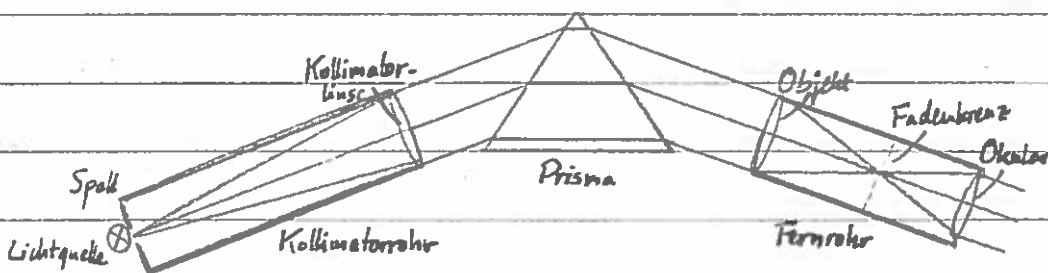


366 - Prismen-Spektralapparat

1.) Einleitung: Im Versuch 366 werden wir das Licht von Spektrallampen durch ein Prismenspektrometer betrachten und so die Spektrallinien verschiedener Elemente kennenlernen. Nach dem Vermessen einer Hg/Cd-Spektrallampe und dem Erstellen einer Kalibrationskurve daraus soll ein unbekanntes Element anhand seines Spektrums bestimmt werden. ✓

2.) Theorie: Spektrallampen basieren auf der Gasentladung. Sie sind mit einem Edelgas oder einem Metaldampf gefüllt, dessen Atome angeregt werden. Wenn die Elektronen in den Schalen der Atome wieder in energieärmere Zustände zurückfallen, so geschieht dies unter Emission von Licht ganz bestimmter Wellenlängen. Die Messung dieses diskreten Spektrums ist Ziel des Versuchs. Wir benutzen dazu ein Prismenspektrometer, das wie folgt aufgebaut ist:



Das Licht der Spektrallampe dringt durch einen Spalt in das Kollimatorrohr. Der Spalt liegt im Brennpunkt der Kollimatorlinse am Ende des Rohres. Dadurch verlässt das Licht den Kollimator als paralleles Strahlenbündel, das von dem Prisma gebrochen und schließlich mit einem Fernrohr beobachtet wird. Das Fernrohr ist beweglich auf einem Skalenteller angebracht. Für die Vermessung der Spektrallinien dreht man das Fernrohr solange, bis die zu untersuchende Linie in Deckung mit dem in der Zwischenbildebene des Fernrohrs befindlichen Fadenkreuz ist und liest dann den Winkel am Skalenteller ab.

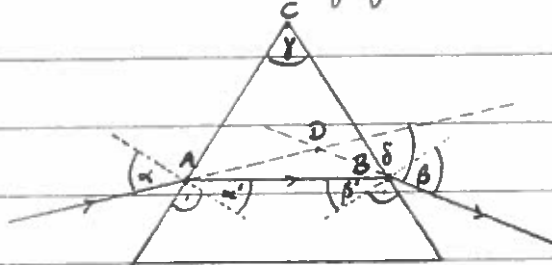
Dispersion wäre schön zu erwähnen

Neben der Bestimmung eines unbekannten Elementes anhand seines Spektrums soll auch das Auflösungsvermögen des Prismenspektrometers ermittelt werden. Dazu müssen wir die Dispersion des Prismas, d.h. die Abhängigkeit seines Brechungsindex von der Wellenlänge, kennen. Es gilt:

ausgeleuchtete Basisbreite des Prismas

$$n(\lambda) = k_1 + \frac{k_2}{\lambda^2} + O\left(\frac{1}{\lambda^4}\right), \quad A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \left| \frac{dn}{d\lambda} \right| \cdot b \approx \frac{2k_2}{\lambda^3} \cdot b$$

Um die Konstante k_1 zu ermitteln, müssen wir den Brechungsindex n noch auf eine andere Art berechnen. Wir betrachten dazu den Strahlengang durch das Prisma:



