Versuch 242 – Elektrische und magnetische Krafteinwirkung auf geladene Teilchen.

Dieser Versuch dient in erster Linie der Bestimmung der spez. Ladung des Elektrons: e/m, sowie später im Millikan-Versuch zur Bestimmung der Elementarladung e woraus dann die Masse des Elektrons gefolgert werden kann.
Zusätzlich wird im ersten Versuchsteil das B-Feld der Erde vor Ort bestimmt, im Rahmen der Eliminierung jenen Feldes.

Für den ersten Versuchsteil verwenden wir ein Fadenstrahlrohr. Dabei wird ein Elektronenstrahl aus einem Strahlerzeugungssystem in einen Raum niedrigen Drucks, gefüllt mit Wasserstoff, freigesetzt. Der Wasserstoff dient zur Fokussierung des Elektronenbündels sowie zur Ionisation, wodurch der Strahl sichtbar wird.
Aufgrund der um diesen Raum angebrachten Helmholtz-Spulen herrscht ein gewisses B-Feld im Inneren, wodurch auf die Elektronen die Lorentz-Kraft wirkt, was den Strahl auf eine Kreisbahn zwingt. ($F_L = e(\vec{v}\times\vec{B})$). Senkrecht orientiert ist F_L betragsmäßig gleich der Zentripetalkraft mv^2/r. Eliminiert man jetzt noch die Geschwindigkeit v über $\frac{1}{2}mv^2 = eU$ (Energiesatz), so erhält man für die spez. Ladung des Elektrons:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2B^2}$$

Während U und r gemessen werden muss B über I bestimmt werden.
Die magn. Flussdichte im inneren Bereich eines Helmholtz-Spulen-Systems wird mit dem Biot-Savartschen Gesetz berechnet zu:

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2}\mu_0\frac{nI}{R} = 0{,}716\ \mu_0\frac{nI}{R}$$

mit I Strom in den Spulen, n Windungszahl und R der mittlere Spulenradius bzw. der Spulenabstand.
An dieser Stelle spielt auch das Magnetfeld der Erde eine Rolle, welches nicht vernachlässigt werden sollte. Zur Eliminierung dessen wird der gesamte Versuchsaufbau auf einer Scheibe um 180° gedreht. Durch Mittelung und mithilfe der neuen Werte können wir B_S und B_E berechnen.

Im zweiten Teil wird der Millikan-Versuch durchgeführt. Dabei werden geladene Öltröpfchen zwischen die (horizontalen) Platten eines Kondensators gebracht. Auf die Öltröpfchen wirken folgende Kräfte:

1. Die Gravitationskraft $\vec{F}_G = m\vec{g} = \rho_{Öl}\frac{4}{3}\pi r^3\vec{g}$

2. Auftriebskraft: $\vec{F}_A = -\rho_{Luft}\frac{4}{3}\pi r^3\vec{g}$

3. Stokesche Reibung: $\vec{F}_R = -6\pi r\eta_{Luft}\vec{v}$

4. Elektrostatische Kraft: $\vec{F}_{el} = q\cdot\vec{E}$ mit $q = N\cdot e$

Für den Fall des sinkenden Tröpfchens ergibt sich folgendes Gleichgewicht

$$\frac{4}{3}\pi r^3(\rho_{Öl}-\rho_{Luft})g - 6\pi\eta_{eff}\, r v_{\downarrow} = -NeE$$

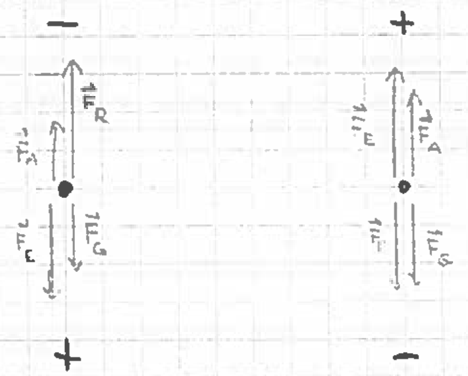
und für steigende Tröpfchen:

$$\frac{4}{3}\pi r^3(\rho_{Öl}-\rho_{Luft})g + 6\pi\eta_{eff}\, r v_{\uparrow} = +NeE$$

$$\Rightarrow \quad r = \sqrt{\frac{9\eta_{eff}(v_{\downarrow}-v_{\uparrow})}{4g(\rho_{Öl}-\rho_{Luft})}} \quad \text{sowie} \quad Ne = 3\pi\eta_{eff}\, r\frac{v_{\downarrow}+v_{\uparrow}}{E}$$

Gemessen werden $v_{\downarrow}$ und $v_{\uparrow}$, sowie v_0 bei ausgeschaltetem Kondensator zur Überprüfung von $2v_0 = v_{\downarrow} - v_{\uparrow}$

242.A



nicht maßstabsgetreu!
(nicht proportional)

Kräfte greifen alle am Öltröpfchen an!

