

# Projeto 3: Análise Input-Output (Insumo-Produto)

Gabriel Mota Lima

11794870

Herberth Luan Vieira Oliveira

12559110

Mateus Queiroz de Souza Daniel

11294552

Victor Viana de Oliveira Matos

11810821

Vinícius da Costa Collaço

11811012

4 de junho de 2022

## 1 Tarefas

### 1.1 Exercício 1

*Considere uma economia dividida em três setores — manufatura, agricultura e serviços. Para cada unidade produzida, a manufatura requer 0.10 unidades de outras companhias do mesmo setor, 0.30 unidades da agricultura e 0.30 unidades de serviços. Para cada unidade produzida, agricultura usa 0.20 unidades da sua própria produção, 0.60 unidades da manufatura e 0.10 unidades de serviços. Para cada unidade produzida, o setor de serviços consome 0.10 unidades dele mesmo, 0.60 unidades da manufatura, mas nenhum produto agrícola.*

#### 1.1.1 (a)

*Construa a matriz de consumo para esta economia e determine quais demandas intermediárias são criadas se a agricultura planeja produzir 100 unidades*

Para a construção da matriz de consumo foi utilizado python com as bibliotecas numpy e pandas. Primeiramente foi construída uma lista com base no texto do item (a), depois passado para um array numpy para uso futuro.

```
1 import numpy as np
2
3 consumo1 = [[0.1, 0.6, 0.6], [0.3, 0.2, 0], [0.3, 0.1, 0.1]]
4 consumo1 = np.array(consumo1)
```

Listing 1: Construção da Matriz Consumo 1.a

	manufatura	agricultura	serviços
manufatura	0.1	0.6	0.6
agricultura	0.3	0.2	0.0
serviços	0.3	0.1	0.1

Tabela 1: Matriz Consumo

tendo o array, utilizou-se a biblioteca pandas, para ter uma melhor visualização da matriz consumo, ficando com a aparência próxima da vista na Tabela 1

```

1 import numpy as np
2 import pandas as pd
3
4 #matriz de consumo para DF, melhor visualizacao
5 consumo1_df = pd.DataFrame(consumo1)
6 dic = {
7     0: 'manufatura',
8     1: 'agricultura',
9     2: 'servicos'
10 } #dicionario para mudar o nome das colunas e linhas
11 consumo1_df.rename(columns = dic, inplace = True)
12 consumo1_df.rename(index=dic, inplace=True)
13 consumo1_df

```

Listing 2: Construção da Matriz Consumo 1.a - Visualização

## Demandas Intermediárias

Para a evidenciação de todas as demandas intermediárias criadas, será utilizada aqui a abordagem *round-by-round* proposta no livro (MILLER and BLAIR, 2009). Nesta abordagem considera-se os efeitos somados de todas as demandas intersetoriais geradas. É necessário esta abordagem pois os setores são interdependentes, por exemplo, a produção da agricultura consome recursos do setor de manufatura, estes recursos que são **input** para o setor de agricultura representam um **output** para o setor de manufatura, que para gerar esse **output** precisa consumir **inputs** dos outros setores. E assim sucessivamente, e teoricamente esse processo segue infinitamente. Cada um desses pares de **input-output** representam os *rounds*. A demanda intermediária será obtida portanto com uma aproximação deste somatório teoricamente infinito de todos estes **inputs** gerados. Como será visto, a matriz de Leontief captura todos estes efeitos sucessivos de demandas geradas.

Tendo a matriz de consumo, para saber as quais as demandas intermediárias são criadas no *round 1* para produzir 100 unidades da agricultura, basta multiplicar esse valor (100), pela coluna da agricultura. Portanto, para uma demanda final 100 unidades da agricultura, são necessárias 60 unidades da manufatura, 20 unidades da agricultura e 10 unidades de serviços nesta primeira etapa.

No nosso caso, a matriz de consumo e o vetor demanda final são dados por:

$$C = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.6 & 0.6 \\ 0.3 & 0.2 & 0 \\ 0.3 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix} \quad d = \begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Então, se escrevermos a discussão acima de forma matricial temos que a **demanda intermediária do round 1** é:

$$Cd = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.6 & 0.6 \\ 0.3 & 0.2 & 0 \\ 0.3 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60 \\ 20 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Porém, a demanda intermediária  $Cd$  é o output no *round 2*. Então a **demanda intermediária do round 2** é dada por:

$$C^2d = C \cdot Cd = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.6 & 0.6 \\ 0.3 & 0.2 & 0 \\ 0.3 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 60 \\ 20 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 22 \\ 21 \end{bmatrix}$$

