-0,03
7,8	0,01
11,7	0,015
15,6	0,02
7,8	0,01
11,7	0,015
15,6	0,02
11,7	0,015

Der negative Wert für B wird im folgenden außer acht gelassen, da dieser physikalisch nicht sinnvoll ist und es sich damit um einen Messfehler bei I_{180} oder I_0 handeln muss.

Es gilt: $\Delta B_e = \Delta B_s$, da $\Delta I_e = \Delta \langle I \rangle$ und damit $\Delta B_e = 5{,}\mu$
Nun kann man den Mittelwert über die B_e-Werte (bis auf den verworfenen) bilden:
$\langle B_e \rangle = 14{,}3\,\mu T$ und damit $B_e = (14{,}3 \pm 5{,}5)\,\mu T$

Der Literaturwert von B_e (laut Wikipedia[2]) liegt in unseren Breitengraden und in horizontaler Richtung bei 20 μT.
Damit kann man eine Abweichung von:

$$\varepsilon = \frac{19{,}8 - 20}{20} \cdot 100\% = -1\%$$ bestimmen.

Diese Abweichung kann wahrscheinlich auf eine ungenaue Ausrichtung der Helmholtzspulen zurückgeführt werden.

Aufgabe 242 g (Auswertung)

Versuchsdurchführung e. 242.2.2.

Durch das Millikan-Verfahren soll als aller erstes der Radius und die Gesamtladung der zur Messung verwendeten Tröpfchen bestimmt werden. Zur abschätzung welche der Werte sinnvoll verwendbar sind wurden als erstes Werte, für die gilt $(v_\downarrow - v_\uparrow) \leq 0$ verworfen, da in anbetracht der Gleichung $2v_0 = v_\downarrow - v_\uparrow$ diese Werte nicht physikalisch sinnvoll sind. Danach wurde abgeschätzt ob die jeweiligen Werte für $2v_0$ und $(v_\downarrow - v_\uparrow)$ in den jeweiligen Fehlerbereichen dieser Größen liegen. Durch dieses Verfahren sind folgende Daten entstanden:

Messung	t_0 [s]	v_0 [m/s]	t_hoch [s]	v_hoch [m/s]	t_runter [s]	v_runter [m/s]	Strecke s [m]	E [V/m]
1	16,83	0,00003	5,16	0,000097	2,06	0,000243	0,0005	65616,798
4	4,8	0,000104	3	0,000167	0,84	0,000595	0,0005	65616,798
5	3,68	0,000082	4,33	0,000069	1,28	0,000234	0,0003	65616,798
6	8,64	0,000035	2,95	0,000102	1,59	0,000189	0,0003	65616,798
7	3,28	0,000091	2,64	0,000114	1,07	0,00028	0,0003	65616,798
9	15,54	0,000032	1,86	0,000269	1,85	0,00027	0,0005	65616,798
10	14,17	0,000021	2,55	0,000118	1,84	0,000163	0,0003	65616,798
11	7,83	0,000128	6,08	0,000164	3,12	0,000321	0,001	65616,798
12	14,17	0,000071	66,36	0,000015	5,6	0,000179	0,001	65616,798
13	30,35	0,000033	7,63	0,000131	3,65	0,000274	0,001	65616,798
14	8,8	0,000114	25,82	0,000039	5,28	0,000189	0,001	65616,798
15	13,8	0,000072	36,88	0,000027	8,41	0,000119	0,001	65616,798
16	15,27	0,000065	29,93	0,000033	8,72	0,000115	0,001	65616,798
17	22,22	0,000045	26,62	0,000038	12,78	0,000078	0,001	65616,798
18	33,79	0,00003	29,09	0,000034	14,59	0,000069	0,001	65616,798
19	33,94	0,000029	12,04	0,000083	8,65	0,000116	0,001	65616,798
20	28,17	0,000035	31,44	0,000032	12,51	0,00008	0,001	65616,798
21	21,07	0,000047	13,78	0,000073	9,87	0,000101	0,001	65616,798
22	14,49	0,000069	14,26	0,00007	9,28	0,000108	0,001	65616,798
23	26,29	0,000038	42,96	0,000023	13,17	0,000076	0,001	65616,798
24	30,46	0,000033	9,18	0,000109	8,36	0,00012	0,001	65616,798
25	19,25	0,000052	10,91	0,000092	7,92	0,000126	0,001	65616,798
26	13,25	0,000075	10,78	0,000093	3,25	0,000308	0,001	65189,048
26	13,73	0,000073	11,12	0,00009	3,07	0,000326	0,001	65189,048
27	8,22	0,000122	4,96	0,000202	2,94	0,00034	0,001	65189,048
27	9,44	0,000106	4,57	0,000219	3,14	0,000318	0,001	65189,048
27	8,36	0,00012	4,99	0,0002	3,02	0,000331	0,001	65189,048
28	19,37	0,000052	7,87	0,000127	4,59	0,000218	0,001	65189,048
29	16,53	0,00006	9,53	0,000105	4,59	0,000218	0,001	65189,048