sinkende Fall   steigender Fall

242.B

Wir haben folgende Gleichungen:

$$\frac{4}{3}\pi r^3(\rho_{Öl}-\rho_{Luft})g - 6\pi\eta_{eff}\, r(v_{\downarrow}) = -NeE \quad (1) \text{ sinkender Fall}$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3(\rho_{Öl}-\rho_{Luft})g + 6\pi\eta_{eff}\, r v_{\uparrow} = NeE \quad (2) \text{ steigender}$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3(\rho_{Öl}-\rho_{Luft})g - 6\pi\eta_{eff}\, r v_0 = 0 \quad (3) \text{ ausgeschalteter Kondensator}$$

addieren wir (1) und (2) und halbieren, so erhalten wir:

$$\frac{4}{3}\pi r^3(\rho_{Öl}-\rho_{Luft})g - 6\pi\eta_{eff}\, r\left(\frac{v_{\downarrow}-v_{\uparrow}}{2}\right) = 0 \quad (4)$$

Setzen wir nun (3) und (4) gleich:

$$\frac{4}{3}\pi r^3(\rho_{Öl}-\rho_{Luft})g - 6\pi\eta_{eff}\, r v_0 = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho_{Öl}-\rho_{Luft})g - 6\pi\eta_{eff}\, r\left(\frac{v_{\downarrow}-}{}\right.$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{v_{\downarrow}-v_{\uparrow}}{2} \Leftrightarrow 2v_0 = v_{\downarrow} - v_{\uparrow}$$

Messung

	Messung 1		Messung 2		Messung 3		Messung 4	
U[V]	190	190	~~180~~	180	~~170~~	170	160	
I[A]	0,96	0,89	0,96	0,88	0,96	0,88	0,96	0,89
r[mm]	63,5	63,5	61		58		56,5	

n = 130

R = 150 mm

	Messung 5		Messung 6		Messung 7		Messung 8	
U[V]	150		140		130		120	
I[A]	0,96	0,88	0,95	0,89	0,95	0,89	0,93	0,89
r[mm]	54		51,5		49		45,5	

[redacted]

	Messung 9		Messung 10
U[V]	~~110~~ 110		100
I[A]	0,93	0,97	
r[mm]	47,5		

zu ungenau!
Wehneltzylinder defekt!

Tröpfchen 1

0	13,18	5k
+	27,74	5k
−	12,23	5k

2

0	22,8	5k
+	7,08	15k
−	3,15	15k

3

0	15,75	5k
+	7,88	10k
−	5,06	10k

Raumtemperatur 18,5

500 V am Kondensator

4

0	13,58	5k
+	6,23	10k
−	8,62	15k

5

0	32,04	10k
+	28,72	10k
−	8,49	15k

6

0	19,8	5k
+	3,74	10k
−	4,23	10k

7

0	22,82	21,93	22,76	10k
+	8,62	14,4	7,93	10k
−	3,34	3,31	3,42	10k

8

0	12,19	5k
+	7,68	10k
−	8,29	10k

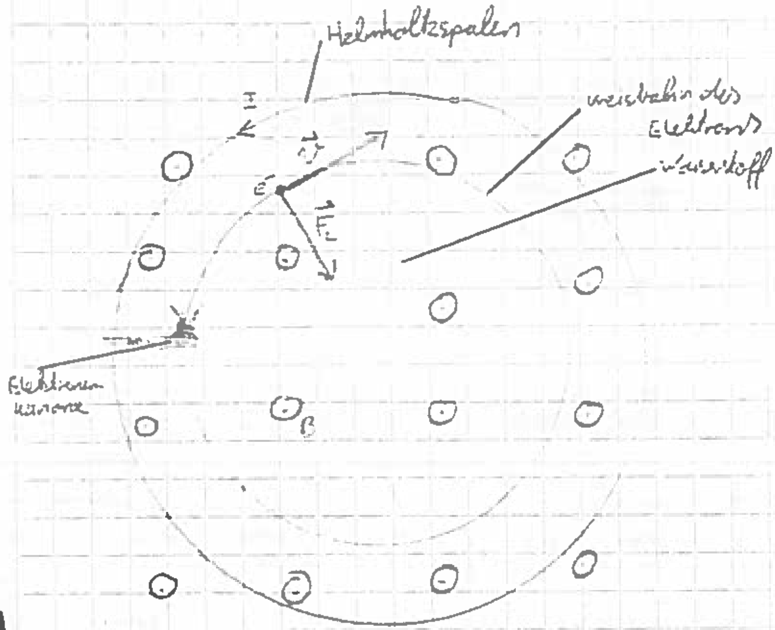
[redacted]

Kondensatorplattenabstand

Millikan 4 : 7,62 mm

Aufbau C

Skizzen



[redacted]

242.b

1. $\vec{B} = \vec{B}_S + \vec{B}_E \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_L = e(\vec{v} \times \vec{B}) = e(\vec{v} \times (\vec{B}_S + \vec{B}_E))$

2. Um das $\vec{B}_E$-Feld zu eliminieren nehmen wir einfach den Mittelwert der angelegten Stromstärken. In diesem Zuge berechnen wir direkt das jeweilige $\vec{B}_S$-Feld; sowie $r^2 I^2$ und $\Delta r^2 I^2$:

Tabelle 1:

