

# Versuch 238

## Transformator

**Lernziel:** Transformatoren werden in der Technik zur Umwandlung elektrischer Energie gegebener Spannung in elektrische Energie anderer Spannung benutzt. Die Übertragungseigenschaften eines Transformators sollen kennengelernt und in Messungen verifiziert werden. Die für die Behandlungen von Wechselstromkreisen wichtigen Größen und Methoden sollen geübt werden.

**Kenntnisse:** Grundbegriffe des Wechselstroms (Momentanwert, Effektivwert, Blindstrom, Wirkstrom), elektrische Impedanz (Schein-, Blind- und Wirkwiderstand), elektrische Leistung (Momentan-, Schein-, Blind- und Wirkleistung), Zeigerdiagramme, (Gegen-)Induktion, Spulen(eigenschaften), Aufbau, Funktionsweise und Verlustmechanismen von Transformatoren.

**Sicherheitshinweise:** Die Transformatorkerne sind schwer und scharfkantig. Bitte schrauben Sie diese nicht auseinander und vermeiden Sie unnötiges Verrücken der Kerne.

**Literatur:** Jedes Grundkurs-Lehrbuch der Physik,  
u.a. Bergmann-Schäfer Bd. 2;  
Demtröder, Experimentalphysik 2, Elektrizität und Optik;  
Weizel, Theoretische Physik, Bd. 1;  
G. Bosse, Grundlagen der Elektrotechnik Bd. III (BI Band 194);  
**Anhang A4 dieser Anleitung.**

**Eigenes Material:** Für das Abspeichern und den Transfer der Messdaten ist ein eigener USB-Stick (USB 2.0) mitzubringen.

### 238.1 Erläuterungen

#### 238.1.1 Leistungsanpassung

Ist eine reale Spannungsquelle (Leerlaufspannung  $U_L$ , Innenimpedanz  $Z_i = R_i + iX_i$ ) mit einer Lastimpedanz  $Z = R + iX$  abgeschlossen, siehe Abb. 238.1, so gilt für die Klemmspannung

$$U = \frac{Z}{Z_i + Z} U_L \quad (\text{Spannungsteiler!}). \quad (238.1)$$

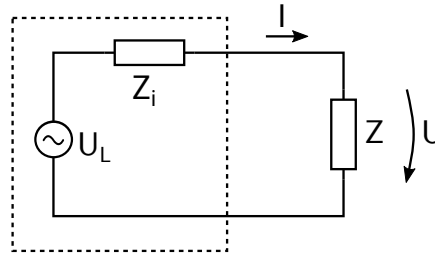


Abbildung 238.1: Belastete reale Wechselspannungsquelle.

Die der realen Spannungsquelle entzogene mittlere Wirkleistung  $P_W$  beträgt:

$$P_W = \frac{1}{2} |UI| \cos \varphi, \quad (238.2)$$

Dabei ist  $\varphi$  der Phasenwinkel zwischen  $U$  und  $I$ .<sup>1</sup>

Mit den in Abb. 238.1 dargestellten Zusammenhängen  $I = \frac{U_L}{Z_{ges.}}$  und  $U = \frac{Z}{Z_{ges.}} U_L$  ergibt sich mit dem Ansatz  $P_W = \frac{1}{2} \Re(UI^*)$ :

$$P_W = 0.5 \frac{R}{|Z + Z_i|^2} \cdot |U_L|^2 = \frac{R}{(R + R_i)^2 + (X + X_i)^2} \cdot U_{L,eff}^2 \quad (238.3)$$

### Falldiskussion der Leistungsanpassung

1.  $R$  und  $X$  sollen so gewählt werden, dass  $P_W(R, X)$  maximal wird.

Lösung:

$$X = -X_i; \quad R = R_i; \quad P_{W,max} = \frac{U_{L,eff}^2}{4R_i} \quad (238.4)$$

2.  $R_i = X_i = 0$  (ideale Spannungsquelle),  $X$  fest.  $R$  ist so zu wählen, dass  $P_W(R)$  maximal wird.

Lösung:

$$R = |X|; \quad P_{W,max} = \frac{U_{L,eff}^2}{2|X|}. \quad (238.5)$$

3.  $R_i = 0$ ,  $X = 0$ .  $R$  ist so zu wählen, dass  $P_W(R)$  maximal wird.

Lösung:

$$R = |X_i|; \quad P_{W,max} = \frac{U_{L,eff}^2}{2|X_i|}. \quad (238.6)$$

<sup>1</sup>

$$P = \Re(\tilde{U}\tilde{I}^*) = \Re(UI \cdot e^{i\omega t} \cdot e^{-i\omega t} \cdot e^{i\varphi}) = \Re(UI \cdot e^{i\varphi}) = UI \cdot \cos(\varphi)$$

$$\text{mittlere Leistung: } P_W = \frac{1}{2} UI \cdot \cos(\varphi) = U_{eff} I_{eff} \cdot \cos(\varphi)$$

**Aufgabe 238.A:** Erklären Sie die Begriffe Schein-, Wirk- und Blindleistung und diskutieren Sie die Zusammenhänge anhand eines Diagramms/Skizze.