Pelo mesmo raciocínio, a **demanda intermediária do round 3** é:

$$C^3d = C \cdot C^2d = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.6 & 0.6 \\ 0.3 & 0.2 & 0 \\ 0.3 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 24 \\ 22 \\ 21 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28.2 \\ 11.6 \\ 11.5 \end{bmatrix}$$

Para o caso da **demanda intermediária do round 4** temos:

$$C^4d = C \cdot C^3d = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.6 & 0.6 \\ 0.3 & 0.2 & 0 \\ 0.3 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 28.2 \\ 11.6 \\ 11.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16.68 \\ 10.78 \\ 10.77 \end{bmatrix}$$

Para a **demanda intermediária do round 5**:

$$C^5d = C \cdot C^4d = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.6 & 0.6 \\ 0.3 & 0.2 & 0 \\ 0.3 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 16.68 \\ 10.78 \\ 10.77 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14.59 \\ 7.16 \\ 7.15 \end{bmatrix}$$

Este processo segue infinitamente, e como pode-se ver pelo padrão formado, a demanda intermediária TOTAL é dada pela seguinte soma:

$$Cd + C^2d + C^3d + C^4d + C^5d + \dots = \begin{bmatrix} 60 \\ 20 \\ 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 24 \\ 22 \\ 21 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 28.2 \\ 11.6 \\ 11.5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 16.68 \\ 10.78 \\ 10.77 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 14.59 \\ 7.16 \\ 7.15 \end{bmatrix} + \dots$$

Portanto, a demanda intermediária total é dada por uma série de potências da matriz de consumo multiplicada pelo vetor demanda final, isto é:

$$demanda\ intermediaria = (C + C^2 + C^3 + C^4 + C^5 + \dots) d$$

Para que esta soma seja convergente a matriz  $C$  deve satisfazer algumas condições. Seus coeficientes não podem ser negativos e a soma dos coeficientes de cada coluna deve ser menor do que 1. Isto é a soma sempre será convergente, desde que a matriz  $C$  seja produtiva, significando que todos os seus setores são lucrativos, como consta no livro (ANTON and RORRES, 2012).

Resumindo, a soma acima converge quando os coeficientes da matriz consumo satisfazem as condições (MILLER and BLAIR, 2009):

$$c_{ij} \geq 0 \quad \text{and} \quad \sum_{i=1}^n (c_{ij}) < 1, \quad \text{para todo } j$$

Abaixo está o código em python para encontrar por aproximação a demanda intermediária, por meio da soma de potências destacada acima:

```

1 demanda_final = [[0],[100],[0]]
2 demanda_final = np.array(demanda_final)
3
4 def calcula_demanda_intermediaria(C, d, n):
5     N = len(C) #Tamanho da matriz consumo para criacao da matriz
        identidade
6     I = np.identity(N) #Matriz identidade NxN
7     soma_potencias = I - I
8
9     for i in range(1, n):
10         soma_potencias += np.linalg.matrix_power(C,i)
11         demanda_intermediaria = np.dot(soma_potencias,d)
12
13     return demanda_intermediaria
14
15 calcula_demanda_intermediaria(consumo1, demanda_final, 50)

```

Listing 3: Demanda intermediária com soma de potências

Abaixo está a saída do código acima, para o caso em que a soma de potências vai até a potência  $C^{50}$ :

```

array([[185.18503442],
       [ 94.44436252],
       [ 83.33325141]])

```

Figura 2: Saída mostrando a aproximação da demanda intermediária

Então, a demanda intermediária é aproximadamente:

$$demanda\ intermediaria = \begin{bmatrix} 185.18 \\ 94.44 \\ 83.33 \end{bmatrix}$$

Portando a demanda intermediária para os produtos do setor de **manufatura** é de aproximadamente 185.18 unidades, para o setor de **agricultura** de 94.44 unidades, e de 83.33 unidades para o setor de **serviços**.

### 1.1.2 (b)

*Obtenha a matriz de Leontief e interprete os seus coeficientes.*

#### Leontief com matriz inversa

Para a matriz de Leontief foi inicialmente usada a seguinte definição:

$$L = (I - C)^{-1}$$

Onde I é a matriz identidade de ordem n, e C é a matriz de consumo  $n \times n$

Então a partir dessa definição foi criada a seguinte função:

```
1
2 def Leontief (C): #Matriz de Leontief, dado a matriz Consumo n x n
3     import numpy as np
4     n = len(C)
5     I = np.identity(n) #Matriz identidade n x n
6     if type(C) == list: C = np.array(C) #Transforma em array se a
7     entrada for lista
8     I_C = (I - C)
9     L = np.linalg.inv(I_C) #Matriz de Leontief
10    return L
```

