

## ВВЕДЕНИЕ

Симбиотические двойные — это системы, в спектре которых можно выделить линии поглощения, характерные для холодных звёзд, и эмиссионные линии, характерные для горячих туманностей.

Предполагается, что они состоят из близко расположенных красного гиганта и белого карлика, которые традиционно называются холодным и горячим компонентами. Из-за гравитации белого карлика красный гигант перестаёт быть сферически симметричным и приобретает каплевидную форму. Кроме того, может происходить перенос массы с красного гиганта на белый карлик, за счёт чего образуется аккреционный диск. Вещество может перетекать с помощью звёздного ветра — или напрямую с поверхности, если холодный компонент полностью заполняет свою полость Роша.

Поскольку красный гигант не является сферически симметричным, при движении по орбите его блеск меняется. Такая переменность называется эллипсоидальной. Помимо чисто геометрического эффекта, на переменность также влияет гравитационное потемнение — зависимость температуры от ускорения силы тяжести в конкретной точке поверхности звезды. Из-за него полюса красного гиганта будут наиболее горячими и яркими, а «носик», расположенный на экваторе и направленный в сторону точки Лагранжа — наиболее холодным.

В данной работе анализируются кривые блеска Т Северной Короны, измеренные в Крымской обсерватории ГАИШ МГУ в 1996–2003 и 2008–2021. На их основе мы определяем соотношение масс компонентов и наклонение орбиты — то есть решаем обратную задачу.

Т Северной Короны — повторная новая. Она вспыхивала в 1866, 1946 и, предполагается, должна вспыхнуть в 2024 [1]. Повторные новые возникают, когда на поверхности белого карлика скапливается достаточно много водорода, перетекшего с красного гиганта, и начинается термоядерная реакция. Светимость в результате повышается на  $\sim 10$  звёздных величин и медленно снижается в течение десятков дней.

Цель работы — получить распределение вероятностей наклона и соотношения масс компонентов двойной звезды Т Северной Короны.

Методами исследования являются компьютерное моделирование кривых

блеска и статистический вывод. Мы применили байесовский подход, воспользовавшись библиотекой для вероятностного программирования Turing.jl [2].

Вероятностное программирование — парадигма программирования, предназначенная для работы с вероятностными моделями, которая позволяет автоматизировать статистический вывод и проверку гипотез. Главными идеями вероятностного программирования является автоматизированное применение теоремы Байеса, которое позволяет получить апостериорное распределение вероятностей для параметров задачи, и семплирование из него с помощью марковских цепей. Байесовский подход позволяет легко комбинировать данные от разнородных наблюдений.

Задачами работы являются:

- 1) Численное моделирование физики переменности, получение модельных кривых блеска.
- 2) Построение вероятностной модели, учитывающей статистические свойства экспериментальных данных.
- 3) Получение апостериорного распределения вероятностей для параметров модели (наклонение, соотношение масс) и семплирование из него.
- 4) Анализ распределения, получение оценок параметров и их доверительных интервалов.

Настоящая работа была представлена на конференции МФТИ в 2024.

Новизна исследования заключается в применении байесовского подхода к обратной задаче астрофизики.

Значимость работы заключается в получении оценок параметров двойной звезды Т Северной Короны, создании вероятностной модели переменности, в которую можно добавлять реалистичные модели звёздных атмосфер, и которая может быть использована для анализа других симбиотических двойных.

# 1 Физика переменности

## 1.1 Форма полости Роша

На вещество массой  $dm$ , находящееся в двойной звёздной системе, действуют три силы: гравитация красного гиганта, гравитация белого карлика и центробежная сила. Область, в которой преобладает гравитация какого-либо из компонентов, называется его полостью Роша. Если вещество оказывается за пределами полости Роша, то оно перетекает на другую звезду или в космическое пространство.

Суммарный потенциал трёх сил равен

$$\Omega = -\frac{Gm_{\text{giant}}}{r_1} - \frac{Gm_{\text{dwarf}}}{r_2} - \frac{1}{2}(\omega \times r_3)^2 \quad (1.1)$$

где  $m_{\text{giant}}$  и  $m_{\text{dwarf}}$  — массы двух звёзд,  $r_1$  — расстояние до центра гиганта,  $r_2$  — расстояние до центра карлика,  $r_3$  — расстояние до центра масс,  $\omega$  — угловая скорость вращения звёзд по орбите.

Вещество красного гиганта, находясь под действием потенциала  $\Omega$ , заполняет некоторую эквипотенциальную поверхность, на которой  $\Omega = \text{const}$ . Одной из эквипотенциальных поверхностей является полость Роша. Она проходит через точку Лагранжа  $L_1$ , где все силы уравниваются и  $\nabla\Omega = 0$ .

В уравнении (1.1) неявно предполагается, что гравитационный потенциал можно заменить потенциалом точечного тела. Это приближение оправданно, поскольку внешняя оболочка красных гигантов имеет очень низкую плотность, и масса в основном сосредоточена в практически сферическом ядре.