## 238.1.2 Transformator

### Wirkungsweise eines Transformators

Ein Transformator besteht aus zwei Spulen, die so angeordnet sind, dass das bei Stromfluss in einer der Spulen entstehende Magnetfeld die Windungsfläche der anderen durchsetzt und umgekehrt (Abb. 238.2). Jede zeitliche Änderung des Stroms in einer Spule induziert in der anderen – aber auch in ihr selbst – eine Spannung.

Man kann daher Leistung von einem mit der Primärspule verbundenen Stromkreis auf einen mit der Sekundärspule verbundenen Stromkreis übertragen, ohne dass beide Stromkreise galvanisch (d.h. elektrisch leitend) miteinander verbunden sind. Häufig wickelt man beide Spulen auf einen (meist ringförmig geschlossenen) Eisenkern, um zu erreichen, dass alle magnetischen Feldlinien die Windungsflächen beider Spulen durchsetzen. Die jeweiligen magnetischen Flüsse  $\Phi_i$  ( $i = 1, 2$ ) und damit die induzierten Spannungen verhalten sich wie die Windungszahlen der Spulen. Transformatoren dienen u.a. dazu, Wechselspannungen bzw. -ströme unter möglichst geringen Leistungsverlusten herauf- oder herabzusetzen.

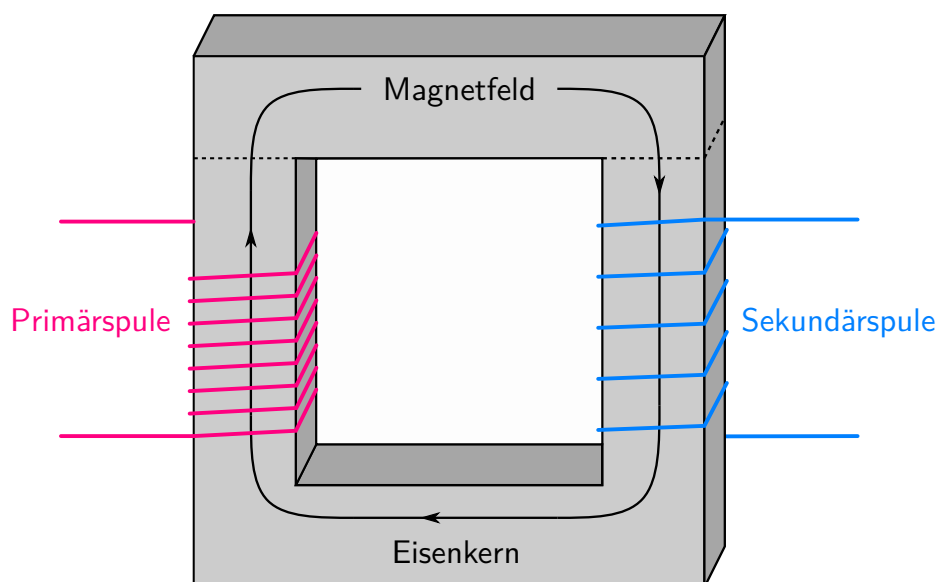


Abbildung 238.2: Transformator mit 2 galvanisch getrennten Spulen auf einem gemeinsamen Eisenjoch. (Im Allgemeinen muss der Kopplungs und Wicklungssinn berücksichtigt werden.)

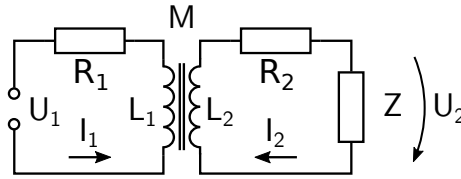


Abbildung 238.3: Transformator als Übertrager in Schaltung. Die Widerstände  $R_{1,2}$  repräsentieren die ohmschen Widerstände der Induktivitäten (z.B. Kupferspulen). Das Schaltbild zeigt eine gegenseitige Kopplung (Stromrichtungen) und eine gegenseitige Wicklung.

## Transformatorgleichungen

Die beiden Spulen sind auf ein geschlossenes Eisenjoch (Kern) gewickelt. An die Primärspule wird eine Wechselspannung  $U_1$  angelegt. Die Sekundärspule wird mit einer Impedanz  $Z$  abgeschlossen (Abb. 238.3). In der Primärspule fließt ein sinusförmiger, gegen  $U_1$  phasenverschobener Strom  $I_1$ , der den Kern zeitabhängig magnetisiert. Der alternierende magnetische Fluss induziert in der Sekundärspule eine Wechselspannung  $U_2$ . Durch  $Z$  und die Spule fließt daraufhin ein Wechselstrom  $I_2$ . Auch dieser trägt zur Magnetisierung des Kerns bei und verursacht eine Rückwirkung des Sekundärkreises auf den Primärkreis (Gegeninduktion). An jeder Spule liegen daher zwei induzierte Spannungen, die den zeitlichen Ableitungen der magnetischen Teilflüsse und damit den zeitlichen Ableitungen der sie erregenden Ströme  $I_1$  bzw.  $I_2$  proportional sind. Mit den in Abb. 238.3 angegebenen Richtungen, den Induktivitäten von Primär- und Sekundärspule  $L_1$  und  $L_2$ , der Gegeninduktivität (mutual induction) der beiden Spulen  $M$  und den ohmschen Widerständen der Spule  $R_1$  und  $R_2$  erhält man

$$\begin{aligned} U_1 &= (i\omega L_1 + R_1) \cdot I_1 + i\omega M \cdot I_2 \\ U_2 &= i\omega M \cdot I_1 + (i\omega L_2 + R_2) \cdot I_2. \end{aligned} \quad (238.7)$$

