[redacted]
P2

Versuch 242 elektrische und magnetische Krafteinwirkung auf geladene Teilchen

Datum: 9.12.2020

242.1 Einleitung

In diesem Versuch soll die Ladung und Masse des Elektrons bestimmt werden. Dabei wird zuerst die spezifische Ladung $\frac{e}{m}$ mit dem Fadenstrahlrohr betrachtet und anschließend die Ladung mit dem Milikanversuch.

242.2 Theorie

242.2.1 Fadenstrahlrohr

Im Fadenstrahlrohr werden Elektronen auf eine Energie $W=Ue$ beschleunigt. Damit haben sie eine Geschwindigkeit von $v=\sqrt{\frac{2W}{m}}$. Im Magnetfeld $\vec{B}$ beschreiben sie eine Kreisbahn mit $\frac{mv^2}{r}=evB$. Daraus kann man die spezifische Ladung ableiten: $\frac{e}{m}=\frac{2U}{r^2B^2}$

Das Magnetfeld im Inneren der Helmholtz-Spulen kann nach Biot-Savart hergeleitet werden und ist gegeben durch:

$$B=0{,}716\,\mu_0\frac{n\cdot I}{R}$$

wobei n die Windungszahl ist und R der Spulenradius/Spulenabstand

242.2.2 Milikanversuch

Im Milikanversuch werden einzelne Öltröpfchen, die wenige Elementarladungen tragen, in einen Kondensator gebracht. Auf ein Öltröpfchen wirken dann Kräfte, die Gravitationskraft, die elektrostatische Kraft (nach unten gerichtet) und der Auftrieb und die Stokessche Reibung (nach oben gerichtet)

Anhand der Kräftegleichgewichte für ein steigendes & sinkendes Öltröpfchen

$$\frac{4\pi}{3}r^3(\rho_{Öl}-\rho_{Luft})g\mp 6\pi\eta_{eff}rv_{\downarrow\uparrow}=\mp NeE$$

lässt sich der Radius bestimmen:

$$r=\sqrt{\frac{9\eta_{eff}(v_{\Downarrow}-v_{\Uparrow})}{4g(\rho_{Öl}-\rho_{Luft})}}$$

Daraus folgt für die Gesamtladung $Ne = 3\pi\eta_{eff} r \frac{v_{\Downarrow}+v_{\Uparrow}}{E}$

242.3 Voraufgaben

A: Kräfte auf Öltropfen

Aufsteigendes Tröpfchen:

Fallendes Tröpfchen:

B: Beweis Gleichung

Es soll gezeigt werden, dass $2v_0 = v_{\Downarrow} - v_{\Uparrow}$

Des Weiteren wurden in der Anleitung für ein fallendes und ein steigendes Tröpfen die Kräftegleichgewichte gegeben:

$$\frac{4\pi}{3} r^3(\rho_{Öl}-\rho_{Luft})g - 6\pi\eta r v_{\Downarrow} = -NeE \qquad (1)$$

$$\frac{4\pi}{3} r^3(\rho_{Öl}-\rho_{Luft})g + 6\pi\eta r v_{\Uparrow} = NeE \qquad (2)$$

Entsprechend kann auch ein Kräftegleichgewicht für ein fehlendes elektrisches Feld aufgestellt werden:

$$\frac{4\pi}{3} r^3(\rho_{Öl}-\rho_{Luft})g + 6\pi\eta r v_0 = 0 \qquad (3)$$

Wenn man nun $2(3)-(1)-(2)$ rechnet, so kürzt sich der Teil der Schwerkraft und des elektrischen Feldes weg und man erhält:

$$12\pi\eta r v_0 + 6\pi\eta r v_{\Uparrow} - 6\pi\eta r v_{\Downarrow} = 0$$

$$2 v_0 - v_{\Downarrow} + v_{\Uparrow} = 0$$

$$2 v_0 = v_{\Downarrow} - v_{\Uparrow}$$

2.4.2.4 Aufbau und Durchführung

2.4.2.4.a Fadenstrahlrohr

Es wird mit dem Fadenstrahlrohr begonnen

Skizze:

Dieses Fadenstrahlrohr besteht aus einer Elektronenkanone, die mit einer Beschleunigungsspannung und dem Wehnelt-Zylinder die Elektronen fokussiert von Heizdraht zur Anode hin beschleunigt. Die Elektronen bewegen sich in einem Magnetfeld, welches von 2 Helmholtzspulen erzeugt wird. Dieses Magnetfeld wirkt senkrecht zur Bewegungsrichtung der Elektronen, weshalb die Elektronen aufgrund der Lorentzkraft auf eine Kreisbahn gezwungen werden.

Das Fadenstrahlrohr wird 3 Minuten lang aufgeheizt. Danach wird eine Beschleunigungsspannung gewählt, diese ist die Differenz der Anoden- und der Heizspannung.

Danach wird der Strom, der durch die Spulen fließt, eingeschaltet. Damit der Fadenstrahl senkrecht zum Magnetfeld verläuft, wird das Fadenstrahlrohr entsprechend gedreht und angepasst. Nun wird der Spulenstrom so eingestellt, dass der Strahl genau auf eine Messmarke trifft. Dann wird die Beschleunigungsspannung U, der Radius r und der Spulenstrom I abgelesen. Dies wird für 10 Messpaare wiederholt. Deshalb wird für jede Spannung und jeden Radius die Messung wiederholt, Einmal mit nach oben laufendem und einmal mit nach unten laufendem Elektronenstrahl (hier wird der Strom umgepolt). Der Strom wird so geregelt, dass der Radius gleich / erhalten bleibt.

Fehler der Messwerte:

$\Delta U = 1V$

$\Delta d = 1mm$

$\Delta I = 0{,}01$

Länge d [cm]		U[V]	$I_\uparrow$[A]	$I_\downarrow$[A]
3,6	14,1	178	1,07	1,18
	14,4	250	1,30	1,38
	10,0	94	1,30	1,36
	14,7	125	0,88	0,94
	15,3	189	1,02	1,09
	12,0	103	1,01	1,09
	13,5	102	0,84	0,91
	13,1	207	1,38	1,493
	10,5	206	1,962	1,96
	13,5	139	1,03	1,11

2.4.2.4.6 Tröpfchen sprühen

Im 2. Teil wird eine Millikan-Apparatur benutzt. In dieser werden geladene Öltröpfchen zwischen 2 Kondensatorplatten gesprüht. Die Tröpfchen tragen einige wenige Elementarladungen und wechselwirken so mit dem elektrischen Feld im Kondensator. Mit einem Mikroskop kann man die Bewegung der Teilchen beobachten.