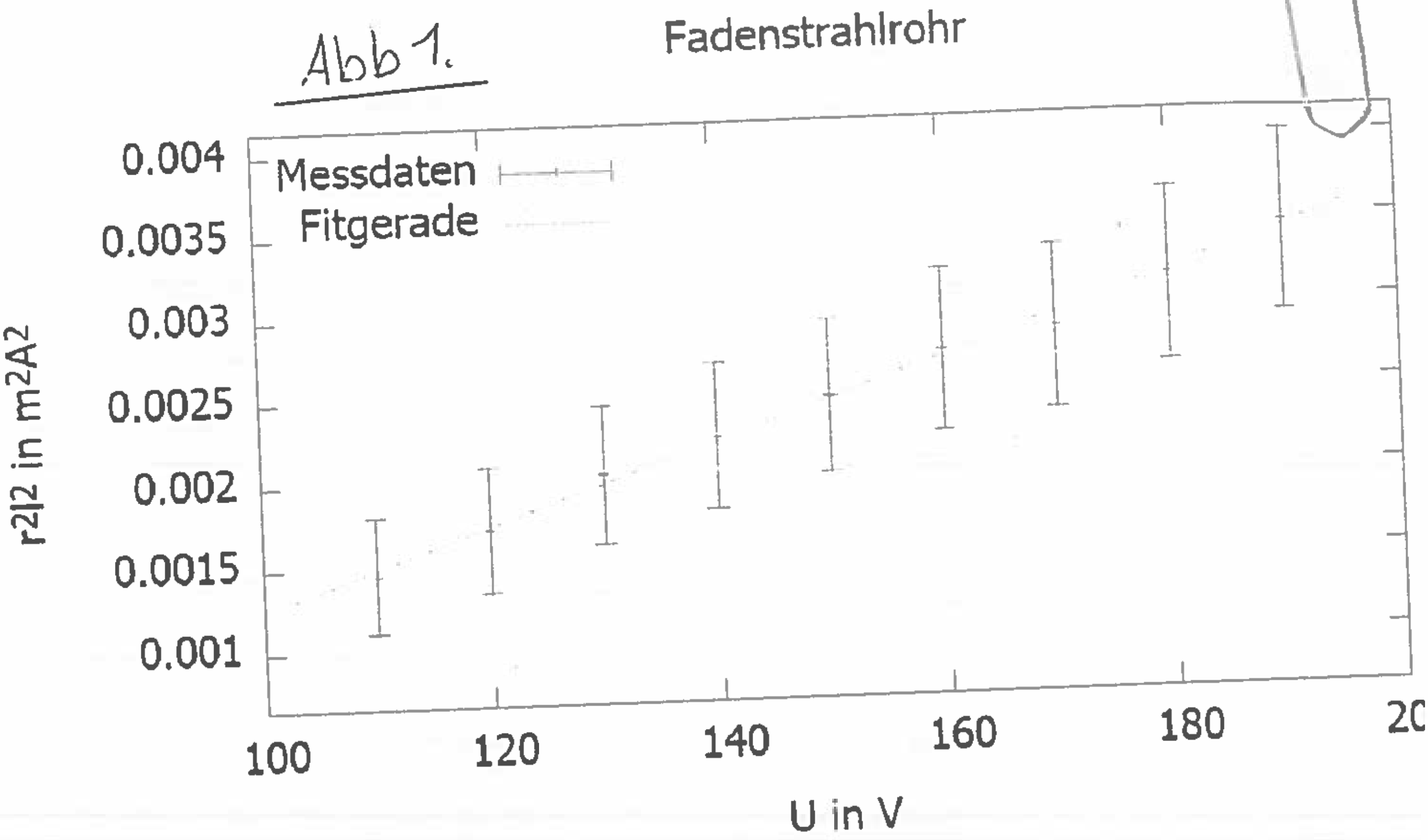
U [V]	190	180	170	160	150	140	130	120	1
I [A]	0,925	0,92	0,92	0,925	0,92	0,92	0,92	0,91	0,
r [mm]	63,5	61	58	56,5	54	51,5	49	45,5	4
B [mT]	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72	0,71	0,
$r^2 I^2$ [$m^2 A^2$]	0,00345	0,00315	0,00284	0,00273	0,00247	0,00224	0,00203	0,00171	0,0
$\Delta r^2 I^2$ [$m^2 A^2$]	0,00054	0,00052	0,00049	0,00049	0,00046	0,00044	0,00041	0,00038	0,0

[redacted]

mit $\Delta U = 1V$
$\Delta I = 0{,}01 A$
$\Delta r = 5 mm$

$$\Delta r^2 I^2 = \sqrt{(2r I^2 \cdot \Delta r)^2 + (2r^2 I \cdot \Delta I)^2} \quad \text{(Gauss)}$$

Abb 1.