Messung	t_a [s]	v_a [m/s]	$t_{\uparrow}$ [s]	$v_{\uparrow}$ [m/s]	$t_{\downarrow}$ [s]	$v_{\downarrow}$ [m/s]	Strecke s [m]	E [V/m]
30	13,21	0,000076	2,18	0,000459	1,23	0,000813	0,001	64516,129
30	13,42	0,000075	2,22	0,00045	1,41	0,000709	0,001	64516,129
30	12,89	0,000078	1,85	0,000541	1,4	0,000714	0,001	64516,129
30	13,77	0,000073	1,98	0,000505	1,55	0,000645	0,001	64516,129
32	12,32	0,000081	8,8	0,000114	5,62	0,000178	0,001	64516,129
32	12,51	0,00008	8,51	0,000118	5,72	0,000175	0,001	64516,129
33	14,5	0,000069	15,42	0,000065	4,4	0,000227	0,001	64516,129
33	15,2	0,000066	15,23	0,000066	4,51	0,000222	0,001	64516,129
33	15,06	0,000066	15,13	0,000066	4,59	0,000218	0,001	64516,129
33	15,15	0,000066	14,04	0,000071	4,64	0,000216	0,001	64516,129
33	14,92	0,000067	14,8	0,000068	4,47	0,000224	0,001	64516,129
34	12,13	0,000082	4,45	0,000225	2,84	0,000352	0,001	64516,129
34	12,14	0,000082	4,22	0,000237	2,77	0,000361	0,001	64516,129
35	9,55	0,000105	2,13	0,000469	1,61	0,000621	0,001	64516,129
35	9,62	0,000104	2,14	0,000467	1,64	0,00061	0,001	64516,129
35	9,53	0,000105	2,16	0,000463	1,64	0,00061	0,001	64516,129
38	4,31	0,000232	3,35	0,000299	2	0,0005	0,001	64516,129
38	4,04	0,000248	4,11	0,000243	1,9	0,000526	0,001	64516,129
39	3,48	0,000287	4,97	0,000201	3,62	0,000276	0,001	64516,129
40	3,54	0,000282	2,72	0,000368	1,56	0,000641	0,001	64516,129
41	5,04	0,000198	2,66	0,000376	1,66	0,000602	0,001	64516,129
42	4,77	0,00021	3,97	0,000252	1,55	0,000645	0,001	64516,129

Hierbei wurde die elektrische Feldstärke aus $E = \frac{U}{d}$ bestimmt
Für den Fehler dieser Größe gilt nach Gauß mit welchem d?

$$\Delta E = \sqrt{\left(\frac{d}{dU}\left(\frac{U}{d}\right)\Delta U\right)^2} = \left|\frac{\Delta U}{d}\right|$$

Um aus den gemessenen Werten v_i und $q_{s,i}$ zu bestimmen muss noch μ_{Luft} (Viskosität) abgeschätzt werden. Bekannt ist die Beziehung: $\mu_{Luft}(0°C) = 17,2\ \mu Pa s$, $\mu_{Luft}(20°C) = 18,19\ \mu Pa s$,

$\mu_{Luft}(40°C) = 19,12\ \mu Pa s$

$\Rightarrow \Delta\mu_{Luft\,1} = \mu_{Luft}(20°C) - \mu_{Luft}(0°C) \approx 0,99\ \mu Pa s$ und

$\Delta\mu_{Luft\,2} = \mu_{Luft}(40°C) - \mu_{Luft}(20°C) \approx 0,93\ \mu Pa s$

$\Delta\mu_{Luft}(\text{pro } 20°C) = \Delta\mu_{Luft\,1} - \Delta\mu_{Luft\,2} = 0,06\ \mu Pa s \Rightarrow \Delta\mu_{Luft}(\text{pro } 2°C) =$

$= 0,006\ \mu Pa s$, außerdem: $\Delta\mu_{Luft\,1} + \Delta\mu_{Luft}(\text{pro } 20°C) = 1,05\ \mu Pa$