Zunächst wird der Zerstäuber an einem Blatt Papier getestet.
Wenn am Papier Öl sichtbar ist, kann der Zerstäuber in der Apparatur benutzt.
Es wird dann einmal Öl zwischen die Kondensatorplatten, die zu diesem Zeitpunkt geerdet sind. Sobald Tropfen erkennbar sind, werden Entlüftungsloch und Eintrittsloch geschlossen.

242.4.d - Tröpfchenauswahl

Es wird ein Tropfen ausgewählt. Durch Einschalten des elektrischen Feldes können geladene Teilchen gefunden werden. Falls sich diese Tröpfchen zu schnell bewegen oder zu klein ist, müssen verworfen werden. Eventuell wird die radioaktive Quelle zum Ionisieren genutzt.

242.4.e : Endgeschwindigkeiten

Nun wird für beide Feldrichtungen und bei abgeschaltetem Feld (mit Feld & umgepoltem Feld) die Endgeschwindigkeit. Dabei muss innerhalb der Messungenauigkeit die Beziehung $2v_0 = v_\downarrow - v_\uparrow$ erfüllt sein.

242.4.f : Messung weiterer Tropfen

Es wird für mindestens 10 Tropfen die Messung der 3 Endgeschwindigkeiten 5 mal durchgeführt.
Es wird jeweils die Strecke und die Zeit gemessen.

$U = \cancel{488}\ 492\,V$ $\pm 3V$

$\Delta s = 0,1$ Skt $= 0,1 \cdot 0,5 \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-5}$ $s = 5$ Skt $d = 7,62$ mm Abstand Kondensatorplatten

$\Delta t = 0,3$ s ~ Reaktionszeit

	s_0 [Skt]	t_0 [s]	$s_\uparrow$ [Skt]	$t_\uparrow$ [s]	$s_\downarrow$ [Skt]	$t_\downarrow$ [s]
1.	5	17,27 17,30 15,07 14,43 ~~17,30~~ 15,30	5	13,86 15,89 16,50 16,35 15,76	5	5,34 4,90 5,11 6,38 4,82
3 2	5	16,43 11,56 16,18 18,45 10,29 15,56	5	16,47 17,69 15,18 15,98 16,65 16,69	5	5,20 5,13 6,36 5,54 5,36 4,50

~ weg? 1 Tropfen

anderer Tropfen

$S = 5$ Skt

	s_0 [Skt]	t_0 [s]	$s_\uparrow$ [Skt]	$t_\uparrow$ [s]	$s_\downarrow$ [Skt]	$t_\downarrow$ [s]
4.		16,96 15,87 13,08 ~~[illegible]~~		16,46 17,04 13,58		5,03 4,87 5,04
5.		14,08 12,47 12,61 14,07 12,74		6,80 6,99 6,96 7,42 7,35		2,93 3,21 3,04 3,16 3,09
6.	weg	15,10 ~~16,02~~		15,01		4,97 ~~[illegible]~~
7.		17,98 18,21 15,40 16,27 ~~[illegible]~~ 17,52		4,98 4,82 3,24 3,09 2,60		3,03 3,03 2,27 2,18 ~~[illegible]~~ 2,20
Lüftungsdach offen! nicht für Auswertung genutzt		12,78 14,45 ~~[illegible]~~		~~1,36~~ 3,46 2,22		~~2,46~~ 1,96 3,81
8.		18,23 19,12 16,82 ~~14,87~~		13,06 12,11 14,06		5,47 5,29 5,32
9		15,43 14,41 16,78 13,54 13,30		17,82 21,58 22,48 21,61 24,51	6	4,76 5,07 6,12 4,75 5,16
10 hat anders auf Schalter reagiert Kondensatoren geladen		9,18 8,21 8,30 8,34 8,68		14,78 16,33 12,18 13,04 14,36		3,18 2,75 3,42 3,58 3,43

T = 20,5°C ± 0,5

242.5 Auswertung

242.5.6 Magnetfelder und spezifische Ladung

In diesem Abschnitt werden die Daten vom Versuchsteil des Fadenstrahlrohrs ausgewertet. Die Formel für die Kraft im Magnetfeld lautet: $\vec{F} = e(\vec{v} \times \vec{B})$

Diese soll nun um ein Erdmagnetfeld erweitert werden:

$$\vec{F} = e(\vec{v} \times (\vec{B}_S + \vec{B}_E))$$

wobei $\vec{B}_S$ das Feld ist, welches durch die Spulen erzeugt wurde, und $\vec{B}_E$ ist die Komponente des Erdmagnetfeldes in Richtung von $\vec{B}_S$ ist. Da darauf geachtet wurde, dass überall $\vec{v} \perp \vec{B}$ gilt, kann vereinfacht $F = ev(B_S + B_E)$ angenommen werden.

Die Magnetfeldstärke der Spulen ist eine Funktion des Stroms, da die Windungszahl und der Spulenabstand konstant bleibt. Bei den Messungen wurde darauf geachtet, dass der Radius des Elektronenstrahls gleich bleibt. Also muss die Kraft und somit das Magnetfeld (bis auf Vorzeichen) gleich sein. Das Erdmagnetfeld sei in Richtung von der 1. Messung positiv, dann muss es von der 2. Messung abgezogen werden.

$$F_1 = F_2$$

$$B_S(I_1) + B_E = B_S(I_2) - B_E$$

$$B_S(I_1) - B_S(I_2) = -2B_E$$

Da B_S linear von I abhängt, kann dies umgeformt werden:

$$B_E = \frac{1}{2} B_S(I_2 - I_1)$$

Somit kann das Magnetfeld im Inneren durch die Ströme wie folgt ausgedrückt werden:

$$B = B_S(I_1) + \frac{1}{2} B_S(I_2 - I_1)$$

Durch Linearität:

$$B = B_S\left(\frac{1}{2} I_1 + \frac{1}{2} I_2\right) = B_S\left(\frac{I_1 + I_2}{2}\right)$$

Also wird der Mittelwert der Ströme betrachtet, dieser wird nur I genannt : $B = B_S(I)$