Achsenabschnitt $n = (-1{,}16 \pm 0{,}83) \cdot 10^{-3}$

Mithilfe Gleichung (242.4) ergibt sich daraus:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2 B^2} = \frac{2U \cdot R^2}{r^2 I^2 \cdot (0{,}716)^2 \mu_0^2 n^2} = 2 \cdot \frac{1}{m_s} \cdot \frac{R^2}{(0{,}716)^2 \mu_0^2 n^2}$$

$$= 1{,}365 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

$$\Delta\left(\frac{e}{m}\right) = \sqrt{\left(2 \cdot \left(-\frac{1}{m^2}\right) \cdot \frac{R^2}{(0{,}716)^2 \mu_0 n^2}\right)^2 \cdot (\Delta m)^2} = 0{,}323 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

$$\Rightarrow \frac{e}{m} = (1{,}365 \pm 0{,}323) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Somit kommen wir auf einen maximalen Wert von $1{,}688 \frac{C}{kg}$. Der Literaturwert liegt bei $1{,}758 \frac{C}{kg}$. Es liegt eine Abweichung von rund 22 % vor. Mögliche Ursachen sind an erster Stelle der defekte Wehnelt-Zylinder meiner Apparatur. Deswegen habe ich bereits meinen Fehler auf r auf 5 mm geschätzt, allerdings könnte das noch zu

(Literaturwert entnommen von www.Wikipedia.org

U

wenig gewesen sein. Besonders, je kleiner ich die Beschleunigungs-spannung gewählt habe, desto unschärfer wurde der Elektronenstrahl. Ein sauberes Ablesen gestaltete sich als extrem schwierig.

5. Die durchschnittliche Abweichung des Mittelwerts von den beiden gemessenen Stromstärken beträgt 0,031 A. Mithilfe des Biot-Savart-Gesetz kommen wir auf ein B-Feld, welches diesem Wert entspricht von 24,17 µT.
Dieser Wert liegt erstaunlich nah am Literaturwert von 20 µT. (www.Wikipedia.org/wiki/Erdmagnetfeld, Zugriff 15.11.20) Betrachtet wird natürlich nur die horizontale Komponente, da die Vertikale keinen Einfluss hat auf das Experiment. Die Abweichung von 4 µT lassen sich wieder auf den defekten Wehnelt-Zylinder zurückführen. Durch die große Streuung des Elektronenstrahls gab es viel Spielraum in der Bestimmung des Radius und somit in der Bestimmung der Stromstärke der Spulen.

Teil 2 - Millikan-Versuch

242 g)

~~[illegible]~~

Die Raumtemperatur betrug bei Versuchsdurchführung 18,5° C. Das entspricht einer dynamischen Viskosität von Luft von 18,12 µPas.

[redacted]

$\Delta t = 1s$, Reaktionszeit (2 mal)

$\rho_{Öl} = 886 \frac{kg}{m^3}$

$\rho_{Luft} = 1,225 \frac{kg}{m^3}$

Leider konnten wir nur 2 Messungen verwerten, da die restlichen Tröpfchen nicht die Bedingung $v_\downarrow - v_\uparrow \approx 2v_0$ erfüllten. Lediglich Tröpfchen 3 und 4. Deswegen haben wir ebenfalls die Messwerte der anderen Gruppe hinzugenommen. Dort herrschte die gleiche Temperatur.

Für die Geschwindigkeit der Tröpfchen haben wir $v = \frac{s}{t}$ mit $s =$ (Anzahl Kästchen $\cdot$ 0,0001 m)

$\Rightarrow \Delta v = \frac{s}{t^2} \Delta t$

Den Radius der Tröpfchen lässt sich folgendermaßen berechnen:

$$r = \sqrt{\frac{3\, \eta_{Luft} (v_\downarrow - v_\uparrow)}{4 \cdot g \cdot (\rho_{Öl} - \rho_{Luft})}}$$

mit $\Delta r = \sqrt{\left(\frac{\partial r}{\partial v_\downarrow} \cdot \Delta v_\downarrow\right)^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial v_\uparrow} \cdot \Delta v_\uparrow\right)^2} = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{\eta_{Luft} \cdot (\Delta v_\downarrow^2 + \Delta v_\uparrow^2)}{(v_\downarrow - v_\uparrow)\, g \cdot (\rho_{Öl} - \rho_{Luft})}}$