$\Rightarrow \Delta\mu_{Luft\,1} = \mu_{Luft}(20°C) - \mu_{Luft}(18°C) = \left(\frac{1,05\ \mu Pa}{\ }\right) - \Delta\mu_{Luft}(\text{pro } 2°C) =$

$= 0{,}099\ \mu Pa\,s$

$\Rightarrow \mu_{Luft}(19^\circ C) = \mu_{Luft}(20^\circ C) - \Delta\mu_{Luft\,s} = (18{,}19 - 0{,}099)\,\mu Pa\,s =$

$= 18{,}091\ \mu Pa\,s = 18{,}091 \cdot 10^{-6}\ Pa\,s$

Nun lässt sich r_i aus $\longrightarrow$ da $18{,}19\ \mu Pa$ aus dem Skript

$$r = \sqrt{\frac{9\mu_{Luft}(v_\downarrow - v_\uparrow)}{4g(\rho_{Öl} - \rho_{Luft})}} \quad \text{mit } g = 9{,}81\ m/s^2,\ \rho_{Öl} = 886\ \frac{kg}{m^3},\ \rho_{Luft} = 1{,}225\ \frac{kg}{m^3}$$

bestimmen.

Zur Bestimmung des Fehlers von r muss zuerst der Fehler von $v_\downarrow - v_\uparrow$ bestimmt werden:

$$\Delta(v_\downarrow - v_\uparrow) = \Delta\left(\frac{s}{t_\downarrow} - \frac{s}{t_\uparrow}\right) = \sqrt{\left(\Delta s\left(\frac{1}{t_\downarrow} - \frac{1}{t_\uparrow}\right)\right)^2 + \left(\frac{s}{t_\downarrow^2}\Delta t_\downarrow\right)^2 + \left(\frac{s}{t_\uparrow^2}\Delta t_\uparrow\right)^2}$$

mit $\Delta s = 0{,}1\ mm = 1 \cdot 10^{-4}\ m$ und $\Delta t_\uparrow = \Delta t_\downarrow = 0{,}5\ s$ (Reaktionszeit)

Daraus folgt für Δr:

$$\Delta r = \left|\frac{1}{2} \cdot \Delta(v_\downarrow - v_\uparrow)\sqrt{\frac{9\mu_{Luft}}{4g(\rho_{Öl} - \rho_{Luft})(v_\downarrow - v_\uparrow)}}\right|$$

$q_{s,i}$ lässt sich über die Gleichung:

$$q = Ne = 3\pi\mu_{Luft} r \frac{v_\downarrow + v_\uparrow}{E} \quad \text{bestimmen}$$

Fehlerrechnung:

$$\Delta q = \sqrt{\left(3\pi\mu_{Luft}\Delta r\,\frac{(v_\downarrow + v_\uparrow)}{E}\right)^2 + \left(3\pi\mu_{Luft} r\,\frac{\Delta(v_\downarrow - v_\uparrow)}{E}\right)^2 + \left(3\pi\mu_{Luft} r\,\frac{\Delta E(v_\downarrow + v_\uparrow)}{E^2}\right)^2}$$

(da $\Delta(v_\downarrow + v_\uparrow) = \Delta(v_\downarrow - v_\uparrow)$)

Werte folgen in Tabelle.

Aufgabe 242. h.

Es soll nun die Anzahl der Ladungsträger auf einem Tröpfchen (N) geschätzt werden, dazu wurde der Wert $1{,}66 \cdot 10^{-19}$ als gemeinsamer Nenner für q_s gewählt und damit gilt:

$N = \frac{q_{s,i}}{1{,}66 \cdot 10^{-19}\ C}$ außerdem gilt $N \in \mathbb{N}$ und damit wird auf ganze

Werte gerundet und im folgenden eingetragen. $1,66 \cdot 10^{-19}$ C wurde gewählt, da dies der nächste gemessene Wert zu der Elementarladung ($e_0 = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C) ist.