Für die Spezifische Ladung folgt somit:

$$\frac{e}{m} = \frac{2}{0{,}716^2} \frac{R^2}{n^2 \mu_0^2} \frac{U}{r^2 I^2}$$

Die Messdaten werden jedoch $(rI)^2$ gegen U aufgetragen:

$$(rI)^2 = \frac{2}{0{,}716^2} \frac{R^2}{n^2 \mu_0^2} \frac{m}{e} \cdot U$$

wobei I der Mittelwert der Ströme ist:

U [V]	ΔU 1 V	r [$\times 10^{-2}$ m]	Δr [$\times 10^{-2}$ m]	I [A]	ΔI 0,01 A	$(rI)^2$ [$A^2 m^2$]	$\Delta(rI)^2$ [$A^2 m^2$]
178		5,25	0,05	1,125		0,003	$9{,}1 \times 10^{-5}$
250		5,4		1,34		0,005	$1{,}24 \times 10^{-4}$
94		3,2		1,33		0,002	$6{,}28 \times 10^{-5}$
125		5,55		0,91		0,003	$7{,}25 \times 10^{-5}$
189		5,85		1,055		0,004	$9{,}72 \times 10^{-5}$
103		4,2		1,05		0,002	$5{,}93 \times 10^{-5}$
102		4,95		0,875		0,002	$5{,}73 \times 10^{-5}$
207		4,75		1,405		0,004	$1{,}13 \times 10^{-4}$
206		3,45		1,94		0,004	$1{,}38 \times 10^{-4}$
139		4,85		1,07		0,003	$7{,}72 \times 10^{-5}$

$$\Delta r = \sqrt{\left(\frac{\Delta d}{2}\right)^2} = \frac{\Delta d}{2}$$

$$\Delta (rI)^2 = \sqrt{(2 r I^2 \Delta r)^2 + (2 r^2 I \cdot \Delta I)^2}$$

Für die Bestimmung einer Geraden $y = x m + b$ gilt:

$$\overline{xy} = \frac{\sum xy}{N} = 0{,}5765 \qquad \bar{x} = \frac{\sum x}{N} = 159{,}3 \qquad \bar{y} = \frac{\sum y}{N} = 0{,}00324$$

(**)

$$\bar{x}^2 = \left(\frac{\sum x}{N}\right)^2 = 25376{,}5 \qquad \overline{x^2} = \frac{\sum x^2}{N} = 27505{,}5 \qquad \overline{\sigma_y^2} = \frac{N}{\sum \frac{1}{\sigma_i^2}} = 6{,}16 \times 10^{-9}$$

$$m_S = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = 2{,}35 \times 10^{-5} \qquad \Delta m_S = \sqrt{\frac{\overline{\sigma_y^2}}{N(\overline{x^2} - \bar{x}^2)}} = 4{,}87 \times 10^{-7} \qquad b = \frac{\overline{x^2}\,\bar{y} - \bar{x}\,\overline{xy}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = -0{,}0004$$

Für die Steigung gilt:

$$m_S = \frac{2}{0{,}716^2} \frac{R^2}{n^2 \mu_0^2} \cdot \frac{m}{e}$$

wobei $R = 0{,}15$ m
$n = 130$
$\mu_0 = 1{,}256 \times 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$

Also folgt $\frac{e}{m} = \frac{2}{0{,}716^2} \frac{R^2}{n^2 \mu_0^2} \cdot \frac{1}{m_S}$

für den Fehler ergibt sich:

$$\Delta \frac{e}{m} = \sqrt{\left(\frac{2R^2}{0{,}716^2 n^2 \mu_0^2} \frac{1}{m_S^2} \Delta m_S\right)^2}$$

Also erhalte ich

$$\frac{e}{m} = (1{,}43 \pm 0{,}03) \times 10^{11}\ C/kg$$

Literaturwert $\frac{e}{m} = \frac{1{,}602 \times 10^{-19} C}{9{,}109 \times 10^{-31} kg} = 1{,}7587 \times 10^{11}\ C/kg$

Die σ-Abweichung beträgt:

$$\frac{1{,}43 - 1{,}76}{0{,}03} = 11$$

Um nun das Erdmagnetfeld zu berechnen wird die folgende Formel genutzt: $B_{E_i} = \frac{1}{2} B_S (I_{2_i} - I_{1_i})$

Für die 10 Wertpaare erhalte ich jeweils das entsprechende Erdmagnetfeld, sodass für B_E der Durchschnitt genommen wird und für den Fehler die Standardabweichung