Найдём форму полости Роша численно. Для этого введём систему координат с центром в ядре красного гиганта, и направим ось  $x$  в сторону карлика. Обозначим расстояние между центрами звёзд как  $a$ . Тогда (1.1) примет вид

$$\Omega = -\frac{Gm_{\text{giant}}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \frac{Gm_{\text{dwarf}}}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2 + z^2}} - \frac{1}{2}\omega^2\left(\left(x - a\frac{m_{\text{dwarf}}}{m_{\text{giant}} + m_{\text{dwarf}}}\right)^2 + y^2\right)$$

Если обезразмерить координаты ( $r \rightarrow r/a$ ), обозначить соотношение масс  $m_{\text{giant}}/m_{\text{dwarf}} = q$  и заметить, что в силу третьего закона Кеплера  $\omega^2 =$

$\frac{G}{a^3}(m_{\text{giant}} + m_{\text{dwarf}})$ , то получится

$$\begin{aligned}\Omega &= -\frac{Gm_{\text{giant}}}{a} \left[ \frac{1}{r} + \frac{q^{-1}}{\sqrt{1+r^2-2x}} + \frac{1+q^{-1}}{2} \left( \left( x - \frac{1}{1+q} \right)^2 + y^2 \right) \right] \\ &= -\frac{Gm_{\text{giant}}}{a} \left[ \frac{1}{r} + q^{-1} \left( \frac{1}{\sqrt{1+r^2-2x}} - x \right) + \frac{1+q^{-1}}{2} (x^2 + y^2) + \frac{q^{-1}}{1+q} \right]\end{aligned}$$

Последний член является константой и может быть отброшен. Таким образом, безразмерный потенциал равен

$$\Omega = \frac{1}{r} + q^{-1} \left( \frac{1}{\sqrt{1+r^2-2x}} - x \right) + \frac{1+q^{-1}}{2} (x^2 + y^2) \quad (1.2)$$

Или, в сферических координатах,

$$\Omega = \frac{1}{r} + q^{-1} \left( \frac{1}{\sqrt{1+r^2-2rn_x}} - rn_x \right) + \frac{1+q^{-1}}{2} r^2 (1 - n_z^2) \quad (1.3)$$

где введены направляющие косинусы  $n_x = x/r$ ,  $n_z = z/r$ .

Уравнение (1.3) позволяет численно определить форму полости Роша. Для этого достаточно для всех направлений  $(n_x, n_y, n_z)$  решить уравнение  $\Omega(r) = \Omega_0$ .

В качестве  $\Omega_0$  необходимо взять значение потенциала в точке Лагранжа  $L_1$ . Её положение мы находим, решив уравнение  $\frac{\partial \Omega(x, 0, 0)}{\partial x} = 0$ .

## 1.2 Гравитационное потемнение

Гравитационное потемнение — явление, при котором температура поверхности звезды зависит от ускорения силы тяжести в данной точке. Обычно его описывают формулой

$$T \sim g^\beta, \quad \beta > 0 \quad (1.4)$$

За счёт гравитационного потемнения полюса быстро вращающихся звёзд ярче и горячее, чем экватор. В случае симбиотических двойных гравитационное потемнение тоже оказывает влияние.

Проще всего вывести (1.4) для зоны лучистого переноса.

Давление внутри звезды складывается из давления газа и давления излучения:  $P = P_g + \frac{4}{3} \frac{\sigma}{c} T^4$ . Градиент давления должен уравновешивать силу тяжести:

$$\nabla P = \rho \vec{g} = -\rho \nabla \Omega$$

Если рассмотреть смещение вдоль некоторого вектора  $e$ , то  $d\Omega = (e \cdot \nabla \Omega)$ ,

$$dP = -\rho d\Omega$$

В частности, при  $d\Omega = 0$  также  $dP = 0$ . Следовательно,  $P$  постоянно на эквипотенциальных поверхностях и является функцией  $\Omega$ . Более того,  $\rho = -\frac{dP(\Omega)}{d\Omega}$  тоже является функцией  $\Omega$ .

Вещество звезды должно подчиняться некоторому уравнению состояния:

$$f(P, \rho, T) = 0$$

Каким бы оно ни было, если  $P = P(\Omega)$  и  $\rho = \rho(\Omega)$ , то и  $T = T(\Omega)$ . Поэтому эквипотенциальные поверхности также являются изобарическими, изопикническими и изотермическими.

Для лучистого переноса верно диффузное приближение: световой поток равен

$$F = -D \nabla U \quad (1.5)$$

где  $U = \frac{4}{3} \sigma T^4$  — плотность энергии,  $D = \frac{1}{3} l c$  — коэффициент диффузии,  $l$  — длина свободного пробега фотонов.

$U$  зависит только от температуры, которая является функцией  $\Omega$ . Следовательно,

$$F = -D U'(T) T'(\Omega) \nabla \Omega$$

$l$  и  $D$  зависят от  $\rho$ , которая тоже является функцией  $\Omega$ . Поэтому на эквипотенциальных поверхностях

$$F = \text{const} \cdot \nabla \Omega = \text{const} \cdot g$$

В астрономии часто вводят эффективную температуру  $T_{\text{eff}}$ . По опреде-

лению, это такая температура, что выполняется закон Стефана-Больцмана:

$$F = \sigma T_{\text{eff}}^4$$

Обратите внимание на расхождение с формулой лучистого переноса (1.5). Если обычная температура на эквипотенциальных поверхностях является константой, то эффективная подчиняется

$$T_{\text{eff}} \sim g^{1/4}$$

Таким образом, в зоне лучистого переноса выполняется уравнение (1.4) с  $\beta = 1/4$ . Впервые этот результат был получен фон Зейпелем ровно 100 лет назад [3].

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Announcing T CrB pre-eruption dip / B. E. Schaefer [et al.]. — 2023. — URL: <https://www.aavso.org/news/t-crb-pre-eruption-dip>. AAVSO.
- 2 *Ge H., Xu K., Ghahramani Z.* Turing: A Language for Flexible Probabilistic Inference // Proceedings of the Twenty-First International Conference on Artificial Intelligence and Statistics / ed. by A. Storkey, F. Perez-Cruz. — PMLR, 2018. — URL: <https://proceedings.mlr.press/v84/ge18b.html>.
- 3 *Zeipel H. v.* The Radiative Equilibrium of a Rotating System of Gaseous Masses // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 1924. — URL: <https://doi.org/10.1093/mnras/84.9.665>.