Geometrisch gilt:

aber nicht nötig: $\gamma + (90^\circ - \alpha') + (90^\circ - \beta') = 180^\circ \Leftrightarrow \gamma = \alpha' + \beta'$ (Winkelsumme im Dreieck ABC)

$(\alpha - \alpha') + (\beta - \beta') + (180^\circ - \delta) = 180^\circ \Leftrightarrow \delta = \alpha - \alpha' + \beta - \beta'$ (" " " ABD)

Nach Snellius gilt:

$$\sin \alpha = n \cdot \sin \alpha', \quad \sin \beta = n \cdot \sin \beta'$$

Das Minimum der Ablenkung wird bei symmetrischem Durchlauf des Strahls erreicht, d.h.

$\alpha = \beta$, bzw. $\alpha' = \beta'$. Dann ergibt sich:

$$\delta = 2\alpha - 2\alpha' = 2\alpha - \gamma \Leftrightarrow \alpha = \frac{\delta + \gamma}{2}$$

Formel + Erwähnung von Snellius reicht

$$\Rightarrow n = \frac{\sin\left(\frac{\delta + \gamma}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)}$$

3.) Messwerte: 366.6 $\alpha_2 = 118^\circ + 11'$ $\alpha_1 = 58^\circ + 7'$ $\Delta\alpha = 3'$

366. c	λ in nm	Farbe	Ablenkwinkel δ	$\Delta\delta = 5'$
	643,85	rot	$46,5^\circ + 15'$	
	579,06	gelb	$47^\circ + 14'$	
	576,96	gelb	$47^\circ + 17'$	
	546,07	grün	$47,5^\circ + 6'$	
	512,85	grün	$47,5^\circ + 26'$	
	508,58	(türkis) grün	$48^\circ + 4'$	
	479,99	blau	$48,5^\circ + 0'$	
	467,82	blau	$48,5^\circ + 13'$	
	435,92	blau	$49^\circ + 23'$	
	407,38	violett	$50^\circ + 4'$	
	404,66	violett	$50^\circ + 23'$	

491,60 türkis $48^\circ + 2'$

366. d	Intensität	Farbe	Ablenkswinkel δ	$\Delta\delta = 5'$
	hoch	rot	$46,5^\circ + 15'$	
	gering	rot	$46,5^\circ + 20'$	
	sehr gering	rot	$47,0^\circ + 0'$	
	gering	grün	$47,5^\circ + 26'$	
	hoch	grün	$48,0^\circ + 3'$	
	hoch	blau	$48,0^\circ + 27'$	
	hoch	blau	$48,5^\circ + 13'$	Tuner-Lampe 5
	mittel	dunkelblau	$49^\circ + 25'$	

366. e ausgeleuchtete Breite des Prismas: $b = 2,5 \text{ cm} \pm 0,3 \text{ cm}$

4.) Durchführung und Auswertung

366. a Bevor wir mit der Aufnahme der Spektren beginnen können, müssen wir das Prismenspektrometer zunächst justieren. Wir beginnen damit, das Fadenkreuz durch Verschieben des Okulars scharfzustellen. Danach stecken wir den Justierkollimator auf das Ende des Fernrohres und fokussieren dieses durch Scharfstellen des kleinen Lochs auf unendlich. Zuletzt stellen wir mit dem fertig justierten Fernrohr das Kollimatorrohr so ein, dass der Beleuchtungsspalt scharf erscheint. Nun schalten wir die Hg/Cd-Lampe ein, stellen sie vor den Spalt und verändern die Spaltbreite so, dass die zu beobachteten Spektrallinien einerseits hell genug, andererseits nicht zu breit erscheinen. ✓