$$B_E = \frac{\sum B_{E_i}}{N} = 2{,}71 \times 10^{-5}\ T$$

$$B_S = 0{,}716\ \mu_0 \frac{n \cdot I}{R}$$

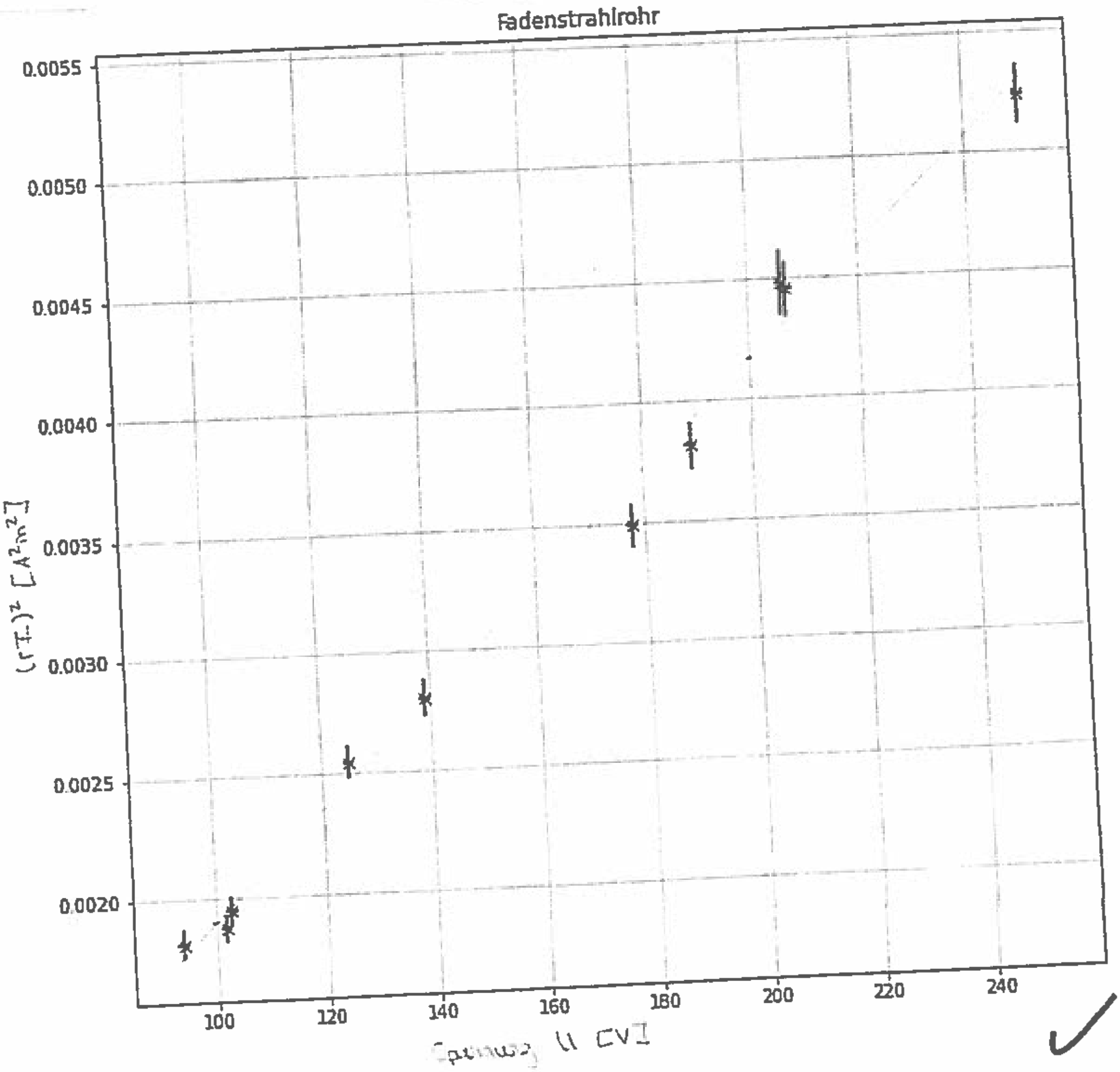
$$\Delta B_E = \sqrt{\frac{1}{N}\left[\sum (x - B_E)^2\right]} = 0{,}72 \times 10^{-5}\ T$$

B_E [T]	$I_2 - I_1$
$4{,}3 \times 10^{-5}$	0,11
$3{,}1 \times 10^{-5}$	0,08
$2{,}3 \times 10^{-5}$	0,06
$2{,}3 \times 10^{-5}$	0,06
$2{,}7 \times 10^{-5}$	0,07
$3{,}1 \times 10^{-5}$	0,08
$2{,}7 \times 10^{-5}$	0,07
$1{,}9 \times 10^{-5}$	0,05
$1{,}6 \times 10^{-5}$	0,04
$3{,}1 \times 10^{-5}$	0,08

laut Wikipedia beträgt die horizontale Komponente zur Erdoberfläche 20 μT in Deutschland.

Ich habe $(27{,}1 \pm 7{,}2)\ \mu T$ bestimmt, Der wahre Wert liegt also innerhalb der Fehlergrenzen. Die σ-Abweichung beträgt:

$$\frac{27{,}1 - 20}{7{,}2} = 0{,}99 \approx 1$$



242.5 f) Geschwindigkeiten berechnen / betrachten

Aus den Daten müssen nun die Geschwindigkeiten berechnet werden

$$v = \frac{s}{t} \quad \text{wobei} \quad s = 5 \text{Skt} = 0{,}5 \times 10^{-3}\,m$$

$$[v] = m/s \qquad \Delta v = \sqrt{\left(\frac{\Delta s}{t}\right)^2 + \left(\frac{s}{t^2}\cdot \Delta t\right)^2}$$

Tropfen	v_0	Δv_0 [$\times 10^{-6}$]	$v_\Uparrow$	$\Delta v_\Uparrow$ [$\times 10^{-6}$]	$v_\Downarrow$	$\Delta v_\Downarrow$ [$\times 10^{-6}$]
1	$2{,}90\times10^{-5}$	3	$3{,}61\times10^{-5}$	4	$9{,}36\times10^{-5}$	13
	$2{,}89\times10^{-5}$	3	$5{,}15\times10^{-5}$	3	$10{,}20\times10^{-5}$	15
	$3{,}32\times10^{-5}$	3	$3{,}01\times10^{-5}$	3	$9{,}78\times10^{-5}$	14
	$3{,}47\times10^{-5}$	4	$3{,}06\times10^{-5}$	3	$7{,}84\times10^{-5}$	10
	$2{,}73\times10^{-5}$	3	$2{,}53\times10^{-5}$	3	$10{,}32\times10^{-5}$	15
Durchschnitt →	$3{,}06\times10^{-5}$	3,2	$3{,}07\times10^{-5}$	3,2	$9{,}51\times10^{-5}$	13,4
2	$4{,}33\times10^{-5}$	5	$2{,}83\times10^{-5}$	3	$9{,}75\times10^{-5}$	14
3	$2{,}96\times10^{-5}$	3	$3{,}09\times10^{-5}$	3	$9{,}39\times10^{-5}$	13
→ Durchschnitt	$3{,}04\times10^{-5}$	3	$3{,}04\times10^{-5}$	3	$9{,}62\times10^{-5}$	13
	$3{,}09\times10^{-5}$	3	$3{,}29\times10^{-5}$	3	$7{,}86\times10^{-5}$	10
	$2{,}71\times10^{-5}$	3	$3{,}13\times10^{-5}$	3	$9{,}03\times10^{-5}$	12
	$2{,}73\times10^{-5}$	3	$3{,}[illegible]\times10^{-5}$	3	$9{,}33\times10^{-5}$	13
	$3{,}21\times10^{-5}$	3	$3{,}00\times10^{-5}$	3	$11{,}09\times10^{-5}$	17

