Versuch 234

Wechselstromwiderstände, Phasenschieber, RC-Glieder und Schwingungen

Lernziel: Kapazitäten und Induktivitäten sollen mit einer Wechselstrombrücke gemessen werden. Eine Phasenschieberschaltung soll aufgebaut werden. Die komplexe Schreibweise und Darstellung von Wechselstromgrößen soll verstanden und geübt werden.

In der Elektronik tritt oft die Aufgabe auf, aus einer Signalspannung, die aus einem Gemisch von Frequenzen besteht, entweder

- alle Frequenzanteile oberhalb („**Tiefpass**“), oder
- alle Frequenzanteile unterhalb („**Hochpass**“), oder
- alle Frequenzanteile in unmittelbarer Umgebung („**Sperrfilter**“)

einer vorgegebenen Frequenz ω_{grenz} weitgehend zu unterdrücken. Dies geschieht mit den in Klammern angegebenen Schaltungstypen, die im wesentlichen aus frequenzabhängigen Widerständen bestehen. Wirkungsweise und Berechnung solcher Schaltungen sollen gelernt werden.

Es ist ein wesentliches Merkmal der Physik, dass mathematisch-physikalische Formalismen von einem Gebiet der Physik auf ein anderes übertragen werden können. Dies soll am Beispiel der „Resonanz“ nachvollzogen werden: alle bei der erzwungenen Schwingung am Drehpendel beobachteten Größen wie Eigenfrequenz, Frequenz der Maximalamplitude, Q-Wert, Resonanzüberhöhung, Resonanzbreite werden auf den elektrischen Schwingkreis übertragen und experimentell bestätigt.

Kenntnisse: Grundbegriffe des Wechselstromes, komplexe Schreibweise, Darstellung von Strom und Spannung als Vektoren in der komplexen Ebene (Vektor- oder „Zeiger“-Diagramm); Wechselstrombrücke, Begriff des Gegeninduktionskoeffizienten von 2 Spulen; Strom-, Spannungs- und Impedanzübersetzung eines Transformators; Hochpass, Tiefpass, Saugfilter, Sperrfilter, Inhalt von Anhang A4; Dämpfungsmaß Dezibel = dB, Kreisgüte Q, Unterdrückungsgüte Q'; elektrischer Schwingkreis, Energiefluss im Schwingkreis; Inhalt von Anhang A2; Oszillograph (siehe Anhang A3).

Literatur: Jedes Grundkurs-Lehrbuch der Physik,
z.B. Berkeley Physik-Kurs, Band II, Kap. 8;

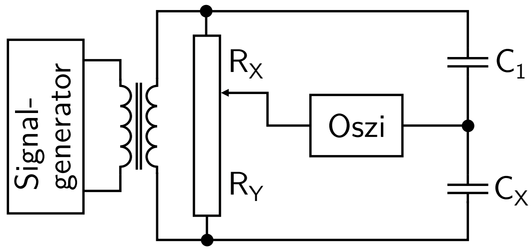


Abbildung 234.1: Wheatstonesche Brücke für Wechselstrom zur Messung der Kapazität eines Kondensators mit einem Oszillographen als Nullinstrument.

Bergmann-Schäfer, Bd. II, Elektrische Schwingungen und Wellen;
Alonso-Finn, Physics; Weizel, Theoretische Physik I, Kap. C IV, §9;
Praktikumslehrbücher: Walcher; Westphal; Geschke;
insbesondere Anhang A4 in dieser Praktikumsanleitung;
Spezielle Literatur: Tietze/Schenk, Passive RC- und LRC-Netzwerke; aktive Filter.

234.1 Erläuterungen

Die Eigenschaften von Serien- und Parallelschaltkreisen mit Impedanzen (Widerstand R, Kapazität C, Induktivität L) bei anliegender Wechselspannung U_0 folgen – wie auch bei Gleichspannungsschaltungen – aus den Kirchhoffschen Regeln, also aus der Erhaltung der elektrischen Ladung und der Energie.