366. b Wir messen den Winkel γ der brechenden Kante des Prismas, indem wir die Prismenspitze auf das Kollimatorrohr richten und die Winkel der Reflexionsbilder messen. Das "linke" Reflexionsbild war unter einem Winkel von $\alpha_2 = (118,18 \pm 0,05)^\circ$ zu sehen und das rechte unter einem Winkel von $\alpha_1 = (58,12 \pm 0,05)^\circ$, wobei zu letzterem noch 180° hinzuaddiert werden müssen, da dieser Winkel am

gegenüberliegenden Nonius abgelesen wurde. Für γ ergibt sich:

$$\gamma = \frac{1}{2} (238,12^\circ - 118,18^\circ) \pm \frac{1}{2} \sqrt{2(\Delta\alpha)^2}$$
$$= \underline{\underline{59,97 \pm 0,04}}$$

Dieses Ergebnis erscheint plausibel, da es sich augenscheinlich um ein gleichseitiges Prisma gehandelt hat. ✓

366. c Bei der Vermessung der Spektrallinien der Hg/Cd-Lampe gehen wir wie folgt vor: Wir beginnen mit der ersten sichtbaren Linie im roten Wellenlängenbereich, bringen sie mit dem Fadenkreuz in Deckung und lesen den Winkel ab. Anhand der Farbe und Intensität der Linien ordnen wir mithilfe der in der Praktikumsanleitung abgedruckten Tabelle jeder Spektrallinie eine Wellenlänge zu. Während die ausgeprägten Linien meist sofort zuzuordnen waren, ergaben sich bei den schwächeren Linien manchmal Schwierigkeiten. Beispielsweise sehen wir zwischen dem kräftigen gelbgrün des Quecksilbers bei 546 nm und dem kräftigen dunkelgrün des Cadmiums bei 508 nm eine weitere mittelstarke Linie, die wir laut den in der Tabelle gegebenen Intensitäten kaum hätten sehen dürfen. Wir tippten auf die Quecksilber-Linie bei 512 nm, die die Tabelle in der Praktikumsanleitung allerdings nur mit der Intensität 2 bezieht. Erst der Blick in die im Praktikum ausliegende Tabelle bestätigte unsere Vermutung: Dort wird (im Gegensatz zur Praktikumsanleitung) noch eine Cadmium-Linie bei 515 nm aufgeführt, die die unerwartet hohe Intensität der Linie erklären konnte. ✓