Listing 4: Função Matriz de Leontief

Com a função criada, podemos então obter a matriz de Leontief, chamando a função criada, e como parâmetro de entrada colocamos a matriz criada em 1

```
Leontief(consumo1)

array([[2.22222222, 1.85185185, 1.48148148],
       [0.83333333, 1.94444444, 0.55555556],
       [0.83333333, 0.83333333, 1.66666667]])
```

Figura 1: Saída Da Função Leontief

## Leontief com Série de Potências

Pelo equilíbrio proposto por Leontief temos:

$$\begin{Bmatrix} \text{producao} \\ x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \text{demanda} \\ \text{intermediaria} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \text{demanda final} \\ d \end{Bmatrix}$$

Substituindo a expressão da demanda intermediária encontrada no item anterior temos:

$$x = (C + C^2 + C^3 + C^4 + C^5 + \dots) d + d$$

$$x = (I + C + C^2 + C^3 + C^4 + C^5 + \dots) d$$

Sendo a expressão que contém a matriz de Leontief da forma  $x = Ld$ , então a matriz de Leontief pode ser obtida com a seguinte aproximação de uma série de potências da matriz de consumo:

$$L = I + C + C^2 + C^3 + C^4 + C^5 + \dots$$

Portanto, a matriz de Leontief funciona como um **multiplicador** da demanda final. Ela leva em conta todas as demandas intermediárias criadas (com o componente  $C + C^2 + C^3 + C^4 + C^5 + \dots$ ) e também a demanda final (com o componente  $I$ ).

Abaixo está o código em python que representa o processo iterativo do cálculo da matriz de Leontief usando Série de Potências.

```
1 def Leontief_2(C,n):
2     import numpy as np
3
4     N = len (C) #Tamanho da matriz consumo para criacao da matriz
        identidade
5     I = np.identity(N) #Matriz identidade NxN
6     L = I - I #Matriz identidade NxN
7
8     for i in range(n):
9         L += np.linalg.matrix_power(C,i) #Soma de Potencias n vezes
10    return L
```

Listing 5: Função Matriz de Leontief por soma de potências

Passando a matriz *consumo 1* criada na *Listing 1* para a função *Leontief\_2* acima, tem-se a seguinte saída, para somas que vão até as potências 10, 15, 30 e 50.

Para a soma que vai até  $C^{10}$ :

```
Leontief_2(consumo1,10)

array([[2.11502497, 1.71775059, 1.38311264],
       [0.77521581, 1.87147331, 0.50195693],
       [0.77521581, 0.7603622 , 1.61306804]])
```

Figura 2: Soma até  $C^{10}$

Para a soma que vai até  $C^{15}$ :

```
Leontief_2(consumo1,15)

array([[2.19646366, 1.81955932, 1.45777514],
       [0.81933361, 1.92689859, 0.54267627],
       [0.81933361, 0.81578748, 1.65378738]])
```

Figura 2: Soma até  $C^{15}$

Para a soma que vai até  $C^{30}$ :

```
Leontief_2(consumo1,30)

array([[2.22186336, 1.85140204, 1.48115128],
       [0.83313833, 1.94420001, 0.55537613],
       [0.83313833, 0.8330889 , 1.66648724]])
```

Figura 2: Soma até  $C^{30}$

Para a soma que vai até  $C^{50}$ :

```
Leontief_2(consumo1,50)

array([[2.22222102, 1.85185034, 1.48148037],
       [0.83333268, 1.94444363, 0.55555495],
       [0.83333268, 0.83333251, 1.66666607]])
```

Figura 2: Soma até  $C^{50}$

Pode-se notar que a medida que se aumenta a quantidade de potências contidas na soma da série, mais o resultado obtido **converge** para a matriz de Leontief obtida invertendo-se a matriz  $(I - C)$ .

### 1.1.3 Interpretação dos coeficientes

Como foi visto, a matriz de Leontief como um todo pode ser interpretada como um multiplicador da demanda final, para se encontrar qual a produção total. Vimos também que a matriz de Leontief tem um componente que leva em conta a demanda final (componente I) e um componente que leva em consideração as demandas intermediárias geradas ( $C + C^2 + C^3 + C^4 + C^5 + \dots$ ). Dadas todas estas somas, temos que os elementos da **diagonal principal** da matriz de Leontief será sempre maior ou igual a 1, pois o setor terá que produzir para atender a sua própria demanda final somado com as demandas intermediárias criadas. Enquanto os outros coeficientes podem assumir qualquer valor maior ou igual a zero, pois são multiplicadores que representam as demandas intermediárias criadas.