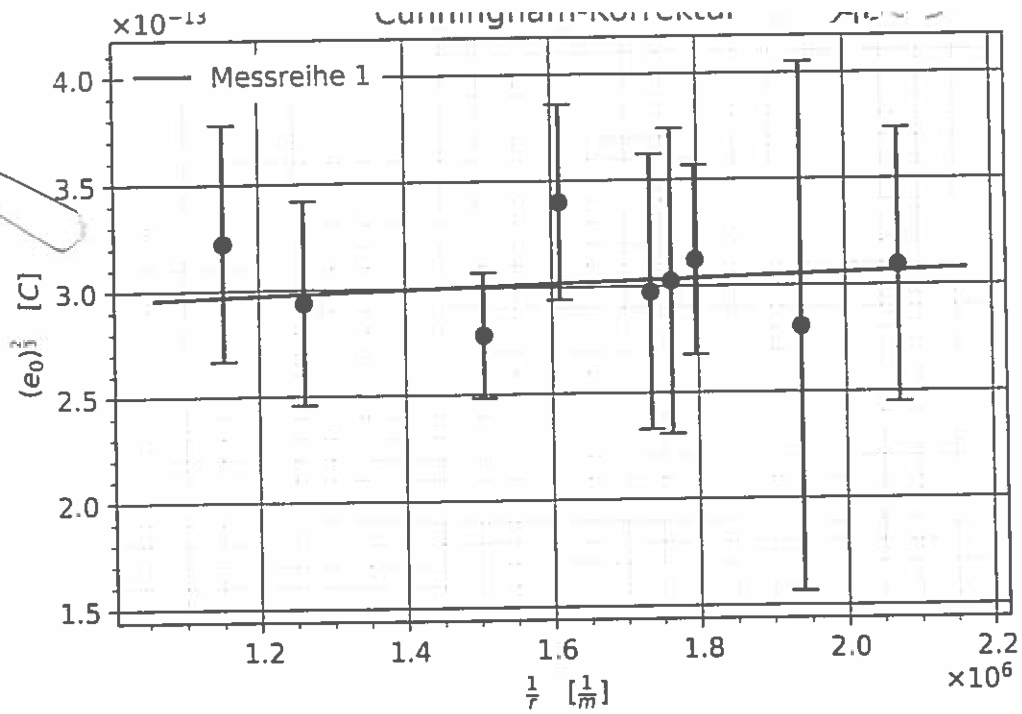
Die Gesamtladung $q = Ne$ der Tröpfchen lässt sich bestimmen zu:

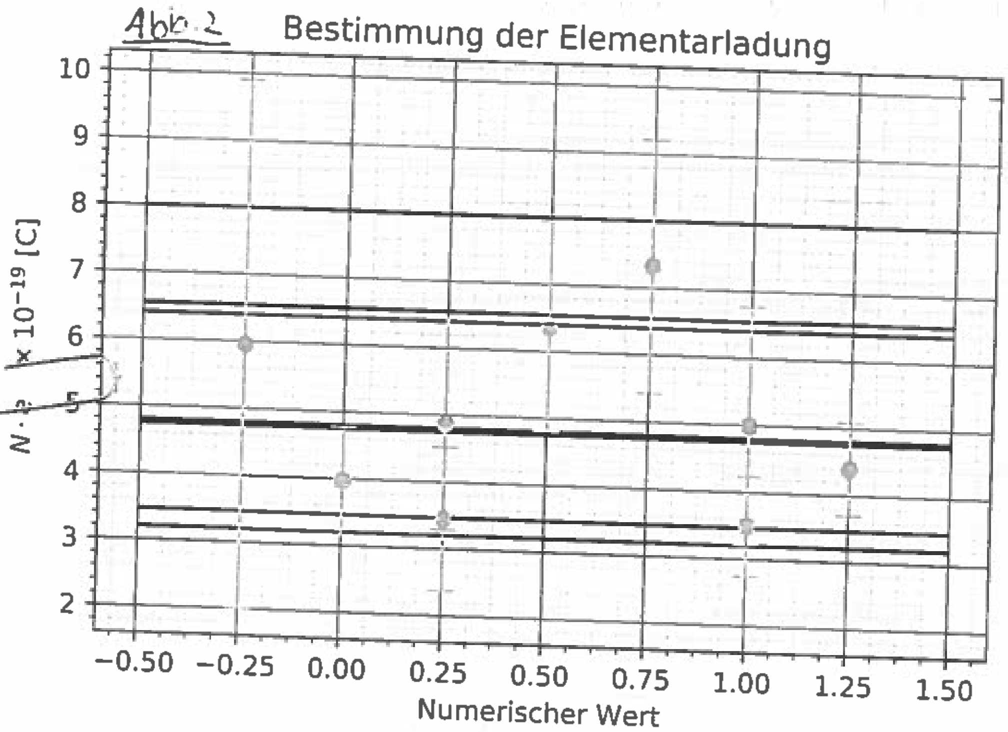
$$Ne = 3\pi \eta_{Luft}\, r \frac{(v_\downarrow + v_\uparrow)}{E} = 3\pi \eta_{Luft}\, r \frac{(v_\downarrow + v_\uparrow) \cdot d}{U}$$

Mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnen wir auch dafür den Fehler:

$$\Delta(Ne) = \sqrt{\left(\frac{\partial Ne}{\partial v_\downarrow} \cdot \Delta v_\downarrow\right)^2 + \left(\frac{\partial Ne}{\partial v_\uparrow} \Delta v_\uparrow\right)^2 + \left(\frac{\partial Ne}{\partial r} \cdot \Delta r\right)^2}$$

$$= 3\pi \frac{d}{U} \eta_{Luft} \cdot \sqrt{(r \cdot \Delta v_\downarrow)^2 + (r \cdot \Delta v_\uparrow)^2 + (v_\downarrow \cdot \Delta r + v_\uparrow \cdot \Delta r)^2}$$





Korrektur des Protokolls

Anmerkung vorab: Die Berechnung verschied. Fit-Geraden wurde nach Anhang A1 Abschnitt 4 „Geraden-Anpassung („Fit
durchgeführt.