Tropfen	V_0	ΔV_0	$V_\uparrow$	$\Delta V_\uparrow$	$V_\downarrow$	$\Delta V_\downarrow$	
4	$2{,}95\times10^{-5}$	3	$3{,}04\times10^{-5}$	3	$9{,}94\times10^{-5}$	14	
	$3{,}15\times10^{-5}$	3	$2{,}94\times10^{-5}$	3	$10{,}22\times10^{-5}$	15	
	$2{,}62\times10^{-5}$	3	$3{,}68\times10^{-6}$	4	$9{,}92\times10^{-6}$	14	
→	$2{,}91\times10^{-5}$	3	$3{,}22\times10^{-5}$	3,3	$10{,}04\times10^{-5}$	14,3	✓
5	$3{,}55\times10^{-5}$	4	$7{,}35\times10^{-5}$	9	$17{,}06\times10^{-5}$	34	
	$4{,}01\times10^{-5}$	4	$7{,}15\times10^{-5}$	9	$15{,}58\times10^{-5}$	29	
	$3{,}97\times10^{-5}$	4	$7{,}18\times10^{-5}$	9	$16{,}45\times10^{-5}$	32	
	$3{,}55\times10^{-5}$	4	$6{,}74\times10^{-5}$	8	$15{,}82\times10^{-5}$	30	
	$3{,}92\times10^{-5}$	4	$6{,}80\times10^{-5}$	9	$16{,}18\times10^{-5}$	31	
→	$3{,}8\times10^{-5}$	4	$7{,}04\times10^{-5}$	8,6	$16{,}22\times10^{-5}$	31,2	✗
6	$3{,}31\times10^{-5}$	3	$3{,}33\times10^{-5}$	4	$10{,}06\times10^{-5}$	14	✓
7	$2{,}78\times10^{-5}$	3	$10{,}04\times10^{-5}$	14	$16{,}50\times10^{-5}$	32	
	$2{,}75\times10^{-5}$	3	$10{,}37\times10^{-5}$	15	$16{,}18\times10^{-5}$	31	
	$2{,}58\times10^{-5}$	3	$15{,}43\times10^{-5}$	29	$22{,}03\times10^{-5}$	53	
	$3{,}07\times10^{-5}$	3	$16{,}18\times10^{-5}$	31	$22{,}94\times10^{-5}$	57	
	$2{,}84\times10^{-5}$	3	$19{,}23\times10^{-5}$	42	$22{,}73\times10^{-5}$	56	
→	$2{,}8\times10^{-5}$	3	$14{,}25\times10^{-5}$	26	$20{,}08\times10^{-5}$	45,8	✓
8.	$2{,}74\times10^{-5}$	3	$3{,}83\times10^{-5}$	4	$9{,}14\times10^{-5}$	12	
	$2{,}62\times10^{-5}$	3	$4{,}13\times10^{-5}$	4	$9{,}45\times10^{-5}$	13	
	$2{,}97\times10^{-5}$	3	$3{,}56\times10^{-5}$	4	$9{,}40\times10^{-5}$	13	
→	$2{,}78\times10^{-5}$	3	$3{,}84\times10^{-5}$	4	$9{,}33\times10^{-5}$	12,7	✓
9.	$3{,}24\times10^{-5}$	3	$2{,}81\times10^{-5}$	3	$10{,}50\times10^{-5}$	15	
	$3{,}47\times10^{-5}$	4	$2{,}32\times10^{-5}$	2	$9{,}86\times10^{-5}$	14	
	$2{,}98\times10^{-5}$	3	$2{,}22\times10^{-5}$	2	$9{,}80\times10^{-5}$	11	
	$3{,}69\times10^{-5}$	4	$2{,}31\times10^{-5}$	2	$10{,}53\times10^{-5}$	15	
	$3{,}76\times10^{-5}$	4	$2{,}03\times10^{-5}$	2	$9{,}69\times10^{-5}$	13	
→	$3{,}43\times10^{-5}$	3,6	$2{,}34\times10^{-5}$	2,2	$10{,}08\times10^{-5}$	13,6	✓
10.	$5{,}45\times10^{-5}$	6	$3{,}38\times10^{-5}$	4	$15{,}72\times10^{-5}$	29	
	$6{,}09\times10^{-5}$	7	$3{,}06\times10^{-5}$	3	$18{,}18\times10^{-5}$	38	
	$5{,}62\times10^{-5}$	6	$4{,}11\times10^{-5}$	4	$14{,}62\times10^{-5}$	26	
	$6{,}00\times10^{-5}$	7	$3{,}83\times10^{-5}$	4	$13{,}97\times10^{-5}$	24	
	$5{,}76\times10^{-5}$	7	$3{,}48\times10^{-5}$	4	$14{,}58\times10^{-5}$	26	
→	$5{,}78\times10^{-5}$	6,6	$3{,}57\times10^{-5}$	3,8	$15{,}41\times10^{-5}$	28,6	✓

Für die rosa-markierten Durchschnitte wird die Beziehung $2v_0 = v_\downarrow - v_\uparrow$ geprüft, wenn dieser Wert innerhalb der Fehlergrenzen liegt, kann die Messung ausgewertet werden, ansonsten muss sie verworfen werden.

242.5.g: Ohne Cunningham-Korrektur

Zuerst wird die Viskosität der Luft anhand der Raumtemperatur bestimmt. Dazu werden die 3 angegebenen Datenpunkte gefittet.

$$\eta(T) = \alpha_0 + bT$$

$\alpha_0 = 17{,}21$ µPas

$b = 0{,}048$ $\frac{\mu Pas}{T}$

Somit erhalte ich für $T = 20,5 \pm 0,9\,°C$

$$\eta = (18,194 \pm 0,024)\,\mu Pa\cdot s = (18,194 \pm 0,024) \times 10^{-6}\,Pa\cdot s$$

Als nächstes wird der Radius r_i und die ungefähre Ladung $q_{s,i}$ von jeden Tropfen i, welches mit einen Kästchen bedacht wurde, berechnet:

$$r_i = \sqrt{\frac{9\eta_{Luft}(v_\downarrow - v_\uparrow)}{4g(\rho_{Öl} - \rho_{Luft})}}$$

$$q_{s,i} = Ne = 3\pi\eta_{Luft} r_i \frac{v_\downarrow + v_\uparrow}{E} \qquad \text{wobei} \quad E = \frac{U}{d} \qquad \Delta E = \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{d}\right)^2}$$