234.1.1 Messung von Kapazitäten

Aus der komplexen Abgleichbedingung der Wheatstoneschen Brücke für Wechselstrom (Abb. 234.1),

$$\frac{R_X}{R_Y} = \frac{Z_1}{Z_X}, \tag{234.1}$$

folgt in diesem Fall (verlustfreier Kondensator)

$$\frac{R_X}{R_Y} = \frac{C_X}{C_1}. \tag{234.2}$$

234.1.2 Messung von Induktivitäten

Bei Spulen lässt sich der Ohmsche Widerstand meist nicht vernachlässigen. Die Abgleichbedingung ergibt dann zunächst:

$$\frac{R_X}{R_Y} = \frac{R_1 + i\omega L_1}{R_2 + i\omega L_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{R_X}{R_Y} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{R_1}{R_2}. \tag{234.3}$$

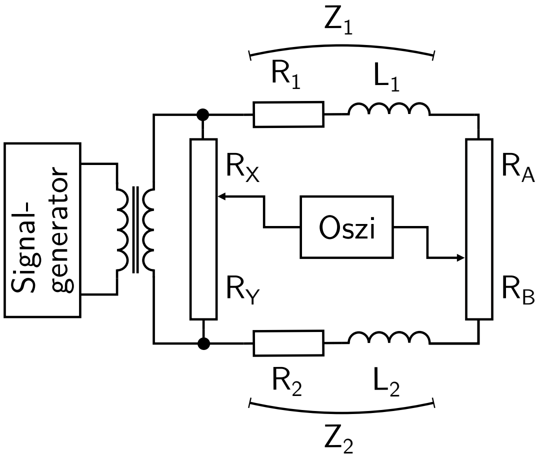


Abbildung 234.2: Wheatstonesche Brücke für Wechselstrom zur Messung der Induktivität einer Spule mit einem Oszillographen als Nullinstrument.

Beide Bedingungen zugleich lassen sich im allgemeinen nicht ohne weiteres erfüllen. Deshalb benutzen wir ein weiteres Potentiometer H_2 zum Phasenabgleich (Abb. 234.2). Dann lautet die Abgleichbedingung:

$$\frac{R_X}{R_Y} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{R_1 + R_A}{R_2 + R_B}. \tag{234.4}$$

Aufgabe 234.A: *Erklären Sie anhand eines Zeigerdiagramms die Wirkungsweise dieses Phasenabgleichs.*

234.1.3 RC-Phasenschieber

Ein Phasenschieber ist eine Schaltung, die es gestattet, die Phase φ einer Ausgangsspannung U_{AB} relativ zur Eingangsspannung U_E zu variieren und dabei die Ausgangsspannung konstant zu lassen. Eine Prinzipschaltung mit zugehörigem Zeigerdiagramm ist in Abb. 234.3 dargestellt.

Aufgabe 234.B: *Erklären Sie die Wirkungsweise eines Phasenschiebers anhand des Zeigerdiagramms. Was passiert, wenn $R_1 \neq R_2$ ist? Kann man statt R_1, R_2 auch zwei Kondensatoren oder zwei Spulen verwenden? Wie müssen R und C bemessen sein, damit die Phase von etwa* $0° – 180°$ *variiert werden kann?*

Welche anderen, einfacheren Schaltungen zum Phasenschieben von Spannungen kennen Sie? Welchen Nachteil haben sie?