Zur Verringerung des Arbeitsaufwandes wurde ein Python-Sk
verwendet, welches exakt die Schritte, wie im Anhang beschrie
ausführt und somit Steigung, Achsenabschnitt und deren Fehler
ermittelt.

242. b

Die Erde besitzt ein störendes Magnetfeld, weshalb wir die Gleichung der Lorentzkraft um einen Zusatzterm erweitern:

$$\vec{B} = \vec{B}_S + \vec{B}_E \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_L = e(\vec{v} \times \vec{B}) = e(\vec{v} \times (\vec{B}_S + \vec{B}_E))$$

Um das störende Erdmagnetfeld aus den Messungen zu eliminieren, wurde der Mittelwert der angelegten Stromstärken und damit das wahre Magnetfeld der Spulen berechnet:

U [V]	190	180	170	160	150	140	130	120	110
I [A]	0,925	0,92	0,92	0,925	0,92	0,92	0,92	0,91	0,92
r [mm]	63,5	61	58	56,5	54	51,5	49	45,5	41,5
B [mT]	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72	0,71	0,72
r^2I^2 [m^2A^2]	0,0345	0,00315	0,00284	0,00273	0,00247	0,00224	0,00203	0,00171	0,00146
$\Delta r^2I^2 \cdot 10^3$ [m^2A^2]	0,54	0,52	0,49	0,49	0,46	0,44	0,41	0,38	0,35

mit $\Delta U = 1V$
$\Delta I = 0{,}01 A$
$\Delta r = 5 mm$

$$\Delta r^2 I^2 = \sqrt{(2rI^2 \Delta r)^2 + (2r^2 I \cdot \Delta I)^2} \quad \text{(Gauss)}$$

Da sich die Elektronen auf einer Kreisbahn bewegt haben, herrscht ein Kräftegleichgewicht. Die auf ein Elektron wirkende Lorentz-Kraft ist [redacted] gleich der Zentripetalkraft:

$$evB = \frac{mv^2}{r}$$

Die Geschwindigkeit der Elektronen folgt aus dem Energiesatz:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU \quad \text{mit } U \hat{=} \text{Beschleunigungsspannung}$$

Daraus folgt für die spezifische Ladung eines Elektrons:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2B^2}$$

Die magnetische Flussdichte B im inneren Bereich eines (solchen) Helmholtz-Spulen-Systems wird mit dem Biot-Savartschen Gesetz berechnet zu:

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \mu_0 \frac{n\,I}{R} = 0{,}716\, \mu_0 \frac{n\,I}{R}$$

Dadurch ergibt sich die spez. Ladung auch zu

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2 B^2} = \frac{2U}{r^2 I^2} \cdot \frac{R^2}{(0{,}716)^2 \mu_0^2 n^2} = 2 \cdot \frac{U}{r^2 I^2} \cdot \frac{R^2}{(0{,}716)^2 \mu_0^2 n^2}$$

Stellt man nun in einem Diagramm $r^2 I^2$ gegen U dar und ermittelt die Steigung der Ausgleichsgeraden (m_s), so kann die Formel der spez. Ladung auch geschrieben werden als:

$$\frac{e}{m} = 2 \cdot \frac{1}{m_s} \cdot \frac{R^2}{(0{,}716)^2 \mu_0^2 n^2}$$

mit $\Delta\left(\frac{e}{m}\right) = \sqrt{\left(2 \cdot \left(-\frac{1}{m^2}\right) \cdot \frac{R^2}{(0{,}716)^2 \mu_0^2 n^2}\right)^2 \cdot (\Delta m)^2}$

Diagramm: siehe Abb 1 „Fadenstrahlrohr" im Protokoll, Seite 5

Die Steigung m_s der Fitgeraden ergibt sich (nach Anhang A1.4, siehe Anmerkung vorab) zu:

$$m_s = (2{,}41 \pm 0{,}57) \cdot 10^{-5} \, \frac{A^2 m^2}{V^2}$$

Daher folgt für die spezifische Ladung des Elektrons:

$$\frac{e}{m} = (1{,}365 \pm 0{,}323) \cdot 10^{11} \, \frac{C}{kg}$$

Der Literaturwert liegt bei $1{,}758 \frac{C}{kg}$ (laut Wikipedia.org/wiki/Spezifische_Ladung; Zugriff 01.12.20, 18:23) und somit liegt eine Abweichung von rund 22% vor. Der Literaturwert liegt zudem außerhalb des Fehlerbereichs, dessen obere Grenze bei nur $1{,}688 \frac{C}{kg}$ liegt.