$$\Delta r_i = \sqrt{\left(\frac{3(v_\downarrow - v_\uparrow)}{4g(\rho_{Öl} - \rho_{Luft})\sqrt{\frac{\eta(v_\downarrow - v_\uparrow)}{g(\rho_{Öl} - \rho_{Luft})}}}\Delta\eta\right)^2 + \left(\frac{3\eta}{4g(\rho_{Öl} - \rho_{Luft})\sqrt{\frac{\eta(v_\downarrow - v_\uparrow)}{g(\rho_{Öl} - \rho_{Luft})}}}\Delta v_\downarrow\right)^2 + \left(-\frac{3\eta}{4g(\rho_{Öl} - \rho_{Luft})\sqrt{\frac{\eta(v_\downarrow - v_\uparrow)}{g(\rho_{Öl} - \rho_{Luft})}}}\Delta v_\uparrow\right)^2}$$

$$\Delta q_{s,i} = \sqrt{\left(\frac{3\pi r_i(v_\downarrow + v_\uparrow)}{E}\Delta\eta\right)^2 + \left(\frac{3\pi\eta(v_\downarrow + v_\uparrow)}{E}\Delta r_i\right)^2 + \left(\frac{3\pi\eta r_i}{E}\Delta v_\downarrow\right)^2 + \left(\frac{3\pi\eta r_i}{E}\Delta v_\uparrow\right)^2 + \left(\frac{3\pi\eta r_i(v_\uparrow + v_\downarrow)}{E^2}\Delta E\right)^2}$$

Tropfen	r_i [m] [$\times 10^{-7}$]	Δr_i [m] [$\times 10^{-10}$]	$q_{s,i}$ [C]	$\Delta q_{s,i}$ [C]
1	5,51	1,33	$1,84 \times 10^{-19}$	$2,02 \times 10^{-20}$
3	5,45	1,30	$1,81 \times 10^{-19}$	$1,93 \times 10^{-20}$
4	5,67	1,38	$2,00 \times 10^{-19}$	$2,21 \times 10^{-20}$
6	5,63	1,38	$2,00 \times 10^{-19}$	$2,18 \times 10^{-20}$
7	5,24	5,35	$4,78 \times 10^{-19}$	$7,34 \times 10^{-20}$
8	5,09	1,39	$1,78 \times 10^{-19}$	$1,80 \times 10^{-20}$
9	6,04	1,22	$1,39 \times 10^{-19}$	$2,21 \times 10^{-20}$
10	7,47	2,06	$3,77 \times 10^{-19}$	$5,73 \times 10^{-20}$

242.5.h Anzahl Ladungen (ggT)

Für die Ladung q gilt: $q = N\cdot e$, also Anzahl * Elementarladung, was der größte gemeinsame Teiler ist.

$e = 1,602176634 \times 10^{-19}\,C$
(Literaturwert wikipedia)

Damit gilt für $N = \frac{q}{e}$ und $\Delta N = \sqrt{\left(\frac{\Delta q}{e}\right)^2}$

Tropfen	N gerundet	ΔN
1	1,15 ~> 1	0,13
3	1,13 ~> 1	0,12
4	1,25 ~> 1	0,14
6	1,25 ~> 1	0,14
7	2,98 ~> 3	0,46
8	1,11 ~> 1	0,11
9	1,24 ~> 1	0,14
10	2,35 ~> 2	0,36

~> mit 2. wegen großem Fehler auch möglich ~> Werte passen besser ~> da man sonst negative Steigung bekäme

Dann erhält man ungefähre Werte für $e_{s,i} = \frac{q_{s,i}}{N}$

und $\Delta e_{s,i} = \sqrt{\left(\frac{\Delta q_{s,i}}{N}\right)^2}$

wobei N nun immer der Wert einer ganzen Zahl ist (gerundet)

Tropfen	$e_{s,i}$ [C]	$\Delta e_{s,i}$ [C]
1	$1{,}84 \times 10^{-19}$	$2{,}02 \times 10^{-20}$
3	$1{,}80 \times 10^{-19}$	$1{,}93 \times 10^{-20}$
4	$1{,}99 \times 10^{-19}$	$2{,}21 \times 10^{-20}$
6	2×10^{-19}	$2{,}18 \times 10^{-20}$
7	$1{,}59 \times 10^{-19}$	$2{,}45 \times 10^{-20}$ ~> $2{,}39 \times 10^{-19}$ $3{,}67 \times 10^{-20}$
8	$1{,}78 \times 10^{-19}$	$1{,}80 \times 10^{-20}$
9	$1{,}93 \times 10^{-19}$	$2{,}21 \times 10^{-20}$
10	$1{,}88 \times 10^{-19}$	$2{,}87 \times 10^{-20}$

242.5.i Cunningham-Korrektur

Es wird nun die Cunningham-Korrektur angewendet, hierzu wird $(e_{s,i})^{2/3}$ gegen $1/r_i$ geplottet. Die Cunningham-Korrektur wird genutzt, da die Größe der Öltröpfchen ungefähr in der Größenordnung der freien Weglänge von Luft liegt.

Es ergibt sich dann eine Gerade der Form:

$$(e_{s,i})^{2/3} = \underbrace{(e_0)^{2/3}}_{\text{y-Achsenabschnitt}} + \underbrace{(e_0)^{2/3} A}_{\text{Steigung}} \frac{1}{r_i}$$

Somit erhalte ich folgende Werte:

Tropfen	$1/r_i$ [1/m]	$(e_{si})^{2/3}$ [$C^{2/3}$]	$(\Delta e_{si})^{2/3}$ [$C^{2/3}$]	
10	$1{,}34 \times 10^{6}$	$3{,}28 \times 10^{-13}$	$9{,}37 \times 10^{-14}$	
9	$1{,}66 \times 10^{6}$	$3{,}41 \times 10^{-13}$	$7{,}86 \times 10^{-14}$	
4	$1{,}76 \times 10^{6}$	$3{,}41 \times 10^{-13}$	$7{,}88 \times 10^{-14}$	
6	$1{,}76 \times 10^{6}$	$3{,}42 \times 10^{-13}$	$7{,}8 \times 10^{-14}$	
1	$1{,}81 \times 10^{6}$	$3{,}24 \times 10^{-13}$	$7{,}42 \times 10^{-14}$	
3	$1{,}83 \times 10^{6}$	$3{,}19 \times 10^{-13}$	$7{,}20 \times 10^{-14}$	
7	$1{,}91 \times 10^{6}$	$2{,}93 \times 10^{-13}$	$8{,}44 \times 10^{-14}$	
8	$1{,}96 \times 10^{6}$	$3{,}16 \times 10^{-13}$	$6{,}87 \times 10^{-14}$	$1{,}11 \times 10^{-13}$
			$3{,}85 \times 10^{-13}$	