Por exemplo, na seguinte matriz:

$$L = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.22 & 1.85 & 1.48 \\ 0.83 & 1.94 & 0.55 \\ 0.83 & 0.83 & 1.66 \end{bmatrix}$$

Considerando a primeira linha, o coeficiente  $l_{11}$  é um multiplicador da demanda final pelos produtos do setor 1 e representa o impacto que a demanda final do setor 1 representa na produção do próprio setor 1,  $l_{11}$  deve ser maior ou igual a 1 pois o setor 1 deve produzir para atender a sua própria demanda final, somado com a produção para atender as demandas intermediárias. Seguindo o mesmo raciocínio, o coeficiente  $l_{12}$  representa por quanto a demanda final pelos produtos do setor 2 é multiplicada para se chegar à quantidade a mais de demanda intermediária pelos produtos do setor 1, isto é, representa o impacto da demanda final pelos produtos do setor 2 na produção do setor 1.

Deste modo, pode-se ver que a magnitude do coeficiente  $l_{ij}$  representa o quanto a demanda final pelos produtos do setor  $j$  afeta a produção do setor  $i$ . Quanto maior o valor de  $l_{ij}$ , maior é este impacto, que acontece por meio das demandas intermediárias entre os setores.

### 1.1.4 (c)

*Determine os níveis de produção necessários para satisfazer uma demanda final de 18 unidades para a agricultura, e nenhuma demanda final para os outros setores. Que relação você observa entre a resposta e a matriz de Leontief?*

Para obtenção dos níveis de produção necessários para dada uma certa demanda final, precisamos resolver o seguinte sistemas de equações

$(I - C) * X = D$ , onde I é a matriz identidade na mesma dimensão da matriz consumo, C é a matriz consumo, X é a matriz com os resultados, e D a matriz coluna com a demanda final. Para resolver esse sistema foi criado a seguinte função:



```

1
2 def Producao(C,d): #Calculo da producao dado a matriz consumo e demanda
3     import numpy as np
4     if type(C) == list: C = np.array(C) #Transforma em array se a entrada
        for lista
5     if type(d) == list: d = np.atleast_2d(d).T #Transforma d em matriz
        coluna se for lista
6
7     L = Leontief(C)
8
9     #Resolucao de sistema linear via Matriz Leontief
10    #Encontrar o x, multiplicacao de matriz (L*d)
11    X = np.dot(L,d)
12
13    return X
14
15

```

Listing 6: Função Calculo da Produção

para isolar o  $X$ , podemos utilizar o inverso da função  $(I - C)$ , que é exatamente a matriz de Leontief, então como já havíamos criado a função do cálculo de Leontief, a resolução do sistema vai se dar através da multiplicação da matriz de Leontief com a matriz coluna da demanda final

Tendo a função, a matriz de consumo e a lista de entrada referente a uma demanda final de 18 unidades para a agricultura podemos calcular a demanda intermediária, dada por:

```

1
2 d_ex1 = [0,18,0]
3 Producao(consumo1,d_ex1)
4
5

```

Listing 7: Cálculo da Demanda Intermediária

com o código em 7 temos a seguinte saída

```

d_ex1 = [0,18,0]
Producao(consumo1,d_ex1)

array([[33.33333333],
       [35.         ],
       [15.         ]])

```

Figura 2: Demandas Intermediárias

Portanto precisaria de 33.3333 unidades da manufatura, 35 unidade da agricultura e 15 unidades de serviços para uma demanda final de 18 unidades para a agricultura.

Podemos observar uma relação direta entre a demanda intermediária e a matriz de Leontief, se por exemplo multiplicarmos cada elemento da matriz de Leontief calculada anteriormente por 18, temos o seguinte resultado

```
Leontief(consumo1_df)*18
array([[40.      , 33.33333333, 26.66666667],
       [15.      , 35.      , 10.      ],
       [15.      , 15.      , 30.      ]])
```

Figura 3: Leontief \* 18

a segunda coluna apresenta exatamente o resultado obtido anteriormente, verificando essa relação direta entre a demanda final, a matriz de Leontief e as demandas intermediárias.

## 1.2 Exercício 2

*A matriz de consumo abaixo em dados de insumo-produto da economia norte-americana em 1958, com dados para 81 setores agrupados em 7 grandes setores: (1) produtos domésticos e pessoais não metálicos, (2) produtos metálicos finais (como veículos motorizados), (3) produtos metálicos básicos e mineração, (4) produtos não metálicos básicos e agricultura, (5) energia, (6) serviços e (7) produtos diversos*