Das eliminierte Erdmagnetfeld lässt sich ebenfalls mit dem Biot-Savartschen Gesetz berechnen, da dieses proportional zur halben Differenz der Stromstärken der Nord-Süd- und der Süd-Nord-Ausrichtung ist. Benötigt wird lediglich der Mittelwert aller (halben) Differenzen, also:

$$\frac{\bar{I}}{2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\Delta I_i}{2} \cdot \frac{1}{n}$$ mit ΔI_i die jeweiligen Nord-Süd – Süd-Nord Differenzen der einzelnen Messungen

Fehler auf $\frac{\bar{I}}{2} = 0{,}005\,A$ $\Rightarrow$ $\Delta B_E = \sqrt{\left(0{,}716 \cdot \mu_0 \frac{n}{R} \cdot \Delta\left(\frac{\bar{I}}{2}\right)\right)^2}$ (Gauss)

[redacted] Also: $\frac{\bar{I}}{2} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\Delta I_i}{2}\right) \cdot \frac{1}{n} = 0{,}031\,A$

Das Erdmagnetfeld beträgt somit: $B_E = 0{,}716 \cdot \mu_0 \frac{n}{R} \cdot \frac{\bar{I}}{2}$

$\Rightarrow B_E = (24{,}17 \pm 3{,}90)\,\mu T$

2. Teil – Millikan-Versuch

Berechnung der Viskosität der Luft durch Interpolation gegebener Werte:

gegebene Werte:

0°C	17,20 µPas
20°C	18,19 µPas
40°C	19,12 µPas

Zwischen den Werten herrscht ein proportionaler Zusammenhang. Würde man die Viskosität gegen die Temperatur in Celsius auftragen, wie gegeben, so ergäbe sich ein Zusammenhang von: $f(x) = 0{,}05x + 17{,}2$.

Die Raumtemperatur betrug bei Versuchsdurchführung 18,5 °C

Dementsprechend ist die dynamische Viskosität von Luft bei dieser Temperatur: $f(18{,}5) = 18{,}12$, also 18,12 µPas

(Um die Physikal. Einheiten zu wahren, ist hier natürlich gemeint: $f(x) = 0{,}05\frac{\mu Pas}{}x + 1$

Zur Auswertung sind nur Tröpfchen zugelassen, die die Bedingung $v_\downarrow - v_\uparrow \approx 2v_0$ bzw. $\frac{v_\downarrow - v_\uparrow}{2v_0} \approx 1$ erfüllen.

Die einzelnen Geschwindigkeiten der Tröpfchen berechnet sich zu $v = s/t$ mit s = (Anzahl Kästchen · 0,0001 m).
Daraus folgt der Fehler auf die einzelnen Geschwindigkeiten:

$$\Delta v = \frac{s}{t^2} \cdot \Delta t$$

Den Fehler auf $(v_\downarrow - v_\uparrow)$ erhält man durch Addition von $\Delta v_\downarrow$ und $\Delta v_\uparrow$, sowie der Fehler auf $2v_0$ durch $\Delta(2v_0) = 2\Delta v_0$.
Daraus folgt der Fehler auf das oben genannte Verhältnis:

$$\Delta\left(\frac{v_\downarrow - v_\uparrow}{2v_0}\right) = \sqrt{\left(\frac{\Delta(v_\downarrow - v_\uparrow)}{2v_0}\right)^2 + \left(\frac{v_\downarrow - v_\uparrow}{(2v_0)^2} \cdot \Delta(2v_0)\right)^2}$$

Die einzelnen Werte entnimmt man der folgenden Tabelle.
Bei der Korrektur ist uns aufgefallen, dass noch zweitere Messungen in Frage gekommen wären, da nun ein Fehlerintervall für die Bedingung $\frac{v_\downarrow - v_\uparrow}{2v_0} = 1$ existiert.

Im Rahmen der Korrektur wird auf eine neue Auswertung, die diese 3 Messwerte mit einbezieht, verzichtet.

242.h)

Um den größten gemeinsamen Teiler k der Werte für $q = N \cdot e$ zu erhalten, wurden im Folgenden die Werte $N \cdot e$ in ein Diagramm eingetragen (x-Achse: Nummer der Teilchen; y-Achse: $q = N \cdot e$ der jew. Teilchen)

Von Öltröpfchen, die Näherungsweise das gleiche $N \cdot e = q$, heißt ungefähr die gleiche Ladung, haben, wurde der Mittelwert gebildet und als blaue, horizontale Linie in das Diagramm eingezeichnet.

Aus den Abständen der drei horizontalen, blauen Linien b_1 (untere), b_2 (mittlere) und b_3 (obere) kann geschlossen werden, dass:

$$b_1 \hat{=} 2 \cdot k$$

$$b_2 \hat{=} 3 \cdot k$$

$$b_3 \hat{=} 4 \cdot k$$

Daraus erhält man den ggT $= k = \frac{b_1 + b_2 + b_3}{9}$

Die drei blauen Linien liegen bei:

$$b_1 = 3{,}465113 \cdot 10^{-19}\,C$$

$$b_2 = 4{,}7498 \cdot 10^{-19}\,C$$

$$b_3 = 6{,}54475 \cdot 10^{-19}\,C$$

Also ergibt sich der ggT zu:

$$ggT = k = \frac{b_1 + b_2 + b_3}{9} = 1{,}63937 \cdot 10^{-19}\,C$$

Teilt man nun die Werte für $q_{s,i} = N \cdot e$ durch k (=ggT) und rundet auf eine ganze Zahl, so erhält man die jeweilige Anzahl N_i der Ladungen auf den einzelnen Öltropfchen.