Hier werden wieder die Formeln (* *) genutzt, um den Geradenfit zu berechnen

$\overline{xy} = 5{,}7 \times 10^{-7} / 5{,}92 \times 10^{-7}$ $\quad \overline{y} = 3{,}255 \times 10^{-13} / 3{,}37 \times 10^{-13}$ $\quad \overline{\sigma_y}^2 = 6{,}02796 \times 10^{-27} / 6{,}3035 \times 10^{-27}$

$\overline{x} = 1{,}75625 \times 10^{6}$ $\quad \overline{x}^2 = 3{,}08441 \times 10^{12}$ $\quad \overline{x^2} = 3{,}11649 \times 10^{12}$

$m = 4{,}48 \times 10^{-21}$ $\quad \Delta m = 1{,}57 \times 10^{-19}$

$b = 33 \times 10^{-13}$ $\quad \Delta b = 2{,}79 \times 10^{-13}$

$(e_0)^{2/3} = b$ also folgt $e_0 = b^{3/2} = 1{,}89 \times 10^{-19}$ C

$\Delta e_0 = \Delta b^{3/2} = 1{,}46 \times 10^{-19}$ C

Im Vergleich zum Literaturwert erhält man eine σ-Abweichung von:

$$\frac{e_0 - e}{\Delta e_0} = 0{,}2$$

Die Elementarladung wurde auf $e_0 = (1{,}89 \pm 1{,}46) \times 10^{-19}$ C bestimmt

242.5 j Beweis Formel

Nun soll die Gleichung der Cunningham-Korrektur bewiesen werden.

In Gleichung 242.8 erkennt man, dass $r \propto \eta^{1/2}$ ist, da $Ne \propto \eta \cdot r$ ist, folgt $Ne \propto \eta \cdot \eta^{1/2}$, also $Ne \propto \eta^{3/2}$

Zusätzlich ist gegeben, dass $\eta_{eff} = \eta_{Luft}(1 + \frac{A}{r})^{-1}$, somit folgt $Ne \propto \eta_{Luft}^{3/2}(1 + \frac{A}{r})^{-3/2}$

Daraus folgt aufsteigend:

$$e_0 = e_{si}\left(1 + \frac{A}{r}\right)^{-3/2}$$

242.5.k Masse Elektron

Zuletzt soll anhand beider Experimente die Masse des Elektrons bestimmt werden:

$$m = \frac{e_0}{e/m} = 1{,}32 \times 10^{-30}\,kg$$

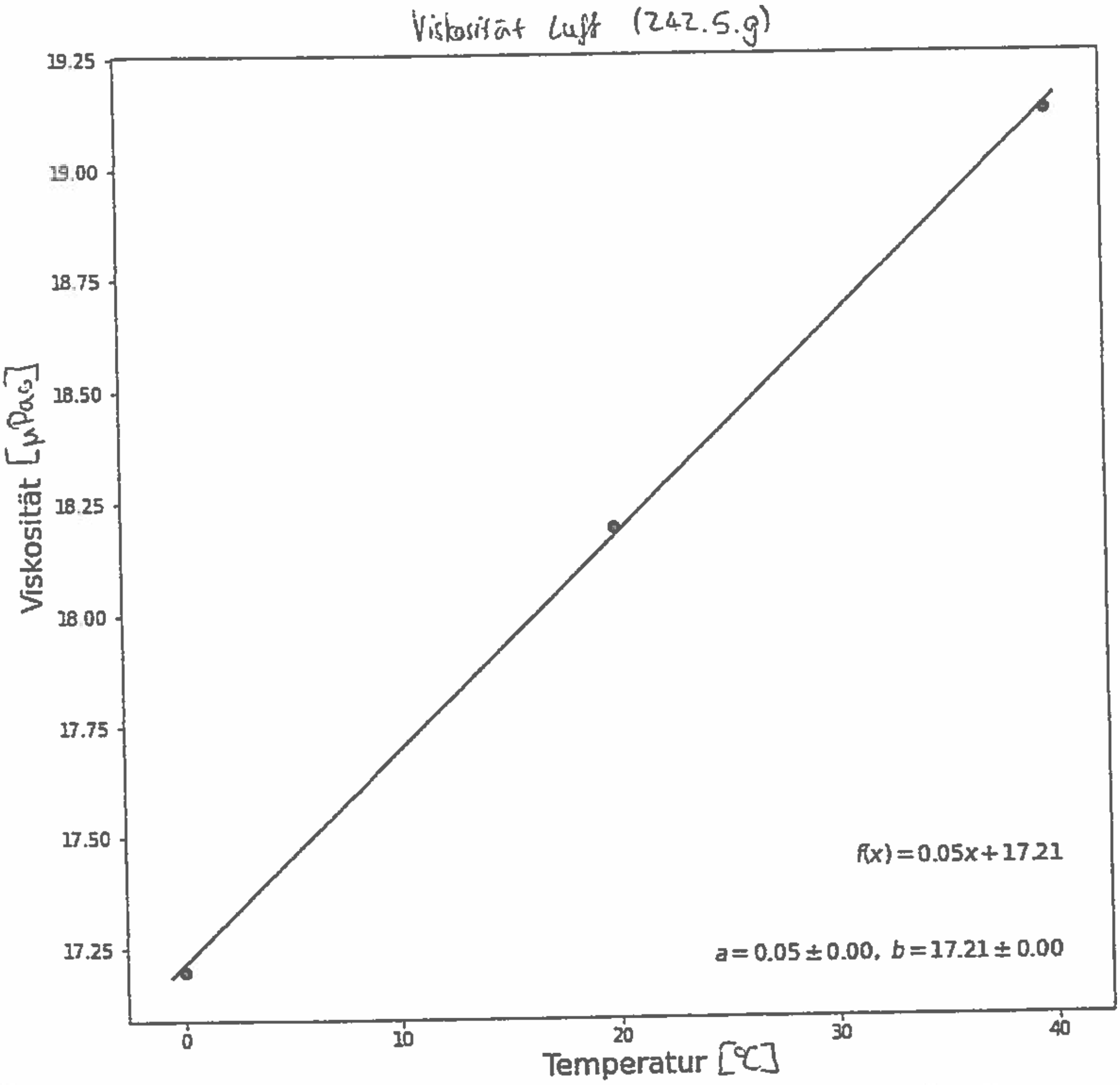
$$\Delta m = \sqrt{\left(\frac{1}{e/m}\Delta e_0\right)^2 + \left(\frac{e_0}{(e/m)^2}\,\Delta\left(\frac{e}{m}\right)\right)^2} = 1{,}02 \times 10^{-30}\,kg$$