r [m]	q [C]	Δr [m]	Δq [C]	N
8,27E-007	7,31E-019	1,49E-06	1,81E-018	4
1,42E-006	2,81E-018	2,13E-06	6,63E-018	17
8,80E-007	6,93E-019	2,19E-06	2,66E-018	4
6,39E-007	4,83E-019	2,63E-06	2,42E-018	3
8,82E-007	9,03E-019	2,70E-06	3,78E-018	5
6,85E-008	9,59E-020	2,63E-05	3,86E-017	1
4,59E-007	3,35E-019	3,43E-06	2,75E-018	2
8,58E-007	1,08E-018	9,95E-07	1,56E-018	7
8,77E-007	4,42E-019	4,81E-07	4,98E-019	3
8,19E-007	8,62E-019	8,76E-07	1,18E-018	5
8,39E-007	4,97E-019	5,43E-07	5,55E-019	3
6,57E-007	2,49E-019	4,36E-07	2,78E-019	2
6,20E-007	2,38E-019	4,52E-07	2,71E-019	1
4,33E-007	1,31E-019	4,70E-07	1,80E-019	1
4,05E-007	1,08E-019	4,44E-07	1,50E-019	1
3,93E-007	2,03E-019	8,49E-07	4,84E-019	1
4,74E-007	1,38E-019	4,26E-07	1,70E-019	1
3,62E-007	1,64E-019	8,08E-07	4,01E-019	1
4,22E-007	1,95E-019	7,15E-07	3,76E-019	1
4,99E-007	1,28E-019	3,74E-07	1,47E-019	1
2,27E-007	1,35E-019	1,67E-06	1,05E-018	1
3,99E-007	2,26E-019	9,18E-07	5,69E-019	1
1,00E-006	1,05E-018	7,59E-07	1,22E-018	6
1,05E-006	1,14E-018	7,62E-07	1,31E-018	7
8,04E-007	1,14E-018	1,17E-06	1,31E-018	7
6,81E-007	9,57E-019	1,34E-06	1,94E-018	6
7,84E-007	1,09E-018	1,17E-06	2,10E-018	7
6,53E-007	5,89E-019	9,10E-07	1,90E-018	4
7,28E-007	6,15E-019	7,83E-07	9,70E-019	4
1,29E-006	4,33E-018	1,81E-06	8,44E-019	26
1,10E-006	3,38E-018	1,88E-06	7,29E-018	20
9,01E-007	2,99E-018	2,45E-06	6,59E-018	18
8,10E-007	2,46E-018	2,47E-06	8,83E-018	15
5,48E-007	4,23E-019	9,07E-07	8,09E-018	3
5,17E-007	4,00E-019	9,58E-07	7,98E-019	2
8,72E-007	6,73E-019	6,40E-07	8,32E-019	4
8,55E-007	6,51E-019	6,38E-07	7,71E-019	4
8,44E-007	6,34E-019	6,36E-07	7,48E-019	4
8,25E-007	6,25E-019	6,49E-07	7,31E-019	4
8,55E-007	6,60E-019	6,44E-07	7,31E-019	4
7,72E-007	1,18E-018	1,29E-06	7,61E-019	7
7,63E-007	1,21E-018	1,35E-06	2,24E-018	7
8,44E-007	2,43E-018	2,25E-06	2,41E-018	15
8,19E-007	2,33E-018	2,28E-06	7,03E-018	14
8,30E-007	2,35E-018	2,25E-06	7,03E-018	14
9,71E-007	2,05E-018	1,44E-06	6,90E-018	12
1,15E-006	2,34E-018	1,21E-06	3,56E-018	14
5,93E-007	7,48E-019	1,36E-06	3,20E-018	5
1,13E-006	3,02E-018	1,60E-06	1,88E-018	18
1,03E-006	2,66E-018	1,68E-06	5,06E-018	16
1,36E-006	3,22E-018	1,25E-06	4,99E-018	19

Durch die Rundung wird für N ein Fehler von $\Delta N = 0{,}5$ angenommen.

Nun kann man aus der Gleichung $e_{s,i} = \frac{q_{s,i}}{N_i}$ die Werte für $e_{s,i}$ bestimmen.

Der Fehler von $e_{s,i}$ folgt aus:

$$\Delta e_{s,i} = \sqrt{\left(\frac{\Delta q}{N_i}\right)^2 + \left(\frac{q_s \cdot \Delta N_i}{N_i^2}\right)^2}$$

Die Werte von $e_{s,i}$ werden in der folgenden Tabelle aufgeführt mit den dazugehörigen Fehlern $\Delta e_{s,i}$

Aufgabe 242. i.

Es soll ein Graph von der $(e_{s,i})^{2/3}, \frac{1}{r_i}$-Abhängigkeit erstellt werden um aus diesem e_0 zu bestimmen.