Diese Gleichungen sind ein Spezialfall der allgemeinen „Vierpol-Impedanz-Gleichungen“:

$$\begin{aligned} U_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2, \\ U_2 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2. \quad \Leftrightarrow \quad U_j = Z_{jk}I_k \end{aligned} \quad (238.8)$$

Die Matrix  $(Z_{jk})$  nennt man die **Impedanzmatrix**; ihre Elemente für einen Trafo folgen aus dem Vergleich von Gleichungen 238.7 und 238.8. Diese Darstellung ist für die folgenden Umformungen sehr bequem zu handhaben. Ist der Vierpol (in unserem Fall der Trafo) mit der Impedanz  $Z$  auf der Sekundärseite abgeschlossen, so gilt  $U_2 = -ZI_2$ .

Man kann unter Verwendung der obigen Gleichungen mit der Bezeichnung

$$\mathbf{D} := \det Z_{jk} = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21} \quad (238.9)$$

folgende Verhältnisse leicht ausrechnen:

$$\text{Spannungsübersetzung: } \frac{U_2}{U_1} = \frac{Z \cdot Z_{21}}{Z \cdot Z_{11} + \mathbf{D}}, \quad (238.10)$$

$$\text{Stromübersetzung: } \frac{I_2}{I_1} = \frac{-Z_{21}}{Z + Z_{22}}, \quad (238.11)$$

$$\text{Eingangsimpedanz: } \frac{U_1}{I_1} = \frac{Z \cdot Z_{11} + \mathbf{D}}{Z + Z_{22}}. \quad (238.12)$$

Beschreibt man die Sekundärseite als reale Spannungsquelle:

$$U_2 = U_{2,L} - Z_{2,i} I_2, \quad (238.13)$$

so gilt für die

$$\text{Innenimpedanz: } Z_{2,i} = -\frac{\mathbf{D}}{Z_{11}}, \quad (238.14)$$

$$\text{Leerlaufspannung: } U_{2,L} = \frac{Z_{21}}{Z_{11}} \cdot U_1, \quad (238.15)$$

$$\text{Kurzschlussstrom: } I_{2,k} = -\frac{Z_{21}}{\mathbf{D}} \cdot U_1. \quad (238.16)$$

### Betriebsverhalten eines Transformators

Die Induktivitäten  $L_1$ ,  $L_2$  sind proportional zu den Quadraten der Windungszahlen  $n_1$ ,  $n_2$  von Primär- und Sekundärspule. Für die Gegeninduktivität  $M$  gilt  $M \propto n_1 n_2$ . Da der magnetische Fluss nur im Idealfall beide Spulen vollständig durchsetzt, definiert man den sogenannten **Streukoeffizienten**  $\sigma := 1 - M^2/(L_1 L_2)$ ; er ist umso kleiner, je vollständiger der magnetische Fluss beide Spulen durchsetzt. Für verschwindenden Streufluss gilt:  $M^2 = L_1 L_2$ .

Ein realer Trafo hat sog. Kupfer- und Eisenverluste. Die durch den Stromfluss in den (Kupfer)Wicklungen bedingten ohmschen Verluste sind lastabhängig. Die Verluste im (Eisen)Kern bestehend aus Hysterese- und Wirbelstromverlusten sind lastunabhängig und können durch die Geometrie und die Legierung des Kerns beeinflusst werden (siehe z. B. G. Bosse).

**Aufgabe 238.B:** Wovon hängen die Kupferverluste ab?

**Aufgabe 238.C:** Wovon hängen die Eisenverluste – getrennt nach Hysterese- und Wirbelstromverlusten – ab?

Mit den Impedanzmatrixelementen nach Gleichungen 238.7 und 238.8

$$Z_{11} = i\omega L_1 + R_1, \quad (238.17)$$

$$Z_{22} = i\omega L_2 + R_2,$$

$$Z_{21} = Z_{12} = i\omega M$$

erhält man

$$\mathbf{D} = -\sigma\omega^2 L_1 L_2 + R_1 R_2 + i\omega(L_1 R_2 + L_2 R_1). \quad (238.18)$$