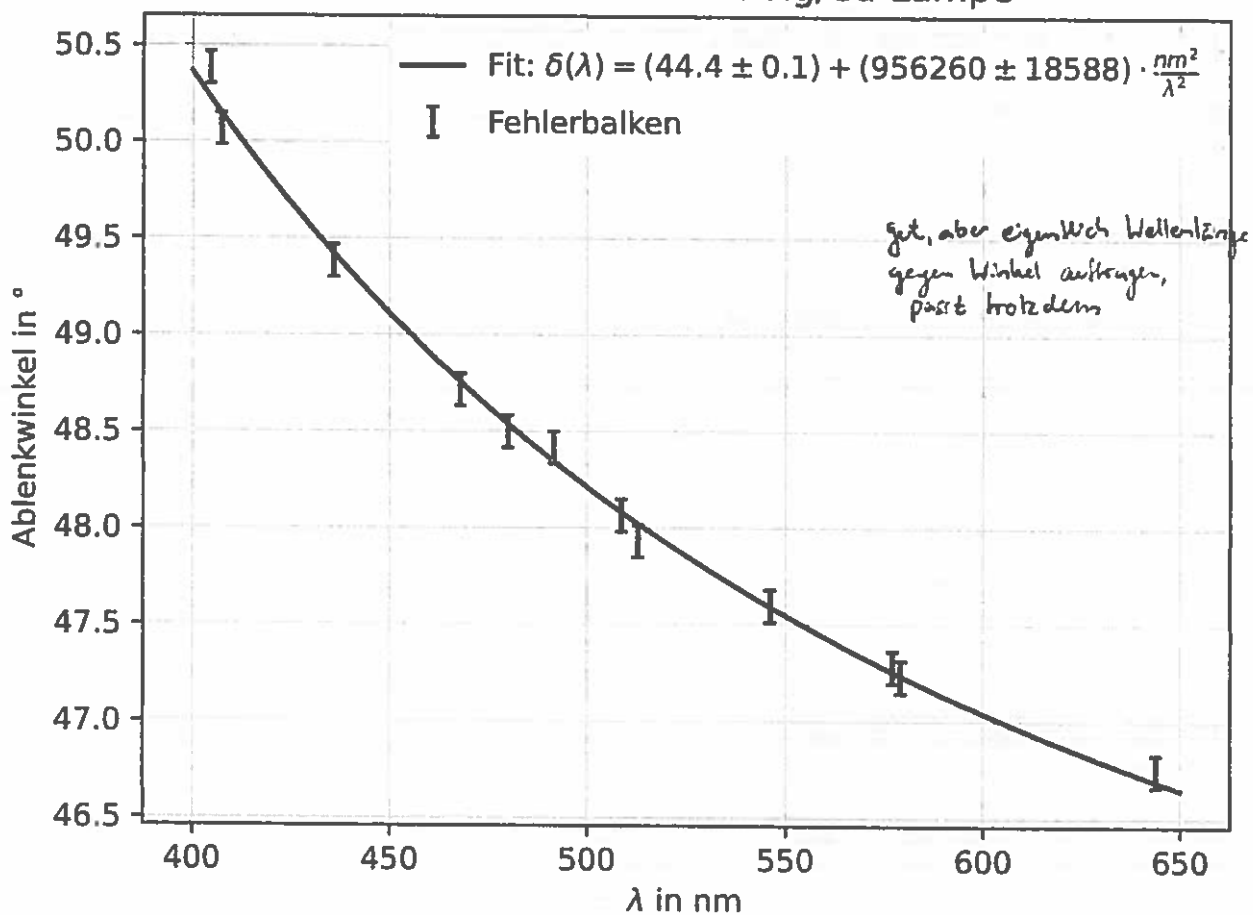
Weil es nicht immer einfach war, das Fadenkreuz mittig auf die Linien zu richten (speziell bei sehr schwachen Intensitäten), wählen wir als Fehler auf den Ablenkwinkel $5'$.

Das Ergebnis der Messung ist in folgendem Plot zu sehen. Für den Fit nehmen wir an, dass der Ablenkwinkel δ in dem untersuchten Wellenlängenbereich in etwa proportional zum Brechungsindex ist und daher analog zur Cauchy-Formel beschrieben werden kann, d.h.

$$\delta(\lambda) \approx a + \frac{b}{\lambda^2}$$

Für a und b liefert der Fit: $a = 44,4 \pm 0,1$, $b = (956\,260 \pm 18\,588) \text{ nm}^2$

Kalibrationskurve der Hg/Cd-Lampe



366.d Wir tauschen die Hg/Cd-Lampe durch eine unbekannte Spektrallampe aus (LAMPE 5).

Wie bereits zuvor messen wir für alle erkennbaren Spektrallinien die Ablenkwinkel. Um unser Ergebnis nachher zu kontrollieren, notieren wir uns zusätzlich Farbe und Intensität.

Das Ergebnis aus 366.c lässt sich umformen zu:

$$\delta = a + \frac{b}{\lambda^2} \Leftrightarrow \lambda = \sqrt{\frac{b}{\delta - a}}$$

Damit ergeben sich folgende Wellenlängen:

			zum Vergleich: Cadmium	
$\delta [^\circ]$	$\lambda [\text{nm}]$	Farbe, Intensität	$\lambda [\text{nm}]$	Intensität
$46,75 \pm 0,08$	$636,2 \pm 16,7$	rot, hoch	643,85	5
$46,83 \pm 0,08$	$625,3 \pm 16,0$	rot, gering	632,52	2
$47,00 \pm 0,08$	$605,0 \pm 14,6$	rot, sehr gering	609,92	2
$47,93 \pm 0,08$	$519,3 \pm 9,9$	grün, gering	515,47	- (fehlt in der Photokemikalanalyse)
$48,05 \pm 0,08$	$511,0 \pm 9,5$	grün, hoch	508,58	5
$48,45 \pm 0,08$	$485,2 \pm 8,4$	blau, hoch	479,99	5
$48,72 \pm 0,08$	$470,0 \pm 7,8$	blau, hoch	467,81	5
$49,42 \pm 0,08$	$436,1 \pm 6,6$	dunkelblau, mittel	441,46	3