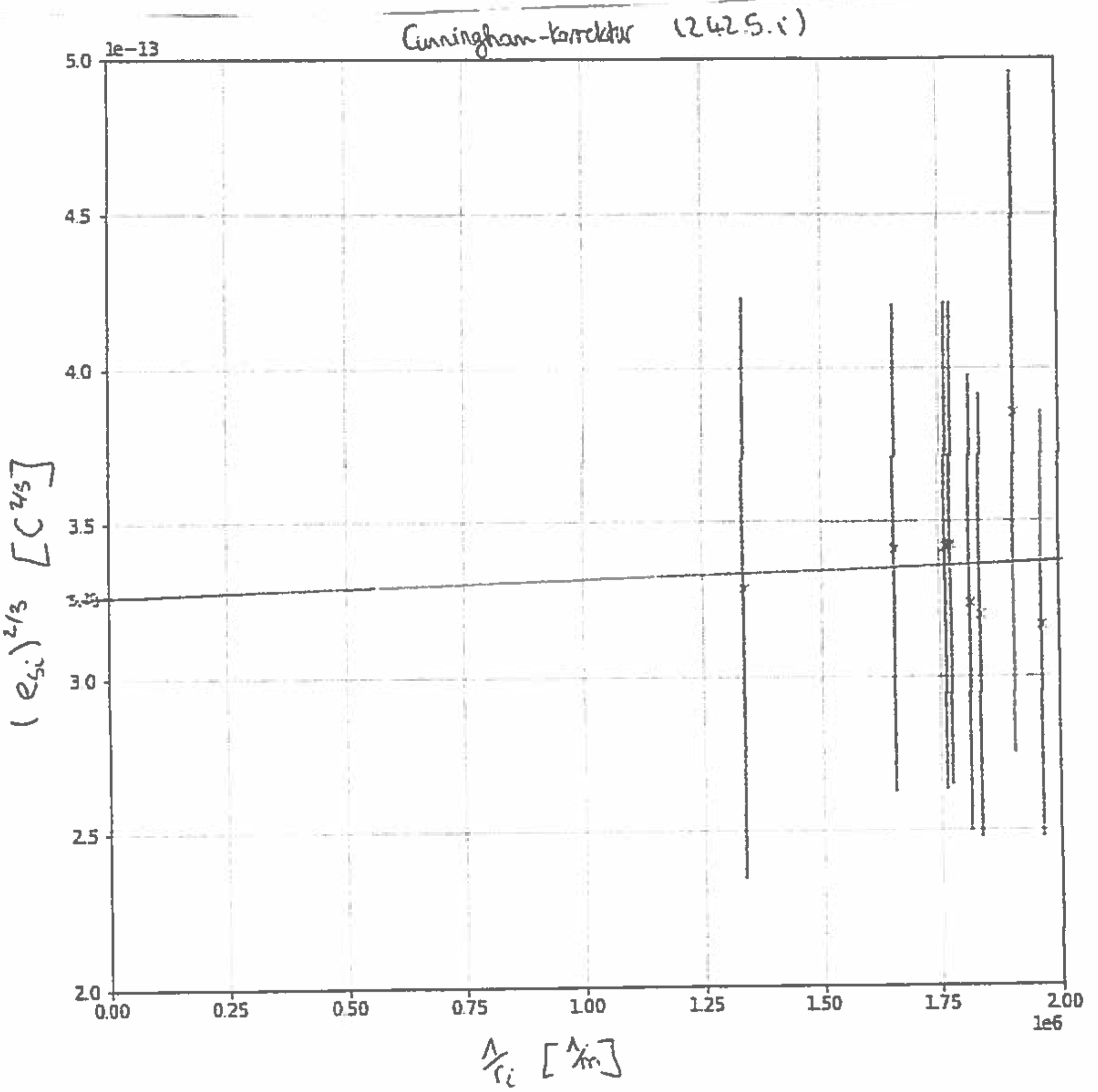
Der Literaturwert liegt bei $m_L = 9{,}109 \times 10^{-31}\,kg$.

Die σ-Abweichung beträgt:

$$\frac{m - m_L}{\Delta m} = 0{,}4$$

Die Masse wurde auf $m_e = (1{,}32 \pm 1{,}02) \times 10^{-30}\,kg$ bestimmt





242.6 Fehlerdiskussion

Mögliche Fehlerquellen sind:

→ Beim Fadenstrahlrohr ergibt sich für den Radius eventuell ein größeres Fehler, denn teilweise war das Spiegelbild nur sehr schwach und verschwommen erkennbar, was eventuell auf die Sehkraft zurückzuführen ist, bzw dass es nicht immer komplett dunkel im Zimmer war

→ Beim Milikanversuch gab es nur Tropfen von geringer Ladung, es gab keine Werte / Tropfen mit Ladungen über 3 bzw 2.

→ Auch ist davon auszugehen, dass die Temperatur im Raum nicht konstant war, da Geräte betrieben wurden, die Wärme entwickeln und die Heizung an war.

242.7 Fazit

Mithilfe des Fadenstrahlrohrs wurde die spezifische Ladung auf $\frac{e}{m} = (1{,}43 \pm 0{,}03) \times 10^{11}$ C/kg bestimmt, was einer σ-Abweichung von 11 entspricht.

Des Weiteren wurde die horizontale Komponente des Erdmagnetfeldes auf $B_E = (27{,}1 \pm 7{,}2)$ μT berechnet, was einer σ-Abweichung von 1 entspricht.

Im 2. Versuchsteil wurde mithilfe des Millikanversuchs die Elementarladung auf $e_0 = (1{,}89 \pm 1{,}46) \times 10^{-19}$ C bestimmt, aufgrund des großen Fehlers ergibt sich eine σ-Abweichung von 0,2.

Die Ergebnisse wurden dann verwendet, um die Masse des Elektrons auf $m = (1{,}32 \pm 1{,}02) \times 10^{-30}$ kg bestimmt, dieser Wert weicht ab um 0,4δ. Auch hier ergibt eine kleine σ-Abweichung aufgrund des großen Fehlers, der auf die vielen Fehlerquellen zurückzuführen ist.

Ok