**Im folgenden bedeuten die Symbole für Ströme und Spannungen (z.B.  $U_1$ ) deren Effektivwerte!**

Schließt man den Trafo mit einem reinen Wirkwiderstand  $Z = R$  ab, so erhält man z.B. für die Spannungsübersetzung:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R\omega M}{\sqrt{\omega^2 (L_1(R + R_2) + L_2 R_1)^2 + (\sigma\omega^2 L_1 L_2 - R_1(R + R_2))^2}}. \quad (238.19)$$

Unter Vernachlässigung der Kupferverluste ( $R_1 = R_2 \stackrel{!}{=} 0$ ) erhält man für die **Spannungsübersetzung**:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{M/L_1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma\omega L_2}{R}\right)^2}}. \quad (238.20)$$

Beim unbelasteten Trafo ( $R = \infty\Omega$ ) ist die Spannungsübersetzung gleich  $M/L_1$ , d.h. ungefähr gleich dem Verhältnis der Windungszahlen  $n_2/n_1$ . Die Spannungsübersetzung nimmt mit wachsender Belastung umso schneller ab, je größer der Streukoeffizient  $\sigma$  ist, d.h. je schwächer die magnetische Kopplung zwischen den beiden Stromkreisen ist.

Für die **Stromübersetzung** erhält man:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{M/L_2}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{\omega L_2}\right)^2}}. \quad (238.21)$$

Im Kurzschlussfall ( $R = 0\Omega$ ) nimmt die Stromübersetzung den Wert  $M/L_2$  an, d.h. sie wird ungefähr gleich  $n_1/n_2$ .

Für den Betrag der **Eingangsimpedanz**  $U_1/I_1$  erhält man bei Vernachlässigung der Verluste ( $R_1 = R_2 \stackrel{!}{=} 0\Omega$ ):

$$\frac{U_1}{I_1} = \frac{L_1}{L_2} R \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\sigma \omega L_2}{R}\right)^2}{1 + \left(\frac{R}{\omega L_2}\right)^2}}. \quad (238.22)$$

Im Leerlauf ( $R = \infty\Omega$ ) gilt

$$U_1/I_1 = \omega L_1, \quad (238.23)$$

im Kurzschlussfall ( $R = 0\Omega$ ) gilt

$$U_1/I_1 = \sigma \omega L_1. \quad (238.24)$$

Im Leerlauf „merkt“ die Spannungsquelle  $U_1$  nur die Selbstinduktion der Primärspule. Im Kurzschlussfall verhält sich der Trafo wie eine um den Faktor  $\sigma$  kleinere Induktivität.

Für Belastungswiderstände  $R$  im Bereich  $\sigma \omega L_2 \ll R \ll \omega L_2$  gilt für den Betrag der Eingangsimpedanz  $U_1/I_1 \approx R \cdot (L_1/L_2) \approx R \cdot (n_1/n_2)^2$ . Durch Zwischenschalten eines Transformators zwischen Quelle und Verbraucher wird die belastende **Impedanz transformiert**. Man kann dies dazu benutzen, mittels geeigneter Wahl des Transformationsfaktors einen Verbraucher an den Innenwiderstand der Quelle anzupassen, um ihr maximale Leistung zu entnehmen (z.B. Anpassung zwischen HiFi-Verstärker und Lautsprecher; siehe auch Versuch 234).

Für den **Kurzschlussstrom** im Sekundärkreis gilt:

$$I_{2,k} = \frac{M}{\sigma \omega L_1 L_2} \cdot U_1. \quad (238.25)$$

Durch Wahl eines hinreichend großen Streukoeffizienten kann man die bei Kurzschluss fließenden Ströme soweit begrenzen, dass die Wärmebelastung noch zulässig bleibt (kurzschlussfester Trafo). In der Regel strebt man jedoch kleine Streukoeffizienten an (Energietechnik: Lastunabhängigkeit der Sekundärspannung; Messtechnik: Geringe Störung empfindlicher Messungen durch magnetische Streufelder).

### 238.1.3 Symmetrischer Transformator mit Kupferverlusten

Im Versuch soll der Transformator symmetrisch betrieben werden ( $n_1 = n_2$ ). Mit den Bezeichnungen  $L := L_1 = L_2$  und  $R_V := R_1 = R_2$  erhält man unter Berücksichtigung der Ohmschen Verluste (Voraussetzung  $R_V \ll \omega L$ ) für die **Stromübersetzung**:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{M/L}{\sqrt{1 + \left(\frac{R + R_V}{\omega L}\right)^2}} \quad (238.26)$$

Macht man die zusätzliche Näherung  $R_V \ll \sigma \frac{(\omega L)^2}{R+R_V}$ , so erhält man für die **Spannungsübersetzung**

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R}{R+2R_V} \cdot \frac{M/L}{\sqrt{1 + \left( \frac{\sigma \omega L}{R+2R_V} \right)^2}} \quad (238.27)$$

und für die **Eingangsimpedanz**

$$\frac{U_1}{I_1} = (R+2R_V) \sqrt{\frac{1 + \left( \frac{\sigma \omega L}{R+2R_V} \right)^2}{1 + \left( \frac{R+R_V}{\omega L} \right)^2}}. \quad (238.28)$$

**Aufgabe 238.D:** Leiten Sie für die Stromübersetzung ausgehend von Gleichung 238.11 die Gleichung 238.26 für den symmetrischen Transformator her.