Zunächst fällt uns auf, dass die berechneten Wellenlängen mit den tatsächlich beobachteten Farben übereinstimmen, unsere Werte sind also plausibel. Beim Vergleich mit dem Cadmium-Spektrum stellen wir fest, dass alle unsere Wellenlängen innerhalb ihres Fehlerbereichs mit den Cadmium-Linien zusammenfallen. Auch die beobachteten Intensitäten passen sehr gut zu den in der Praktikumsanleitung gegebenen Werten. Es ist also sehr wahrscheinlich, dass es sich bei dem untersuchten Spektrum um das einer Cd-Lampe handelt. Ist richtig ✓

366.e Mit den Ablenkswinkeln δ aus 366.c sowie dem Prismenwinkel γ aus 366.b berechnen wir gemäß der im Theorie-Teil hergeleiteten Formel die Brechungsindizes n . Nach der Cauchy-Formel gilt:

$$n(\lambda) \approx k_0 + \frac{k_1}{\lambda^2}$$

Tragen wir also die Werte für die Brechungsindizes n über den reziproken Wellenlängenquadraten auf, so erwarten wir einen linearen Zusammenhang, aus dessen Steigung wir die zur Berechnung des Auflösungsvermögens benötigte Konstante k_1 ermitteln.

Die folgende Tabelle zeigt die Wertepaare, die im Diagramm auf der nächsten Seite eingetragen sind:

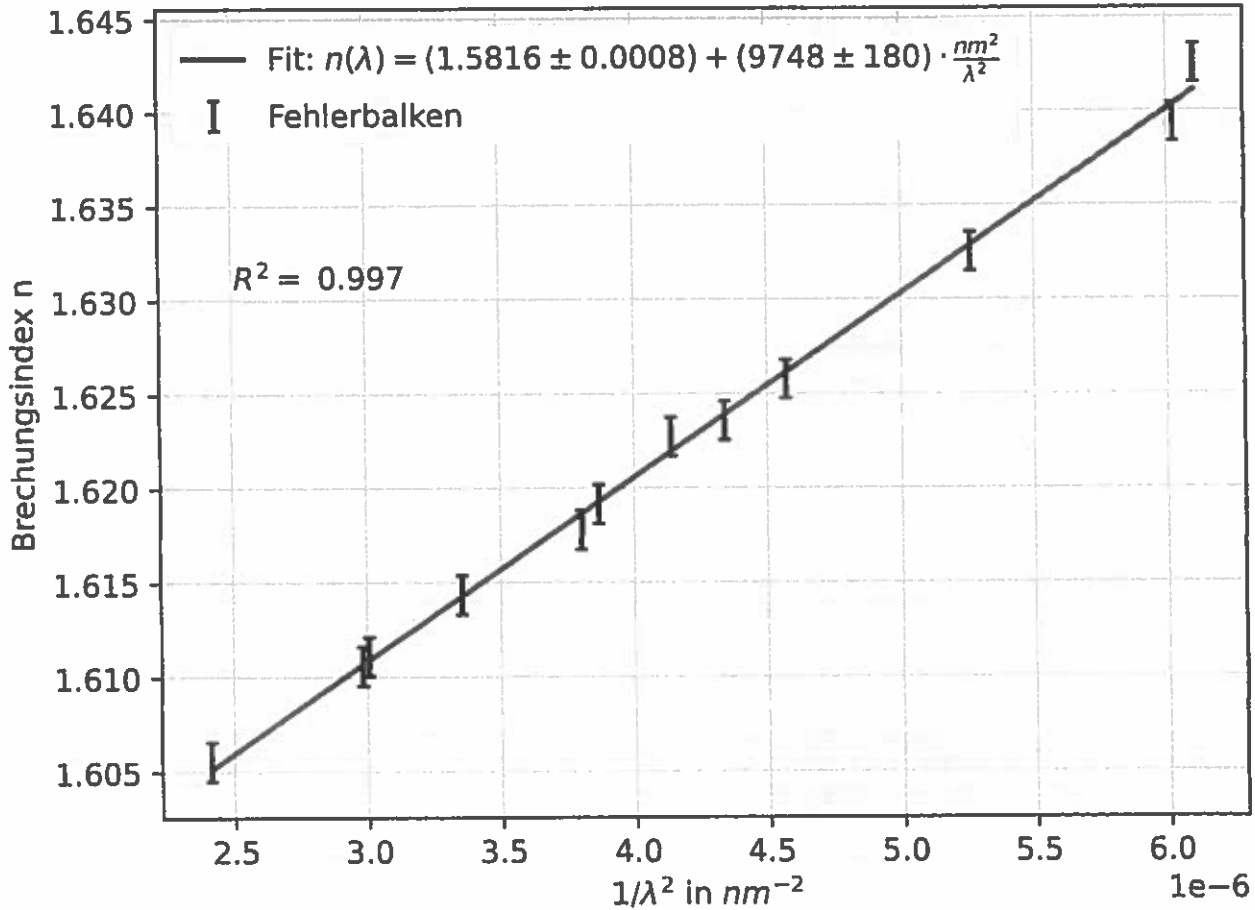
λ [nm]	$1/\lambda^2$ [1/nm ²]	n	n_{err}
643.85	2.41e-06	1.606	0.001
579.06	2.98e-06	1.611	0.001
576.96	3.00e-06	1.611	0.001
546.07	3.35e-06	1.614	0.001
512.85	3.80e-06	1.618	0.001
508.58	3.87e-06	1.619	0.001
491.60	4.14e-06	1.623	0.001
479.99	4.34e-06	1.624	0.001
467.82	4.57e-06	1.626	0.001
435.92	5.26e-06	1.633	0.001
407.38	6.03e-06	1.639	0.001
404.66	6.11e-06	1.643	0.001