Dabei gilt für die Fehler:

$$\Delta (e_{s,i})^{2/3} = \left| \frac{2}{3} e_{s,i}^{-\frac{1}{3}} \cdot \Delta e_{s,i} \right| \quad \text{und}$$

$$\Delta \frac{1}{r_i} = \left| \frac{1}{r_i^2} \cdot \Delta r \right|$$

Aus der Analogie der Geradengleichung $y = a x + b$ und

$(e_{s,i})^{2/3} = (e_0)^{\frac{2}{3}} \times \left(1 + \frac{A}{r_i}\right) = e_0^{2/3} \frac{A}{r_i} + e_0^{2/3}$ folgt, dass man e_0 aus der Schnittstelle der gefitteten Geraden und der y-Achse bestimmen kann mit:

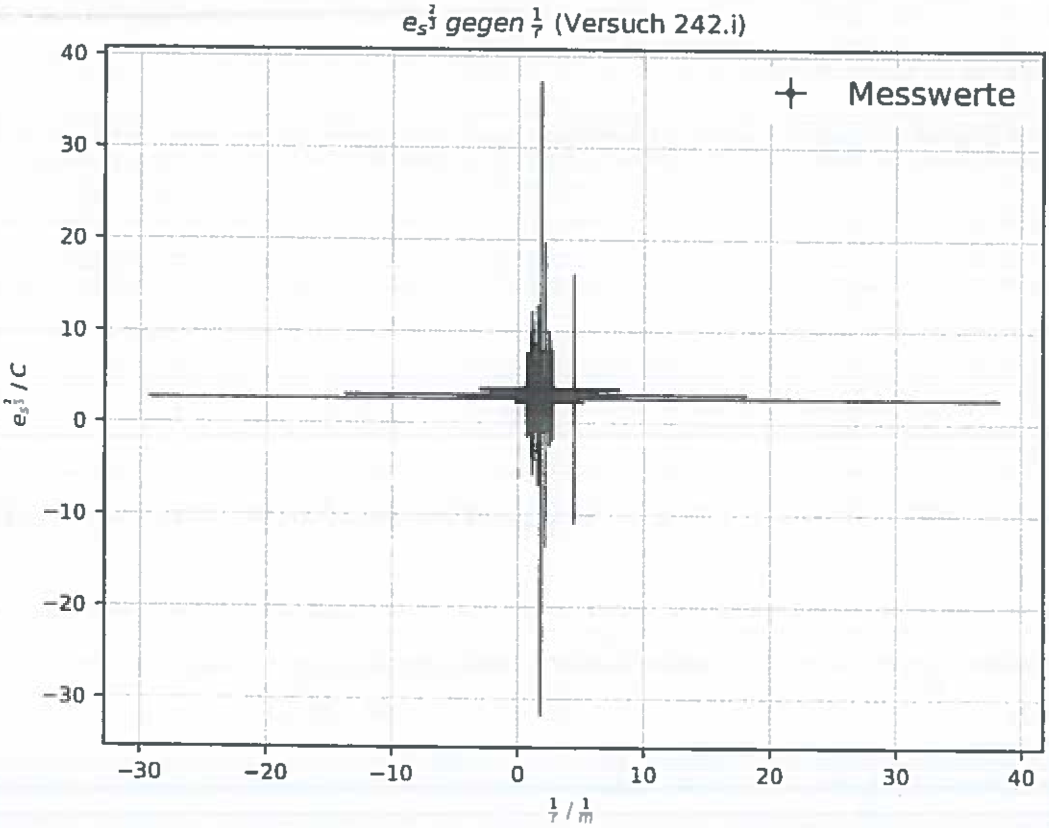
$$e_0 = b^{\frac{3}{2}}$$

Für den Fehler gilt dann: $\Delta e_0 = \left| \frac{3}{2} \sqrt{b} \cdot \Delta b \right|$