0.1588	0.0064	0.0025	0.0304	0.0014	0.0083	0.1594
0.0057	0.2645	0.0436	0.0099	0.0083	0.0201	0.3413
0.0264	0.1506	0.3557	0.0139	0.0142	0.0070	0.0236
0.3299	0.0565	0.0495	0.3636	0.0204	0.0483	0.0649
0.0089	0.0081	0.0333	0.0295	0.3412	0.0237	0.0020
0.1190	0.0901	0.0996	0.1260	0.1722	0.2368	0.3369
0.0063	0.0126	0.0196	0.0098	0.0064	0.0132	0.0012

inicialmente a matriz de consumo foi transformada em array com as informações do pdf, como não foi possível copiar a matriz direto do pdf, foi necessário um tratamento inicial, e então colocada as informações dessa matriz de consumo na variável (matriz\_ex2), com o seguinte código:

```
1
2 #matriz copiada do pdf
3 matriz = '.1588.0064.0025.0304.0014.0083.1594.0057.2645.0436
4           .0099.0083.0201.3413.0264.1506.3557.0139.0142.0070
5           .0236.3299.0565.0495.3636.0204.0483.0649.0089.0081
6           .0333.0295.3412.0237.0020.1190.0901.0996.1260.1722
7           .2368.3369.0063.0126.0196.0098.0064.0132.0012'
```

```

8 ex2 = []
9 for i in range(1,50):
10     ex2.append(int(matriz.split('.')[i])/10000)
11 matriz_ex2 = np.array([ex2[:7], ex2[7:14], ex2[14:21], ex2[21:28], ex2
    [28:35], ex2[35:42], ex2[42:]])
12
13

```

Listing 8: Criação matriz\_ex2

tendo o array, podemos utilizar as funções criadas anteriormente para resolver as seguintes questões:

### 1.2.1 (a)

*Calcule os níveis de produção para satisfazer a demanda final*

$$d = [7400 \ 56000 \ 10500 \ 25000 \ 17500 \ 196000 \ 5000]^T$$

Utilizando a Função 'Producao', chegamos a seguinte saída

```

d_ex2_1 = [74000 , 56000 , 10500 , 25000 , 17500 , 196000 , 5000]
Producao(matriz_ex2,d_ex2_1)

array([[ 99575.65339765],
       [ 97703.02286349],
       [ 51230.52316638],
       [131569.92192872],
       [ 49488.49137236],
       [329554.45256999],
       [ 13835.33571501]])

```

Figura 4: Saída Exercício 2 a)

Assim temos os níveis de produção intermediária para o ano de 1958

### 1.2.2 (b)

*Calcule os níveis de produção da seguinte demanda e compare com o resultado anterior.*

$$d = [99640 \ 75548 \ 14444 \ 33501 \ 23527 \ 263985 \ 6526]^T$$

```

d_ex2_2 = [99640 , 75548 , 14444 , 33501 , 23527 , 263985 , 6526]
Producao(matriz_ex2,d_ex2_2)

array([[134033.61532755],
       [131686.642968 ],
       [ 69471.69907937],
       [176912.002023 ],
       [ 66595.55670623],
       [443772.90207667],
       [ 18431.17768329]])

```

Figura 5: Saída Exercício 2 b)

Com o mesmo método foi possível calcular os níveis de produção do ano de 1964. Como foi utilizada a mesma matriz de consumo, assim temos a mesma matriz de Leontief nos dois casos. Como os níveis de produção é proporcional à demanda final, dado a mesma matriz de Leontief, observamos que no segundo caso, como temos valores de demanda final maiores, acaba resultando em níveis de produção maiores também.

Isso faz sentido dado o caso onde não temos mudança das demandas intersetoriais. É possível termos mudanças na matriz de consumo, conforme a tecnologia e meios de produção vão mudando, assim certo setor usaria uma quantia diferente intersetorial ao passar do tempo, porém essas mudanças não tendem a ser tão bruta, pois estamos observando o cenário mais macro, então o resultado apresentado faz sentido em termos reais.

### 1.3 Exercício 3

*Na página do IBGE há informações sobre o resultado de atividades econômicas. Leia a explicação. Depois, clique o link "Downloads" à esquerda na página, acesse as informações do ano de 2015 e baixe a planilha relativa a 12 setores da economia. Nesta planilha, localize a aba que contém a matriz de consumo e calcule a matriz de Leontief. Compare o seu resultado com a matriz de Leontief que está na planilha. Interprete alguns coeficientes da matriz de Leontief.*

No site do IBGE temos as planilhas em formato xls, para tratamento dos dados, e posterior a utilização nas funções previamente criadas, utilizaremos a biblioteca 'pandas' e também a biblioteca 're', a primeira para transformar os dados da planilha excel em um array e a segunda para utilização de expressão regular para tratar o nome das linhas e colunas, essa última para fins estéticos.

```
1
2 def Tratamento_excel(nome_arquivo, nome_aba):
3     #Funcao para tratar o arquivo excel e devolver um DataFrame limpo para
      ser utilizado
4
5     import pandas as pd
6     import re
7
8     #Tratamento inicial
9     df = pd.read_excel(nome_arquivo, sheet_name=nome_aba, header=3).drop(['
      Unnamed: 0', 'Unnamed: 1'], axis=1)
10    df = df.dropna()
11    df = df.reset_index().drop('index', axis=1)
12
13    #tratar o nome das colunas com Regex
14    colunas = [] #nome das colunas limpo
```

```

15 for item in df.columns: #tira o numero e o '\n'
16     colunas.append(re.sub('(.*\n)', '', item))
17
18 #Renomear colunas e index
19 dic_col = dict(zip(df.columns, colunas)) #dicionario para renomear as
    colunas
20 df.rename(columns = dic_col, inplace = True)
21 lendf = len(df)
22 dic_index = dict(zip(range(0, lendf), colunas)) #dicionario para renomear
    os index
23 df.rename(index=dic_index, inplace=True)
24
25 return df