**Aufgabe 238.E:** Leiten Sie für die Spannungsübersetzung ausgehend von Gleichung 238.10 die Gleichung 238.27 für den symmetrischen Transformator her.

### Leistungsübertragung und Verluste

Die auf den Sekundärkreis übertragene Wirkleistung  $P_{W,2}$  kann man nach dem in Abschnitt 238.1.1 angewandten Verfahren ermitteln. Es gilt:

$$P_{W,2} = \left( \frac{M}{L} \right)^2 \cdot \frac{R}{(R+2R_V)^2 + (\sigma \omega L)^2} \cdot U_1^2. \quad (238.29)$$

Für

$$R^2 \equiv R_{\max}^2 = 4R_V^2 + (\sigma \omega L)^2 \quad (238.30)$$

wird die Wirkleistung  $P_{W,2}$  maximal. Ist jetzt  $2R_V$  deutlich kleiner als  $\sigma \omega L$ , so gelten

$$R_{\max} = \sigma \omega L \quad (238.31)$$

und

$$P_{W,2,\max} = \left( \frac{M}{L} \right)^2 \cdot \frac{U_1^2}{2\sigma \omega L}, \quad (238.32)$$

die Spannungsübersetzung  $U_2/U_1$  ist auf  $1/\sqrt{2}$  des Leerlaufwertes abgesunken. Die maximal übertragbare Leistung, ist ähnlich wie der maximale (d.h. Kurzschluss-) Strom, umgekehrt proportional zu  $\sigma$ . Im Kurzschluss verschwindet die sekundäre Wirkleistung; der Transformator stellt dann in der behandelten Näherung (keine Verluste) einen reinen Blindwiderstand dar.

Tatsächlich müssen wir bei Leistungsbetrachtungen jedoch die Ohmschen Spulenwiderstände berücksichtigen. Bei der Analyse der Spannungsbeziehungen war das nicht nötig, weil die an den Induktivitäten abfallenden Spannungen i.a. bei weitem überwiegen. Die von den Induktivitäten



aufgenommenen Leistungen dagegen sind reine Blindleistungen, d.h. ihr Zeitmittelwert ist Null, so dass die Ohmschen Verluste in der Leistungsbilanz wesentlich werden können.

Die primäre Wirkleistung muss nicht nur die sekundäre Wirkleistung, sondern auch die Verluste decken. Hierzu zählen die sog. Kupferverluste in den Spulen

$$P_{\text{Cu}} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2, \quad (238.33)$$

ferner Hystereseverluste, die von der periodischen Ummagnetisierung des Eisenkerns herrühren, und schließlich die Verluste durch Wirbelströme. Die zeitabhängige Magnetisierung erzeugt längs des Umfangs eines Querschnitts durch den Eisenkern induzierte Spannungen, die zu geschlossenen Kreisströmen (Wirbelströmen) im Eisen und damit zu weiteren Ohmschen Verlusten führen. Beschreibt man diesen Sachverhalt ersatzweise durch Einführung einer fiktiven zusätzlichen, getrennten Sekundärwicklung, die nahe am Kurzschluss belastet ist, so sieht man, dass die Wirbelströme neben Wirkleistungsverlusten auch beträchtliche zusätzliche Blindströme in den Wicklungen induzieren können. Man versucht die Wirbelströme zu verringern, indem man den Eisenkern aus gegeneinander isolierten dünnen Blechen (Lamellen) aufbaut und Eisenlegierungen mit relativ hohem spezifischen Widerstand benutzt.

Die primär aufgenommene Wirkleistung setzt sich demnach aus drei Anteilen zusammen:

$$P_{W,1} = P_{W,2} + P_{\text{Cu}} + P_{\text{Fe}}, \quad (238.34)$$

wobei  $P_{\text{Fe}}$  die Hysteres- und Wirbelstromverluste zusammenfasst. Bei guten Transformatoren liegen die Verluste unterhalb von 10% der übertragenen Wirkleistung  $P_{W,2}$ . Der Verlauf der primären Wirkleistung als Funktion der Belastung ist daher ähnlich wie der der sekundären Wirkleistung; sie bleibt aber im Gegensatz zu dieser im Kurzschluss endlich.

## Zeigerdiagramme zum Transformator

Zum Zeichnen von Zeigerdiagrammen (s. Anhang A4) für einen verlustfreien Transformator ( $R_V = 0$ ), der mit einem reinen Wirkwiderstand belastet ist ( $X = 0, Z = R$ ), wird hier eine Konstruktionsvorschrift angegeben (s. Abb. 238.4).