Aufgabe 234.C: *Wie groß ist der maximale Strom im RC-Zweig?*

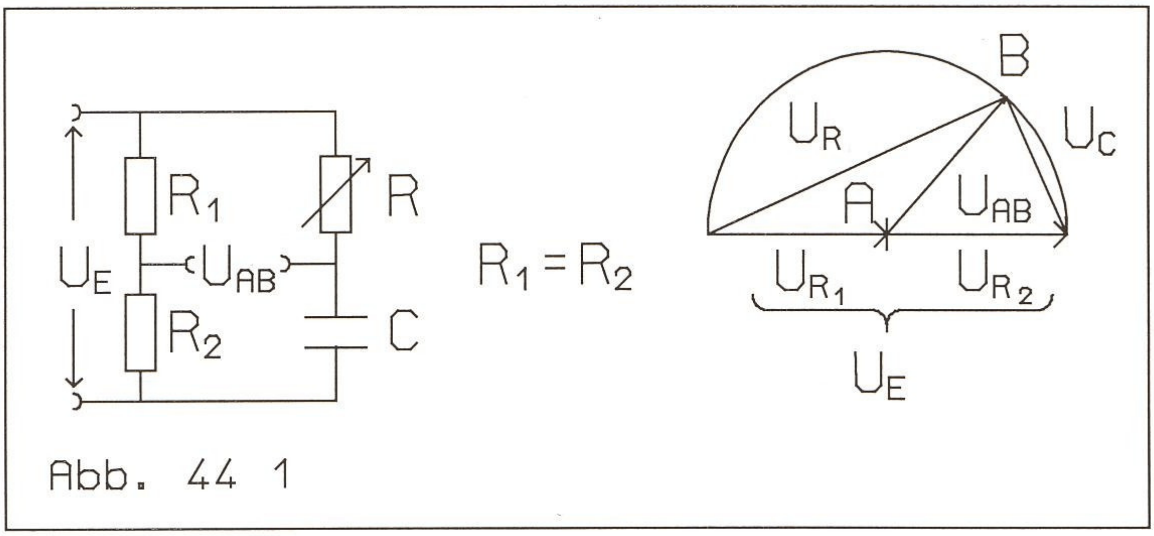
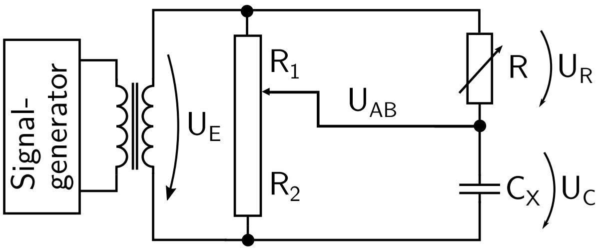


Abbildung 234.3: Phasenschieber: Prinzipschaltung und Zeigerdiagramm.



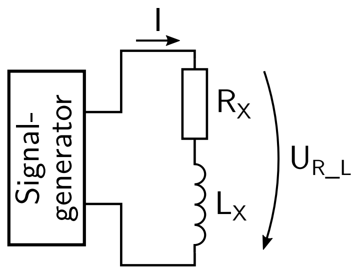
Signalgenerator = 10 V (U_{max}), 1 kHz, sinusförmig
R = Schiebewiderstand (0 – 200) Ω
C = 20 µF
U_e, U_R, U_C = 3 Spannungsmessgeräte (DVM, Oszi)
Helipot = in Stellung $R_1 = R_2 = 500$ Skt

Abbildung 234.4: Schaltung Phasenschieber.

Beachten Sie: Hier wird die Phase zweier Spannungen gegeneinander verschoben! Es gibt außerdem noch weitere Phasendifferenzen, so z.B. die zwischen Spannung und Strom im RC-Zweig. Wo ist dieser Phasenwinkel im Zeigerdiagramm zu finden?

234.1.4 Messung von Impedanzen

Wechselstromwiderstände können auch durch eine Strom-Spannungsmessung bestimmt werden (siehe Abb. 234.5).



L_x = Induktivität der unbekannten Spule
R_x = Ohmscher Widerstand der unbekannten Spule
I, U = Messinstrumente für Strom und Spannung

Abbildung 234.5: Strom–Spannungmessung zur Bestimmung eines Wechselstromwiderstands.

234.1.5 Elektrischer Schwingkreis

Hier soll verstanden werden, wie die Resonanzkurve, Güte, Eigenfrequenz etc. eines elektrischen Schwingungskreises durch formale „Übersetzung" der gleichen Größen eines mechanischen Schwingkörpers, in diesem Falle des Drehpendels, gewonnen werden können. Dazu muss man eine Differentialgleichung der erzwungenen Schwingung aufstellen, die formal der des periodisch angeregten Drehpendels gleicht.

Für den Serienschwingkreis (siehe Abb. 234.7) gilt:

$$U_L(t) + U_R(t) + U_C(t) = U_E \cos(\omega t). \tag{234.5}$$

ω ist die Kreisfrequenz von U_E, also am Generator einstellbar. Die Spannungen auf der linken Seite können durch den Strom $I(t)$, der überall gleich ist, ausgedrückt werden:

$$L\dot{I} + RI + \frac{1}{C}\int I \,\mathrm{d}t = U_E \cos(\omega t). \tag{234.6}$$

Der Strom kann durch die fließende Ladung ausgedrückt werden: $I(t) = \dot{q}(t)$:

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C}q = U_E \cos(\omega t). \tag{234.7}$$