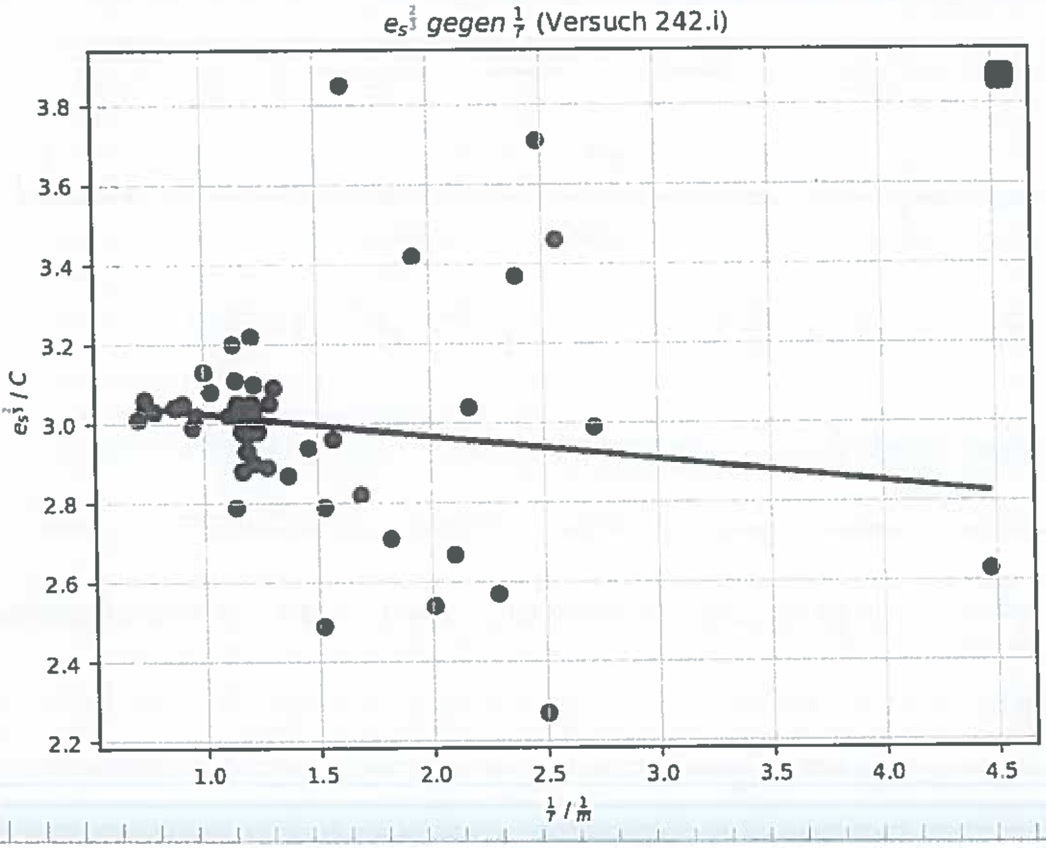
In dieser Tabelle sind die Werte und Fehler von $e_{s,i}$ (Aufgabe h) und die Werte für den Graphen, also $\frac{1}{r}$ und $(e_{s,i})^{2/3}$ mit Fehler aufgeführt:

1/r [1/m]	e_s,i [C]	Δ1/r [1/m]	Δe_s,i	e_s,i^(2/3) [C^(2/3)]	Δe_s,i^(2/3) [C^(2/3)]
1208515	1,83E-019	2177396	4,54E-19	3,22E-13	5,34E-13
705840	1,65E-019	1060657	3,90E-19	3,01E-13	4,74E-13
1136806	1,73E-019	2824102	6,65E-19	3,11E-13	7,96E-13
1565557	1,61E-019	6452072	8,09E-19	2,96E-13	9,91E-13
1133377	1,81E-019	3472161	7,57E-19	3,20E-13	8,92E-13
14602539	9,59E-020	5616866683	3,86E-17	2,10E-13	5,62E-11
2176818	1,68E-019	16253574	1,38E-18	3,04E-13	1,66E-12
1165409	1,54E-019	1351355	2,23E-19	2,88E-13	2,77E-13
1140267	1,47E-019	625408	1,68E-19	2,79E-13	2,12E-13
1221126	1,72E-019	1306946	2,37E-19	3,10E-13	2,84E-13
1192292	1,66E-019	771413	1,87E-19	3,02E-13	2,27E-13
1522420	1,25E-019	1011085	1,43E-19	2,49E-13	1,90E-13
1612581	2,38E-019	1176004	2,96E-19	3,85E-13	3,19E-13
2308864	1,31E-019	2508004	1,92E-19	2,57E-13	2,52E-13
2468280	1,08E-019	2704529	1,60E-19	2,27E-13	2,23E-13
2541976	2,03E-019	5488357	4,94E-19	3,46E-13	5,60E-13
2107695	1,38E-019	1890339	1,84E-19	2,67E-13	2,37E-13
2759621	1,64E-019	6150011	4,09E-19	2,99E-13	4,99E-13
2368845	1,95E-019	4011451	3,88E-19	3,37E-13	4,46E-13
2005813	1,28E-019	1504360	1,61E-19	2,54E-13	2,12E-13
4402831	1,35E-019	32440861	1,05E-18	2,63E-13	1,36E-12
2504315	2,26E-019	5756241	5,80E-19	3,71E-13	6,35E-13
995885	1,76E-019	752472	2,04E-19	3,13E-13	2,43E-13
950544	1,64E-019	688943	1,88E-19	2,99E-13	2,29E-13
1243051	1,63E-019	1801973	1,88E-19	2,98E-13	2,29E-13
1467610	1,60E-019	2893713	3,23E-19	2,94E-13	3,98E-13
1275830	1,56E-019	1905953	3,01E-19	2,89E-13	3,73E-13
1530762	1,47E-019	2132133	4,74E-19	2,79E-13	5,99E-13
1373691	1,54E-019	1477022	2,43E-19	2,87E-13	3,03E-13
776116	1,67E-019	1091605	3,26E-20	3,03E-13	3,95E-14
907358	1,69E-019	1546537	3,64E-19	3,05E-13	4,40E-13
1110210	1,66E-019	3025163	3,66E-19	3,02E-13	4,44E-13
1234140	1,64E-019	3768093	5,88E-19	3,00E-13	7,16E-13
1825317	1,41E-019	3020330	2,70E-18	2,71E-13	3,45E-12
1934154	2,00E-019	3584971	4,02E-19	3,42E-13	4,59E-13
1147284	1,68E-019	842050	2,09E-19	3,05E-13	2,53E-13
1169139	1,63E-019	871608	1,94E-19	2,98E-13	2,37E-13
1184422	1,58E-019	891823	1,88E-19	2,93E-13	2,32E-13
1212675	1,56E-019	954250	1,84E-19	2,90E-13	2,27E-13
1169139	1,65E-019	880601	1,84E-19	3,01E-13	2,24E-13
1295766	1,68E-019	2157909	1,09E-19	3,05E-13	1,32E-13
1311347	1,72E-019	2313892	3,20E-19	3,09E-13	3,83E-13
1184422	1,62E-019	3154693	1,61E-19	2,97E-13	1,96E-13
1221126	1,66E-019	3406770	5,02E-19	3,03E-13	6,09E-13
1204397	1,68E-019	3257198	5,02E-19	3,05E-13	6,07E-13
1029984	1,71E-019	1530371	5,75E-19	3,08E-13	6,91E-13
868031	1,67E-019	915420	2,55E-19	3,04E-13	3,08E-13
1686156	1,50E-019	3872538	6,41E-19	2,82E-13	8,05E-13
883786	1,68E-019	1246365	1,05E-19	3,04E-13	1,27E-13
971346	1,66E-019	1582306	3,16E-19	3,02E-13	3,83E-13
736601	1,69E-019	678404	2,63E-19	3,06E-13	3,17E-13