Beginnen Sie entsprechend der Maschenregel (Schaltung siehe Abb. 238.3)  $RI_2 + i\omega L_2 I_2 + i\omega M I_1 = 0$ . Zeichnen Sie einen Pfeil für  $RI_2$ , senkrecht dazu einen Pfeil für  $i\omega L_2 I_2$  (Längenverhältnis =  $\omega L_2 / R$ ). Schließen Sie das Dreieck für den Sekundärkreis durch einen Pfeil für  $i\omega M I_1$ . Zeichnen Sie jetzt die Primärkreismasche  $U_1 = i\omega L_1 I_1 + i\omega M I_2$ . Zeichnen Sie  $i\omega L_1 I_1$  parallel zu  $i\omega M I_1$  (Längenverhältnis =  $L_1 / M$ ). Zeichnen Sie  $i\omega M I_2$  parallel zu  $i\omega L_2 I_2$  (Längenverhältnis =  $M / L_2$ ). Schließen Sie das Dreieck mit  $U_1$ . Kennzeichnen Sie die Phasenlagen von  $I_2$  durch einen Pfeil parallel zu  $RI_2$  und die Phasenlage von  $I_1$  durch einen Pfeil senkrecht zu  $i\omega M I_1$ .

In Abb. 238.4 sind Zeigerdiagramme für einen Transformator bei variabler Last und konstanter Amplitude von  $U_1$  gezeichnet. Der Zeitpunkt der „Momentaufnahmen“ der komplexen Zahlen für die Spannungen ist so gewählt, dass der Realteil von  $U_2$  seinen Minimalwert hat. Der Streukoeffizient  $\sigma = 0.1$  ist relativ groß, um die Effekte des Streuflusses noch sichtbar zu machen. Ist der Streukoeffizient  $\sigma = 0$ , so entstehen offenbar zwei ähnliche Dreiecke im Maßstabsverhältnis  $L_1 / M$ , und  $U_2$  wird parallel zu  $U_1$ .

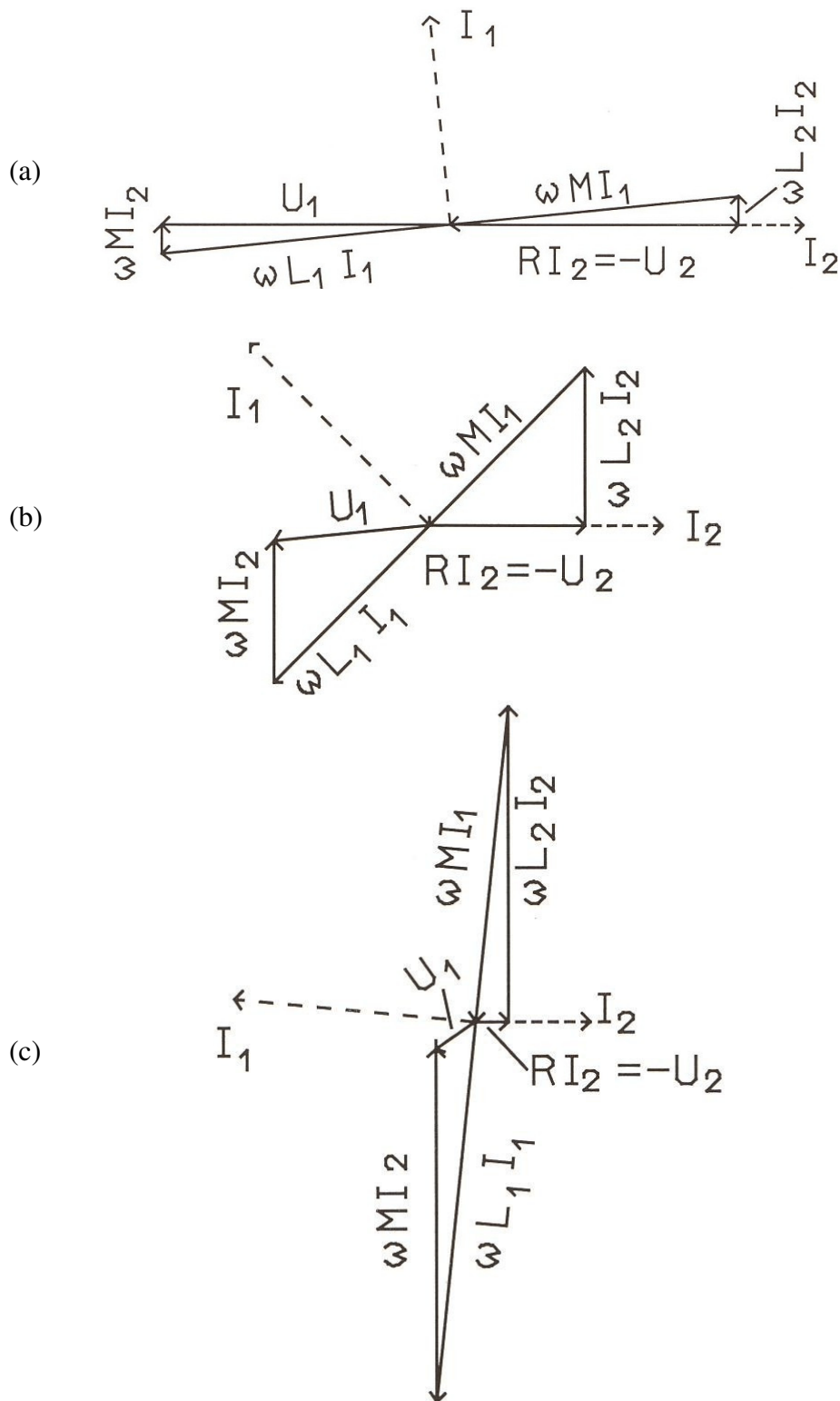


Abbildung 238.4: Zeigerdiagramme eines verlustfreien Transformators, der mit unterschiedlichen reinen Wirkwiderständen  $R$  belastet ist und mit konstanter Spannung  $U_1$  angetrieben wird.