Aufgabe 234.D: *Wie lautet die analoge Differentialgleichung des Drehpendels?*

Aufgabe 234.E: *Welches sind korrespondierende physikalische Größen bei Drehpendel und Serienschwingkreis? Was ist die „Auslenkung“ beim Schwingkreis?*

Die Lösung von Gleichung 234.7 für $q(t)$ lautet (vgl. Anhang A2): $q(t,\omega) = q_0(\omega)\cos(\omega t - \alpha)$ mit

$$q_0(\omega) = \frac{U_E}{L} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \omega_0^2\omega^2/Q^2}} \tag{234.8}$$

und

$$\tan\alpha = \frac{1}{Q} \cdot \frac{\omega_0\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \tag{234.9}$$

Weiter erhält man durch Einsetzen in die entsprechenden Ausdrücke für die Eigen(kreis)frequenz ω_0, die Güte Q und die Resonanz(kreis)frequenz $\omega_{\max}$:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \quad Q = \omega_0\frac{L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} \left(= \frac{1}{R}\sqrt{Z_C Z_L}\right), \quad \omega_{\max} = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}. \tag{234.10}$$

Hierbei bezeichnet ω_0 die Eigen(kreis)frequenz und Q die Güte (vgl. Anhang A2). Die Ladung $q(t)$ kann leicht als Spannung am Kondensator gemessen werden: $U(t,\omega) = q(t,\omega)/C$ und andererseits $U(t,\omega) = U(\omega)\cos(\omega t - \alpha)$ mit der „Resonanzkurve“

$$U(\omega) = U_E\omega_0^2 \frac{1}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \omega_0^2\omega^2/Q^2}}. \tag{234.11}$$

Für $\omega = \omega_0$ folgt daraus im Maximum $U_0 = U(\omega_0) = U_E Q$. Außerdem ist wie beim Drehpendel: $\omega_0/\Delta\omega \cong Q$.

234.2 Versuchsdurchführung

Bemerkung:
Es ist unbedingt **vor dem Versuch** die Betriebsanleitung des Oszillographen zu studieren.

Weder ist der Ausgang der Signalgeneratoren erdfrei, noch der Eingang der Oszillographen. Bei den in Abb. 234.1, 234.2, 234.4 und 234.7 dargestellten Schaltungen besteht die Gefahr eines Kurzschluss.
Frage: Wieso?
Um das Problem zu lösen, werden die Signalgeneratoren über einen „Trenntrafo“ mit der Schaltung verbunden. Bei der Untersuchung des elektrischen Schwingkreis wird ebenfalls ein „Trenntrafo“ hinter dem Signalgenerator eingesetzt, allerdings aus einem anderen Grund: Der Innenwiderstand der Signalquelle soll herabgesetzt werden.

234.2.1 Messung von Wechselstromwiderständen

Aufgabe 234.a: *Mit der in Abb. 234.1 dargestellten Schaltung ist die Kapazität eines Kondensators zu messen.*

Aufgabe 234.b: *Mit der in Abb. 234.2 dargestellten Schaltung ist die Induktivität einer Spule zu messen.*

Aufgabe 234.c: *Mit der in Abb. 234.5 dargestellten Schaltung ist die in Aufgabe 234.b benutzte Spule auszumessen. Dabei ist der Einfluss der Messgeräte auf die Messung zu diskutieren. Es ist unter Benutzung des bekannten Spulenwiderstandes (mit einem Unigor oder einem DMM zu messen) ein Zeigerdiagramm zu zeichnen und hieraus L und φ zu bestimmen. Vergleichen Sie den erhaltenen Wert von L mit dem aus Aufgabe 234.b.*

234.2.2 Phasenschieber

Aufgabe 234.d: *Bei der in Abb. 234.4 dargestellten Schaltung ist R von 0 bis R_{max} und $R = \infty$ zu variieren und eine Tabelle der Wertepaare U_R und U_C aufzunehmen.*

Dann wird das Zeigerdiagramm maßstäblich gezeichnet und alle Paare U_C, U_R eingetragen, um zu zeigen, dass der Punkt B (Abb. 234.3) immer auf dem Halbkreis mit dem Durchmesser U_E liegt.

Beobachten Sie die Vorgänge auf dem Oszillographen auch im sogenannten XY-Modus und diskutieren Sie die Figuren.

Frage: Was ist eine Lissajous-Figur? Wie kann man sie auf dem Oszillographenschirm sichtbar machen?