Plausibilität von n

mit fallendem λ könnte

noch überprüft werden.

Dispersion nach Cauchy-Formel



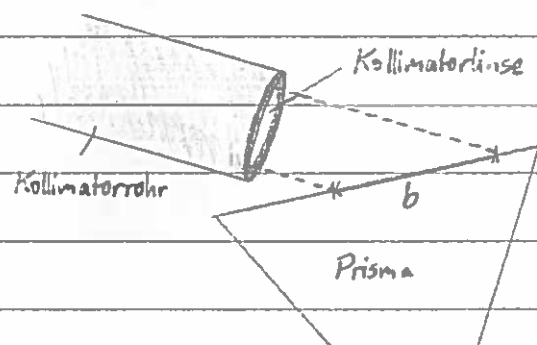
Die Regressionsgerade erfasst die Datenpunkte sehr gut, was man sowohl mit bloßem Auge als auch am R^2 -Wert erkennt, der fast 1 beträgt. Demnach ist auch die Cauchy-Formel für den betrachteten Wellenlängenbereich eine gute Näherung. Mithilfe der aus dem Fit ermittelten Steigung von $k_1 = (9748 \pm 180) \text{ nm}^2$ können wir nun das Auflösungsvermögen bestimmen:

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{2k_1}{\lambda^3} \cdot b$$

Die Breite b des ausgeleuchteten Prismenteils haben wir gemessen, indem wir die Kollimatorlinse parallel zum Rohr verlängert und auf die Prismenkannte projiziert haben (siehe Skizze). Es ergab sich ein Wert von

$$b = 2,5 \text{ cm} \pm 0,3 \text{ cm}$$

Da sich das Messen schwierig gestaltete, weil nicht genau erkennbar war, wo der Strahl auf das Prisma fiel, haben wir einen relativ großen Fehler gewählt.