Für  $R \gg \omega L_2$  (Abb. 238.4(a)) ist  $U_2$  nahezu in Phase mit  $U_1$ ,  $I_1$  ist um ca.  $90^\circ$  gegen  $U_1$  phasenverschoben. Mit abnehmendem  $R$  (Abb. 238.4(b) und 238.4(c)) dreht  $I_1$  in Gegenphase zu  $I_2$ . Gleichzeitig wächst der Phasenunterschied zwischen  $U_1$  und  $U_2$ , wird für  $R = \sigma \omega L_2$  ca.  $45^\circ$ , genauer  $\tan \varphi = (1 + \sigma)/(1 - \sigma)$ , und erreicht im Kurzschluss den Wert  $90^\circ$ .

## 238.2 Versuchsdurchführung

### ADC/Cassy

Zur Datenaufnahme werden in diesem Versuch Analog/Digitalwandler (ADC) mit PC-Steuerung eingesetzt. Sowohl die primärseitigen als auch die sekundärseitigen Spannungen und Ströme werden über ADCs aufgenommen und am PC angezeigt. Sie können als ASCII-Datei auf einen **mitgebrachten USB-Stick** kopiert werden. Im Praktikum wird das System CASSY von Leybold-Didactic eingesetzt (siehe Anhang A3.2 der Anleitung). Nach dem Booten des PC starten Sie die CASSY-Software mit der Verknüpfung auf dem Desktop.

### 238.2.1 Vorversuch: Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung

**Hinweis 1:** Bei den folgenden Versuchsteilen darf der auf einem Widerstand vermerkte **maximal zulässige Strom keinesfalls überschritten werden!** Diese Gefahr besteht insbesondere, falls bei den Schiebewiderständen zu kleine Werte eingestellt werden. Bringen Sie daher die Schiebewiderstände vor dem Anlegen der Spannung zunächst in Mittelstellung.

**Hinweis 2:** Bei der Strommessung mit dem Amperemeter muss darauf geachtet werden, **zuvor den richtigen Messbereich für hohe Ströme auszuwählen und die Messung nur für ein paar Sekunden durchzuführen, da ansonsten das Messgerät zerstört werden kann!**

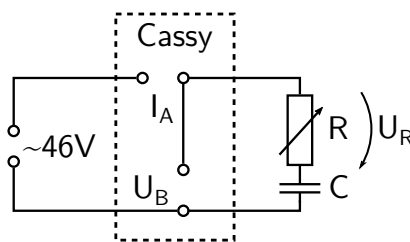


Abbildung 238.5: Schaltung Vorversuch

**Aufgabe 238.a:** Messen Sie für eine RC-Serienschaltung (Abb. 238.5 bei festem Kondensator  $C$  für 10 verschiedene (zu berechnende) Widerstandswerte  $R$  die Größen Spannung  $U_B$ , Strom  $I_A$ , Wirkleistung  $P_W$  und die Spannung  $U_R$  über dem Widerstand mit dem CASSY-System und parallel mit Volt- bzw. Amperemeter zum Vergleich.

Folgende Bauteile stehen zur Verfügung: 50 Hz-Spannungsquelle  $U_{eff} \approx 47 \text{ V}$ ; diverse Schiebewiderstände mit verschiedenen Widerstandsbereichen; Kondensator ca.  $80 \mu\text{F}$ .

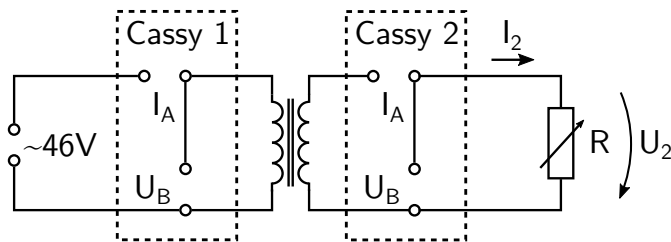


Abbildung 238.6: Schaltung Transformatorversuch

**Aufgabe 238.F:** Wie groß muss die zulässige Stromstärke des Schiebewiderstandes sein?

**Aufgabe 238.G:** Ergänze die Schaltungsskizze aus Abb. 238.5 um die benötigten Messgeräte und zeichne sie ins Protokollheft!