Aufgabe 234.e: *Machen Sie auch die Phasenverschiebung auf dem Oszillographen sichtbar, indem Sie die Phasenlage zwischen U_{AB} und U_E vermessen. Vergleich Sie die Werte mit den Phasenwinkeln im erstellten Zeigerdiagram aus der vorherigen Aufgabe.*

234.2.3 Frequenzabhängige Spannungsteiler

Durch den Transformator hinter dem Generator (siehe Abb. 234.7) kann U_e als nahezu widerstandslose Spannungsquelle betrachtet werden, der ein frequenzabhängiger Spannungsteiler nachgeschaltet ist. In allen Fällen ist $R = 100\,\Omega$, $C \approx 1{,}5\,\mu\text{F}$. Die Induktivität L ist eine reine Luftspule mit großem Streufeld. Achten Sie darauf, dass diese nicht nahe bei anderen Geräten und nicht direkt auf der Tischplatte, sondern erhöht steht; der Tisch hat einen metallischen Unterbau, und das Resopal hat oft eine Metalleinlage mit entsprechender Rückwirkung auf das Magnetfeld. Der Ohmsche Widerstand dieser Spule ist bekannt ($R_L \approx 10\,\Omega$) und bleibt zunächst unberücksichtigt.

Aufgabe 234.f: *Für alle drei Schaltungen in Abb. 234.6 ist die Ausgangsspannung $U_A(\nu)$ für festgehaltene Amplitude der Eingangsspannung U_E im Frequenzbereich von (200 – 5000) Hz zu messen und doppeltlogarithmisch in normierten Koordinaten darzustellen.*

1. *Halten Sie die Amplitude von U_E immer konstant!*

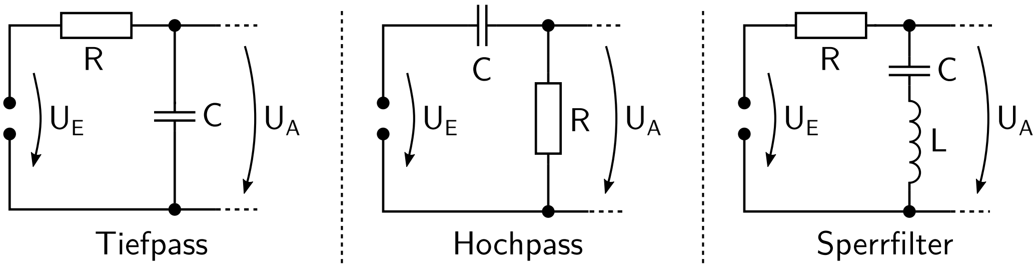


Abbildung 234.6: Frequenzabhängige Spannungsteiler, die als Filter eingesetzt werden können.

2. *Verteilen Sie Ihre zu messenden Frequenzen so, dass diese in einer logarithmischen Frequenzdarstellung einigermaßen gleichmäßig verteilt sind.*
3. *Für die grafische Darstellung normieren Sie wie folgt:*
   - *Abszisse*: $\Omega = \nu/\nu_{gr}$
     $\rightarrow$ *für Tief- und Hochpass*: $2\pi\nu_{gr} = \omega_{gr} = 1/RC$
     $\rightarrow$ *für das Sperrfilter*: $\nu_{gr} = \nu_0$ (*aus der Messung*)
   - *Ordinate*: $A = U_A/U_E$
     (A = „*Übertragungsfunktion*“)
   - *A wird gegen Ω doppeltlogarithmisch aufgetragen.*
4. *Tragen Sie in dieser Darstellung eine dB-Skala für die Ordinate ein.*

Aufgabe 234.g: *Für Tief- und Hochpass sind die Grenzfrequenzen ν_{gr}, bei denen $U_A = U_E \cdot 1/\sqrt{2}$ ist, zu bestimmen, in den Diagrammen aufzutragen und mit dem theoretischen Wert $2\pi\nu_{gr} = \omega_{gr} = 1/RC$ zu vergleichen.*