```

Listing 9: Tratamento Excel

Assim temos a matriz de consumo com 12 setores do ano de 2015

	Agropecuária	Indústrias extrativas	Indústrias de transformação	Eletricidade e gás, água, esgoto e gestão de resíduos	Construção	Comércio	Transporte, armazenagem e correio	Informação e comunicação	Atividades financeiras, de seguros e serviços relacionados	Atividades imobiliárias	Outras atividades de serviços	Administração, defesa, saúde e educação públicas e seguridade social
Agropecuária	0.040534	0.000525	0.076449	0.000463	0.002559	0.009140	0.000568	0.000240	0.000063	0.000055	0.004331	0.001568
Indústrias extrativas	0.001103	0.054401	0.042078	0.014914	0.011188	0.000189	0.000284	0.000289	0.000079	0.000628	0.000206	0.000294
Indústrias de transformação	0.206423	0.110895	0.273069	0.075993	0.205220	0.057381	0.182535	0.027949	0.009686	0.009289	0.071106	0.025899
Eletricidade e gás, água, esgoto e gestão de resíduos	0.023301	0.010808	0.015456	0.275760	0.001163	0.017589	0.005740	0.007240	0.004113	0.001260	0.016649	0.017256
Construção	0.000593	0.012571	0.000917	0.012761	0.039540	0.001035	0.003140	0.016369	0.002983	0.002921	0.003560	0.013924
Comércio	0.059395	0.031210	0.078902	0.020163	0.057718	0.027505	0.046994	0.024987	0.005934	0.003261	0.032101	0.013314
Transporte, armazenagem e correio	0.019994	0.083783	0.049323	0.018609	0.011905	0.050342	0.112531	0.009640	0.014215	0.000854	0.018313	0.011773
Informação e comunicação	0.000202	0.003879	0.005630	0.006543	0.002254	0.013108	0.007642	0.120958	0.039273	0.001420	0.038000	0.017332
Atividades financeiras, de seguros e serviços relacionados	0.015253	0.022242	0.017559	0.021695	0.014285	0.023598	0.024778	0.029116	0.124073	0.037904	0.017001	0.044628
Atividades imobiliárias	0.000036	0.001358	0.001831	0.004295	0.001681	0.033814	0.006732	0.012231	0.009615	0.002742	0.017499	0.003605
Outras atividades de serviços	0.003692	0.092965	0.045852	0.050633	0.023314	0.079918	0.057673	0.140587	0.101802	0.007998	0.090339	0.078202
Administração, defesa, saúde e educação públicas e seguridade social	0.000741	0.004864	0.002799	0.004594	0.001173	0.004107	0.003890	0.006317	0.004483	0.000377	0.004164	0.003469

Figura 6: Matriz de consumo 12 setores de 2015 tratada)

Na planilha fornecida do site do IBGE, a aba de número 14, representa a matriz de consumo e a aba de número 15 a matriz de Leontief.

Com a entrada tratada, podemos utilizar a mesma função 'Leontief' para gerarmos a matriz de Leontief dada como entrada a matriz de consumo com 12 setores de 2015.

```
matriz_leontief = Leontief(matriz_consumo) #Aplicando a função Leontief na matriz consumo (IBGE 12)
matriz_leontief_df = pd.DataFrame(matriz_leontief)
matriz_leontief_df
```