Die berechneten Werte für das Auflösungsvermögen sowie die auflösbare Wellenlängendifferenz $\Delta\lambda$ sind für die Wellenlängen 400nm, 500nm und 600nm in der folgenden Tabelle dargestellt:

λ [nm]	A	A_err	$\Delta\lambda$ [nm]	$\Delta\lambda_{err}$ [nm]
400	7616	925	0.05	0.01
500	3899	473	0.13	0.02
600	2256	274	0.27	0.03

Man erkennt deutlich, dass das Auflösungsvermögen für kleine Wellenlängen ansteigt, da dort das Licht stärker abgelenkt wird. Allerdings erscheinen die Werte für das Auflösungsvermögen insgesamt zu hoch, bzw. für $\Delta\lambda$ zu klein. Beispielsweise konnten wir die Doppelstruktur der gelben Hg-Linie nur erahnen, obwohl sie bei ihrer Wellenlängendifferenz von $\Delta\lambda = (579,06 - 576,96)\text{nm} = 2,1\text{nm} > 0,27\text{nm}$ laut unserem Ergebnis problemlos hätte aufgelöst werden müssen. Eine mögliche Erklärung für die Abweichung könnte sein, dass die ausgeleuchtete Basisbreite b des Prismas von uns zu groß bestimmt wurde. Eine andere mögliche Erklärung könnte in der Cauchy-Formel liegen: Wenn möglich hätten hier, zumindest für die Bestimmung des Auflösungsvermögens, auch höhere Ordnungen in λ berücksichtigt werden müssen. oder Dichte war wegen ungenauer Messung nicht zu erkennen

5.) Fazit Im Versuch 366 haben wir gelernt, mit einem Prismenspektrometer zu experimentieren. Nach dem Erstellen einer Kalibrationskurve aus dem Hg/Cd-Spektrum haben wir das Spektrum eines unbekannten Elements vermessen und in der Auswertung herausgefunden, dass es sich sehr wahrscheinlich um Cadmium handelt. Außerdem haben wir gelernt, dass die Dispersion des Prismas mit der Cauchy-Formel beschrieben werden kann und in ähnlicher Weise auch das Auflösungsvermögen von der Wellenlänge abhängt.

Exzellentes Protokoll, aber nicht in liniertem Heft !!!

Bestanden 09.03.21

ANHANG 1:

Spektren der Spektrallampen (starke Linien fett gedruckt)

Wellenlänge

380 – 450 nm
450 – 482 nm
482 – 487 nm
487 – 492 nm
492 – 497 nm
497 – 530 nm
530 – 560 nm
560 – 570 nm
570 – 575 nm
575 – 580 nm
580 – 585 nm
585 – 595 nm
595 – 620 nm
620 – 780 nm

Farbname

violett
blau
grünlich-blau
türkis
bläulich-grün
grün
gelblich-grün
gelb-grün
grünlich-gelb
gelb
gelblich-orange
orange
rötlich-orange
rot

Quecksilber (Hg)

404,66 nm
407,78 nm
435,83 nm
491,61 nm
546,08 nm
576,96 nm
579,06 nm
690,75 nm

Kalium (K)

404,41 nm
404,72 nm
583,19 nm
693,88 nm
696,47 nm
766,49 nm
769,90 nm
779,52 nm

Calcium (Ca)

455,54 nm
459,32 nm
584,47 nm
601,03 nm
621,29 nm
671,77 nm
697,33 nm

Cadmium (Cd)

441,46 nm
467,81 nm
479,99 nm
508,58 nm
515,47 nm
632,52 nm
643,85 nm

Helium (He)

388,86 nm
447,15 nm
471,31 nm
492,19 nm
501,57 nm
587,56 nm
667,81 nm
706,52 nm
728,13 nm

Rubidium (Rb)

420,18 nm
421,56 nm
543,15 nm
564,78 nm
572,41 nm
589,81 nm
607,08 nm
615,96 nm
620,63 nm
629,83 nm
728,00 nm
740,81 nm
761,89 nm
775,77 nm
780,03 nm

Zink (Zn)

462,98 nm
468,01 nm
472,22 nm
481,05 nm
518,20 nm
530,87 nm
577,71 nm
636,23 nm