=> Daraus folgt auch ein Wert für die $\overset{\text{ungefähre}}{\text{Elementarladung}}$ der einzelnen Tröpfchen:

$$e_{s,i} = \frac{q_{s,i}}{N_i} = \frac{Ne}{N_i}$$

mit dem Fehler $\Delta e_{s,i} = \sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial q_{s,i}} e_{s,i}\right)^2 \cdot (\Delta q_{s,i})^2} = \left| \frac{\Delta q_{s,i}}{N_i} \right| = \left| \frac{\Delta (N \cdot e)}{N_i} \right|$

Von Öltröpfchen, die Näherungsweise das gleiche $N \cdot e = q_i$ heißt ungefähr die gleiche Ladung, haben, wurde der Mittelwert gebildet und als blaue, horizontale Linie in das Diagramm eingezeichnet.

Aus den Abständen der drei horizontalen, blauen Linien b_1 (untere), b_2 (mittlere) und b_3 (obere) kann geschlossen werden, dass:

$$b_1 \mathrel{\hat{=}} 2 \cdot k$$

$$b_2 \mathrel{\hat{=}} 3 \cdot k$$

$$b_3 \mathrel{\hat{=}} 4 \cdot k$$

Daraus erhält man den $ggT = k = \frac{b_1 + b_2 + b_3}{9}$

Die drei blauen Linien liegen bei:

$$b_1 = 3{,}465113 \cdot 10^{-19}\,C$$

$$b_2 = 4{,}7498 \cdot 10^{-19}\,C$$

$$b_3 = 6{,}54475 \cdot 10^{-19}\,C$$

Also ergibt sich der ggT zu:

$$ggT = k = \frac{b_1 + b_2 + b_3}{9} = 1{,}63997 \cdot 10^{-19}\,C$$

Teilt man nun die Werte für $q_{s,i} = N \cdot e$ durch k ($=ggT$) und rundet auf eine ganze Zahl, so erhält man die jeweilige Anzahl N_i der Ladungen auf den einzelnen Öltröpfchen.

$\Rightarrow$ Daraus folgt auch ein Wert für die ungefähre Elementarladung der einzelnen Tröpfchen:

$$e_{s,i} = \frac{q_{s,i}}{N_i} = \frac{Ne}{N_i}$$

mit dem Fehler $\Delta e_{s,i} = \sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial q_{s,i}} e_{s,i}\right)^2 \cdot (\Delta q_{s,i})^2} = \left|\frac{\Delta q_{s,i}}{N_i}\right| = \left|\frac{\Delta (N \cdot e)}{N_i}\right|$

Der Achsenabschnitt dieses Graphen (siehe „Anmerkung vorab") liegt

$n = (2{,}84394 \pm 1{,}09230) \cdot 10^{-13}\,C$

Da gilt: $e_0 = n^{3/2}$

folgt für den Fehler $\Delta e_0 = \left| \frac{3}{2} \sqrt{n}\, \Delta n \right|$ (Gauss)

$\Rightarrow e_0 = (1{,}5166 \pm 0{,}3883)\; 10^{-19}\,C$

Der Literaturwert für die Elementarladung liegt bei $1{,}602\,176\,634 \cdot 10^{-19}\,C$ (laut www.Wikipedia.org/wiki/Elementarladung, Zugriff: 02.12.20, 13:00) und liegt somit innerhalb des Fehlerintervalls.

242 k)

Aus den ermittelten Werten für die Elementarladung e_0, sowie die spezifische Ladung des Elektrons soll nun die Masse des Elektrons m_E bestimmt werden.

Zur besseren Übersicht definiere:

$\left(\frac{e}{m}\right) \hat{=}$ spezifische Ladung aus Versuchsteil 1 „Fadenstrahlrohr"

$e_0 \hat{=}$ Elementarladung aus Versuchsteil 2 „Millikan-Versuch"

$m_E \hat{=}$ Die nun zu bestimmende Elektronenmasse

Es gilt natürlich: $m_E = \dfrac{e_0}{\left(\frac{e}{m}\right)}$

sowie dessen Fehler: $$\Delta m_E = \sqrt{\left(\frac{\partial m_E}{\partial e_0} \cdot \Delta e_0\right)^2 + \left(\frac{\partial m_E}{\partial \left(\frac{e}{m}\right)} \cdot \Delta\left(\frac{e}{m}\right)\right)^2}$$
$$= \sqrt{\left(\frac{1}{\left(\frac{e}{m}\right)} \cdot \Delta e_0\right)^2 + \left(\frac{e_0}{\left(\frac{e}{m}\right)^2} \cdot \Delta\left(\frac{e}{m}\right)\right)^2}$$

Daraus folgt: $m_E = (11{,}111 \pm 4{,}751) \cdot 10^{-31}\,kg$

Der Literaturwert liegt bei ~~[illegible]~~ ca. $9{,}1094 \cdot 10^{-31}\,kg$ und somit innerhalb meines (sehr großen) Fehlerintervalls.

$\Rightarrow$ Fazit bleibt das Gleiche! (Quelle: www.Wikipedia.org/wiki/Elektron