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	1.070423	0.020221	0.119541	0.016951	0.032572	0.020605	0.027929	0.008638	0.004569	0.001716	0.016688	0.007821
1	0.017118	1.068457	0.066637	0.030737	0.029214	0.006457	0.015300	0.004882	0.002446	0.001611	0.007045	0.004035
2	0.338342	0.228313	1.475315	0.190108	0.354864	0.125413	0.324264	0.086666	0.045039	0.018839	0.137939	0.067116
3	0.046079	0.028026	0.043750	1.390726	0.015665	0.032801	0.022582	0.020133	0.012474	0.003128	0.032043	0.029659
4	0.002713	0.017114	0.004714	0.021542	1.105148	0.003374	0.006093	0.022495	0.005938	0.003652	0.006547	0.017248
5	0.098931	0.067164	0.139921	0.054462	0.102702	1.049128	0.089774	0.047267	0.019364	0.006476	0.054238	0.027237
6	0.052697	0.122596	0.103238	0.049690	0.046314	0.071665	1.155888	0.026338	0.026436	0.003812	0.037013	0.023483
7	0.008163	0.016810	0.020077	0.019914	0.011803	0.024248	0.020721	1.150185	0.058744	0.004658	0.052660	0.028402
8	0.032711	0.042425	0.044851	0.046220	0.033161	0.039227	0.046932	0.048274	1.150138	0.044830	0.031619	0.058562
9	0.005779	0.008309	0.011106	0.011210	0.008089	0.039152	0.014229	0.020124	0.015367	1.003839	0.023276	0.007795
10	0.043049	0.144534	0.111836	0.107755	0.068080	0.114687	0.109770	0.196537	0.145253	0.016832	1.128525	0.107208
11	0.003040	0.007681	0.006545	0.008341	0.003652	0.005982	0.006806	0.009028	0.006548	0.000804	0.006158	1.004951

Figura 7: Matriz de Leontief 12 setores de 2015 obtida com a Função Leontief

Como temos na planilha fornecida no IBGE a matriz de Leontief na aba 15, podemos comparar a saída anterior com a matriz da aba 15 e verificar o funcionamento da nossa função para o caso real. Porém antes foi criada uma função para extrair a matriz de Leontief direto do excel fornecido do IBGE.

```
1 def Leontief_excel(nome_arquivo,nome_aba):
2
3     matriz_consumo = Tratamento_excel(nome_arquivo,nome_aba)
4     matriz_leontief = Leontief(matriz_consumo) #Aplicando a funcao Leontief
5     matriz_leontief_df = pd.DataFrame(matriz_leontief)
6
7     #Renomear colunas e index
8     lendf = len(matriz_consumo)
9     dic_index = dict(zip(range(0,lendf),matriz_consumo.columns))#
10    #dicionario para renomear os index e colunas
11    matriz_leontief_df.rename(index=dic_index, inplace=True)
12    matriz_leontief_df.rename(columns = dic_index, inplace = True)
13
14    return matriz_leontief_df
```

Listing 10: Leontief direto do excel

então podemos assim comparar a saída da nossa função com a matriz de Leontief do site do IBGE em poucas linhas:

```
#Comparando os valores do modelo com o dado no site do IBGE
#aba 14 (consumo), aba 15 (leontief)
display(round(leontief_excel('Matriz_de_Insumo_Produto_2015_Nivel_12.xls', '14')) == round(tratamento_excel('Matriz_de_Insumo_Produto_2015_Nivel_12.xls', '15')))
```

	Agropecuária	Indústrias extrativas	Indústrias de transformação	Elettricidade e gás, água, esgoto e gestão de resíduos	Construção	Comércio	Transporte, armazenagem e correio	Informação e comunicação	Atividades financeiras, de seguros e serviços relacionados	Atividades imobiliárias	Outras atividades de serviços	Administração, defesa, saúde e educação públicas e seguridade social
Agropecuária	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True
Indústrias extrativas	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True
Indústrias de transformação	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True
Elettricidade e gás, água, esgoto e gestão de resíduos	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True
Construção	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True
Comércio	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True
Transporte, armazenagem e correio	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True
Informação e comunicação	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True
Atividades financeiras, de seguros e serviços relacionados	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True
Atividades imobiliárias	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True
Outras atividades de serviços	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True
Administração, defesa, saúde e educação públicas e seguridade social	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True

Figura 8: Comparação da Saída com os dados do IBGE

foi necessário arredondar os valores, mas o resultado obtido através das funções construídas condizem com o encontrado na aba 15, do arquivo excel. Comparando valor a valor, todas as comparações deram True, indicando que as duas matrizes, tanto a calculada quanto a fornecida, são iguais.

### 1.3.1 Interpretando alguns coeficientes

Com a matriz de Leontief calculada podemos pegar por exemplo a diagonal principal, (3,3), onde o índice 3 representa o setor de Eletricidade e gás, água, esgoto e gestão de resíduos. Essa diagonal do setor é uma que tem um dos maiores valores, que faz sentido, já que os outros setores precisam dos produtos gerados por esse setor. Em contra partida a diagonal com o menor valor é a do setor com índice 9, que é o setor de Atividades imobiliárias, que é um setor que não gera tanto impacto nos outros setores, por ser tipo de atividade que não necessariamente empreende tantos produtos diversos, sendo isso normalmente para setores de construção civil. O ponto a se destacar é que o Brasil é conhecido como um país que trabalha com produtos agropecuários (coluna índice 0) e de acordo com a matriz de Leontief mostra que mesmo sendo o setor econômico principal brasileiro ele não faz gerar aumento de demandas relevantes aos demais setores econômicos quando comparados com setor de indústrias de transformação (coluna índice 2), o que pode-se inferir que a indústria tem forte impacto intersetorial na economia e um relação mais intensa com os demais setores do que o agropecuário.