**Aufgabe 238.b:** Auswertung: Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm für diese Schaltung. Berechnen Sie  $P_S$  und  $\cos(\varphi)$  ( $\varphi$  = Phasenwinkel); tragen Sie  $P_W$ ,  $P_S$  und  $P_S \cos(\varphi)$  gegen  $R$  ( $R = U_R/I$ ,  $P_S = UI$ ,  $\cos(\varphi) = U_R/U$ ) auf.

Bestimmen Sie die maximale Leistung  $P_{W,max}$ , welche die Schaltung der Spannungsquelle entnehmen kann, und den entsprechenden Widerstand. Markieren Sie diese Werte in dem entsprechenden Diagramm.

## 238.2.2 Messungen am Transformator

**Aufgabe 238.c:** Schaltung:

Schließen Sie die Primärseite des Trafos an die Spannungsquelle (blaue Buchsen im grauen Kästchen an der Wand) an und die Sekundärseite mit geeigneten Widerständen ab. Messen Sie die Wirkleistungen  $P_{W,1}$  und  $P_{W,2}$ , ferner  $I_2$ ,  $I_1$ ,  $U_2$  und  $U_1$ . Beginnen Sie mit dem Leerlauf (I<sub>2</sub> = 0Ω) und erhöhen Sie  $I_2$  in geeigneten Schritten bis zum Kurzschlussstrom. Ggfs. sind verschiedene Schiebewiderstände zu benutzen.

Legen Sie eine Tabelle für alle Messgrößen und für die durch Auswertung zu bestimmenden Größen

$$\begin{aligned}
 P_{S,1} &= U_1 I_1 && \text{Scheinleistung (primär)} \\
 P_{S,2} &= U_2 I_2 && \text{Scheinleistung (sekundär)} \\
 P_V &= P_{W,1} - P_{W,2} && \text{Verlustleistung} \\
 P_{Cu} &= R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 && \text{Kupferverluste} \\
 P_{Fe} &= P_V - P_{Cu} && \text{Eisenverluste} \\
 \eta &= P_{W,2} / P_{W,1} && \text{Wirkungsgrad}
 \end{aligned}$$

Für die folgende Auswertung beachten Sie: Die in der Auswertungsanleitung angegebenen quantitativen Beziehungen sind teilweise Näherungen. Füllen Sie die angefangene Tabelle vollständig aus (Berechnung von  $P_{S,2}$ , etc.). Tragen Sie die beiden Wirkleistungen  $P_{W,1}$  und  $P_{W,2}$ , die Verlustleistungen  $P_{Cu}$ ,  $P_{Fe}$  sowie den Wirkungsgrad  $\eta$  gegen  $I_2$  auf.

**Aufgabe 238.d:** Selbstinduktion:

Bestimmen Sie  $\omega L$  mit 3 unterschiedlichen Methoden. Leiten Sie die gegebenen Zusammenhänge für die Bestimmung von  $\omega L$  aus den Gleichungen 238.26, 238.27 bzw. 238.28 her.

- aus dem gemessenen Betrag der Eingangsimpedanz im Leerlauf ( $R = \infty \Omega$ ):  $\omega L = U_1 / I_1$
- aus dem gemessenen Betrag der Eingangsimpedanz bei näherungsweise verlustfreiem Trafo ( $R_V = 0 \Omega$  und  $\sigma = 0$ ) im Fall von  $U_1 / I_1 = R / \sqrt{2}$ :  $\omega L = R$
- aus der gemessenen Stromübertragung bei vernachlässigbarem Streukoeffizienten ( $\sigma = 0$ ) im Fall von  $I_2 / I_1 = 1 / \sqrt{2}$ :  $\omega L = R + R_V$

Vergleichen Sie die 3 Ergebnisse und diskutieren Sie die jeweiligen systematischen Messunsicherheiten!

**Aufgabe 238.e:** Streukoeffizient:

Bestimmen Sie  $\sigma = 1 - M^2 / L^2$  mit folgenden 4 unterschiedlichen Methoden. Leiten Sie auch den jeweils angegebenen Zusammenhang her.

- aus der gemessenen Stromübertragung im Kurzschlussfall ( $I_2 / I_1 = M / L = \sqrt{1 - \sigma}$ )
- aus der gemessenen Spannungsübertragung im Leerlauf ( $U_2 / U_1 = M / L$ )
- aus den gemessenen Beträgen der Eingangsimpedanzen für Kurzschluss und Leerlauf: Verhältnis  $= \sigma$ . Berücksichtigen Sie, dass  $R_V \ll \omega L$  gilt.

Stellen Sie die verschiedenen experimentellen Werte für  $\sigma$  zusammen und diskutieren Sie die systematischen Messunsicherheiten!

**Aufgabe 238.f:** Spannungsübertragung:

Tragen Sie die gemessenen Werte für die Spannungsübertragung  $U_2 / U_1$  gegen  $I_2$  auf.

Berechnen Sie – mit den gemessenen Werten für  $M / L$  und  $\omega L$  (siehe Aufgaben 238.e,f) und  $R = U_2 / I_2$  sowie den auf den Spulen angegebenen Werten für  $R_V$  – das Verhältnis  $U_2 / U_1$  und tragen Sie die berechneten Werte in das Diagramm ein.