Aufgabe 234.h: *Für das Sperrfilter ist die Unterdrückungsgüte*

$$Q'_{exp} = \frac{\nu_0}{\Delta\nu} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \tag{234.12}$$

zu bestimmen; $\Delta\nu$ ist der Frequenzbereich, innerhalb dessen $U_A < U_E/\sqrt{2}$ ist. Vergleichen Sie den gefundenen Wert Q'_{exp} mit dem theoretischen Wert

$$Q'_{theo} \equiv \frac{\omega_0}{\Delta\omega(3\,\mathrm{dB})} = \omega_0\frac{L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC}. \tag{234.13}$$

Beachten Sie: Dieses Q' ist die „Unterdrückungsgüte“ und nicht die Kreisgüte Q; letztere wäre ∞, da wir einen verlustlosen Kreis (d.h. der Ohmsche Widerstand der Induktivität wird vernachlässigt) vorausgesetzt haben. Auch für reale Filteranordnungen ist die Kreisgüte Q immer noch viel größer als die Unterdrückungsgüte Q'.

Aufgabe 234.i: *Wodurch wird für das Sperrfilter das größte Abschwächungsverhältnis bestimmt?*

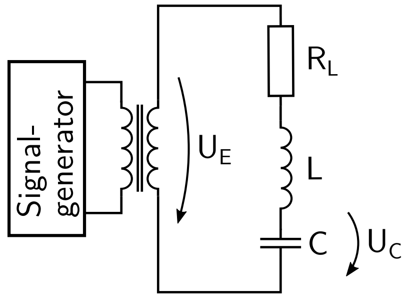


Abbildung 234.7: Elektrischer Schwingkreis.

Wie äußert sich die Kreisgüte Q (bestimmt durch den endlichen Spulenwiderstand R_L) in diesem Bild?

234.2.4 Elektrischer Schwingkreis

Ein Schwingkreis (siehe Abb. 234.7), bestehend aus einem Kondensator C und einer Induktivität L mit dem eigenen Ohmschen Widerstand R_L, wird durch eine angelegte Wechselspannung U_E zum Schwingen angeregt; die erzeugte Schwingungsamplitude U wird am Kondensator als Funktion der Frequenz der Spannung U_E gemessen. Die Spannung U_E ($\approx$ 0,5 V) wird der Sekundärseite eines Transformators entnommen, dessen Primärseite von einem Tonfrequenzgenerator gespeist wird. Der Transformator hat eine Spannungsübertragung von etwa 20:1 und hat den Zweck, den relativ großen Ausgangs(innen)widerstand des Generators (50 Ω) auf einen sehr kleinen Wert herabzusetzen. Man darf daher die Spannungsquelle U_E als ideale Spannungsquelle, d.h. ohne Innenwiderstand betrachten. Als Induktivität L wird die Luftspule aus Abschnitt 234.2.3 verwendet.

Aufgabe 234.j: *Messen Sie die Resonanzkurve (Spannung über dem Kondensator) mit der vorgesehenen Spule (R_L bekannt) und einer Kapazität von etwa 1,5 µF im Bereich von ungefähr (0 – 2000) Hz.*

Bestimmen Sie aus dieser Messung: Die Eigen(kreis)frequenz ω_0, die (Kreis-)Frequenz ω_{max}, bei der die Spannungsamplitude maximal wird, L und Q, letzteres aus Resonanzbreite, Resonanzhöhe sowie aus ω_0, L und R_L, also auf drei Weisen.

1. Achten Sie bei der Aufnahme der Resonanzkurve darauf, dass die Amplitude von U_E immer konstant bleibt, was Sie dadurch erreichen können, dass Sie am Tonfrequenzgenerator den Pegel verändern.

2. Verteilen Sie Ihre Messpunkte so, dass Sie im Bereich der Resonanz mehr Punkte haben als auf den Flanken.

3. Zeichnen Sie die Resonanzkurve auf Millimeter-Papier; Sie können hier als Abszisse einfacherweise ν wählen.

4. Dann bestimmen Sie:

- Q aus der Resonanzüberhöhung:
  $U_A(\omega_{\mathrm{max}}) = Q \cdot U_A(\omega = 0)$,
- Q aus der Resonanzbreite:
  $\omega_0 = Q \cdot \Delta\omega$ ($\Delta\omega$ aus $1/\sqrt{2}$-Wert),
  ω_{max} und ω_0 aus $\omega_{\mathrm{max}} = \omega_0\sqrt{1 - 1/(2Q^2)}$,
  L aus ω_0 und C,
- Q aus $Q = \omega_0 \cdot L/R_L$.