## 2 Estendendo o algoritmo para a planilha de 20 setores e 67 setores

Conforme foram criados os algoritmos para cálculo da Matriz de Leontief direto da planilha fornecida pelo site do IBGE, podemos fazer o cálculo com o mesmo algoritmo

mas para as duas planilhas maiores, tanto a de 20 setores como a de 67 setores.

```
#Comparando com o leontief dado no IBGE em 20 setores
(Leontief_excel('Matriz_de_Insumo_Produto_2015_Nivel_20.xls', '14') - Tratamento_excel('Matriz_de_Insumo_Produto_2015_Nivel_20.xls', '15'))
```

	Agricultura, pecuária, produção florestal, pesca e aquicultura	Indústrias extrativas	Indústrias de transformação	Elettricidade e gás	Água, esgoto, atividades de gestão de resíduos e descontaminação	Construção	Comércio; reparação de veículos automotores e motocicletas	Transporte, armazenagem e correio	Alojamento e alimentação	Informação e comunicação
Agricultura, pecuária, produção florestal, pesca e aquicultura	0.000000e+00	-1.040834e-17	-8.326673e-17	6.938894e-18	1.734723e-18	0.000000e+00	-1.040834e-17	1.387779e-17	-2.081668e-17	-4.336809e-18
Indústrias extrativas	0.000000e+00	-2.220446e-16	-1.387779e-17	6.938894e-18	-1.040834e-17	1.040834e-17	-1.734723e-18	6.938894e-18	-3.469447e-18	-1.734723e-18
Indústrias de transformação	0.000000e+00	-1.387779e-16	-6.661338e-16	1.110223e-16	2.775558e-17	5.551115e-17	-2.775558e-17	1.110223e-16	0.000000e+00	-4.163336e-17
Elettricidade e gás	6.938894e-18	-6.938894e-18	0.000000e+00	4.440892e-16	0.000000e+00	1.734723e-18	-3.469447e-18	0.000000e+00	6.938894e-18	0.000000e+00
Água, esgoto, atividades de gestão de resíduos e descontaminação	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	1.301043e-18	2.220446e-16	1.734723e-18	-1.734723e-18	1.734723e-18	1.734723e-18	-8.673617e-19
Construção	0.000000e+00	-3.469447e-18	0.000000e+00	0.000000e+00	2.775558e-17	4.440892e-16	-1.734723e-18	3.469447e-18	1.734723e-18	-3.469447e-18

Figura 9: Parte das Matrizes de Leontief Importada e Calculada, diferença entre valores.

Como a planilha de 20 setores é muito grande, foi colocada na imagem somente parte da saída, nesse exemplo foi subtraído os elementos correspondentes da Matriz de Leontief Calculada pelo modelo criado, com o input da Matriz de consumo (Aba 14 do arquivo de excel), com a matriz de Leontief fornecida (Aba 15 do arquivo de excel). Não foi usado o método round, para mostrar a diferença irrisória das duas matrizes

```
#Comparando os valores do modelo com o dado no site do IBGE 67 setores
#aba 14 (consumo), aba 15 (Leontief)
df1 = round(Leontief_excel('Matriz_de_Insumo_Produto_2015_Nivel_67.xls', '14'))
df2 = round(Tratamento_excel('Matriz_de_Insumo_Produto_2015_Nivel_67.xls', '15'))
print(df1.equals(df2))
```

True

Figura 10: Comparação das Matrizes de Leontief Importada e Calculada, 67 setores.

O mesmo foi verificado com a matriz de 67 setores, mostrando que o algoritmo criado para importar e tratar os dados direto da planilha do site do IBGE e também o algoritmo de cálculo da matriz de Leontief, funcionam para qualquer que seja o tamanho, baseado em diferentes setores.

### 3 Código Fonte

[https://colab.research.google.com/drive/1Egm5Q4\\_bd0hEZh8YK9W7ZAZBjh5ALt2e](https://colab.research.google.com/drive/1Egm5Q4_bd0hEZh8YK9W7ZAZBjh5ALt2e)  
Código criado em Python, com o Jupyter Notebook em Colab, com as saídas completas



## Referências

ANTON, H. and RORRES, C. (2012). *Algebra Linear (com aplicações)*. Bookman.

MILLER, R. and BLAIR, P. (2009). *Input-Output Analysis*. Cambridge University Press.