Nun folgt erstmal die Graphische Darstellung der $\frac{1}{r}, (e_{s,i})^{2/3}$ Abhängigkeit mit Beachtung der Fehlerbalken:



Wie man erkennt sind diese Werte nicht gut auswertbar aufgrund der sehr großen Fehler. Um dennoch einen sinnvollen Wert für die Elementarladung bestimmen zu können wird die Fitgerade auf einen Datensatz ohne Fehlerbalken angepasst. (ok, dann einfach gleich so und kommentieren: (pdf Druck-kosten)



Der Wert der Schnittstelle b liegt bei dieser Darstellung bei:

$b = (3{,}082 \pm 0{,}094)\ C^{2/3} (\cdot 10^{-19})^{2/3}$

Und damit lässt sich e_0 bestimmen mit:

$e_0 \approx 1{,}71 \cdot 10^{-19}\ C$

und $\Delta e_0 \approx 0{,}08 \cdot 10^{-19}\ C$

$e_0 = (1{,}71 \pm 0{,}08) \cdot 10^{-19}\ C.$

Der Literaturwert von der Elementarladung (nach Wikipedia

liegt bei $e_0 = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ C$

Damit ergibt sich eine relative Abweichung von:

$$\varepsilon = \frac{1{,}63 - 1{,}602}{1{,}602} \cdot 100\,\% \approx 1{,}75\,\%$$

Aufgabe 242 j:

Die Gleichung $e_0^{\frac{2}{3}} = e_s^{\frac{2}{3}} \cdot \left(1 + \frac{A}{r}\right)$ bewiesen werden Also $e_0 = e_s\left(1 + \frac{A}{r}\right)$

$$r^2 = \frac{9\eta\,(V_\downarrow - V_\uparrow)}{4g\,(\rho_{Öl} - \rho_{Luft})} \qquad N^2 e^2 = 9\pi^2 \eta^2 r^2 \frac{(V_\downarrow + V_\uparrow)^2}{E^2}$$

$$\Rightarrow e_s^2 = \frac{81\pi^2 (V_\downarrow - V_\uparrow)^3}{4g(\rho_{Öl} - \rho_{Luft}) E^2 N^2}\, \eta_{Luft}^3 \qquad \text{Substitution: } x = \frac{81\pi^2 (V_\downarrow - V_\uparrow)^3}{4g(\rho_{Öl} - \rho_{Luft}) E^2 N^2}$$

$$\Rightarrow e_s^2 = x \cdot \eta_{Luft}^3 \quad \text{und mit} \quad \eta_{eff} = \eta_{Luft} \cdot \frac{1}{1 + \frac{A}{r}}$$

$$e_0^2 = x \cdot \eta_{eff}^3 \Rightarrow \frac{e_0^2}{\eta_{eff}^3} = \frac{e_s^2}{\eta_{Luft}^3} \Rightarrow e_0^2 \left(1 + \frac{A}{r}\right)^3 = e_s^2$$

$$\Rightarrow e_0 = e_s \left(1 + \frac{A}{r}\right)^{-\frac{3}{2}} \Rightarrow e_0^{\frac{2}{3}} = e_s^{\frac{2}{3}} \left(1 + \frac{A}{r}\right)$$

Aufgabe 242 k.

Es kann nun die Masse eines Elektrons mit:

$m = \frac{e_0}{e/m}$ bestimmt werden aus den errechneten $\frac{e}{m}$ und e_0

Werten

$m \approx 1{,}04 \cdot 10^{-30}\ kg$

$$\Delta m = \sqrt{\left(\frac{\Delta e_0}{e/m}\right)^2 + \left(\frac{e_0 \cdot \Delta(e/m)}{(e/m)^2}\right)^2} \approx 0{,}07 \cdot 10^{-30}\,kg$$

$$\Rightarrow \quad m = (1{,}04 \pm 0{,}07) \cdot 10^{-30}\ kg$$

Der (gerundete) Literaturwert (nach Wikipedia[4]) liegt bei

$m_e = 0{,}91 \cdot 10^{-30}\ kg$

Daraus ergibt sich eine relative Abweichung von:

$$\varepsilon = \frac{1{,}04 - 0{,}91}{0{,}91} \cdot 100\,\% = 14{,}3\,\%$$

Literaturwerte (Quellen):

1. https://de.wikipedia.org/wiki/Spezifische_Ladung
2. https://de.wikipedia.org/wiki/Erdmagnetfeld
3. https://de.wikipedia.org/wiki/Elementarladung
4. https://de.wikipedia.org/wiki/Elektron

Fazit

In dem ersten Versuchsteil wurde mit Helmholtzspulen die spezifische Ladung und das Erdmagnetfeld bestimmt. Dabei wurde das Verständniss von Kräftegleichgewicht (Zentripetal und Gewichtskraft) und Einfluss des Erdmagnetfelds auf Ladungsträger verbessert und die Funktionsweise von Helmholtzspulen deutlich gemacht. Mit Abweichungen von $\varepsilon_{B_E} = -1\,\%$ und $\varepsilon_{e/m} = -1{,}73\,\%$ wurden die Werte von B_E und e/m sinnvoll bestimmt. Die Abweichungen lassen sich wahrscheinlich auf ungenaue Nord-Süd Ausrichtung der Spulen und zu klein angenommene Messwert. zurückführen. Im zweiten Versuchsteil sollte mit der Millikan-Methode die Elementarladung und elektronen Masse bestimmt werden. Dies war mit einbeziehen der Kräfte die auf ein Öltröpfchen zwischen den Kondensatorplatten wirken möglich. Nicht alle Werte, die die Bewegung der Tröpfchen beschrieben haben waren physikalisch sinnvoll. Das kann sowohl an Fehlern beim Messvorgang als auch an Beobachtungsfehlern liegen. Die Auswertung der übrigen Werte führte allerdings zu großen Fehlerannahmen die teilweise ein vielfaches des Messwerts betragen. Dies lässt sich durch Beobachtungsfehler und die Größe des Aufbaus die zu solchen Fehlern führen könnte erklären. Durch die Auswertung der fehlerfreien Werte ließen sich Werte für e_0 und m_e mit Abweichungen von $\varepsilon_{e_0} = 1{,}75\%$ und $\varepsilon_{m_e} = 14{,}3\%$ bestimmen. Die große Abweichung von dem m_e Wert lässt sich darauf zurückführen, dass dieser rechnerisch durch sehr viele bereits fehlerbehaftete Größen definiert wurde. Allgemein kann man sagen dass zwar die erwarteten Werte erreicht wurden, aber dazu mussten annahmen und vernachlässigungen getätigt werden die signifikanten einfluss auf die Auswertung haben.

1) Welches d? Verschiedene Abstände der einzelnen Kondensatoren beachtet?

Betrach

[redacted]